

STS Bâtiment  
Dimensionnement et vérification d'ouvrages  
sujet 0 - 2012

Etude n° 1 : Conception de la charpente.

1.1. 1<sup>ère</sup> proposition : poutre pleine en lamellé collé.

1.1.1. charges  $g$  et  $s_n$  :

\*  $g$  :

$$\begin{aligned} \text{couverture en zinc et pannes} &: 0,15 \times 4,00 = 0,60 \text{ kN/m} \\ \text{isolant, faux plafond, éléments suspendus} &: 0,30 \times 4,00 = 1,20 \text{ kN/m} \\ \text{poutre LC} &: 0,12 \times 0,75 \times 5 = 0,45 \text{ kN/m} \\ \hline g &= 2,25 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

\*  $s_n$  :

$$\text{neige} : 0,36 \times 4,00 = s_n = 1,44 \text{ kN/m}$$

\*  $p_{ser}$  :

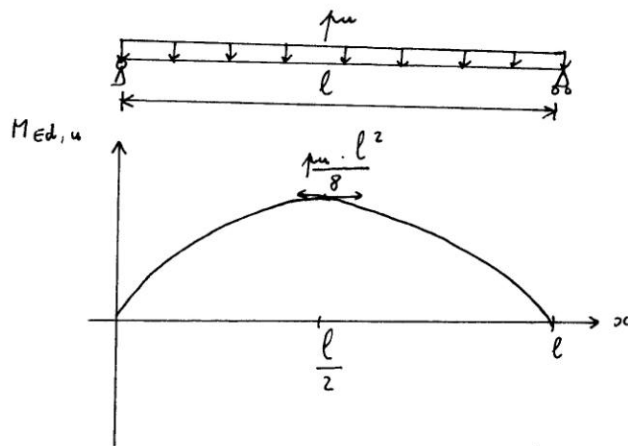
$$\begin{aligned} p_{ser} &= g + s_n = 2,25 + 1,44 = 3,69 \text{ kN/m} \\ &\approx 3,70 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

1.1.2. calcul de la déformée :

$$f_{max} = \frac{5 p_{ser} l^4}{384 E_{o,mean} I_{Gz}} = \frac{5 \times 3,70 \times 13250^4}{384 \times 11500 \times \frac{120 \times 750^3}{12}} = 30,6 \text{ mm}$$

$$f_{adm} = \frac{l}{400} = \frac{13250}{400} = 33,1 \text{ mm}$$

1.1.3. modèle mécanique,  $M_{ed,u}$ :



$$M_{ed,u} = \frac{p_u \cdot l^2}{8} = \frac{5,20 \times 13,25^2}{8} = 114,116 \text{ kN.m}$$

1.1.4. vérification de la résistance de la poutre vis à vis des contraintes normales de flexion :

$$\frac{\sigma_{md}}{f_{md}} \leq 1$$

$$\sigma_{md} = \frac{M_{ed,u}}{\left(\frac{bh^3}{6}\right)} = \frac{114,116 \times 10^6}{\left(\frac{120 \times 750^3}{6}\right)} = 10,144 \text{ MPa}$$

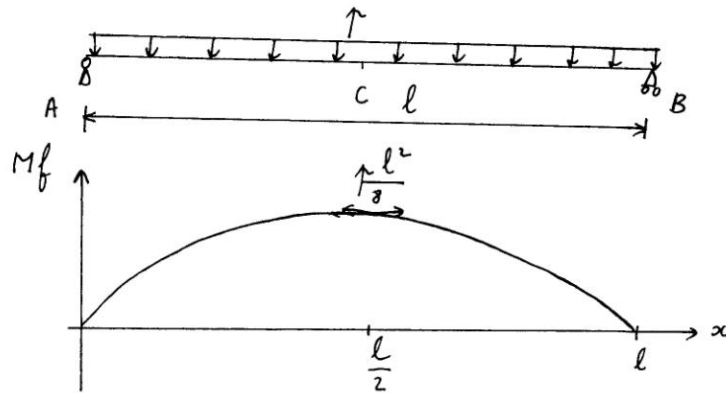
$$f_{md} = k_h \times k_{mod} \times \frac{f_{m,k}}{\gamma_n}$$

$$= 1 \times 0,90 \times \frac{28}{1,25} = 20,16 \text{ MPa}$$

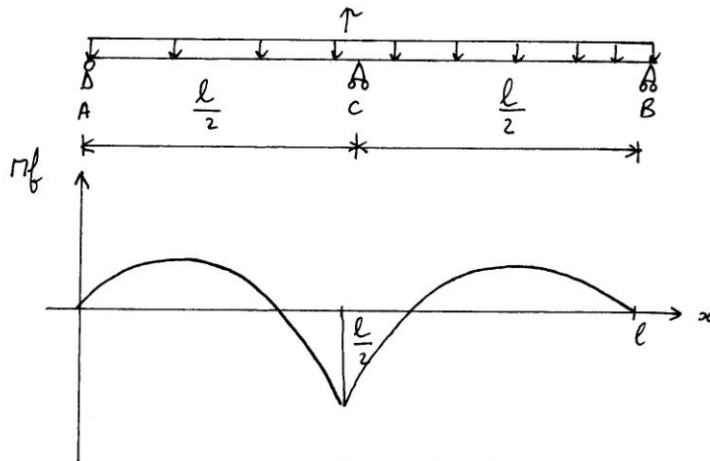
$$\frac{\sigma_{md}}{f_{md}} = \frac{10,144}{20,16} = 0,503 \leq 1 \rightarrow \text{OK}$$

1.2. 2<sup>ème</sup> proposition : poutre sous-tendue à 1 buton :

1.2.1. tirant très fin :



1.2.2. tirant très raide :



1.2.3. aire de la section du tirant pour que  $\eta_{fc} = 0$

$$k = \frac{12 E_{0, \text{mean}} I_{Gz}}{E_s \cdot A_s \cdot l^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{48 E_{0, \text{mean}} I_{Gz}}{E_s \cdot l^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha} \quad \text{avec } \tan \alpha = \frac{0,900}{6,625}$$

$$\Rightarrow \alpha = 7,736^\circ$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{48 \times 11500 \times \frac{120 \times 420^3}{12}}{200000 \times 13250^2 \times \sin^2 7,736 \times \cos 7,736}$$

$$\Rightarrow A_s = 648,671 \text{ mm}^2$$

(3)

$$1.2.4 \quad M_{fmax} = \frac{p \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2}{8} = \frac{p l^2}{32}$$

$$M_{Ed,u} = \frac{p u l^2}{32} = \frac{4,93 \times 13,25^2}{32} = 27,048 \text{ kN.m}$$

$$1.2.5. \quad 1^{re} \text{ conception de charpente : } M_{fmax} = \frac{p l^2}{8}$$

$$2^{re} \text{ conception de charpente : } M_{fmax} = \frac{p l^2}{32}$$

$\Rightarrow$  le moment est divisé par 4

$$1.2.6. \quad f_c = \frac{2}{EI} \times \left\{ \begin{array}{c} \text{Diagramme parabolique} \times \text{Diagramme triangulaire} \end{array} \right\}$$

$$f_c = \frac{2}{EI} \times \frac{1}{3} \times \frac{l}{2} \times \frac{p l^2}{32} \times \frac{l}{4}$$

$$f_c = \frac{p l^4}{384 EI} \quad \text{pour la } 2^{re} \text{ conception de charpente}$$

$$f_c = \frac{5 p l^4}{384 EI} \quad \text{pour la } 1^{re} \text{ conception de charpente}$$

La déformée verticale en C est bien divisée par 5.

$$A.N : f_c = \frac{p u l^4}{384 E_{mean} I_{Oz}} = \frac{3,492 \times 13250^4}{384 \times 11500 \times \frac{120 \times 420^3}{12}}$$

$$f_c = 32,9 \text{ mm}$$

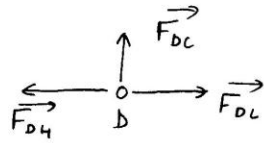
1.2.7. gain réalisé sur le volume de bois nécessaire :

$$\frac{120 \times 750 - 120 \times 420}{120 \times 750} = 0,44 = 44\%$$

1.2.8. Si  $\alpha$  tend vers 0, l'effort de traction dans le tirant tend vers l'infini et l'effort normal de compression dans la poutre en bois tend également vers l'infini en valeur absolue.

### 1.3. 3<sup>ème</sup> proposition : poutre sous-tendue à 3 lutons

1.3.1. On isole le nœud D :



proj / axe vertical  $\Rightarrow F_{DC} = 0$

1.3.2.

	$N_{Ed,u}$ (kN)	$M_{Ed,u}$ (kN.m)	$f_{c,ELS}$ (mm)
2 <sup>ème</sup> conception de charpente	-120,212	27,048	32,9
3 <sup>ème</sup> conception de charpente	-93,868	23,709	23,2

La solution "poutre sous-tendue" à 3 lutons est plus avantageuse dans la mesure où les sollicitations et la flèche surtout sont sensiblement réduites.

1.3.3.

poutre sous-tendue à 3 lutons	$N_{Ed,u}$ (kN)	$M_{Ed,u}$ (kN.m)	$f_{c,ELS}$ (mm)
diagonales $\diagup \diagdown$	-88,140	16,849	21,4 mm
diagonales $\diagdown \diagup$	-116,896	12,117	17,2 mm

La solution "poutre sous-tendue à 3 lutons avec diagonales en  $\diagup \diagdown$ " est plus avantageuse en ce qui concerne le moment fléchissant maxi et la déformée maxi. Comparons les contraintes normales maxi :

$$\sigma = \frac{N}{A} + \left( -\frac{M_f}{I_{Oz}} \times y \right)$$

diagonales  $\diagup \diagdown$  :  $\sigma_{max} = \frac{-88140}{120 \times 420} - \frac{16,849 \times 10^6}{\frac{120 \times 420^3}{12}} \times \frac{420}{2}$

$$\sigma_{max, \diagup \diagdown} = -6,52 \text{ MPa}$$

diagonales  $\backslash /$  : 
$$\sigma_{\max} = - \frac{116896}{120 \times 420} - \frac{12,117 \times 10^6}{\frac{120 \times 420^3}{12}} \times \frac{420}{2}$$

$$= - 5,75 \text{ MPa}$$

Que ce soit au niveau des contraintes normales maxi et de la déformée maxi, la solution avec diagonales en  $\backslash /$  est effectivement la plus avantageuse.

1.4. 4<sup>ème</sup> proposition : arc lamellé-collé, tirant métallique horizontal et lutan métallique vertical.

1.4.1. Sans tirant, l'arc exercerait une poussée latérale sur les appuis :



1.4.2. 
$$\sigma_{\max} = \frac{N_{Ed,u}}{A_s} = \frac{89351}{\frac{\pi \times 30^2}{4}} = 126,4 \text{ MPa} < 235 \text{ MPa}$$
OU

$$N_{Ed,u} = 89351 \text{ N} \leq N_{pl,rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{no}}$$

$$= \frac{\pi \times 30^2}{4} \times \frac{235}{1}$$

$$= 166112 \text{ N}$$

1.4.3. En cas de charge ascendante due au vent, l'élément métallique horizontal devient comprimé  
 $\rightarrow$  il doit être vérifié vis à vis du flambement.

## Etude n° 2 : poteau en béton armé support de la charpente

2.1. Section d'aciers dans le poteau :

$$N_{Ed,u} = 235 \text{ kN}$$

$$\phi 250 \text{ mm} = D$$

$$l_0 = l = 3,15 \text{ m}$$

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} \left[ \frac{N_{Ed}}{\alpha \cdot k_h} - A_c \cdot f_{cd} \right]$$

$$\lambda = \frac{4 \cdot l_0}{D} = \frac{4 \times 3150}{250} = 50,4$$

$$\alpha = \frac{0,84}{1 + \left( \frac{50,4}{52} \right)^2} = 0,433$$

$$A_c = \frac{\pi \times 250^2}{4} = 49087 \text{ mm}^2$$

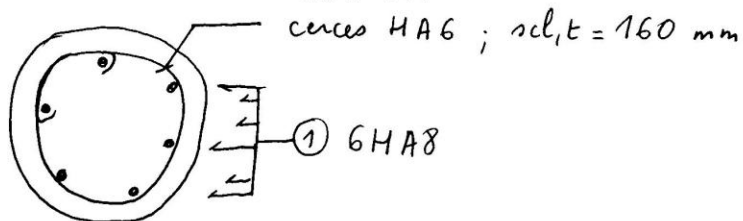
$$A_s \geq \frac{1}{435} \times \left[ \frac{235000}{0,433 \times 0,93} - 49087 \times \frac{25}{1,5} \right] = -539 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} A_{s,min} &= \max \left[ \frac{0,1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} ; \frac{0,2}{100} \cdot A_c \right] \\ &= \max \left[ \frac{0,1 \times 235000}{435} = 54 \text{ mm}^2 ; \frac{0,2}{100} \times 49087 = 98 \text{ mm}^2 \right] \\ &= 98 \text{ mm}^2 \\ &= 0,98 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

choix : 6 HA8 = 3,02 cm<sup>2</sup>

aciers transversaux :  $\phi_t = \max \left[ 6 \text{ mm} ; \frac{\phi_{lmax}}{4} = 2 \text{ mm} \right]$   
= 6 mm

$$\begin{aligned} s_{cl,t} &\leq s_{cl,t,max} = \min [400 \text{ mm} ; 20 \cdot \phi_{lmin} ; D] \\ &= \min [400 ; 20 \times 8 = 160 \text{ mm} ; 250 \text{ mm}] \\ &= 160 \text{ mm} \end{aligned}$$



### Etude n° 3 : semelle en béton armé

$$N_{Ed,u} = 560 \text{ kN}$$

$$\text{semelle : } 1,40 \times 1,40 \times 0,40 \text{ m}$$

$$q_d = 0,3 \text{ MPa}$$

3.1. Contrainte exercée sur le sol :

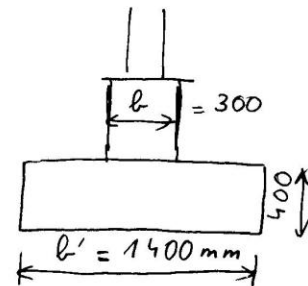
$$\sigma_{\max} = \frac{560 + 1,35 \times 1,40^2 \times 0,40 \times 25}{1,40^2} = 299 \text{ kPa} = 0,299 \text{ MPa} < 0,3 \text{ MPa}$$

3.2. Etant donné la présence des longrines, on peut considérer que la semelle fléchit dans une seule direction :

$$M_{Ed,u} = \frac{N_{Ed,u} [b' - 0,7b]^2}{8b'}$$

$$M_{Ed,u} = \frac{560}{8 \times 1,40} \times [1,40 - 0,7 \times 0,3]^2$$

$$M_{Ed,u} = 70,805 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$\mu_u = \frac{M_{Ed,u}}{c' \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{70,805 \times 10^6}{1400 \times 370^2 \times 16,667} = 0,022$$

$$\alpha_u = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) = 0,028$$

$$A_s \geq \frac{0,8 \alpha_u c' d f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,8 \times 0,028 \times 1400 \times 370 \times 16,667}{435}$$

$$A_s \geq 445 \text{ mm}^2 = 4,45 \text{ cm}^2 \Rightarrow 7 \text{ HA } 10 = 5,50 \text{ cm}^2$$

3.3

