Décrets, arrêtés, circulaires

TEXTES GÉNÉRAUX

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Arrêté du 21 juillet 2025 définissant l'organisation générale des études et l'horaire et fixant le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) génie civil

NOR : *MENS2520297A*

La ministre d'État, ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, le ministre d'État, ministre des outre-mer, et le ministre auprès de la ministre d'État, ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, chargé de l'enseignement supérieur et de la recherche,

Vu le code de l'éducation, notamment ses articles D. 612-19 à D. 612-29-2 ;

Vu l'arrêté du 23 novembre 1994 modifié relatif à l'admission et au régime des études dans les classes préparatoires aux grandes écoles organisées dans les lycées relevant du ministre chargé de l'éducation ou fonctionnant sous contrat d'association dans des établissements privés, notamment son article 5 ;

Vu l'arrêté du 10 février 1995 modifié définissant la nature des classes composant les classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles ;

Vu l'arrêté du 23 mars 1995 fixant la durée de la scolarité dans les classes préparatoires accessibles aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures ;

Vu l'arrêté du 3 juin 2025 fixant la liste des diplômes permettant d'accéder aux classes préparatoires destinées aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures ;

Vu l'avis du Conseil national de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 20 mai 2025 ;

Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du 5 juin 2025,

Arrêtent :

Art. 1er. – L'horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil est fixé à l'annexe I du présent arrêté.

Art. 2. – La durée hebdomadaire des interrogations orales effectuées dans la classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil est fixée à l'annexe II du présent arrêté.

Les interrogations orales sont organisées hebdomadairement durant vingt-cinq semaines. Dans les classes à faible effectif groupant moins de dix étudiants, la durée des interrogations orales est réduite de moitié.

Art. 3. – Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil sont fixés respectivement aux annexes III (mathématiques), IV (informatique), V (physique), VI (sciences industrielles de l'ingénieur), VII (français et philosophie) et VIII (langue vivante étrangère) du présent arrêté.

Art. 4. – Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à la rentrée scolaire 2025.

Art. 5. – L'arrêté du 5 mai 2015 définissant l'organisation générale des études et l'horaire et fixant le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) génie civil est abrogé.

Art. 6. – Les dispositions du présent arrêté s'appliquent dans les îles Wallis-et-Futuna et en Nouvelle-Calédonie.

Art. 7. – Le présent arrêté sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait le 21 juillet 2025.

La ministre d'État, ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche,
Pour la ministre et par délégation :
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
C. Pascal

Le ministre d'État,
ministre des outre-mer,
Pour le ministre et par délégation :
Le directeur général des outre-mer,
O. JACOB

Le ministre auprès de la ministre d'État,
ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur et de la recherche,
chargé de l'enseignement supérieur et de la recherche,
Pour le ministre et par délégation :
La sous-directrice de la stratégie
et de la qualité des formations,
M. POCHARD

ANNEXES

ANNEXE I

HORAIRE HEBDOMADAIRE DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

(enseignement hebdomadaire élève)

Disciplines	**Cours**	**TD**	**TP**
Mathématiques	6	4 (a)	
Informatique			1
Physique	5	3 (a)	2
Sciences industrielles de l'ingénieur	2	2	3
Français-philosophie	2	1	
Langue vivante étrangère	2	1	
Education physique et sportive	2		
Total	**19**	**11** (b)	**6**
Total heures élève	**36**		
(a) Dont 1 heure de soutien.			
(b) Dont 2 heures de soutien.			

ANNEXE II

DURÉE HEBDOMADAIRE DES INTERROGATIONS ORALES DANS LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

Mathématiques	Physique	Sciences industrielles de l'ingénieur	Français-philosophie	Langue vivante étrangère
20 min	10 min	10 min	(a)	10 min
(a) Deux séances d'interrogation de 30 min réparties sur l'année.				

L'organisation de ces temps de formation est laissée à la discrétion de l'équipe pédagogique pour répondre de la manière la plus efficace possible à des besoins de différenciation et d'accompagnement.

Annexe III

Objectifs de formation et programme de mathématiques de la classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil

Table des matières

Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou ayant validé 120 crédits européens dans le cadre des deux premières années de BUT, désireux de poursuivre en écoles d'ingénieurs. Ces derniers ont besoin d'une formation scientifique plus solide pour suivre avec profit des études d'ingénieurs. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.
Cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :
- fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
- contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
- développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules, chaque module correspondant à un champ mathématique précis. Le programme de chaque BTS indique les modules à enseigner. Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose a priori, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :
- suites numériques ;
- fonctions d'une variable réelle ;
- calcul intégral ;
- équations différentielles.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire. En particulier, on prendra soin de ne pas regrouper l'enseignement de l'algèbre en un seul bloc mais au contraire de le répartir sur l'ensemble de l'année afin que ces notions nouvelles pour les étudiants soient assimilées dans la durée.

Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et BUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.
En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.
Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :
- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;

— **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales,

devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques…).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

— prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
— connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
— faire le lien avec le programme d'informatique ;
— prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.
Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants, en liaison le cas échéant avec le programme d'informatique.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, la section sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Chaque section du programme comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions.
Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes. En particulier, l'ordre de présentation des différentes sections ne doit pas être interprété comme un modèle de progression : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques.

PROGRAMME

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Cette section regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres sections, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs. Formuler une négation. Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.
Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.	Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.
b) Ensembles	
On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.	
Appartenance, inclusion.	Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.
Sous-ensemble (ou partie) de E. Ensemble vide.	
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.	Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes. Notations $\complement_E A$, $\overline{A}$, $E \setminus A$.
Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.	Un élément de E^p est appelé p-liste ou p-uplet d'éléments de E.
c) Méthodes de raisonnement	
Raisonnement par contraposition.	Écrire la contraposée d'une assertion.
Raisonnement par l'absurde.	Mener un raisonnement par l'absurde.
Raisonnement par récurrence.	Limité aux récurrences simples.
d) Applications	
Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F. Graphe d'une application.	Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe. Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Toute formalisation est hors programme.
Restrictions.	Notation $f_{\mid I}$.
Image directe.	
Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

Pratique calculatoire

Cette section a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des sections ultérieures. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise cette section de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.
Les objectifs de formation sont les suivants :

- *une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;*
- *l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;*
- *la manipulation des fonctions classiques ;*
- *le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;*
- *l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Inégalités dans $\mathbb{R}$	
Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de $\mathbb{R}$.	
Compatibilité avec les opérations.	Dresser un tableau de signe. Résoudre des inéquations. Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leqslant \lambda$. L'objectif est une maîtrise de la manipulation des inégalités élémentaires.
Valeur absolue, inégalité triangulaire.	Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $\|x-a\| \leqslant b$.
Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.	
b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques	
Équation du second degré.	Déterminer le signe d'un trinôme.
Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.	Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.
Formules exigibles : $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\tan(a+b)$.	Exprimer $\cos(a-b)$, $\sin(a-b)$. Transformer $a\cos(t)+b\sin(t)$ en $A\cos(t-\varphi)$.
c) Calcul de limites en un point ou à l'infini	
Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuie sur les connaissances des limites acquises au lycée.	
Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.	
Exemples de formes indéterminées.	Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\exp(x)-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x)-1}{x^2}$. On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée.
Croissances comparées.	Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.
Limite d'une fonction composée.	

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Calcul de dérivées et de primitives	
Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples. Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.
Opérations : somme, produit, quotient.	Dériver une fonction composée.
Exemples de calculs de dérivées partielles. Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans $\mathbb{C}$.	
Primitive sur un intervalle.	Reconnaître des expressions du type $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{u'}{u^n}$, $(v' \circ u).u'$, où u et v sont des fonctions dérivables, afin d'en calculer les primitives.
e) Sommes et produits	
Notations et règles de calcul.	Effectuer un changement d'indice. Sommes et produits télescopiques. L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles $\sum$ et $\prod$ sur des exemples de difficulté raisonnable. On utilise aussi la notation $a_0 + \cdots + a_n$.
Factorielle, coefficients binomiaux.	Notations $n!$, $\binom{n}{k}$ lue « k parmi n ».
Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.	Développer $(a \pm b)^n$.
Factorisation de $a^n - 1$ pour $n \in \mathbb{N}^*$. Exemple de calcul de sommes : $$\sum_{k=0}^{n} k \qquad \sum_{k=0}^{n} q^k.$$	

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis des années précédentes. Le programme combine plusieurs aspects :
- *équations algébriques (équations du second degré, racines n-ièmes d'un nombre complexe) ;*
- *interprétation géométrique des nombres complexes ;*
- *exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.*

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier cette section aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes	
La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.	
Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.	Notations $\mathrm{Re}(z), \mathrm{Im}(z)$.
Opérations sur les nombres complexes.	
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.	Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe. Notation $\overline{z}$.
Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.
Module d'un nombre complexe. Relation $\|z\|^2 = z\overline{z}$. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe. Interpréter géométriquement $\|z-a\|$ avec $(a,z) \in \mathbb{C}^2$.
b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1	
Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de $\mathbb{U}$.	
Relation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}b} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(a+b)}$. Formule de Moivre.	Factoriser $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques. Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n. Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.
Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^x \mathrm{e}^{\mathrm{i}y}$ où $z = x + \mathrm{i}y$ et $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.	
c) Arguments d'un nombre complexe non nul	
Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.	Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme trigonométrique). Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.
Arguments d'un produit, d'un quotient.	
d) Équation du second degré dans $\mathbb{C}$	
Racines carrées d'un nombre complexe.	Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$.	Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$.
e) Racines n-ièmes	
Description des racines n-ième d'un nombre complexe.	Résoudre l'équation $z^n = \lambda$.

Géométrie élémentaire du plan

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur $\overrightarrow{AB}$, ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à $\mathbb{R}^2$ ou à $\mathbb{C}$. La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Cette section doit être traitée en liaison avec les autres disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Repérage dans le plan	
Repère orthonormal (ou orthonormé). Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes. On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos(\vec{u},\vec{v})$$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ sinon.	Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.
Bilinéarité, symétrie.	Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible). Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs. Déterminer une mesure d'un angle non orienté.
c) Déterminant dans une base orthonormée directe	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$\det(\vec{u},\vec{v}) = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\sin(\vec{u},\vec{v})$$ et $\det(\vec{u},\vec{v})=0$ sinon. Bilinéarité, antisymétrie.	Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme. Caractériser la colinéarité de deux vecteurs. La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe. Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe. Démonstrations non exigibles. Notation : $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$.
d) Droites	
Définition, vecteur directeur, vecteur normal.	
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.	Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement. Déterminer l'intersection de deux droites. Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite. Calculer la distance d'un point à une droite.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Cercles	
Définition, équation cartésienne.	Reconnaître une équation cartésienne de cercle. Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation. Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans cette section, on adapte à l'espace les notions étudiées dans la section de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur la section de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Repérage dans l'espace	
Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique. Bilinéarité, symétrie.	Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe (démonstration hors programme).
c) Produit vectoriel dans l'espace orienté	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires, le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur de norme $\|\|\vec{u}\|\|\,\|\|\vec{v}\|\|\,\|\sin(\vec{u},\vec{v})\|$ directement orthogonal à $(\vec{u},\vec{v})$; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul. Bilinéarité, antisymétrie.	La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise. Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe. Démonstrations hors programme.
d) Déterminant dans l'espace orienté muni d'une base orthonormée directe	
Définition du déterminant de trois vecteurs : $$\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u}\wedge\vec{v})\cdot\vec{w}$$	Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires. Interpréter $\left\|\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})\right\|$ comme volume du parallélépipède construit sur $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. Exprimer le déterminant dans une base orthonormée directe. Notation : $\begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Trilinéarité, antisymétrie.	Démonstrations hors programme.
e) Plans et droites	
Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.	Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.
Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.	Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans. Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite. Passer d'une représentation à l'autre. Étudier les intersections.
Distance d'un point à un plan.	Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur un plan.
f) Sphères	
Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.	Reconnaître une équation cartésienne de sphère. Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation. Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Cette section est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$	
Domaine de définition d'une fonction.	
Représentation graphique d'une fonction.	Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période en vue de l'étude des séries de Fourier.
Somme, produit, composée.	
Monotonie.	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction f est bornée si et seulement si $\|f\|$ est majorée.
Extremum, extremum local.	
b) Dérivation	
Équation de la tangente en un point.	Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.

Contenus	Capacités & Commentaires
Application à l'étude des variations d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.
Fonction réciproque.	Tracer le graphe d'une fonction réciproque. Calculer la dérivée d'une fonction réciproque. La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.	Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction. Déterminer les variations et les limites d'une fonction. Déterminer les extremums éventuels d'une fonction. Tracer le graphe d'une fonction. Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction. Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.

d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.	Représenter graphiquement la fonction.
Partie entière.	Représenter graphiquement la fonction. Notation $\lfloor x \rfloor$. L'existence est admise. Toute technicité dans les calculs se rapportant à $\lfloor x \rfloor$ est exclue.
Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbb{R}_+^*$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbb{R}_-^*$. Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.
Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.
Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.	Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.
	Les fonctions hyperboliques directes ch, sh et th peuvent faire l'objet d'exercices, mais aucune connaissance sur ces fonctions n'est exigible.

Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans cette section de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Cette section doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles linéaires du premier ordre	
Équation $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$.	Écrire et résoudre l'équation homogène associée. Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière. Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière. Décrire l'ensemble des solutions. Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée. La démonstration est hors programme.
b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants	
Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	Donner l'équation caractéristique. Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme $y'' \pm \omega^2 y = 0$ avec $\omega \in \mathbb{R}$. Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $P(x)\mathrm{e}^{\omega x}$ avec $\omega \in \mathbb{C}$ et P une fonction polynomiale. Utiliser le principe de superposition. Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière. Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée. La démonstration est hors programme.

Systèmes linéaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants. L'objectif est double :

- *maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;*
- *préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite.*

Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Systèmes linéaires	
Définition d'un système linéaire de n équations à p inconnues.	Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire. Les solutions sont définies comme éléments de $\mathbb{R}^p$.
Système homogène.	Système homogène associé à un système quelconque.
Matrice A d'un système linéaire ; matrice augmentée $(A\|B)$ où B est la colonne des seconds membres.	Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle $AX = B$.
Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes L_i et L_j, multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de $\lambda \cdot L_j$ à L_i pour $i \neq j$.	Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire. Notations $L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow \lambda L_i$; $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.
Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	
Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.	Maîtriser la notion de système équivalent.
Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires. Notation $A \underset{L}{\sim} A'$.
Si on passe d'un système $\mathscr{S}$ à un autre système $\mathscr{S}'$ par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de $\mathscr{S}'$ s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de $\mathscr{S}$.	Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.
b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan	
Matrice échelonnée en ligne.	Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires. Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée. On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.
c) Résolution d'un système linéaire	
Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).	Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.
Rang d'un système linéaire.	Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots. On admettra la cohérence de cette définition.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
	Déterminer si un système linéaire possède ou non des solutions.

Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ($\mathbb{K}$ désignant $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Polynômes à une indéterminée	
Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de $\mathbb{K}$ dans $\mathbb{K}$. Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.	Aucune connaissance de la construction de $\mathbb{K}[X]$ n'est exigible. Notation $a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ ou $\sum_{p=0}^{n} a_pX^p$.
Opérations : somme, produit et composée.	
Degré d'un polynôme. Coefficient dominant. Degré d'une somme et d'un produit.	Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n.
b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	
Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.	
Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.	Effectuer une division euclidienne de polynômes.
c) Racines	
Racine (ou zéro) d'un polynôme.	Déterminer les racines d'un polynôme. Caractériser les racines par la divisibilité. Factoriser par $(X-a)$ lorsque a est racine.
Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a.	Démonstration non exigible. Factoriser par $(X-a)^\alpha$ lorsque a est racine d'ordre de multiplicité α.
Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré. Polynôme scindé sur $\mathbb{K}$.	
d) Décomposition en facteurs irréductibles	
Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles. Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$. Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.	La démonstration de ce théorème est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Somme et produit des racines d'un polynôme de degré 2.	
Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme de degré 2 en fonction de ses coefficients.	Aucune connaissance sur la somme et le produit des racines d'un polynôme de degré strictement supérieur à 2 n'est exigible.
f) Fractions rationnelles	
Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle R ; détermination de la partie polaire de R relative à un pôle a.	Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur. La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.
Exemples de décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}$ d'une fraction rationnelle à coefficients réels, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.	L'objectif est la mise en pratique sur des cas simples.

Calcul matriciel

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Matrices : opérations et propriétés	
Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ ($\mathbb{K}$ désignant $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).	Notation $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.	
Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A.
Produit de deux matrices.	Interpréter la j-ème colonne du produit AB comme le produit de A par la j-ème colonne de B. Interpréter la i-ème ligne du produit AB comme le produit de la i-ème ligne de A par B.
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.
b) Matrice inversible	
Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n.	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est hors programme.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{C}$. Après l'approche numérique des sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans la sous-section « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

La deuxième sous-section « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels à la sous-section « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :
- *traiter cette section selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces $\mathbb{K}^n$ à l'aide des techniques développées dans les sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel »;*
- *mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces $\mathbb{K}^n$ avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.*

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

A - Espaces vectoriels

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces et sous-espaces vectoriels	
Définition d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{K}^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathscr{F}(\Omega,\mathbb{K})$ pour Ω non vide (cas particulier des suites) et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	
Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.	Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Sous-espaces d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.	Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.
L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans $\mathbb{K}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^p$.	
L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{F}(I,\mathbb{K})$.	Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.
Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.	Notation $\mathrm{Vect}(u_1,\ldots,u_p)$. Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Somme de deux sous-espaces F et G d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E.	Brève extension au cas d'une somme finie de sous-espaces vectoriels.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
La somme $F+G$ est dite directe si l'écriture de tout vecteur de $F+G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique. Sous-espaces supplémentaires.	Exploiter une relation $F \cap G = \{0\}$ pour démontrer que F et G sont en somme directe. Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe. La notion de somme directe de plusieurs sous-espaces vectoriels est au programme en vue de la réduction. Elle peut être introduite, sans aucune technicité, ici ou dans la section sur la réduction.

b) Familles finies de vecteurs

Vecteurs colinéaires. Famille libre, famille liée.	Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.
Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans $\mathbb{K}$ et de degrés deux à deux distincts est libre.	
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.	Déterminer si une famille est génératrice.
Bases. Exemples usuels : bases canoniques des espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	
Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base $\mathcal{B}$.	Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$.
Base adaptée à une somme directe. Si $(e_1,\dots,e_k,e_{k+1},\dots,e_n)$ est une famille libre d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E alors $\mathrm{Vect}(e_1,\dots,e_k)$ et $\mathrm{Vect}(e_{k+1},\dots,e_n)$ sont en somme directe.	

B - Espaces vectoriels de dimension finie

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Dimension finie

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie. Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul E, on peut extraire une base de E.	Exhiber une base d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E non nul de dimension finie. Application à l'existence d'une base pour tout $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul de dimension finie.
Théorème de la base incomplète : toute famille libre de E peut être complétée en une base. Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n+1$ vecteurs est liée. Dimension. Dimensions de $\mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Si E est de dimension n et $\mathcal{F}$ une famille de n vecteurs de E, alors $\mathcal{F}$ est une base de E si et seulement si $\mathcal{F}$ est libre, si et seulement si $\mathcal{F}$ est génératrice.	On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie	
Si F est un sous-espace d'un espace vectoriel E de dimension finie alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leqslant \dim(E)$. De plus, $F = E$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.	Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.
Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.	Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.
Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.	Cas d'une somme directe.
c) Famille finie de vecteurs	
Rang d'une famille finie $(u_1,\dots,u_p)$ de vecteurs d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.	Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre. Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice. Notation $\mathrm{rg}(u_1,\dots,u_p)$.
Combinaison linéaire d'une famille finie $\mathscr{F}$ de vecteurs. Famille libre, famille liée.	Notation $\mathrm{Vect}(\mathscr{F})$. Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.
Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs $u_1, u_2,\dots,u_p$ de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : (i) la famille $(u_1,\dots,u_p)$ est libre; (ii) le système $AX = 0$ a pour seule solution la solution triviale; (iii) le nombre de pivots est égal à p.	L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.
Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs $u_1, u_2,\dots,u_p$ de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : (i) les vecteurs $u_1,\dots,u_p$ forment une famille génératrice de $\mathbb{R}^n$; (ii) pour toute matrice colonne B à n lignes, le système $AX = B$ est compatible; (iii) le nombre de pivots est égal à n.	Déterminer un système d'équations linéaires de $\mathrm{Vect}(u_1,\dots,u_p)$. Donner une interprétation géométrique dans les cas $n = 2$ et $n = 3$. L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

C - Applications linéaires et représentations matricielles

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes.	Notations $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{L}(E)$.
Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.	
Règles de calcul.	
Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.	Notation $\mathrm{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.
Image directe d'un sous-espace vectoriel.	
Image et noyau.	Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.
L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\mathrm{Im}(u)$.	Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image. Notations $\mathrm{Im}(u)$, $\mathrm{Ker}(u)$.
b) Isomorphismes	
Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de E en une base de F.	
Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.	
Si E et F ont même dimension finie alors une application linéaire de E dans F est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.	Cas particulier des endomorphismes. Contre-exemples en dimension infinie.
c) Modes de définition d'une application linéaire	
Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.	
Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2.	
d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel	
Identité, homothéties.	Notation Id_E.
Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.	
e) Rang d'une application linéaire	
Rang d'une application linéaire.	
Théorème du rang : si E est de dimension finie et $u \in \mathscr{L}(E,F)$ alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\mathrm{Ker}(u)) + \mathrm{rg}(u)$.	La démonstration est hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
f) Représentation matricielle en dimension finie	
Matrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.	Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x. Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$, où $\mathscr{B}$ est une base de l'espace de départ et $\mathscr{C}$ une base de l'espace d'arrivée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ dans le cas où $\mathscr{B} = \mathscr{C}$.
Un couple de bases étant fixé, isomorphisme $u \mapsto \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$. Application au calcul de la dimension de $\mathscr{L}(E,F)$. Matrice d'une composée. Lien entre matrices inversibles et isomorphismes. Matrice de passage d'une base à une autre. Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme. Matrices semblables.	Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s). Choisir une base adaptée à un problème donné.
g) Application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ canoniquement associée à une matrice	
On peut identifier les éléments de $\mathbb{K}^p$ et de $\mathbb{K}^n$ avec des matrices colonnes.	
Application $X \mapsto AX$. Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image AX est combinaison linéaire des colonnes de A. Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de A. On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.
h) Rang d'une matrice	
Rang d'une matrice A, pour $A \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang (rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs, d'un système linéaire). Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot. Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples.
Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.	
i) Trace et transposée d'une matrice	
Trace d'une matrice carrée. Linéarité. $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	
Transposée d'une matrice. Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.	Notation $A^\top$. Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Cette section développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2,3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.	
Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées.	Démonstration hors programme.
Déterminant de l'inverse.	
Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des endomorphismes bijectifs.	La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme. Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction des endomorphismes

Cette section étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Éléments propres et polynôme caractéristique	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.	Interprétation en termes de droite stable. Notation Sp.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.	
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres d'une matrice.	Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé. Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.	
Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.	Extension des résultats précédents au cas des matrices.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.	Démonstration hors programme. Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable.	
Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.	Extension des résultats aux matrices.
d) Applications de la réduction	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.	Toutes les indications doivent être données pour traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Espaces euclidiens

Cette section est organisée autour de trois objectifs :

- *introduire les notions fondamentales liées à la structure euclidienne de* $\mathbb{R}^n$ *;*
- *étudier les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles.*

Dans cette section, seules les connaissances liées à la structure euclidienne de $\mathbb{R}^n$ peuvent faire l'objet d'une évaluation.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire et norme	
Produit scalaire. Espace euclidien.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que $\mathbb{R}^n$ n'est exigible.
Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$. Norme associée à un produit scalaire, distance associée. Bases orthonormales de $\mathbb{R}^n$. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	
b) Isométries vectorielles de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ et matrices orthogonales	
Un endomorphisme de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme. Matrice orthogonale : définition par l'égalité $A^\top A = I_n$.	
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.	Démonstration non exigible.
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$ et u un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$, alors u est une isométrie vectorielle si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_0}(u)$ est orthogonale.	Démonstration non exigible.
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.
c) Classification en dimensions 2 et 3	
Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.	Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.
d) Matrices symétriques réelles	
Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.	Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

Nombres réels et suites numériques réelles

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombres réels	
Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$: majorant, maximum, minorant, minimum.	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$.	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement ni aucune technicité ne sont attendus.
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès.
b) Généralités sur les suites réelles	
Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie.	
Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minorations. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si $(\lvert u_n\rvert)$ est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.
c) Limite d'une suite réelle	
Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite ℓ en majorant $\lvert u_n-\ell\rvert$, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $\lvert u_{n+1}-\ell\rvert \leqslant k\lvert u_n-\ell\rvert$. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notation $u_n \to \ell$.
Unicité de la limite.	Notation $\lim u_n$.
Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée.	
Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques. Passage à la limite dans une inégalité.	
d) Théorèmes d'existence d'une limite	
Théorèmes de convergence par encadrement.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n, on a $u_n \leqslant v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.	Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.
Théorème de la limite monotone.	Exploiter ce théorème sur des exemples. La démonstration de ce théorème est hors programme.
Théorème des suites adjacentes.	Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type $f(x) = 0$ et approximations décimales d'un nombre réel. Les suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$ sont à étudier sous forme d'exercices guidés, toutes les indications utiles pour déterminer leurs propriétés doivent être données.

e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.	Notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$. On définit ces relations à partir du quotient $\dfrac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^{\beta}(n)$, n^{α}, $\mathrm{e}^{\gamma n}$ et $n!$.	Traduire les croissances comparées à l'aide de o.
Liens entre les différentes relations de comparaison.	Si $u_n = o(v_n)$ alors $v_n + u_n \sim v_n$.
Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.	Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	

Limites, continuité et dérivabilité

Cette section est divisée en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans la première section d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A, +\infty[$ si $a = +\infty$, avec un intervalle $]-\infty, A]$ si $a = -\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$	
Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a.	Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notations $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$, $f(x) \underset{x\to\pm\infty}{\longrightarrow} \ell$.
Unicité de la limite.	Notation $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \ell$.
Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a.	
Limite à droite, limite à gauche.	Notations $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ x>a}} f(x)$ ou $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.
Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$.	
Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a.	Exploiter ces résultats sur des exemples. Adaptation des énoncés relatifs aux suites.
Image d'une suite de limite ℓ par une fonction admettant une limite en ℓ.	
b) Comparaison des fonctions	
Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.	
Théorème de la limite monotone.	Démonstration non exigible.
Relations de négligeabilité et d'équivalence.	Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.
c) Continuité en un point	
Continuité de f en un point a de I.	La continuité de f au point a de I est définie par la relation $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} f(a)$.
Continuité à droite et à gauche.	
Prolongement par continuité en un point.	Pour a n'appartenant pas à I, la fonction f a une limite finie en a si et seulement si elle se prolonge par continuité en a.
Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.	Exploiter ces résultats sur des exemples.
d) Continuité sur un intervalle	
Définition. Opérations. Ensemble $\mathscr{C}(I,\mathbb{R})$.	
Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.	En liaison avec le programme d'informatique, appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue. La démonstration n'est pas exigible.
Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.	La démonstration est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Continuité et bijectivité	
Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$; sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ (de même monotonie que la fonction f).	Appliquer ce résultat sur des exemples. Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque. La démonstration est hors programme.

B - Dérivabilité

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité de f en a, nombre dérivé.	Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition. Notation $f'(a)$.
Équivalence avec l'existence d'un développement limité en a à l'ordre 1.	La droite d'équation $$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$ est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a. Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes). Interprétation cinématique.
Dérivabilité à droite et à gauche en a.	
Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.	
b) Opérations sur les fonctions dérivables	
Si f et g sont dérivables en a, dérivabilité et dérivée en a de $f+g$, fg et, si $g(a) \neq 0$, de $\dfrac{f}{g}$.	
Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.	
Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle J et si f est dérivable en a, condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point.	
Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe $\mathscr{C}^1$.	
c) Propriétés des fonctions dérivables	
Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Égalité des accroissements finis.	Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique. Démonstration non exigible.
Inégalité des accroissements finis : si une fonction f de $[a,b]$ dans $\mathbb{R}$, continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$, vérifie pour tout t de $]a,b[$, $\lvert f'(t)\rvert \leqslant M$, alors, pour tous x, y de $[a,b]$, on a $\lvert f(x)-f(y)\rvert \leqslant M\lvert x-y\rvert$.	
Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.	Appliquer ces résultats sur des exemples.

d) Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I, où k appartient à $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$.	Ensemble $\mathscr{C}^k(I,\mathbb{R})$.
Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées. Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

Intégration sur un segment

L'objectif de cette section est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée les années précédentes. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment	
Intégrale d'une fonction f continue sur un segment $[a,b]$.	Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe). Modéliser une situation physique par une intégration. La construction est hors programme. Notation $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$. En liaison avec le programme d'informatique, calculer des valeurs approchées d'intégrales par les méthodes des rectangles et des trapèzes.
Valeur moyenne. Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.	
Inégalité $\displaystyle\left\lvert\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t\right\rvert \leqslant \int_a^b \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t$.	Majorer et minorer une intégrale.
Relation de Chasles.	Extension de la notation $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ au cas où $b \leqslant a$.
Une fonction continue et positive sur $[a,b]$ (où $a<b$) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
b) Calcul intégral	
Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors $$x \longmapsto \int_{x_0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0. En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I.	Appliquer ce théorème sur des exemples. Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I diffèrent d'une constante.
Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe $\mathscr{C}^1$: $$\int_a^b f'(t)\,\mathrm{d}t = f(b) - f(a).$$	
Intégration par parties. Changement de variable : si φ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I, $$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\,\mathrm{d}t.$$	Appliquer ces techniques au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu. Lorsqu'un changement de variable est nécessaire, le changement à effectuer est indiqué.
Primitives des fonctions usuelles.	Savoir reconnaître des primitives usuelles.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de cette section est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées
L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle	
Pour $f : [a,b[\to \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a,b[$, sous l'hypothèse $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a,b]$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a,b[$.	
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t,\ \int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t,\ \int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t,\ \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\mathrm{d}t.$$	
Relation de Chasles. Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.	
Inégalité : si $a < b$, $\left\lvert \int_a^b f \right\rvert \leqslant \int_a^b \lvert f\rvert$.	
Une fonction continue sur l'intervalle $]a,b[$ est identiquement nulle sur $]a,b[$ si et seulement si $\int_a^b \lvert f(t)\rvert\mathrm{d}t = 0$.	
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a,b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$ sur $]\alpha,\beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\,\varphi'(u)\mathrm{d}u$ avec $a = \lim\limits_{u\to\alpha}\varphi(u)$ et $b = \lim\limits_{u\to\beta}\varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante. Lorsqu'un changement de variable est nécessaire, le changement à effectuer est indiqué.
b) Intégrale absolument convergente	
On dit qu'une fonction f continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $\lvert f\rvert : t \mapsto \lvert f(t)\rvert$ est convergente.	L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.
Une intégrale absolument convergente est convergente.	Résultat admis.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I, développement limité d'ordre n de f au voisinage de a.	Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction. Ramener un développement limité en 0 par translation. Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.
Unicité, troncature.	Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.
Équivalence $f(a+h) \underset{h \to 0}{\sim} a_p h^p$, où a_p est le premier coefficient non nul d'un développement limité de f au voisinage de a.	Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.	
Composition, application au quotient.	Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible. La division selon les puissances croissantes est hors programme.
Intégration terme à terme d'un développement limité.	
Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ sur I.	Démonstration non exigible Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible. Calculer le développement limité d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ à partir de ses dérivées successives.
Développements limités usuels.	Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples. Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes. Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, ainsi que celui de tan à l'ordre 3.
b) Applications des développements limités	
Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.	
Calcul de limites.	Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.
Étude locale d'une fonction.	Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité. Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales. Aucun résultat général n'est exigible.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Cette section fournit l'occasion de revoir une partie des notions d'analyse abordées auparavant. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.	Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées. Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.
Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.	
b) Courbes paramétrées	
Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.	
Courbe paramétrée. Tangente en un point.	La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.
Droites asymptotes à une courbe	Hormis les cas d'asymptotes verticales et horizontales, l'étude du comportement asymptotique d'une courbe paramétrée est hors programme
Exemples de constructions d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude.
Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.	L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.
Cas particulier d'un point régulier.	Interprétation cinématique.
Longueur d'un arc paramétré régulier de classe $\mathscr{C}^1$.	La formule n'est pas exigible. L'abscisse curviligne est hors programme.

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Série à termes réels ou complexes; sommes partielles; convergence ou divergence; en cas de convergence, somme et restes.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme. Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence. Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.	
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée. Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n, $u_n \leqslant v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et $$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} v_n.$$	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.	
Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.	Toute autre règle de comparaison est hors programme.
Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\to \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.
Séries de Riemann.	Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.
c) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.
Inégalité triangulaire $\left\lvert \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \right\rvert \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} \lvert u_n \rvert$.	
d) Séries alternées	
Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro.	

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T-périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Cette section développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Cette section est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions définies par morceaux	
Une fonction définie sur un segment $[a,b]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $[a,b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$) sur $[a_i, a_{i+1}]$.	
Une fonction T-périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur une période.	Interprétation graphique.
Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$.	
Intégrale sur une période d'une fonction T-périodique et continue par morceaux.	Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.
b) Coefficients et séries de Fourier	
Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f.	Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k. Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.
Cas des fonctions paires, impaires.	
Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par : $$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$	
Série de Fourier : $$a_0 + \sum (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$	En cas de convergence, notation $S(f)(t)$ pour la somme de la série de Fourier de f : $$S(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$
c) Théorèmes de convergence	
Théorème de Parseval : si f est une fonction T-périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$, les séries $\sum a_k^2$ et $\sum b_k^2$ convergent et : $$\frac{1}{T}\int_0^T (f(t))^2 \,\mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{+\infty}(a_k^2 + b_k^2).$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Théorème de Dirichlet : Si f est une fonction T-périodique et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors la série de Fourier de f converge en tout point et $$S(f)(t) = \frac{1}{2}\Big(\lim_{u\to t^+} f(u) + \lim_{u\to t^-} f(u)\Big).$$ Si de plus f est continue, alors $$S(f)(t) = f(t).$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir appliquer ces résultats pour calculer la somme de certaines séries numériques.

Équations différentielles

L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.	
Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Principe de superposition.	Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.
Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.	On donnera toute indication utile.
	Recherche de solutions particulières, on évitera toute technicité excessive.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans cette section sont définies sur une partie de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : introduction à la continuité et aux dérivées partielles, application à la recherche d'extremums.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leqslant 3$)	
Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^n$. Boules. Partie bornée de $\mathbb{R}^n$.	Les normes non euclidiennes sont hors programme.
b) Continuité	
Continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
c) Dérivées partielles, applications de classe $\mathscr{C}^1$ et $\mathscr{C}^2$ sur $\mathbb{R}^2$	
Dérivées partielles d'ordre 1.	Notation $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$. La notion de différentielle en un point est hors programme.
Gradient.	Notations $\vec{\nabla} f$ et $\overrightarrow{\mathrm{grad}} f$.
Point critique.	
Fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.	
Dérivées partielles de $(u,v) \mapsto h(f(u,v), g(u,v))$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
Dérivées partielles d'ordre 2.	Notation $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^2$. Opérations.	
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
Développement limité à l'ordre 2 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^2$.	La démonstration de cette formule est hors programme.
d) Extremums d'une fonction de deux variables	
Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Pour une fonction de classe $\mathscr{C}^2$ sur $\mathbb{R}^2$, étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où $rt - s^2 \neq 0$.	Démonstration non exigible. On donnera l'interprétation géométrique de cette étude et on visualisera les surfaces à l'aide d'un logiciel.

Annexe IV
Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique d'ATS Génie Civil

Objectifs de formation

Le programme d'informatique d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et BUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il a pour objectif la formation de futurs ingénieures et ingénieurs, enseignantes et enseignants, chercheuses et chercheurs et, avant tout, des personnes informées, capables de gouverner leur vie professionnelle et citoyenne nourrie par les pratiques de la démarche scientifique, en pleine connaissance et maîtrise des techniques et des enjeux de l'informatique.

Organisation du Programme L'enseignement d'informatique en classe d'ATS s'effectue exclusivement à travers des séances de manipulation individuelle sur ordinateur, éventuellement complétées par des évaluations. À ce titre, le programme d'informatique présente des notions qui permettent d'allier les concepts fondamentaux et leur bonne appropriation.

Sur le langage et les partis pris par le programme L'enseignement repose sur le langage de programmation Python. Une annexe liste les éléments exigibles des étudiants ainsi que ceux pouvant être attendus avec documentation. L'apprentissage du langage Python vise à instaurer une bonne discipline de programmation en se concentrant sur un fragment du langage.
Le programme impose des choix de présentation et de notation privilégiant la bonne maîtrise d'un socle restreint de notions.

Mode d'emploi Le programme est structuré en trois parties. La première partie présente les bases de la programmation impérative avec Python et correspond, de manière indicative, à une moitié des séances. La deuxième partie prolonge et approfondit ces notions et la dernière partie présente les bases de l'algorithmique numérique dans l'objectif de renforcer la pratique tout en permettant des liens avec les autres disciplines scientifiques.
L'organisation de la progression relève de la responsabilité pédagogique des enseignants, avec des notions revisitées tout au long de l'année.

Programme

Introduction à la programmation impérative avec Python

Cette première partie de l'année a pour objectif de donner les bases de la programmation impérative aux élèves. Les algorithmes étudiés permettent de pratiquer cette programmation afin de renforcer cet apprentissage, mais l'analyse théorique de ceux-ci est hors programme.

Notions	Commentaires
Expressions, variables. Instructions et effet de bord.	On présente principalement les valeurs numériques, type `int` et `float` dans le but de réaliser des calculs, ainsi que les booléens, type `bool`, dans le but d'écrire des conditions. La présentation des chaînes de caractères s'effectue dans le but de faciliter les entrées et les sorties.

Instructions conditionnelles.	Afin d'introduire un comportement dynamique en l'absence de fonctions, on peut dans un premier temps présenter un appel comme `random.randint` au sein d'une condition sans préciser à ce stade la notion de module.
Boucles inconditionnelles bornées.	On présente uniquement les boucles de la forme `for compteur in range(debut, arret):` à ce stade.
Boucles inconditionnelles.	On réserve l'usage des boucles inconditionnelles `while` au seul cas où le nombre d'itérations ne peut être connu à l'avance.
Fonctions.	Les fonctions sont introduites dans un premier temps comme le mode principal de structuration des programmes. La validation des données en entrée s'effectue à l'aide de l'instruction `assert` en évitant toute technicité excessive. Les fonctions récursives sont hors programme.
Tableaux de taille fixe. Notion d'indice et de valeur. Itération sur un tableau par indice et par valeur.	On présente le type `list` dans le but de manipuler des tableaux de taille fixe. À ces fins, on limite l'usage de la méthode `append` à la construction ou à l'initialisation des tableaux. Les méthodes `pop` et assimilées ainsi que la notion d'extraction de tranche sont hors programme. La construction de listes par compréhension ou par multiplication d'une liste singleton est hors programme. On ne soulève aucune difficulté sur la notion de méthode qui est vue comme une syntaxe particulière d'appel de fonction.
Algorithmes élémentaires portant sur les tableaux.	Recherche de l'indice d'un élément, détermination de l'indice ou de la valeur d'un maximum d'un tableau non vide, calcul de la somme des éléments, renversement d'un tableau par échanges successifs. On insiste sur la différence entre indice et valeur dans un tableau dans les paramètres et les valeurs de retour de ces algorithmes.

Approfondissement et exploration

Cette partie du programme permet aux élèves d'approfondir leurs connaissances sans introduire de notions trop éloignées des précédentes.

Notions	**Commentaires**
Import et utilisation de modules.	On présente l'import global `import ...` ainsi que l'import qualifié `from ... import ...` L'usage de `from ... import *` est proscrit. Les modules `math`, `statistics`, `csv` et `matplotlib` peuvent être supports d'exemples. Dans le cas de l'utilisation du module `csv`, on se limite à la lecture d'un fichier donné à l'aide d'une expression `open(nom_fichier)` sans soulever de difficulté sur la notion de fichiers.
Tableaux bi-dimensionnels.	Manipulations élémentaires, somme par ligne, par colonne, somme totale. Les images en niveaux de gris sont un cas d'utilisation de tableaux bi-dimensionnels pouvant servir d'exemples tout en permettant de les visualiser simplement avec `matplotlib`. On peut ainsi présenter des exemples simples de traitements par modification des éléments, comme le négatif d'une image, ou par permutation des éléments, comme le miroir d'une image. Les tableaux bi-dimensionnels sont définis exclusivement à l'aide d'ajouts de lignes par `append`, ces lignes étant elles-mêmes construites de la même manière.

Tri de tableaux.	On présente l'intérêt des tris indépendamment de leur implémentation à l'aide de la méthode `.sort()`. Des exemples d'implémentations peuvent être donnés comme le tri par sélection ou le tri par insertion. On ne soulève aucune difficulté concernant la correction de ces algorithmes.
Introduction expérimentale à la complexité.	On présente ici des mesures de temps associées à des programmes étudiés auparavant. On pourra utiliser la fonction `time.time` afin de mesurer les temps.

Algorithmique numérique

L'algorithmique numérique fournit ici des exemples de programmes que les élèves retrouvent soit directement, soit à travers des bibliothèques de calcul, dans les autres disciplines scientifiques. La résolution numérique n'étant pas l'objectif premier, l'efficacité des solutions est moins importante que la pratique raisonnée des notions vues précédemment. À ce titre, l'usage de structures de données autres que celles introduites dans ce programme est à proscrire. En particulier, `numpy` *est hors programme. L'étude de ces algorithmes ne doit pas faire l'objet de développements mathématiques, et se contente d'un point de vue expérimental pour comparer la qualité des solutions.*

Notions	**Commentaires**
Calculs en virgule flottante.	On présente les enjeux spécifiques liés au calcul en virgule flottante. Notamment, on présente les questions de précisions des calculs, de comparaisons de nombres et d'erreurs de calculs.
Représentation de fonction. Dérivée discrète.	On compare visuellement la représentation de fonction mathématique sous la forme d'une fonction Python de calcul ou sous une forme tabulée. Par convention, le calcul de la dérivée discrète s'effectue par différence avant.
Calcul approché d'intégrales.	Méthodes des rectangles, méthode des trapèzes. On compare expérimentalement les méthodes.
Recherche approchée des zéros d'une fonction.	Dichotomie, méthode de Newton. On peut présenter les algorithmes avec les deux représentations possibles de fonctions.

A Langage Python

Cette annexe liste limitativement les éléments du langage Python (version 3 ou supérieure) dont la connaissance est exigible des étudiants. Aucun concept sous-jacent n'est exigible au titre de la présente annexe. Aucune connaissance sur un module particulier n'est exigible des étudiants.
Toute utilisation d'autres éléments du langage que ceux que liste cette annexe, ou d'une fonction d'un module, doit obligatoirement être accompagnée de la documentation utile, sans que puisse être attendue une quelconque maîtrise par les étudiants de ces éléments.

Traits généraux

- Typage dynamique : l'interpréteur détermine le type à la volée lors de l'exécution du code.
- Principe d'indentation.
- Évaluation et affectation.

Types de base

- Opérations sur les entiers (`int`) : `+`, `-`, `*`, `//`, `**`, `%` avec des opérandes positives.
- Opérations sur les flottants (`float`) : `+`, `-`, `*`, `/`, `**`.
- Opérations sur les booléens (`bool`) : **`not`**, **`or`**, **`and`** (et leur caractère paresseux).
- Chaînes de caractères (`str`) : conversion vers un entier ou un flottant.
- Comparaisons : `==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=`.

Listes

- Création explicite de listes finies `[`e_1`, ..., `e_n`]`.
- Création par `append` successifs.
- Fonction `len`, accès par indice positif valide.

Structures de contrôle

- Instruction d'affectation avec `=`.
- Instruction conditionnelle : **`if`**, **`elif`**, **`else`**.
- Boucle **`while`** (sans **`else`**). **`return`** dans un corps de boucle.
- Boucle **`for`** (sans **`else`**) et itération sur `range(`*debut*`, `*arrêt*`)`, une liste.
- Définition d'une fonction **`def`** f`(`p_1`, ..., `p_n`)`, **`return`**.

Divers

- Introduction d'un commentaire avec `#`.
- Utilisation simple de `print` pour afficher une ou plusieurs expressions, sans paramètre optionnel.
- Importation de modules avec
  `import` *module*, **`import`** *module* **`as`** *alias*, **`from`** *module* **`import`** $f, g, \ldots$
- Assertion : **`assert`** (sans message d'erreur).

ANNEXE V

OBJECTIFS DE FORMATION ET PROGRAMME DE PHYSIQUE DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

Le programme de physique de la classe d'ATS génie civil a pour objectif de préparer des étudiants titulaires d'un brevet de technicien supérieur ou d'un diplôme universitaire de technologie à une poursuite d'étude réussie en école d'ingénieur. Dans leur parcours antérieur ces étudiants ont reçu une formation scientifique qui dépend de la spécialité de leur diplôme. Il s'agit, en classe d'ATS, de compléter leurs acquis et de renforcer leur maîtrise de la démarche scientifique.

La formation comporte une double dimension théorique et expérimentale. Les étudiants acquièrent une bonne compréhension des lois physiques mises en jeu dans une grande variété de domaines et sont capables de les appliquer pour analyser des situations concrètes ou des objets technologiques. Pour apprendre aux étudiants à confronter, par l'expérience, les modèles théoriques à la réalité, le développement de capacités expérimentales est un objectif important de la formation. La notion d'incertitude de mesure, outil essentiel à l'analyse critique des résultats obtenus par l'expérience, occupe dans ce programme une position de premier plan ; elle est mobilisée de façon transversale dans tous les domaines scientifiques abordés.

Tout au long du programme, des problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale sont identifiées **en gras**. Elles doivent être abordées lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont privilégiées, mais elles peuvent également donner lieu à des expériences de cours analysées et exploitées de manière collective. Certaines de ces problématiques expérimentales peuvent être abordées en un temps assez court : l'enseignant peut en regrouper plusieurs en une séance de travaux pratiques.

L'introduction explicite de capacités numériques dans le programme a pour but de mobiliser les compétences des étudiants en programmation au service des apprentissages de physique-chimie. Le but n'est pas de renforcer ces compétences pour elles-mêmes, mais de favoriser une meilleure compréhension des notions rencontrées en cours de physique tout en fournissant un moyen d'aborder par la simulation certaines modélisations qui ne se prêtent pas à un calcul analytique.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il est organisé en trois parties :

1. Dans la première partie sont décrites les **compétences de la démarche scientifique** développées dans les enseignements de physique. Ces compétences et les capacités associées sont travaillées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année.
2. La partie **« formation expérimentale »** aborde les notions relatives aux incertitudes de mesure et énonce les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Les activités expérimentales doivent s'appuyer sur des problématiques concrètes, parmi lesquelles figurent celles qui sont identifiées **en gras** dans la partie thématique du programme.
3. La troisième partie précise pour chaque thématique abordée les attendus de formation en termes de connaissances et de capacités relativement aux contenus disciplinaires. Elle est organisée par semestres mais l'ordre de présentation des contenus de chaque semestre est entièrement laissé au choix de l'enseignant. Elle est présentée en tableaux : aux « notions et contenus » de la première colonne correspondent les « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci précise les contours des situations dans lesquelles l'étudiant doit savoir mettre en œuvre les notions qu'il a étudiées.

Au-delà des contenus précisés dans les trois parties de ce programme, le professeur doit veiller à renforcer l'autonomie, la créativité et l'esprit critique des étudiants. Ceux-ci doivent être régulièrement mis en activité et associés à la construction de leurs savoirs ; ils doivent aussi être fréquemment placé en situation de réflexion autonome.

La pratique expérimentale, la résolution régulière d'exercices à prise d'initiative (résolutions de problèmes) et l'analyse de documents scientifiques par les étudiants contribuent à ces objectifs tout en renforçant la bonne compréhension de ce qu'est la démarche scientifique par les étudiants.

Le professeur met en contexte son enseignement sur des exemples et des exercices concrets, faisant une large place aux objets technologiques courants ou innovants, aux phénomènes naturels, et aux défis auxquels notre monde est aujourd'hui confronté, dans le domaine climatique ou dans le domaine énergétique.

Il importe que les enseignements de physique, de sciences industrielles et de mathématiques soient mis en cohérence, avec des progressions concertées. Dans cet esprit, ce programme précise en annexe les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en ATS.

Partie 1. – Compétences de la démarche scientifique

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	– Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec la situation étudiée. – Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.). – Enoncer ou dégager une problématique scientifique. – Représenter la situation par un schéma modèle. – Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole. – Relier le problème à une situation modèle connue. – Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie.
Analyser/ Raisonner	– Formuler des hypothèses. – Décomposer un problème en plusieurs problèmes plus simples. – Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. Choisir, concevoir, justifier un protocole, un dispositif expérimental, un modèle ou des lois physiques. – Evaluer des ordres de grandeur. – Identifier les idées essentielles d'un document et leurs articulations. – Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments d'un ou de documents.
Réaliser	– Mettre en œuvre les étapes d'une démarche, un protocole, un modèle. – Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau, d'un schéma, d'une photo. – Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure. – Utiliser le matériel et les produits de manière adaptée en respectant des règles de sécurité. – Effectuer des représentations graphiques à partir de données. – Mener des calculs analytiques ou à l'aide d'un langage de programmation, effectuer des applications numériques. – Conduire une analyse de l'homogénéité d'une relation.
Valider	– Exploiter des observations, des mesures en estimant les incertitudes. – Confronter les résultats d'un modèle à des résultats expérimentaux, à des données figurant dans un document, à ses connaissances. – Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. – Analyser les résultats de manière critique. – Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). – Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.

Communiquer	– A l'écrit comme à l'oral :
	  – présenter les étapes de sa démarche de manière synthétique, organisée et cohérente.
	  – rédiger une synthèse, une analyse, une argumentation.
	  – utiliser un vocabulaire scientifique précis et choisir des modes de représentation adaptés (schémas, graphes, cartes mentales, etc.).
	– Ecouter, confronter son point de vue.

L'ensemble des activités proposées dans le cours de physique en classe ATS – activités expérimentales, résolutions de problèmes, devoirs, etc. – permet de travailler les compétences de la démarche scientifique qui figurent dans le tableau ci-dessus. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences. L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces dernières lors d'une activité.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit d'activité expérimentale ou la résolution d'une question scientifique posée en problème constitue un objectif important de la formation. L'expression orale des étudiants doit être régulièrement travaillée, par exemple lors des interrogations orales, à l'occasion d'échanges oraux menés en cours, ou encore en travaux pratiques lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale. Il s'agit notamment de préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur.

La compétence « **Etre autonome, faire preuve d'initiative** », ne figure pas explicitement dans le tableau car elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions à prise d'initiative est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

L'ensemble de ces compétences doit être régulièrement mobilisé par les étudiants et évalué en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

Partie 2. – Formation expérimentale

Mesures et incertitudes

La formation aux incertitudes de mesure s'attache ici à éviter tout formalisme mathématique complexe. Il s'agit d'habituer les étudiants à prendre en compte la variabilité des mesures pour répondre de façon critique et argumentée à une question associée à un enjeu : test d'une loi, mesure de conformité à un cahier des charges, etc.

La maîtrise des notions et capacités identifiées ci-dessous est un objectif de fin d'année scolaire. Elles n'ont pas vocation à constituer un chapitre à part dans la progression suivie par l'enseignant mais doivent être travaillées de façon régulière tout au long de l'année.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Incertitudes-types composées.	Utiliser une relation fournie permettant de calculer une incertitude-type pour une grandeur composée. Identifier le poids relatif des contributions des différentes variables dans cette incertitude-type. **Capacité numérique :** simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
Chiffres significatifs.	Ecrire le résultat d'une mesure ou d'un calcul avec un nombre adapté de chiffres significatifs.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues en utilisant leur écart normalisé.
Régression linéaire.	A l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, déterminer les valeurs des paramètres d'un modèle reproduisant au mieux des résultats expérimentaux. Analyser les résultats obtenus à l'aide d'une procédure de validation : analyse graphique intégrant les barres d'incertitude ou analyse des écarts normalisés. **Capacité numérique :** simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle (simulation Monte-Carlo).

L'accent est mis sur la variabilité de la mesure d'une grandeur physique et sa caractérisation à l'aide de l'incertitude-type. La comparaison entre deux valeurs mesurées d'une même grandeur physique est conduite au moyen de l'écart normalisé, l'objectif principal étant de développer l'esprit critique des étudiants en s'appuyant sur un critère quantitatif. Le même esprit prévaut dans l'analyse des résultats d'une régression linéaire qui ne saurait s'appuyer seulement sur une exploitation non raisonnée du coefficient de corrélation (R^2).

Le recours à la simulation vise à illustrer, sur la base de mesures expérimentales, différents effets de la variabilité de la mesure d'une grandeur physique dans les cas des incertitudes-types composées et de la régression linéaire.

Capacités expérimentales exigibles

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés **en gras** dans le corps du programme – peuvent servir à définir. Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaines, le premier étant par nature transversal. Cette présentation ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine.

Les capacités expérimentales présentées peuvent faire l'objet de questions dans une épreuve écrite.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Mesures de temps et de fréquences Fréquence, période ou temps de réponse : mesure à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition.	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. Reconnaître une avance ou un retard entre deux signaux.
Mécanique Visualiser et décomposer un mouvement. Mesurer une vitesse, une accélération. Mesurer une force.	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, afin d'en déduire la vitesse et l'accélération. Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre. Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
Thermodynamique et mécanique des fluides Mesurer une pression. Mesurer une température. Effectuer des bilans d'énergie par calorimétrie. Tracer un cycle thermodynamique récepteur ou moteur d'une machine réelle. Mesurer une vitesse d'écoulement.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu. Mettre en œuvre un capteur de température. Mettre en œuvre une technique de calorimétrie. Mettre en œuvre une machine thermique de type pompe à chaleur ou moteur de Stirling par exemple. Mettre en œuvre une sonde Pitot.
Transferts thermiques	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique, le protocole étant donné. Utiliser une caméra infrarouge.
Electricité et électromagnétisme Mesurer une tension : – mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : – mesure directe à l'ampèremètre numérique ;	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : – identifier la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et prendre en compte ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; – définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.). Mettre en œuvre un montage électrique permettant d'apprécier l'énergie reçue par un composant.

mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer un champ magnétique.	 Mettre en œuvre une sonde à effet Hall.
Ondes Mesure d'une célérité.	Mesurer la célérité d'une onde par diverses méthodes : études d'ondes progressives en propagation libre, études d'ondes stationnaires.

Partie 3. – Formation disciplinaire

Premier semestre

A. – Mouvement et interactions

Le thème mouvement et interactions s'appuie à la fois sur une utilisation raisonnée des lois de Newton et des notions énergétiques associées. Les situations étudiées restent simples : mouvements rectilignes ou, dans le cas d'un champ de force uniforme, mouvements plans. Les mouvements circulaires sont uniquement abordés par une approche énergétique. Le calcul de la force à partir de l'énergie potentielle est présenté dans le seul cas d'un mouvement rectiligne.

Les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques sont présentés comme des paramètres de repérage d'un point. Les vecteurs vitesse et accélération sont seulement étudiés en coordonnées cartésiennes.

Les oscillations harmoniques unidimensionnelles libres, amorties ou non, sont abordées selon le double point de vue des équations horaires du mouvement et de l'énergie mécanique. Cette partie mobilise les acquis développés en mathématiques dans le domaine des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Caractérisation du mouvement d'un point matériel	
Espace et temps classiques. Système de coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Bases locales.	Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées. Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.
Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point matériel. Vecteurs position, vitesse et accélération. Mouvement à vecteur accélération constant.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes. Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Etablir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire. Vitesse angulaire.	Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire.
2. Lois de Newton	
Notion de force.	Déterminer les caractéristiques d'une force d'expression donnée. Etablir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Citer quelques exemples des référentiels d'étude usuels pouvant être considérés comme galiléens.
Principe des actions réciproques.	Exploiter le principe des actions réciproques.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel.	Enoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique : – dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel ; – dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.
Mouvement de chute libre sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.
Mouvement vertical dans le champ de pesanteur uniforme en présence de frottement fluide.	Etablir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse dans le cas d'une force de frottement proportionnelle à la vitesse. Déterminer la vitesse limite. Identifier et interpréter le temps caractéristique d'évolution. Déterminer, si elle existe, la vitesse limite dans un cas où la force de frottement n'est pas proportionnelle à celle de la vitesse. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.**
3. Energie mécanique	
Travail et puissance d'une force.	Calculer le travail d'une force constante lors d'un déplacement. Reconnaître des situations où le travail d'une force est nul, strictement positif ou strictement négatif.
Energie cinétique, théorème de l'énergie cinétique.	Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer des paramètres du mouvement d'un point matériel.

Interactions conservatives. Energie potentielle.	Déterminer le travail d'une force conservative à partir de la variation d'énergie potentielle associée. Etablir l'expression de la force associée à une énergie potentielle de forme connue dans le cas d'un mouvement rectiligne. Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Energie mécanique. Conservation de l'énergie mécanique.	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Dans une situation à un degré de liberté, exploiter l'expression analytique de l'énergie potentielle ou une représentation graphique de celle-ci pour déterminer des caractéristiques du mouvement d'un point matériel, son énergie mécanique étant connue.
Théorème de la puissance mécanique.	Enoncer et exploiter le théorème de la puissance mécanique en présence de forces non conservatives.
4. Equilibre et stabilité d'un point matériel	
Equilibre d'un point matériel. Stabilité.	Démontrer et exploiter la condition d'équilibre d'un point matériel dans un référentiel galiléen. Analyser qualitativement la stabilité d'une position d'équilibre en considérant un petit déplacement au voisinage de celle-ci.
Equilibre dans un champ de force conservatif.	A partir d'un graphe ou d'une expression analytique de l'énergie potentielle déterminer les éventuelles positions d'équilibre d'un point matériel et leur stabilité dans un mouvement à un degré de liberté.
5. Oscillations libres au voisinage d'une position d'équilibre stable	
Oscillations non amorties au voisinage d'une position d'équilibre.	Expliquer qualitativement l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable dans le cas d'une particule soumise à une force conservative dans un mouvement à un degré de liberté. Déterminer des caractéristiques du mouvement connaissant l'énergie mécanique du système.
Oscillateur harmonique non amorti. Energie potentielle. Equation d'évolution ; solutions générales. Période et pulsation propres des oscillations. Interprétation énergétique des oscillations harmoniques non amorties.	Etablir et exploiter l'équation d'évolution d'un oscillateur harmonique non amorti à un degré de liberté. Résoudre cette équation connaissant les conditions initiales du mouvement. Exprimer l'énergie mécanique d'un oscillateur en fonction de l'amplitude des oscillations. Représenter les variations en fonction du temps des énergies potentielle, cinétique et mécanique d'un oscillateur harmonique non amorti.
Oscillateur harmonique amorti. Régimes d'évolution libre (apériodique, critique et pseudopériodique). Facteur de qualité. Temps caractéristiques d'évolution.	Etablir l'équation différentielle du mouvement d'un système masse-ressort en présence d'une force de frottement dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse. Ecrire l'équation différentielle en faisant apparaitre la pulsation propre et le facteur de qualité. Résoudre et interpréter les solutions de cette équation différentielle. Identifier le régime d'évolution à partir de représentations graphiques des variations de la position ou de la vitesse au cours du temps. Dans le cas d'un régime pseudopériodique, identifier un temps caractéristique d'amortissement et un temps caractéristique d'oscillation. Relier qualitativement le facteur de qualité au nombre d'oscillations visibles. **Etudier expérimentalement les différents régimes d'oscillation d'un oscillateur harmonique mécanique amorti. Déterminer les paramètres caractéristiques de cet oscillateur : pulsation propre et facteur de qualité.**

B. – **Energie – conversion et transferts**

Le thème énergie, conversion et transferts propose une approche macroscopique des principes de la thermodynamique et de leurs exploitations dans les machines thermiques. Les grandeurs thermodynamiques fondamentales : énergie interne, enthalpie et entropie sont présentées. L'accent est mis sur la **réalisation de bilans** des grandeurs énergétiques connaissant les transferts mis en jeu, sous forme de travail ou de transfert thermique. Ces bilans s'appliquent à des systèmes dont la définition méticuleuse fait partie des compétences à développer chez les étudiants. Dans tous les cas, ce sont les conséquences pratiques de ces bilans qui sont étudiées : rendement ou coefficient de performance d'une machine thermique évaluée au regard du théorème de Carnot, puissance thermique reçue dans un échangeur, quantité de combustible consommé…

La technicité mathématique est réduite à son minimum ; l'expression de l'entropie d'un système est donnée et admise. Les systèmes réels sont modélisés par des gaz parfaits idéaux ou des phases condensées incompressibles et indilatables, seuls modèles exigibles des étudiants. Les bilans de matière réalisés pour des transformations chimiques ou nucléaires sont effectués à partir d'équations de réactions fournies et ajustées.

L'enthalpie est introduite pour simplifier l'analyse des transformations monobares, au cours desquelles le système est en contact avec un réservoir de pression, avec lequel il est en équilibre mécanique au début et à la fin de la transformation.

L'étude des machines cycliques dithermes s'appuyant sur des systèmes idéalisés constitue le socle indispensable à l'apprentissage des concepts de base de la thermodynamique industrielle. Les machines thermiques mettant en jeu un fluide en écoulement sont abordées à l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert présentant une entrée et une sortie. Les exemples étudiés sont l'occasion d'analyser les éléments constitutifs de ce type de machines : détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc.

Les exercices s'articulent autour de transformations idéalisées ou bien décrites par des tableaux de données ou des graphiques. L'outil numérique peut être mobilisé en l'absence d'expressions analytiques disponibles ; des logiciels de simulation peuvent aussi être utilisés pour affiner les modèles ou étudier les effets des différents paramètres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6. Structure de la matière et transformations physiques, chimiques ou nucléaires	
Noyau atomique, isotopes.	Déterminer la composition d'un noyau $^{A}_{Z}X$ Reconnaître deux noyaux isotopes d'un même élément.
Entité chimique.	Utiliser le terme adapté parmi molécule, atome, anion et cation pour nommer une entité chimique à partir d'une formule chimique.
Quantité de matière. Masse molaire d'une entité.	Déterminer la quantité de matière d'une entité dans une masse donnée, et inversement, sa masse molaire étant fournie.
Système thermodynamique, état d'équilibre thermodynamique et paramètres d'état. Paramètres extensifs et intensifs. Grandeurs molaires et massiques.	Identifier un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un système à l'état d'équilibre thermodynamique. Distinguer un système ouvert d'un système fermé. Connaissant la masse molaire, calculer une grandeur molaire à partir d'une grandeur massique et vice-versa.
Equation d'état. Modèle du gaz parfait. Modèle de la phase condensée, incompressible et indilatable.	Définir et caractériser les différents états de la matière. Exploiter l'équation d'état du gaz parfait. Déterminer la masse volumique d'un gaz parfait en fonction de la température, de la pression et de sa masse molaire. Déterminer le volume molaire d'un système en phase condensée à partir de sa masse volumique et de sa masse molaire.
Transformation physique, transformation chimique et transformation nucléaire.	Identifier une transformation physique, une transformation chimique ou une transformation nucléaire à partir d'un bilan fourni. Caractériser les transformations isothermes, isobares, monobares et isochores.
Transformation chimique. Modélisation macroscopique d'une transformation par une équation de réaction chimique.	Exploiter une équation de réaction chimique ajustée fournie pour réaliser un bilan de matière. Identifier le ou les réactifs limitants d'un système réactionnel.
7. Bilan d'énergie d'une transformation	
Travail et transfert thermique reçu par un système. Système isolé mécaniquement. Système isolé thermiquement. Travail des forces de pression.	Calculer le travail des forces de pression reçu par un système au cours de transformations mécaniquement réversibles de nature monobare ou de nature isochore. Dans le cas d'un gaz parfait, déterminer le travail reçu au cours d'une transformation isotherme réversible. Interpréter géométriquement la valeur et le signe du travail des forces de pression dans un diagramme de Watt (P, V), dans le cas de transformations isobares, isochores et isothermes.
Transfert thermique. Puissance thermique. Paroi adiabatique.	Décrire qualitativement les modes de transfert thermique par conduction, convection et rayonnement. Déterminer le signe du transfert thermique connaissant les températures du système et de son environnement. Interpréter le cas où le système et son environnement sont à la même température.
Premier principe de la thermodynamique. Energie interne U d'un système.	Expliquer en quoi le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation. Expliciter le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé en tenant compte de l'énergie cinétique macroscopique et de l'énergie potentielle d'interaction avec l'extérieur. Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.
Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait ou d'une phase condensée considérée indilatable et incompressible.	Déterminer la variation d'énergie interne d'un système assimilé à un gaz parfait ou à une phase condensée incompressible et indilatable en fonction de la variation de température pour une capacité thermique à volume constant indépendante de la température.
8. Bilan enthalpique	
Enthalpie H d'un système monophasé. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie d'un système. Déterminer la variation d'enthalpie d'un système assimilé à un gaz parfait ou à une phase condensée incompressible et indilatable en fonction de la variation de température pour une capacité thermique à pression constante indépendante de la température. Exprimer le premier principe sous la forme d'un bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare. Exploiter l'extensivité de l'enthalpie. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une capacité thermique.**
Changement d'état d'un corps pur. Diagramme (P, T) d'un corps pur.	Utiliser le vocabulaire des changements d'états. Exploiter un diagramme d'état (P, T) fourni.

Diagramme de Clapeyron (P, v) d'un système diphasé liquide-vapeur. Théorème des moments.	Exploiter les isothermes d'Andrews. Reconnaître et interpréter les courbes de rosée et d'ébullition. Identifier le point critique. Exploiter le théorème des moments pour déterminer la composition d'un système diphasé.
Enthalpie de changement d'état d'un corps pur.	Déterminer le transfert thermique reçu par un corps pur lors d'un changement d'état à pression constante. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une enthalpie de fusion**.
Réactions de combustion. Combustible. Comburant. Pouvoirs calorifiques inférieur et supérieur d'un combustible.	Déterminer le transfert thermique reçu par un système réactionnel lors d'une combustion complète réalisée à température et pression constantes, à partir du pouvoir calorifique adapté et des paramètres du système. Déterminer la masse de CO_2 produite lors du dégagement d'une énergie donnée par combustion complète d'un hydrocarbure, les données nécessaires étant fournies.
9. Deuxième principe de la thermodynamique	
Fonction d'état entropie, caractère extensif.	Déterminer une variation d'entropie pour une transformation, les entropies des systèmes en présence (gaz parfait ou phase condensée) étant fournies. Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Thermostat.	Identifier des situations où un système peut être modélisé par un thermostat.
Entropie échangée avec un ou plusieurs thermostats.	Relier l'entropie échangée par un système avec un thermostat au transfert thermique reçu par le système et à la température du thermostat.
Deuxième principe de la thermodynamique. Transformations réversibles et irréversibles. Entropie créée.	Enoncer le deuxième principe de la thermodynamique. Justifier que le deuxième principe de la thermodynamique est un principe d'évolution. Identifier des causes d'irréversibilité dans une transformation. Exploiter le fait qu'une transformation adiabatique et réversible est isentropique.
Lois de Laplace.	L'entropie molaire d'un gaz parfait étant fournie, établir une loi de Laplace exprimée en fonction des variables (P, V), (P, T) ou (T, V) et faisant apparaître le rapport γ des capacités thermiques à pression et volume constants. Exploiter les lois de Laplace dans le cas des transformations isentropiques de gaz parfaits.
10. Machines cycliques dithermes en système fermé	
Représentation schématique des machines cycliques dithermes. Cas des moteurs, pompes à chaleur et machines frigorifiques.	Prévoir les signes des transferts d'énergie en fonction de l'application recherchée. Exprimer le rendement d'un moteur. Exprimer le coefficient de performance (CoP) (ou efficacité) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
Inégalité de Clausius pour les machines cycliques dithermes. Théorème de Carnot.	Déterminer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) maximum des machines cycliques dithermes. Exploiter le théorème de Carnot pour juger de la performance d'une machine thermique.
Diagramme de Watt (P, V) et diagramme entropique (T, S).	Donner une interprétation énergétique de l'aire des cycles et de leur sens de parcours dans les diagrammes (P, V) et (T, S) pour un cycle réversible. Tracer l'allure d'un cycle de Carnot d'un gaz parfait dans un diagramme de Watt et un diagramme entropique. **Capacité numérique :** à l'aide d'un langage de programmation, tracer le cycle d'un moteur dans un diagramme de Watt ou dans un diagramme entropique. Déterminer le travail fourni et le rendement.
Modélisation d'un moteur réel à pistons : exemples du moteur à combustion interne et du moteur diesel.	Associer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) d'un moteur à piston aux différentes transformations du cycle moteur.
Puissance d'un moteur, consommation d'énergie.	Déterminer la puissance d'un moteur et la puissance thermique nécessaire à son fonctionnement connaissant les caractéristiques d'un cycle. Déterminer la consommation d'énergie nécessaire pour qu'un moteur fournisse un travail donné.
11. Machines thermiques en système ouvert	
Premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert en régime stationnaire. Travail indiqué massique.	Citer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert en régime stationnaire, par unité de masse et/ou par unité de temps, en tenant compte des variations massiques d'enthalpie, d'énergie potentielle et d'énergie cinétique. Appliquer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert en régime stationnaire à une machine thermique avec écoulement de fluide en précisant le système ouvert considéré. Expliquer le rôle d'un compresseur, d'une pompe, d'un condenseur, d'un évaporateur et d'un détendeur. Associer ces organes à des transformations du cycle thermodynamique mis en œuvre dans une machine. Démontrer le caractère isenthalpique de la transformation subie par un fluide dans un détendeur adiabatique.
Système diphasé liquide-vapeur.	Représenter un cycle de transformations dans un diagramme entropique (T, s) et enthalpique (P, h) (entropies et enthalpies par unité de masse). Exploiter les diagrammes (T, s) et/ou (P, h) pour déterminer les échanges énergétiques se produisant lors d'un cycle.

C. – Electrocinétique – Régimes sinusoïdaux

Cette partie est l'occasion de revoir les lois élémentaires des circuits et de les généraliser au cas des régimes quasi stationnaires. Les régimes transitoires de circuits linéaires simples du premier et du deuxième ordre sont étudiés ; les relations de continuité des différentes grandeurs sont admises. L'étude des dipôles linéaires en régime sinusoïdal établi introduit la représentation complexe des signaux sinusoïdaux et la notion d'impédance complexe d'un dipôle électrique. Les aspects énergétiques des régimes sinusoïdaux et leurs conséquences sur le transport de l'énergie électrique sont soulignés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
12. Circuits électriques dans l'approximation quasi stationnaire	
Approximation quasi stationnaire.	Le critère de validité de l'approche quasi stationnaire est énoncé sans démonstration.
Lois des nœuds, lois des mailles. Puissance électrique reçue ou fournie par un dipôle.	Utiliser les lois des nœuds et des mailles. Citer et utiliser les conventions récepteur et générateur. Citer des ordres de grandeur des intensités, des tensions et des puissances mises en jeu dans différents domaines d'applications.
Point de fonctionnement d'un circuit.	Exploiter les caractéristiques courant-tension des dipôles pour déterminer le point de fonctionnement d'un circuit en régime indépendant du temps.
Dipôles linéaires. Résistances, condensateurs, bobines. Associations de dipôles.	En régime dépendant du temps, énoncer la relation entre l'intensité du courant et la tension pour une résistance, un condensateur ou une bobine. Remplacer une association en série ou en parallèle de deux dipôles de même nature par un dipôle équivalent.
Modélisation d'une source d'énergie électrique réelle. Capacité électrique d'une pile.	Modéliser une source d'énergie électrique comme l'association d'une source de tension idéale et d'une résistance. Relier l'intensité du courant électrique débité par la pile à la capacité électrique de la pile et à la durée d'utilisation. Déterminer l'énergie stockée par une pile, connaissant sa capacité électrique et sa tension.
13. Circuits linéaires en régime transitoire	
Charge et décharge d'un condensateur dans un circuit RC série. Temps caractéristique.	Etablir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge par une source idéale de tension et dans le cas de sa décharge. Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire dans un circuit RC série. **Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit RC série et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux résultats d'un modèle.**
Energie stockée par un condensateur.	Démontrer l'expression de l'énergie stockée par un condensateur en fonction de sa charge ou de la tension entre ses bornes. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.**
Etablissement et rupture du courant dans un circuit RL série. Temps caractéristique.	Etablir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'une bobine dans le cas de l'établissement et de la rupture du courant. Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire dans un circuit RL série. **Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.**
Energie stockée par une bobine.	Démontrer l'expression de l'énergie stockée dans une bobine d'inductance connue. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par une bobine.**
Circuit RLC série en régime dépendant du temps. Analogie mécanique.	Etablir et résoudre l'équation d'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge ou de sa décharge, dans les différents régimes possibles. Ecrire l'équation différentielle en faisant apparaitre la pulsation propre et le facteur de qualité. Décrire et exploiter les analogies avec l'oscillateur harmonique mécanique amorti. Identifier les paramètres et grandeurs analogues.
14. Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi	
Signal sinusoïdal. Pulsation et fréquence. Amplitude, phase. Représentation complexe d'un signal sinusoïdal	Passer de la représentation complexe d'un signal au signal réel et réciproquement (convention $e^{j\omega t}$).
Impédances complexes, association de deux impédances. Impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.	Etablir l'expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Puissance moyenne reçue par un dipôle linéaire en régime sinusoïdal établi. Tension efficace. Intensité efficace. Facteur de puissance.	Etablir et exploiter l'expression de la puissance moyenne reçue par un dipôle en fonction de la tension efficace, de l'intensité efficace et du facteur de puissance. Relier le facteur de puissance à l'impédance complexe.
Transport d'énergie électrique.	Justifier l'emploi de lignes à haute tension pour le transport d'énergie électrique. Analyser l'influence du facteur de puissance d'une installation sur les pertes d'énergie par effet Joule dans les lignes de transport.
Circuit RLC série en régime sinusoïdal établi. Résonance de courant. Facteur de qualité.	Etablir l'expression de l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance, de la bobine ou du condensateur en fonction de la fréquence en utilisant la notion d'impédance complexe. Tracer la courbe donnant l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance en fonction de la fréquence. Relier l'amplitude et la largeur (à $1/\sqrt{2}$) du pic de résonance en courant au facteur de qualité et à la pulsation propre du circuit. Mettre en évidence le phénomène de résonance de courant dans un circuit RLC série et estimer la valeur du facteur de qualité.

Second semestre

D. – **Etude des fluides au repos ou en écoulement**

Cette partie présente quelques propriétés des fluides au repos ou en mouvement dans une approche essentiellement tournée vers la pratique et la réalisation de bilans.

La relation fondamentale de l'hydrostatique fournit l'occasion d'introduire l'opérateur gradient, mais sa démonstration n'est exigible que dans le cas d'une variation unidimensionnelle de la pression. Des applications sont présentées.

La description du mouvement d'un fluide s'appuie sur le champ des vitesses, dans une approche eulérienne. L'évaluation des débits massiques et volumiques permet d'introduire la notion de flux et d'établir l'équation locale de la conservation de la masse. L'opérateur divergence est défini par son expression en coordonnées cartésiennes.

L'écoulement parfait est défini comme étant exempt de toute dissipation énergétique et d'échange thermique interne et externe. La démonstration et le domaine d'application de la relation de Bernoulli sont connus des étudiants. La notion de perte de charge permet d'étudier des conséquences concrètes de la dissipation d'énergie dans les écoulements réels.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Description d'un fluide statique	
Echelle mésoscopique.	Citer des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Champ de pression dans un fluide. Force de pression.	Citer des ordres de grandeur de valeurs de pression dans des situations usuelles. Calculer la force de pression s'exerçant sur une surface, la pression étant uniforme.
Forces volumiques associées à un champ de pression non uniforme. Opérateur gradient.	Démontrer l'expression de la résultante des forces de pression s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide dans le cas d'une variation unidirectionnelle de la pression. Généraliser sans démonstration pour une situation quelconque en utilisant l'opérateur gradient. Exploiter l'expression générale admise de la force volumique associée aux forces de pression, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie.
Relation de la statique des fluides.	Enoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur, supposée uniforme.
Pression dans un fluide incompressible. Pression dans une atmosphère isotherme.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible. Citer une application pratique. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'une atmosphère isotherme assimilée à un gaz parfait. **Capacité numérique :** mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler l'évolution de la pression pour une atmosphère non isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède. Citer et exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.
2. Description d'un fluide en écoulement	
Champ des vitesses. Ecoulement stationnaire. Ligne de courant, tube de courant.	Décrire les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs locales pertinentes. Représenter les lignes de courant d'un champ de vitesses uniforme et stationnaire. Analyser des vidéos, des simulations ou des cartographies d'écoulement.
Bilans de masse et de volume. Débit volumique et débit massique.	Réaliser un bilan de masse ou de volume sur une portion de fluide, les débits étant connus. Montrer que dans un écoulement stationnaire, le débit massique se conserve le long d'un tube de courant ; exploiter cette propriété. Montrer que dans un écoulement de fluide incompressible, le débit volumique se conserve le long d'un tube de courant ; exploiter cette propriété.
Flux d'un champ de vecteurs. Vecteur densité de courant de masse.	Exprimer les débits volumique et massique pour un écoulement unidirectionnel uniforme. Calculer le débit volumique du fluide à travers une surface quelconque à l'aide du flux du vecteur vitesse, considéré comme uniforme. Calculer le débit massique du fluide à travers une surface quelconque à l'aide du flux du vecteur densité courant de masse, considéré comme uniforme.
Conservation du débit volumique dans un écoulement de fluide incompressible.	Exploiter qualitativement la topographie des lignes de courant pour prévoir les variations de la norme du vecteur vitesse le long des tubes de courant.
Equation locale de conservation de la masse dans un fluide en écoulement unidirectionnel. Opérateur divergence.	Démontrer l'équation locale de conservation de la masse dans un écoulement de fluide unidirectionnel. Généraliser au cas tridimensionnel. Exploiter l'expression fournie de l'opérateur divergence. Montrer que la divergence du champ des vitesses d'un fluide incompressible est nulle en tout point.
3. Aspect énergétique de l'écoulement d'un fluide en régime stationnaire	
Relation de Bernoulli.	Caractériser un écoulement parfait.

	Etablir et exploiter la relation de Bernoulli à partir du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert pour un écoulement parfait, incompressible et stationnaire entre deux points situés sur une même ligne de courant.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique lors de l'écoulement.
Transport de fluide dans une conduite.	Exploiter le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert pour effectuer un bilan de puissance dans une conduite pouvant contenir une pompe ou une turbine.

E. – **Transferts thermiques**

Les trois modes de transferts thermiques sont abordés de façon phénoménologique. Toutes les situations étudiées sont stationnaires ou quasi stationnaires : la notion de résistance thermique peut être exploitée même si les températures des corps en présence évoluent avec le temps. L'équation de la diffusion thermique est hors programme.

Les analogies avec l'électricité sont développées et utilisées. L'effet de serre est présenté dans le modèle le plus simple ; son rôle dans l'évolution du climat terrestre est souligné.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Transfert d'énergie thermique	
Puissance thermique. Vecteur densité de flux thermique.	Interpréter la puissance thermique comme un débit d'énergie. Relier la puissance thermique traversant une surface au flux du vecteur densité de flux thermique à travers celle-ci.
Loi de Fourier.	Relier l'existence d'un flux thermique à la non-uniformité de la température. Interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique pour certains matériaux, notamment dans le domaine de l'habitat.
Température dans un conducteur thermique en régime stationnaire. Résistance thermique.	En régime stationnaire, déterminer le profil de température pour un transfert thermique unidirectionnel. Etablir l'expression de la résistance thermique dans le cas d'un conducteur thermique siège d'un transfert thermique unidirectionnel. Calculer la puissance thermique échangée entre deux systèmes de températures connues reliés par une résistance thermique.
Bilan d'énergie en régime quasi-stationnaire.	Déterminer la variation en fonction du temps de la température d'un système relié à un thermostat par une résistance thermique donnée.
Analogie électrique. Lois d'association des résistances thermiques.	Exploiter l'analogie électrique entre la conduction thermique et la conduction électrique pour déterminer les températures et flux thermiques au sein d'un système mettant en jeu plusieurs résistances thermiques.
Transfert thermique conducto-convectif pariétal. Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie. Déterminer la résistance thermique associée au transfert conducto-convectif pariétal.
Transfert thermique par rayonnement. Corps noir. Approche descriptive du rayonnement du corps noir. Loi de Wien, loi de Stefan.	Exploiter les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan. Réaliser un bilan d'énergie pour un corps noir en tenant compte des transferts thermiques reçus et émis par rayonnement.
Effet de serre. Albédo.	Analyser quantitativement l'effet de serre en s'appuyant sur un bilan énergétique dans le cadre d'un modèle à une couche. Expliquer qualitativement l'influence de l'effet de serre atmosphérique et de l'albédo sur le climat terrestre.

F. – **Electromagnétisme : champs statiques et quasi statiques**

Cette partie aborde l'électrostatique, la magnétostatique et les phénomènes d'induction, décrits dans l'approximation quasi stationnaire. Les équations de Maxwell locales ne sont pas utilisées : les théorèmes de Gauss, d'Ampère, la loi de Faraday et la loi de conservation du flux du champ magnétique sont seulement abordés sous leur forme intégrale. L'exploitation des théorèmes de Stokes et de Green-Ostogradski est hors programme.

Les champs électrostatiques et magnétostatiques sont explicitement déterminés dans des situations présentant une symétrie élevée. Au-delà des calculs de champs exigibles du programme, il est possible de poser des exercices portant sur d'autres situations hautement symétriques où les choix des éléments d'intégration s'imposent (surfaces d'application du théorème de Gauss, ou contours d'intégration du théorème d'Ampère). En dehors de ces situations, les expressions des champs sont admises. Les systèmes mettant en jeu des courants surfaciques sont hors programme.

La conduction électrique est présentée de façon phénoménologique ; le modèle de Drüde n'est pas exigible. L'équation locale de conservation de la charge est seulement démontrée dans une situation unidimensionnelle.

L'étude de l'induction repose sur la loi de Faraday qui se prête à une introduction expérimentale et qui peut constituer un exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue que l'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où l'on se place.

Le couplage électromécanique est étudié dans le seul cas du dispositif des rails de Laplace.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Electrostatique du vide	
Charge électrique, conservation de la charge.	Exploiter le principe de conservation de la charge électrique.
Loi de Coulomb, champ électrostatique. Lignes de champ.	Exprimer le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. Exploiter une carte de lignes de champ électrostatique fournie.
Distributions continues de charges volumique, surfacique, linéique. Principe de superposition.	Choisir une modélisation adaptée à la géométrie du problème étudié. Identifier des situations où la distribution de charge peut être modélisée par une distribution infinie. Evaluer la charge totale d'une distribution continue et uniforme dans des situations de géométrie simple.
Champ électrostatique créé par une distribution statique de charges. Relations entre les symétries et invariances des distributions de charges et celles du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie éventuels d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter ces symétries et invariances pour caractériser le champ électrostatique créé et prévoir la topographie des lignes de champ.
Circulation du champ électrostatique. Potentiel électrostatique.	Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrostatique. Relier le champ électrostatique au potentiel électrostatique. Citer le potentiel créé par une charge ponctuelle. Déterminer un champ électrostatique à partir du potentiel et réciproquement, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie.
Flux du champ électrostatique, théorème de Gauss.	Déterminer le flux du champ électrostatique dans des géométries simples. Enoncer le théorème de Gauss. Exploiter le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (distribution à symétrie sphérique, plan uniformément chargé). **Capacité numérique** : à l'aide d'un langage de programmation, tracer quelques lignes de champ pour une distribution donnée.
Conservation du flux du champ électrostatique dans le vide et conséquences topographiques.	Exploiter qualitativement la topographie des lignes de champ électrostatiques dans le vide pour prévoir les variations de la norme du champ le long des tubes de champ.
Condensateur, capacité.	Citer des situations que l'on peut modéliser par un condensateur. Etablir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. Généraliser en présence d'un diélectrique entre les armatures. Déterminer la charge d'un condensateur connaissant la tension existant à ses bornes et réciproquement.
Densité volumique d'énergie électrostatique.	Exprimer la densité volumique d'énergie électrostatique dans un condensateur plan à l'aide du champ électrostatique.
6. Conduction électrique	
Courant électrique dans un conducteur. Intensité du courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Vecteur densité de courant volumique associé au déplacement homocinétique de porteurs de charge dans un conducteur.	Interpréter l'intensité du courant électrique comme un débit de charges. Relier les conventions d'orientation de l'intensité du courant électrique au sens du mouvement des porteurs de charges. Relier l'intensité du courant au flux du vecteur densité de courant volumique. Etablir l'expression du vecteur densité volumique de courant en fonction de la vitesse et de la charge volumique des porteurs de charge.
Conservation de la charge électrique. Loi des nœuds. Equation locale de conservation de la charge électrique.	Etablir la loi des nœuds en régime stationnaire. Etablir l'équation locale de conservation de la charge en régime variable pour une situation unidimensionnelle. Enoncer sa généralisation à trois dimensions. Démontrer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire.
Loi d'Ohm locale. Conductivité électrique. Loi d'Ohm, résistance électrique.	Etablir la loi d'Ohm à partir de la loi d'Ohm locale dans une situation de conduction unidirectionnelle et exprimer la résistance électrique du conducteur considéré.
Effet Joule.	Interpréter l'effet Joule à partir d'un bilan énergétique effectué sur un conducteur ohmique en régime stationnaire.
7. Magnétostatique du vide	
Champ magnétique. Lignes de champ magnétique.	Exploiter la notion de ligne de champ magnétique. Exploiter une carte de lignes de champ magnétique fournie.
Force magnétique exercée sur une charge ponctuelle.	Exploiter l'expression de la force magnétique agissant sur une charge ponctuelle. Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Sources de champ magnétique.	Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. **Produire et mesurer des champs magnétiques.**
Force de Laplace.	Exprimer la force subie par un conducteur filiforme rectiligne parcouru par un courant en présence d'un champ magnétique extérieur uniforme.

Moment magnétique. Dipôle magnétique. Aimants.	Déterminer le vecteur moment magnétique et les pôles nord et sud associés à une boucle de courant plane. Tracer schématiquement l'allure des lignes de champs à grande distance d'un dipôle magnétique. Modéliser un aimant par un dipôle magnétique. Identifier les pôles nord et sud d'un aimant.
Action subie par un moment magnétique dans un champ magnétique uniforme.	Exploiter l'expression fournie du couple subi par un moment magnétique placé dans un champ magnétique uniforme. Utiliser une boussole pour déterminer la direction d'un champ magnétique.
Flux du champ magnétique à travers une surface fermée. Conservation du flux du champ magnétique.	Utiliser le fait que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est nul pour démontrer que le flux de ce champ est conservé le long d'un tube de champ. Exploiter qualitativement les lignes de champ magnétique pour prévoir les variations de la norme du champ le long d'un tube de champ magnétique.
Champ magnétostatique créé par une distribution stationnaire de courant. Relations entre les symétries et invariances des distributions de courant et celles du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie éventuels d'une distribution de courants et les relier aux plans d'antisymétrie et de symétrie du champ magnétostatique créé. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et invariances pour caractériser le champ magnétostatique créé et prévoir la topographie des lignes de champ. Tracer l'allure des cartes de champ magnétostatique pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue.
Circulation du champ magnétostatique. Théorème d'Ampère.	Déterminer la circulation du champ magnétostatique dans des géométries simples. Enoncer le théorème d'Ampère. Exploiter le théorème d'Ampère pour calculer un champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini de rayon nul ou fini, solénoïde « infini »).
8. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Evaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday, force électromotrice induite dans une boucle conductrice. Variation du flux magnétique à travers une boucle de courant. Sens du courant induit. Loi de modération de Lenz.	Exploiter la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation. Déterminer le sens et l'intensité du courant induit, connaissant la résistance de la boucle de courant dans différentes situations. Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
9. Circuit fixe placé dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction. Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de Lenz. Evaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.
Densité volumique d'énergie.	Exprimer la densité volumique d'énergie magnétique dans un solénoïde infini.
Couplage magnétique entre deux circuits. Induction mutuelle entre deux bobines. Courants de Foucault.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe, de grande longueur en influence totale. Ecrire les équations électriques dans un circuit mettant en jeu une inductance mutuelle. Citer des exemples d'applications des courants de Foucault. Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique.
10. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire. Couplages électromécaniques	
Phénomène d'induction dans un conducteur en translation rectiligne dans un champ magnétique stationnaire. Rails de Laplace.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés dans le cas des rails de Laplace. Etablir les équations électrique et mécanique dans un dispositif de type rails de Laplace. Etablir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique. Expliquer le principe de l'obtention d'énergie électrique à partir du phénomène d'induction. Expliquer le principe du freinage magnétique lié à l'apparition de courants de Foucault.

G. – **Ondes**

L'équation de d'Alembert unidimensionnelle est établie à partir d'une modélisation simplifiée d'un câble coaxial supposé sans pertes ; c'est sa seule démonstration exigible. Les ondes progressives sont étudiées de façon générale. Les ondes stationnaires et leurs caractéristiques sont présentées.

L'étude des ondes électromagnétiques fournit l'occasion de présenter les équations locales de Maxwell dans le vide, en présence de charges et de courants. Elles sont citées sans démonstration ; l'expression de la force de Lorentz est rappelée en tant que définition du champ électromagnétique. L'intérêt historique et conceptuel des équations de Maxwell est souligné. Les contraintes et couplages qu'elles imposent au champ électromagnétique sont analysées qualitativement. Les expressions intégrales associées ne sont pas exigibles dans le cas général.

Les ondes électromagnétiques progressives planes monochromatiques polarisées rectilignement sont étudiées en détail, y compris dans leur aspect énergétique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
11. Propagation unidimensionnelle d'un signal	
Ondes de tension et de courant dans un câble coaxial. Equation de d'Alembert unidimensionnelle.	Etablir les équations de propagation vérifiées par l'intensité du courant et la tension dans un câble coaxial sans pertes modélisé comme un milieu continu caractérisé par une inductance linéique et une capacité linéique.
Ondes progressives solutions de l'équation de d'Alembert. Retard temporel, célérité. Forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert.	Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle du signal à position fixée, et son évolution spatiale à un instant donné. Exprimer la célérité en fonction des caractéristiques d'un câble coaxial.
Vibrations transversales d'une corde tendue.	Exprimer la célérité en fonction des paramètres de la corde à partir de l'équation de propagation fournie.
Onde progressive sinusoïdale : phase, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines mécaniques et électromagnétiques et citer des applications associées. Etablir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. **Mesurer la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale**.
Ondes stationnaires. Superposition de deux ondes progressives sinusoïdales de même amplitude se propageant dans des sens opposés. Structure de l'onde résultante : nœuds et ventres.	Déterminer les positions des nœuds et des ventres d'une onde stationnaire en fonction de sa longueur d'onde.
12. Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	
Force de Lorentz. Formes locales des équations de Maxwell dans le vide.	Simplifier les équations de Maxwell, fournies et admises, dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Identifier les équations qui font apparaitre un couplage entre les champs électrique et magnétique. Identifier et interpréter qualitativement les équations qui font apparaitre un couplage entre les champs électrique ou magnétique et les distributions de charges ou de courant.
Equation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide. Cas des ondes planes.	Montrer que l'équation de propagation des champs électrique et magnétique, fournie, se ramène à une équation de d'Alembert unidimensionnelle dans le cas d'une onde plane. Exprimer la célérité des ondes électromagnétiques en fonction des constantes fondamentales.
Onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée rectilignement. Vecteur d'onde, longueur d'onde. Spectre des ondes électromagnétiques.	Démontrer la relation de dispersion de l'onde. Exploiter l'expression du champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement pour identifier la direction de propagation et la direction de polarisation. Identifier en ordre de grandeur les intervalles en fréquence ou en longueur d'onde des domaines : ondes radio, infra-rouge, visible, ultra-violets, rayons X, rayons gamma.
Caractère transverse des champs. Relation entre le champ électrique, le champ magnétique et le vecteur d'onde d'une onde plane progressive monochromatique (relation de structure).	Démontrer le caractère transverse des champs électrique et magnétique dans le cas d'une onde plane. Etablir la relation de structure dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement. Exploiter la relation de structure pour déterminer le champ électrique connaissant le champ magnétique, ou réciproquement, pour une onde plane progressive monochromatique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting. Equation locale de Poynting dans le vide. Puissance surfacique moyenne transportée par l'onde.	Exprimer la puissance rayonnée à travers une surface à l'aide du vecteur de Poynting. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Citer quelques ordres de grandeurs de puissance surfacique moyennes transportées par une onde électromagnétique (laser hélium-néon, flux solaire). Etablir l'équation locale de Poynting unidimensionnelle pour une onde plane polarisée rectilignement dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Admettre son expression la plus générale dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Par analogie avec d'autres équations locales de conservation, faire le lien avec la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide.
Conversion d'énergie électromagnétique en énergie électrique.	Décrire l'effet photovoltaïque. A partir de la caractéristique courant-tension d'une cellule photovoltaïque, déterminer les valeurs de la tension et du courant qui maximisent la puissance électrique fournie. Déterminer la valeur du rendement maximum, les données nécessaires étant fournies.

Appendice. – Outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Les expressions des opérateurs d'analyse vectorielle doivent être systématiquement rappelées, y compris dans le système de coordonnées cartésiennes.

Outils	Niveau d'exigence
1. Fonctions	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \longmapsto x^2, x \longmapsto \sqrt{x}, x \longmapsto \frac{1}{x}$
Dérivée.	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extremum.
Primitive et intégrale. Valeurs moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne d'une fonction sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$. Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples.
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log.
Développements limités.	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1 + x)^n$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
2. Equations différentielles	
Equation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants.	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter l'équation caractéristique. Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité). Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI). Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant. Obtenir analytiquement (notation complexe) le régime sinusoïdal établi dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime sinusoïdal établi. Déterminer le module des grandeurs. Mettre en évidence les notions de régime libre, régime stationnaire, régime forcé et régime transitoire.
3. Analyse vectorielle	
Gradient.	Déterminer le gradient d'un champ scalaire, l'expression du gradient étant fournie. Déterminer la circulation du gradient d'un champ scalaire entre deux points.
Divergence.	Déterminer la divergence d'un champ vectoriel, l'expression de l'opérateur divergence étant fournie.
Rotationnel.	Déterminer le rotationnel d'un champ vectoriel, son expression étant fournie.
4. Equations aux dérivées partielles	
Equation de d'Alembert.	Forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert. Solutions progressives. Solutions stationnaires. Exploiter des conditions initiales et des conditions aux limites.
5. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées.	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.

Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
6. Trigonométrie	
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t+\varphi)$.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Utiliser la partie réelle et la partie imaginaire pour calculer le module et l'argument.

ANNEXE VI

OBJECTIFS DE FORMATION ET PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

1. **Objectifs de formation**

1.1. *Finalité*

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur (SII) de la classe préparatoire ATS Génie Civil (GC) s'inscrit dans un parcours de formation initiale pour accéder au titre d'ingénieur. L'objectif de ce programme est de proposer des contenus d'enseignements qui permettent de développer progressivement les compétences nécessaires à l'intégration dans une grande école et à l'exercice des métiers d'ingénieurs. Ce programme est ambitieux quant au développement de compétences scientifiques et technologiques qui soutiennent l'expertise du futur ingénieur. Il l'est aussi pour le développement de compétences transversales nécessaires pour communiquer, travailler en équipe, exercer un sens critique et des responsabilités de manière éthique et déontologique. En cohérence avec les objectifs du cycle initial de la formation aux métiers de l'ingénierie, ce programme contribue à l'approche pédagogique par les STIM (Science, technologie, ingénierie et mathématiques).

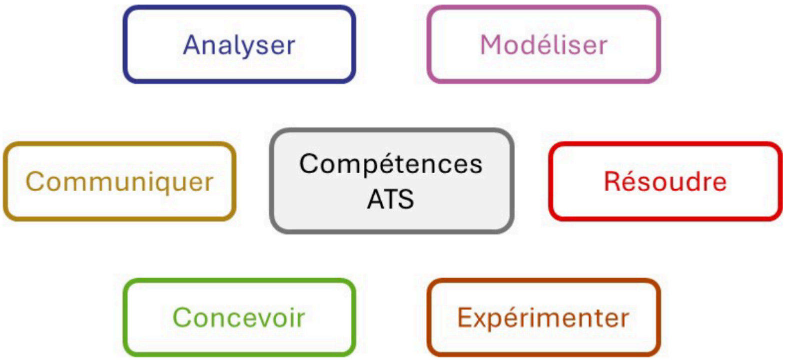
1.2. *Objectifs généraux*

Les ingénieurs doivent être en capacité de résoudre de façon innovante des problèmes inédits afin de répondre aux besoins des personnes et d'apporter un progrès dans leur qualité de vie. Ils participent aux processus de développement des ouvrages à chaque étape de leur cycle de vie, de la caractérisation du besoin jusqu'au recyclage, en respectant les enjeux de développement durable et d'écoconception.

Cette capacité des ingénieurs à proposer des solutions innovantes est plus que jamais indispensable au développement d'une industrie capable de faire face aux grands enjeux sociétaux, économiques et environnementaux. Ces enjeux sont notamment ceux de la transition énergétique, la préservation de la qualité de l'environnement, la progression des technologies du numérique (BIM, intelligence artificielle, etc.), la mutation des métropoles et des territoires. Dans un contexte de concurrence mondialisée, la capacité d'innovation des ingénieurs est nécessaire à l'industrie de notre pays qui doit demeurer compétitive et souveraine.

Les objectifs généraux du programme de SII en CPGE ATS GC visent à développer les compétences clés dans le large domaine des sciences industrielles de l'ingénieur qui sont nécessaires à l'exercice du métier d'ingénieur. Celles-ci sont consolidées et complétées par la formation poursuivie jusqu'à l'obtention du titre d'ingénieur.

L'enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur en CPGE ATS GC a également pour objectif d'apporter aux étudiants des méthodes et des outils qui leur permettront de s'adapter aux évolutions permanentes des sciences et des technologies et de communiquer avec l'ensemble des acteurs associés à l'exercice des métiers d'ingénieurs et scientifiques.

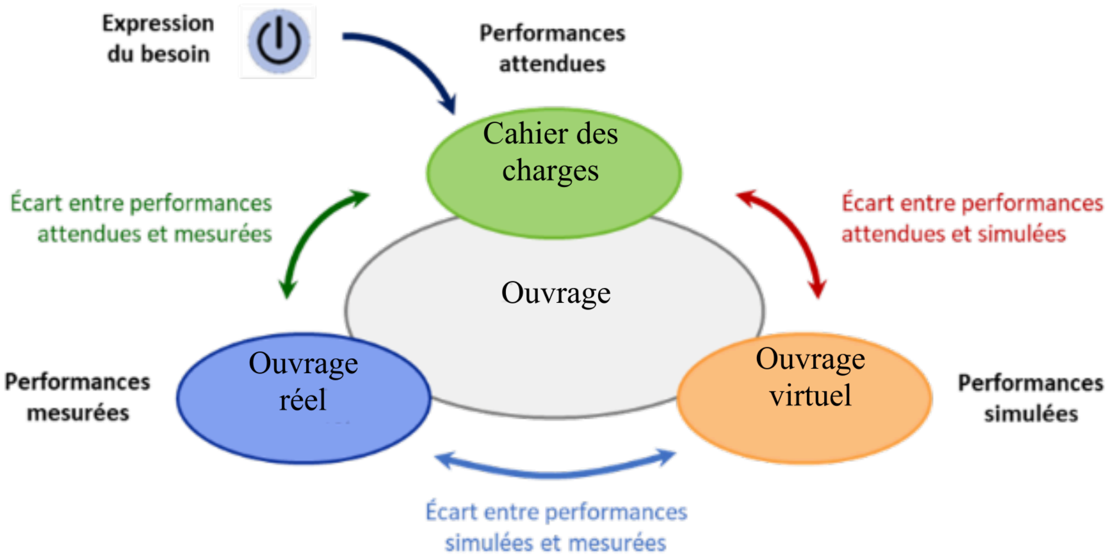


Les compétences générales de l'ingénieur développées en ATS

1.3. *La démarche des enseignements en CPGE ATS*

L'approche pédagogique et didactique des enseignements en ATS s'organise autour d'ouvrages variés. Un élément d'un ouvrage sera étudié à partir de ces trois approches imbriquées :

- la réalité du besoin du maître d'ouvrage qui se décline dans le cahier des charges et dans le respect des normes en vigueur ;
- la réalité virtuelle de l'élément d'ouvrage. Elle se traduit dans l'élaboration d'un modèle permettant de simuler son comportement afin d'en prévoir et d'en évaluer les performances ;
- la réalité matérielle de l'élément d'ouvrage. Elle se traduit par la réalisation d'expérimentations permettant de mesurer les performances réelles transposables sur l'ouvrage.



La démarche pédagogique et didactique en sciences industrielles de l'ingénieur

La démarche en SII en ATS GC vise à :

– contribuer à l'élaboration des trois réalités de l'ouvrage (le cahier des charges, l'ouvrage virtuel et l'ouvrage matériel) ;
– comparer les performances issues de ces trois réalités ;
– optimiser l'ouvrage virtuel et la conception de l'ouvrage matériel afin de faire converger leurs performances vers celles attendues au cahier des charges.

Les contenus du programme de la CPGE ATS permettent aux étudiants d'investir complètement la démarche de l'ingénieur en s'intéressant à toutes les représentations des ouvrages. Pour cela les enseignements en ATS installent progressivement l'ensemble des connaissances et des compétences nécessaires à la maitrise des différentes représentations d'un même ouvrage, à la comparaison des différentes performances, à l'optimisation des ouvrages dans leurs réalités numérique et matérielle, afin de répondre aux attentes du maître d'ouvrage.

1.4. *Usage de la liberté pédagogique*

Le programme définit les obligations faites aux professeurs des contenus à enseigner, les mêmes pour tous les étudiants, garantes de l'équité d'une formation offrant à chacun les mêmes chances de réussite. Les finalités et objectifs généraux de la formation en SII laissent aux enseignants le choix pédagogique de l'organisation des enseignements et de ses méthodes. La nature des enseignements en SII suppose la mise en œuvre d'une didactique naturellement liée à la discipline qui impose une réflexion sur le développement des compétences, la transmission des connaissances et leur ordonnancement dans la programmation des apprentissages.

La pédagogie mise en œuvre valorise et s'appuie sur la mise en application concrète de connaissances scientifiques et technologiques sur des supports d'enseignement représentatifs de solutions innovantes. Les solutions contemporaines sont mises en perspective avec l'histoire des sociétés, des technologies, avec les préoccupations de respect de l'environnement et des ressources naturelles, de façon à construire les bases d'une culture d'ingénieur éthique et responsable.

1.5. *Organisation de l'enseignement*

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur de l'ATS GC doit être centré sur les activités de modélisation, de travaux pratiques à partir des bancs d'essais présents dans le laboratoire. Les travaux pratiques sont organisés par groupe de quinze étudiants au maximum dans le laboratoire de sciences industrielles de l'ingénieur.

L'ensemble de ces activités doit renforcer les acquis scientifiques et technologiques, l'autonomie des étudiants, les facultés de prise de décisions. L'objectif de la formation consiste à réduire les différences de maîtrise des compétences dues à l'hétérogénéité des formations d'origines des étudiants ; la pédagogie différenciée est à privilégier.

2. **Programme**

Le programme est organisé en six compétences générales déclinées en compétences attendues qui pourront être évaluées en fin de formation.

Partant de ces indications de fin de formation, le programme détaille les compétences développées, précise les connaissances associées et fournit un indicateur de positionnement temporel dans le cycle.

Les compétences développées et les connaissances associées sont positionnées dans les semestres, cela signifie :

– qu'elles doivent être acquises en fin du semestre précisé ;
– qu'elles ont pu être introduites au cours du semestre précédent ;
– qu'elles peuvent être mobilisées au semestre suivant.

Les compétences générales et compétences attendues sont détaillées ci-dessous.

A. – Analyser

A1. – Analyser les caractéristiques des principaux matériaux de construction vis à vis de leurs usages
A2. – Analyser le comportement des matériaux
A3. – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle d'un ouvrage
A4. – Analyser le confort dans un bâtiment
A5. – Analyser les écarts

B. – Modéliser

B1. – Prendre en compte l'environnement et l'usage de l'ouvrage
B2. – Proposer un modèle de connaissance et de comportement des sols
B3. – Proposer un modèle de connaissance et de comportement thermique
B4. – Proposer un modèle de connaissance et de comportement mécanique
B5. – Valider un modèle

C. – Résoudre

C1. – Déterminer des contraintes et des déformations dans un milieu continu
C2. – Déterminer la répartition des contraintes dans le sol
C3. – Déterminer le tassement et la stabilité des ouvrages géotechniques
C4. – Déterminer les performances liées au confort hygrothermique et acoustique
C5. – Déterminer le comportement mécanique des structures
C6. – Mobiliser des outils numériques

D. – Expérimenter

D1. – Mettre en œuvre un protocole expérimental

E. – Concevoir

E1. – Proposer et choisir des solutions techniques

F. – Communiquer

F1. – Traiter des informations
F2. – Echanger de l'information

Les liens avec l'enseignement d'informatique du tronc commun sont identifiés par le symbole ⇆ *I*.

A. – **Analyser**

A1. – *Analyser les caractéristiques des principaux matériaux de construction vis à vis de leurs usages*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Associer les principaux matériaux et leurs utilisations.	Matériaux structurels, matériaux isolants, matériaux de l'enveloppe du bâtiment.	S2
Classer les matériaux d'après leur origine.	Naturel/industriel, ressources, procédés d'extraction/fabrication.	
Comparer les caractéristiques physico-chimiques et mécaniques des matériaux de construction.	Masse volumique, propriétés thermiques, propriétés acoustiques, durabilité. Résistance, fragilité/ductilité, relaxation/fluage, élasticité/plasticité. Module de Young.	
Evaluer l'impact environnemental et sociétal des matériaux de construction.	Fiches FDES. Coût. Matériaux bio-sourcés et recyclés.	
Commentaires *Concernant les caractéristiques mécaniques des matériaux, on se limite à l'étude de matériaux de construction usuels (bois, acier, béton).* *Concernant les fiches FDES on se limite aux indicateurs de bilan carbone et d'énergie grise.*		

A2. – *Analyser le comportement des matériaux*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Identifier les principaux comportements des solides.	Concept de milieu continu, lois de comportement des solides : loi de Hooke en uniaxial, courbe contrainte/déformation, notion de plasticité.	S1
Classer les principaux matériaux constructifs d'après leurs propriétés thermiques et acoustiques.	Conductivité thermique, capacité thermique, perméabilité à la vapeur d'eau. Notion d'inertie thermique. Absorption, réflexion, transmission acoustique.	S2
Commentaire *On se limite à une approche qualitative du comportement plastique.*		

A3. – *Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle d'un ouvrage*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Expliquer la fonction de tout ou partie des éléments d'une construction.	Notions de fondation, structure, enveloppe du bâtiment. Fonction des constituants d'une paroi (thermique, acoustique, mécanique, clos couvert).	S2
Extraire et interpréter les informations d'un document technique.	Plan (orientation, échelle, interprétation des symboles usuels). Cahier des charges. Notice technique.	
Commentaire *Les documents techniques peuvent être issus d'une extraction d'une maquette numérique du bâtiment (BIM).*		
Classer tout ou partie d'une structure selon son degré d'hyperstaticité.	Degré d'hyperstaticité interne, externe et global.	S1
Identifier les éléments assurant la stabilité globale d'une structure.	Cheminement des efforts. Porteurs verticaux / horizontaux. Contreventement.	
Identifier le type de liaison mécanique avec l'extérieur.	Degrés de liberté (translations, rotations).	
Identifier la nature et le mode d'application d'une action mécanique.	Actions de contact / à distance. Application ponctuelle, linéique, surfacique d'une action mécanique.	
Lister et classer les actions mécaniques appliquées à une structure.	Charges permanentes (G), d'exploitation (Q) et climatiques (W et S). Combinaisons d'actions.	
Commentaire *On se limite aux états limites ELU (combinaison fondamentale) et ELS (combinaison caractéristique).*		

A4. – *Analyser le confort dans un bâtiment*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Décrire les choix techniques et architecturaux pour satisfaire les besoins en confort dans les bâtiments.	Orientation. Bioclimatisme. Compacité. Choix et dispositions des matériaux (isolations thermiques extérieure et intérieure). Inertie thermique, apports passifs. Economies d'énergie. Confort acoustique.	S2
Identifier le phénomène de pont thermique.	Pont thermique ponctuel et linéique.	
Commentaire *On se limite au confort thermique en hiver.*		

A5. – *Analyser les écarts*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus analytiquement, expérimentalement et/ou numériquement	Unités. Ordre de grandeur. Homogénéité des résultats.	S1
Analyser les résultats de la mesure d'une grandeur.	Notions sur les erreurs et incertitudes.	S2
Analyser les écarts entre les valeurs théoriques, les résultats de simulation et les mesures.		

B. – **Modéliser**

B1. – *Prendre en compte l'environnement et l'usage de l'ouvrage*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Evaluer les charges liées à la destination et la localisation de l'ouvrage.	Charges permanentes, d'exploitation et climatiques.	S1
Evaluer les besoins liés au confort selon la destination de l'ouvrage.	Critères de confort acoustique (correction acoustique) et thermique (température et hygrométrie).	S2
Commentaire *On ne traite pas le renouvellement d'air.*		

B2. – *Proposer un modèle de connaissance et de comportement des sols*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Identifier et décrire les principaux paramètres des sols pulvérulents et cohérents.	Paramètres dimensionnels (poids volumiques) et paramètres d'état (indice des vides, porosité, teneur en eau, compacité, degré de saturation) des sols.	S1
Caractériser le phénomène de consolidation.	Contrainte verticale. Loi de Terzaghi. Tassements instantané et différé. Evolution de la contrainte effective et de la pression interstitielle au cours du temps.	
Identifier les hypothèses de l'état d'équilibre limite de Rankine.	Coefficients de poussée et de butée.	S2
Appliquer la loi de Coulomb et la représentation de Mohr.	Cohésion et angle de frottement interne. Critère de Mohr-Coulomb. Résistance au cisaillement. Repère et cercle de Mohr.	
Exploiter les mesures d'un essai de cisaillement.	Essai triaxial et essai de cisaillement direct (Casagrande).	

B3. – *Proposer un modèle de connaissance et de comportement thermique*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Caractériser les transmissions de chaleur surfacique (à travers une paroi simple ou composite) et les ponts thermiques (linéiques et ponctuels).	Conduction, convection, rayonnement. Loi de Fourier. Coefficients de convection thermique, résistances superficielles. Principe d'analogie électrique.	S2
Commentaire *Les ponts thermiques sont caractérisés à partir de documents techniques ou de résultats issus d'une modélisation numérique.* *Les calculs relatifs au rayonnement ne sont pas abordés.*		

B4. – *Proposer un modèle de connaissance et de comportement mécanique*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Modéliser des structures planes avec un chargement plan.	Théorie des poutres. Hypothèses de la théorie des poutres. Cadre de l'élastostaticité.	S1
Commentaires *On se limite aux structures du type poutre, portique ou treillis. On ne traite pas les arcs et les poutres courbes.* *On se limite aux structures à inertie constante.*		
Exploiter les mesures d'un essai de résistance.	Essais de traction uniaxiale de l'acier et de compression uniaxiale du béton.	S2
Modéliser les liaisons.	Schéma mécanique.	S1
Modéliser les actions mécaniques.	Actions permanentes/variables. Actions de liaison. Nature d'une action mécanique (ponctuelle, linéique). Action de contact / à distance. Torseur des actions mécaniques. Formule de changement de point.	
Déterminer les caractéristiques géométriques d'une section droite.	Centre de surface d'une section droite. Surface d'une section droite. Moments quadratiques. Théorème de Huygens.	
Commentaire *La recherche des directions principales pour le calcul des moments quadratiques n'est pas abordée.*		

B5. – *Valider un modèle*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Valider les paramètres du modèle de tout ou partie d'un ouvrage.	Hypothèses de modélisation. Paramètres d'un modèle. Raideur d'une structure.	S2
Commentaire *Les études portent sur les critères de stabilité, de déformation et de résistance.*		

C. – **Résoudre**

C1. – *Déterminer des contraintes et des déformations dans un milieu continu*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Déterminer des contraintes, des déformations en appliquant une loi de comportement (élasticité linéaire).	Eléments sur les contraintes et les déformations : définitions, représentations géométriques, état plan. Principe de superposition.	S1
	Notions de tenseurs de contrainte et de déformation. Directions principales, contraintes principales.	S2
Commentaires *On n'évoque pas le champ de déplacement.* *Les directions principales ne sont abordées qu'en 2D.* *Le principe de superposition est exploité à bon escient pour les études dans le domaine élastique (mécanique des structures et mécanique des sols).*		

C2. – *Déterminer la répartition des contraintes dans le sol*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Calculer les contraintes verticales (totales et effectives).	Loi de Terzaghi. Distribution de contraintes verticales dues au poids propre et surcharges éventuelles (théorie de Boussinesq).	S1
Commentaire *On se limite à des surcharges réparties en utilisant des abaques.*		
Proposer une démarche permettant de déterminer le diagramme de pressions des terres le long d'une paroi verticale (poussée et butée).	Poussée des terres au repos. Coefficients de butée et de poussée. Distribution de contraintes verticales et horizontales.	S2
Commentaire *On se limite à la théorie de Rankine.*		
Déterminer le diagramme de pressions des terres le long d'une paroi verticale (poussée et butée) et exprimer des efforts.	Notion de résultante.	S2

C3. – *Déterminer le tassement et la stabilité des ouvrages géotechniques*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Evaluer le tassement du sol.	Tassement de consolidation et son évolution au cours du temps.	S1
Commentaire *On se limite à l'utilisation de l'abaque de degré de consolidation et la courbe de compressibilité œdométrique.*		
Vérifier la stabilité d'un ouvrage (paroi verticale, soutènement, fondations superficielles).	Capacité portante d'une fondation. Efforts moteurs et stabilisateurs. Stabilité des murs poids et des murs rideaux (au glissement, au poinçonnement et au renversement).	S2
Commentaires *Les fondations profondes ne sont pas abordées.* *La détermination de la capacité portante du sol n'est pas attendue.*		

C4. – *Déterminer les performances liées au confort hygrothermique et acoustique*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Déterminer les apports et les déperditions thermiques d'un logement simple à l'équilibre. Calculer une puissance de chauffage à l'équilibre.	Flux thermique. Conductivité et résistance thermique. Coefficient de transmission thermique. Bilan thermique d'un logement simple.	S2
Commentaire		

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
On ne prend pas en compte le renouvellement d'air.		
Déterminer les risques de condensation.	Flux de vapeur d'eau. Pression de vapeur saturante. Diagramme de l'air humide. Condensation superficielle. Condensation interne dans une paroi. Rôle du pare-vapeur.	S2
Déterminer la propagation sonore en champ direct et champ réverbéré.	Niveau de puissance acoustique et d'intensité acoustique (pondération A). Différents types de bruits normalisés (rose et routier). Coefficient de directivité.	
Déterminer le temps de réverbération d'un local.	Formule de Sabine. Coefficients d'absorption acoustique. Correction acoustique. Constante du local.	
Commentaire *On ne traite pas l'isolement acoustique.*		

C5. – *Déterminer le comportement mécanique des structures*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Dresser un bilan des actions.	Descente de charges. Surface d'influence.	S1
Commentaire *On se limite à des cas simples.*		
Déterminer le degré d'hyperstaticité.	Degré d'hyperstaticité.	S1
Déterminer l'équilibre de tout ou partie d'une structure isostatique.	Principe des actions mutuelles. Principe fondamental de la statique.	
Déterminer la répartition des efforts internes et établir les diagrammes correspondants (N, V, M).	Méthode des coupures. Etat de sollicitation de tout ou partie d'une structure (traction/compression uniaxiale, flexion pure/simple/-composée).	
Commentaires *Les flexions déviée et composée déviée ne sont pas abordées.* *La torsion n'est pas abordée.* *La notion de noyau central en flexion composée n'est pas abordée.*		
Calculer des rotations et déplacements.	Equation différentielle de la déformée. Théorème de Castigliano.	S2
Commentaire *L'équation différentielle de la déformée est appliquée sur des cas isostatiques uniquement.*		
Calculer les inconnues hyperstatiques.	Théorème des trois moments. Méthode des forces (condition cinématique, théorème de Ménabréa).	S2
Commentaire *On se limite à l'étude de poutre ou de portique avec deux inconnues hyperstatiques maximum. La résolution est faite à l'aide des intégrales de Mohr.*		
Calculer les contraintes normales dans une section droite.	Notion de contrainte. Axe neutre.	S1
Commentaire *Les contraintes de cisaillement ne sont pas abordées dans les poutres fléchies.*		
Evaluer le risque d'instabilité au flambement d'un élément élancé en compression.	Elancement, élancement réduit, longueurs de flambement. Théorie de flambement d'Euler.	S2

C6. – *Mobiliser des outils numériques*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Déterminer les contraintes, déformations et déplacements dans une structure à l'aide d'un logiciel de calcul de structure.	Logiciel de calcul de structure.	S2
Valider des calculs thermiques à partir de simulations numériques (en 2D ou 3D).	Logiciel de simulation.	
Résoudre numériquement une équation ou un système d'équations. ⇆ *I.*		
Commentaire *La résolution numérique d'équations peut mobiliser les connaissances vues dans le programme d'informatique.*		

D. – **Expérimenter**

D1. – *Mettre en œuvre un protocole expérimental*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Mettre en œuvre un dispositif d'essais en suivant un protocole dans le respect des règles de sécurité.	Normes de sécurité.	S1
Commentaire *Le connaissance des normes de sécurité n'est pas exigée.*		
Identifier les principales grandeurs mesurées.		S1
Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer.	Caractéristiques (calibre, position, précision, résolution) et fonctions d'un appareil de mesure.	

E. – **Concevoir**

E1. – *Proposer et choisir des solutions techniques*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Dimensionner la géométrie d'un ouvrage selon des critères.	Critères de déplacement (flèche) et de résistance. Notion de valeur caractéristique. Coefficient de sécurité.	S2
Proposer des modifications du modèle pour satisfaire des critères.		
Choisir un matériau selon des critères environnementaux.	Analyse de cycle de vie, impact environnemental et durabilité, recyclabilité.	
Proposer des solutions technologiques en vue de satisfaire les performances thermique, hygrothermique et/ou acoustique d'un bâtiment.		

F. – **Communiquer**

F1. – *Traiter des informations*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Rechercher des informations.	Outils de recherche. Mots-clefs. Plans, notices techniques, cahier des charges.	S2
Vérifier la pertinence des informations (obtention, véracité, fiabilité et précision de l'information).		
Extraire les informations utiles d'un dossier technique.		
Interpréter des informations.		
Commentaires *Les informations sont à rechercher dans des plans, des extraits de notices techniques ou d'un cahier des charges.* *Les outils d'intelligence artificielle peuvent être utilement mobilisés pour extraire les informations, cela doit également être l'occasion de sensibiliser les étudiants au nécessaire esprit critique quant aux résultats produits par un outil d'intelligence artificielle.*		

F2. – *Echanger de l'information*

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Choisir un outil de communication adapté au contexte.	Outils de communication. Vocabulaire technique.	S2
Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.		

ANNEXE VII

OBJECTIFS DE FORMATION ET PROGRAMME DE FRANÇAIS ET PHILOSOPHIE DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

I. – **Objectifs de formation**

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement, qui concerne à part égale les lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent, grâce à un choix obéissant aux critères suivants :

– qualité d'écriture ;
– richesse, attrait et signification des œuvres ;
– variété des genres ;
– présence d'une œuvre traduite.

Il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

II. – **Programme**

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.

Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

ANNEXE VIII

OBJECTIFS DE FORMATION ET ORGANISATION DES ENSEIGNEMENTS DE LANGUE VIVANTE ÉTRANGÈRE DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS GÉNIE CIVIL

L'enseignement de langue vivante en classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) constitue un volet essentiel de la formation générale. La raison en est claire : les échanges et relations auxquels sont appelés les ingénieurs, cadres, enseignants et chercheurs ont une dimension internationale et interculturelle.

Objectifs de formation

Le niveau de compétence du Cadre européen commun de référence pour les langues (CECRL) ciblé en fin d'année de classe préparatoire ATS est B2 pour l'ensemble des activités langagières. L'enseignement de langue vivante doit permettre aux étudiants qui ont déjà atteint le niveau B2 dans une ou plusieurs activités langagières de viser les niveaux supérieurs dans les autres.

L'étude d'une langue vivante en classe préparatoire scientifique ATS a comme objectifs :

– de consolider et d'approfondir les compétences acquises dans le second degré et les années d'études supérieures préalables à l'admission en classe préparatoire scientifique ATS sur le plan linguistique et culturel ;
– de faire travailler la langue en contexte sur la base de supports variés pour renforcer la compétence linguistique ;
– de faire acquérir aux étudiants un niveau plus élevé de compréhension et d'expression, tant à l'écrit qu'à l'oral ; le développement des compétences orales et oratoires en langue vivante – prise de parole en continu et en interaction – fait l'objet d'une attention particulière et d'un entraînement régulier ;
– d'assurer la mise en place des repères culturels indispensables à la connaissance de la civilisation et de la culture des pays concernés, de façon à éclairer les réalités économiques, sociales, politiques et culturelles du monde contemporain ; les avancées comme les enjeux scientifiques et technologiques font l'objet d'une attention particulière ;
– d'apprendre à utiliser des ouvrages et des outils de référence, d'approfondir les compétences acquises précédemment pour rechercher, sélectionner et exploiter des documents. Les ressources et outils numériques sont utilisés avec profit ;
– d'entraîner à l'activité langagière de médiation afin d'acquérir des compétences essentielles en milieu professionnel (présenter, exposer, expliquer, expliciter, rendre compte, résumer, reformuler, synthétiser, traduire, etc.).

L'enseignement de langue vivante doit également permettre aux étudiants d'obtenir un score correspondant au moins au niveau B2 du CECRL dans les tests standardisés internationaux de maîtrise de la langue, comme le TOEIC, pour l'anglais.

Organisation des enseignements

Dans ce cadre général, la première période de l'année de classe préparatoire ATS a une fonction essentielle : rendre plus homogène le niveau des étudiants en tenant compte de leur parcours antérieur en langue vivante. A cet égard, une utilisation souple des heures d'interrogation orale réglementairement prévues est envisagée pour répondre aux besoins des étudiants en fonction de leurs acquis à l'arrivée en classe préparatoire ATS.

Pour cela, la première période de l'année de classe préparatoire ATS doit être axée sur :

– un travail de la langue et sur la langue en contexte ;
– l'accès progressif à une compréhension fine, à l'écrit comme à l'oral ;
– l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate ;
– l'acquisition d'une méthode adaptée aux différents savoir-faire visés.

Dans le cadre de la liberté pédagogique, le professeur choisit ses méthodes et sa progression. Il organise son enseignement en suivant deux principes directeurs :

a) Le professeur choisit le contexte, les problématiques et les méthodes qui favorisent les apprentissages et diversifie les modes d'acquisition des savoirs et des compétences. Il explicite pour les élèves les objectifs poursuivis, les méthodes utilisées et les critères d'évaluation ;

b) Le professeur privilégie la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Ils sont amenés à manipuler la langue, les notions et les concepts en exerçant leur esprit critique. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants.