

Adéquation braquet de velo et assistance motorisée (Xdefi ADEME)

eduscol Édité le
20/11/2024

Arnaud SIVERT¹, Thibault Leplat², Franck BETIN¹

¹ I.U.T de l'Aisne Département Génie Electrique SOISSONS FRANCE
Laboratoire pour l'Innovation Technologique (L.T.I)

² Lycee marie curie de Nogent sur Oise

1 - Introduction

Le vélo est un système pédagogique simple très intéressant car l'humain peut s'identifier à la motorisation et à tout le vocabulaire qui va avec (puissance, couple, vitesse (m/s, km/h, rad/s, tr/min), rapport de transmission, masse, inertie équivalente, pente de la route...)

D'ailleurs ces dernières décennies, le système du vélo électrique ou du scooter sont des sujets qui sont tombés régulièrement au bac en STI2D [1], Sciences de l'ingénieur, mais aussi dans la spécialité physique chimie à cause des batteries des vélos à assistances.

Les termes techniques associés au vélo sont nombreux. En particulier la transmission est source de nombreuses confusions car le jargon s'est construit avec des utilisateurs qui n'avaient pas besoin de la rigueur technique et linguistique nécessaire à un ingénieur. Par exemple, on entendra régulièrement un cycliste conseiller à un autre de « changer de vitesse », ce qui ne correspond absolument pas à ce qu'il veut dire : « changer de rapport », ou mieux encore « changer de développement ». Un glossaire ci-après définit quelques-uns des termes spécifiques du vélo.

Le choix du braquet reste une énigme pour beaucoup. Sa fonction est fréquemment mal interprétée par le pratiquant néophyte, qui imagine que changer de braquet permet d'aller plus au moins vite. La réalité est en fait l'inverse : on adapte le braquet à la vitesse à laquelle on roule. Cette vitesse dépend en particulier de la puissance disponible sur la roue

- Laquelle est en fonction de la vitesse et du couple de pédalage et de ce qui s'oppose à l'avancement
- Principalement pente, résistance aérodynamique et résistance au roulement.

On retrouve en cela la notion de point de fonctionnement comme sur n'importe quel système de transmission de puissance.

Toutes choses égales par ailleurs, à chaque braquet correspond un point de fonctionnement. On peut donc dire qu'à une situation donnée correspond un braquet, ou plus exactement un développement idéal [3, 4].

Par ailleurs, il serait assez simple, sur les transmissions mono plateau de remplacer l'indication sur le levier de vitesse 1-2-3-4 à X par une indication en km/h. En effet, si les utilisateurs sont très différents en terme de puissance musculaire disponible, la cadence de pédalage optimale varie peu d'un cycliste à un autre. A vitesse égale, tous les utilisateurs devraient donc être à peu près sur le même développement.

Les fabricants de vélo proposent une offre importante en matière de changement de plateaux, de pignons pour avoir de nombreuses « vitesses » différentes [2]. En général avec 24 vitesses, le vélo peut aller sur tous les territoires, alors que des vélos ayant seulement 5 vitesses vont être limités à des territoires avec très peu de dénivelé et à une masse de transport faible.

Les « dérailleurs » sont des produits simples et bon marché mais souvent exploité inefficacement. D'un autre côté, des boîtes automatiques sont faciles d'utilisation mais ne sont pas bon marché et provoque un surpoids à ce jour. De plus, les boîtes automatiques sont marginales et permettent rarement d'avoir une grande variation de développement, sauf exceptions onéreuses. Elles affranchissent cependant l'utilisateur du choix développement et permettent un changement à l'arrêt.

Glossaire non exhaustif :

Vélo couché / recumbent bike : désigne un vélo dans lequel la position de pédalage est allongée ;

Vélo droit / upright bike : désigne un vélo classique, par opposition au vélo couché ;

Pignon / sprocket : roue dentée sur le moyeu arrière ;

Plateau / chain ring : roue dentée sur le pédalier ;

Dérailleur / derailleur : système permettant de changer de pignon ou plateau ;

Levier de vitesse / shifter : manette pilotant un dérailleur ou une boîte de vitesse ;

Boîte de vitesse / gear box : mécanisme à engrenages permettant de changer de rapport de transmission ;

Manivelle / crank : pièce du pédalier à laquelle les pédales sont fixées ;

Moteur roue / hub motor : Moteur de VAE situé dans le moyeu de la roue avant ou arrière ;

Moteur pédalier / crank motor : Moteur de VAE entraînant le pédalier ;

Braquet / gear ratio : combinaison spécifique de plateau et pignon ;

Développement / gear inches : distance parcourue pour un tour de pédalier. Il dépend du braquet et du périmètre de la roue motrice ;

Couple de pédalage / pedaling torque : couple exercé par le cycliste sur les pédales. Ce couple est une valeur moyenne sur un tour de pédale, car le couple instantané est sinusoïdale ;

Pente : correspond à la hauteur sur distance, donc sans unité et elle indiquée en pourcentage sur les panneaux de signalisation

À ce jour, les distributeurs de vélo n'annoncent pas sur les étiquettes les plages de vitesses pouvant être atteintes en fonction des pentes et de la masse à transportée. Il est évident que d'un utilisateur à l'autre la puissance varie beaucoup et que les constructeurs ne peuvent pas s'engager sur les vitesses atteignables par leurs vélos. Cependant cette diversité dans les utilisateurs rend plus nécessaire encore des indications chiffrées :
quelles vitesses pouvant être atteintes, avec les braquets fournis ?

A la diversité des utilisateurs s'ajoute le type d'utilisation (randonnée, course, transport de colis,...), des types de vélo (vélo cargo, vélo couché, vélomobile, tandem...), le type des terrains (route, chemin, rue pavée, montée, descente...), des types d'assistance (moteur roue, moteur pédalier, ou encore sans assistance).

Il existe quelques modèles simulés, disponibles sur le net, qui indiquent la vitesse en fonction du braquet mais rares sont ceux qui vont plus loin : puissance, force de pédalage, prise en compte de la résistance aérodynamique, de la résistance au roulement, de l'assistance électrique...

Pourtant, les équations mécaniques régissant tout cela sont assez simples, mais ce qui manque le plus souvent pour avoir un modèle exploitable, ce sont des mesures.

Pourtant, la résistance au roulement et la résistance aérodynamique peuvent par exemple être estimées par des séries d'essais en roue libre.

Sur l'aspect électrique, pour les vélos disposant d'une assistance, il est très difficile de trouver des modèles, peu importe les outils logiciels et des fabricants.

Le vélo électrique est pourtant devenu un acteur majeur de la mobilité faible consommation car il est léger par rapport à ce qu'il transporte. Mais quelles sont ses possibilités dynamiques et de vitesse en fonction du type d'assistance, moteur roue ou moteur pédalier ?

Construire et déboguer un modèle Excel, mathcad, xcos de scilab, simulink de matlab prend un certain temps. Cet article propose de télécharger ces fichiers avec des ordres de grandeurs, afin que les intéressés puissent gagner du temps, s'assurer de leurs résultats et faire des bons choix techniques adaptés à leur cahier des charges.

De plus, ces différents outils et modèles de simulation permettent aux étudiants de comprendre les tenants et aboutissants du vélo.

Dans un premier temps, le compromis force et cadence de pédalage d'un humain va être présenté en fonction du braquet. Puis, le modèle d'un vélo électrique avec moteur roue sera effectué. Enfin, le modèle d'un vélo avec un moteur pédalier sera exposé.

2 - Motricité biomécanique d'un humain au pédalage

La littérature est abondante sur la motricité biomécanique du pédalage humain présentant le compromis entre la force et la cadence de pédalage avec leurs limitations [3, 4]. Depuis 15 ans, la science pour les cyclistes de compétitions est relativement importante grâce au monitoring GPS, capteur pédalier [22, 20].

On trouve principalement deux mesures, réalisables en disposant d'un capteur d'effort ou de puissance et d'un capteur de mesure de la vitesse cadence de pédalage. La figure 1 montre la mesure du couple de pédalage en fonction de la cadence de pédalage. Le couple décroît avec la cadence de pédalage, dans une loi quasiment affine (Equ 3). Il est ainsi normal que la puissance (Equ 2) suive une loi parabolique, avec un maximum correspondant à la cadence de pédalage maximale divisée par 2.

Le cycliste cherchant à développer une puissance maximale sur une durée prolongée devra ainsi opter pour une cadence entre 80 et 100 tour/min (ou RPM Revolution Per Minute). Le cycliste qui souhaite randonner tranquillement tournera à peine moins vite (65 à 80 tr/min).

Évidemment, le couple de pédalage peut doubler ou tripler pendant une poignée de minutes. Ceci peut se caractériser parce que les cyclistes appellent leur « courbe de puissance » (figure 2). Ce graphique illustre la puissance (ou la puissance massique) maximale atteinte pendant un intervalle de temps donné.

Tous les vélos cardio des salles de sport permettent de tracer ces courbes. Les équations suivantes donnent les relations entre puissance, force ou couple de pédalage moyen :

$$\text{couple}_{\text{pedalage moy}} (N.m) = \text{force}_{\text{moy}} (N) \cdot \text{longueur}_{\text{manivelle}} (m) \quad \text{Equ (1)}$$

$$\text{Puissance} (W) = \text{force}_{\text{moy}} (N) \cdot V \left(\frac{m}{s} \right) = \text{couple} (N.m) \cdot \Omega (\text{rad/s}) \quad \text{Equ (2)}$$

$$\text{Couple}_{\text{pedalage}} (N.m) = \text{Couple}_{\text{max}} \left(1 - \frac{\text{cadence}_{\text{pedalage}}}{\text{cadence}_{\text{pedalage MAX}}} \right) \quad \text{Equ (3)}$$

Mais en considérant que couple de pédalage est purement sinusoïdale, suite au mouvement circulaire alors le couple moyen correspond à l'équation suivante

$$\text{couple}_{\text{pedalage moy}} (N.m) = \frac{2}{\pi} \cdot \text{couple}_{\text{pedalage max}}$$

Mais par simplification dans l'article et dans le modèle, ce sont les valeurs moyenne qui seront exploitées.

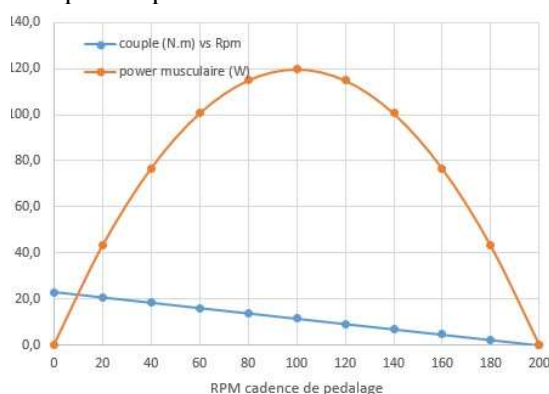


fig 1.: Puissance en fonction de la cadence de pédalage. La puissance maximale est obtenue pour une vitesse égale la moitié de la cadence maximale.

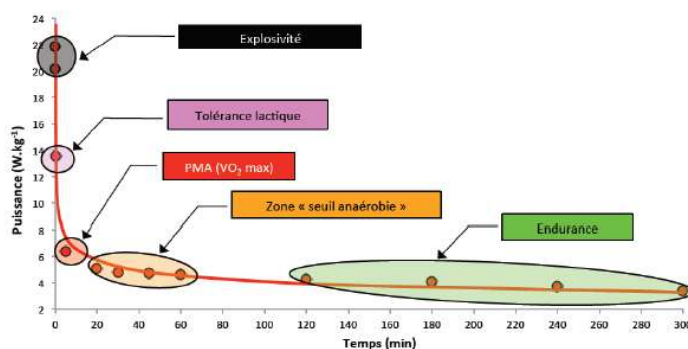


fig 2. : Rapport puissance massique en fonction du temps d'un humain pédalant

Ces deux représentations sont appropriées pour quelqu'un qui recherche à optimiser ses performances à l'entraînement ou en compétitions. En revanche, pour construire le modèle d'un vélo à assistance électrique, il est nécessaire de détailler les différents composants et leurs fonctions.

On note au passage deux différences singulières entre la courbe de couple d'un vélo et celle d'un moteur de voiture. Ce dernier dispose de sa puissance maximale à un régime approximativement double de celui du couple maximal. De plus, si pour un cycliste, cadence de pédalage économique se situe légèrement sous celle de la

puissance maximale (~70 tr/min), pour les moteurs à explosion on trouve plutôt le meilleur rendement à un régime proche du couple maximal. Cette non analogie peut induire en erreur cyclistes comme automobilistes.

Le schéma fonctionnel d'un vélo à assistance électrique est représenté sur la figure 3 et permet de mettre des verbes d'actions sur chaque partie technique.

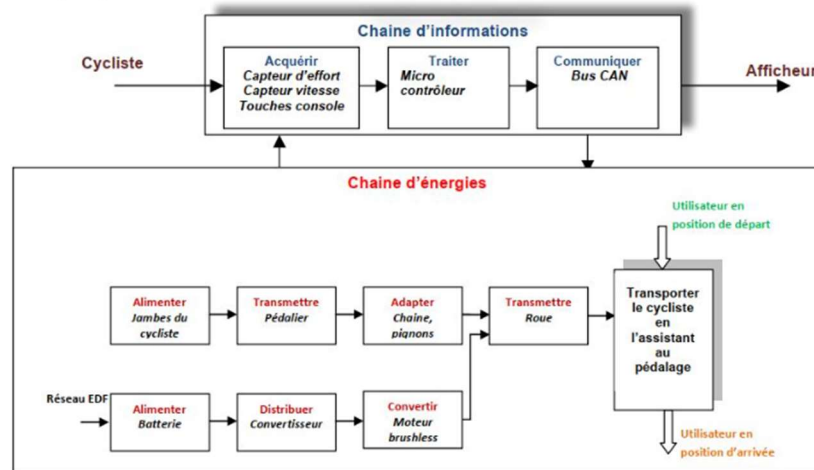


fig 3. Schéma fonctionnel d'un vélo électrique.

https://sti2d.ecolelamache.org/tp_43_etude_de_la_modulation_dnergie.html
http://xpesoles.pts.free.fr/fichiers/PDF_VRAC/Documentation_PAS_IS_1.pdf

Ce type de graphique n'a cependant pas vocation à montrer la causalité dans le système. Concrètement la vitesse ne résulte pas uniquement de ce qui est fourni par les jambes du cycliste et par le moteur électrique.

3 - Modélisation d'un vélo avec force humaine

Étant donné que la puissance humaine optimale est pour une faible plage de cadence de pédalage (80 et 100 tr/min) et que cette puissance humaine est limitée entre 100 et 400W, le braquet du vélo va devoir « s'adapter » à la force résistante. Cette force résistante dépend de la pente de la route, du coefficient restif du pneu Cr [6], d'un coefficient aérodynamique k_{aero} [7, 8, 9], avec m la masse et g le coefficient de gravitation comme on peut l'observer sur la figure suivante :

$$Force_{resistante}(N) = m \cdot g \cdot (Cr + pente) + k_{aero} \cdot V^2 \left(\frac{km}{h} \right) \quad \text{Equ (4)}$$

La vitesse en régime établi correspondra lorsque la force motrice atteindra la force résistante correspondant à l'équation fondamentale de la mécanique avec la vitesse en km/h :

$$Force_{acceleration} = Force_{moteur} - Force_{resistante} = \frac{m}{3.6} \cdot \frac{dV}{dt} \quad \text{Equ (5)}$$

En effet, lorsque la force d'accélération devient nulle alors la vitesse ne progresse plus.

Le rapport de transmission d'un vélo qui est surnommé le braquet permet de multiplier la vitesse de pédalage.

Le braquet est défini par l'équation suivante :

$$braquet = \frac{plateau}{pignon} \quad \text{Equ (6)}$$

Le « développement » d'un vélo est la distance parcouru pour un tour de pédale qui va dépendre du périmètre de la roue donc du pneu.

$$\frac{V \left(\frac{m}{s} \right)}{n \left(\frac{tour}{s} \right)} = development \left(\frac{m}{tour} \right) = \frac{plateau}{pignon} \cdot perimetre_{pneu} \quad \text{Equ (7)}$$

La relation entre la vitesse du vélo et la vitesse de pédalage N (tr/min) correspond donc à l'équation suivante :

$$V \left(\frac{m}{s} \right) = \frac{N_{pedalage}}{60} \cdot development \left(\frac{m}{tour} \right) = \frac{N_{pedalage}}{60} \cdot \frac{plateau}{pignon} \cdot perimetre_{pneu} \quad \text{Equ (8)}$$

Sachant que les pertes dans une chaîne de vélos sont négligeables donc à partir de l'égalité de la puissance de pédalage et de la puissance résistante, la force de pédalage correspond à l'équation suivante :

$$Force_{pedalage} (N) = \frac{puissance_{resistante}}{V \cdot 2 \cdot \pi \cdot longueur_{manivelle}} \cdot perimetre \cdot \frac{plateau}{pignon} \quad \text{Equ (9)}$$

Cette force de pédalage en Régime établi de vitesse se simplifie en l'expression suivante

$$Force_{pedalage} (N) = \frac{m \cdot g \cdot (Cr + pente) + k_{aero} \cdot V^2 \left(\frac{km}{h}\right)}{2 \cdot \pi \cdot longueur_{manivelle}} \cdot perimetre \cdot \frac{plateau}{pignon}$$

Le rapport le plus favorable à une accélération, ou au maintien d'une vitesse élevée est donc celui qui permet d'accéder à la plus grande puissance, c'est à dire qui fera tourner les jambes à une cadence de 80 à 100 tr/min. Une programmation simple pour une boîte automatique serait d'aider le cycliste à se maintenir dans ces cadences.

Il existe de nombreuses références de dérailleurs, boîte de vitesses, de différentes marques et il est difficile de s'y retrouver. Certains simulateurs intègrent des composants du marché en définissant leurs possibilités cinématiques, mais pas dynamiques car il faudrait pour cela bien plus de données que ce que fournissent les constructeurs.

Sur les systèmes à dérailleurs, l'étagement est principalement limité par trois contraintes :

- Le tendeur de la chaîne, qui ne peut pas compenser infiniment la variation de taille des plateaux et pignons ;
- L'angle que fait la chaîne entre le plateau et les pignons, qui engendre une usure prématurée sur celui-ci est trop important ;
- La force supportée par la chaîne et les dents : plus on empile de pignons sur une cassette, plus ceux-ci et la chaîne doivent être étroits. On ne peut donc pas augmenter démesurément le nombre de pignons.

Pour les boîtes de vitesse, des limites mécaniques similaires sont présentes : plus la boîte dispose de rapports, plus les pignons seront petits, à encombrement de boîte identique.

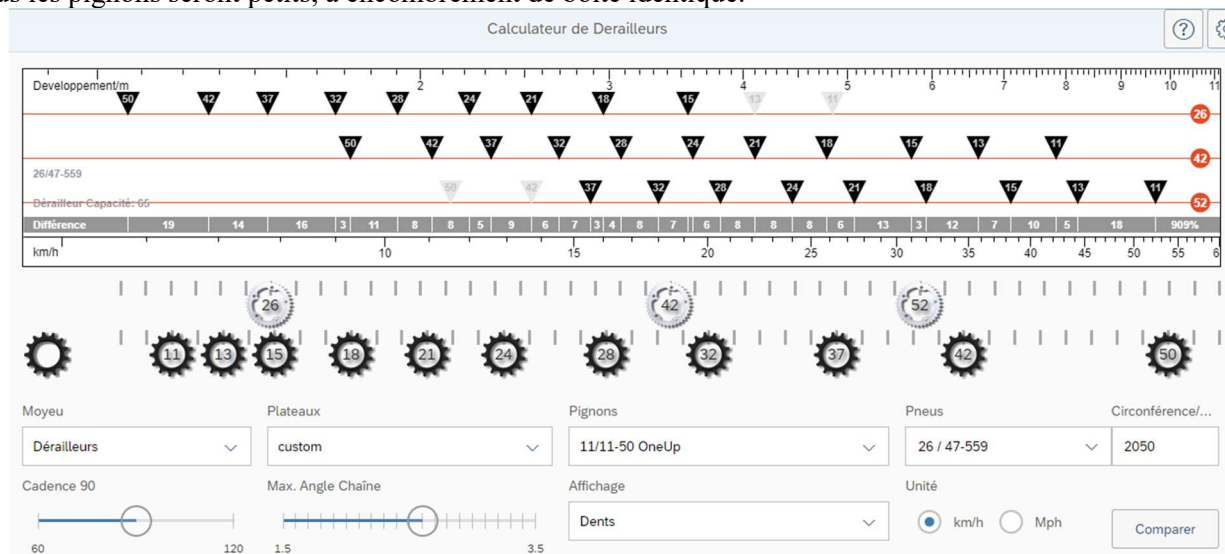


fig 4. Simulateur de vitesse maximale en fonction du diamètre du pneu 26 en pouces (ou 559 en mm interne) et du braquet pour une cadence de pédalage de 90 tour/min.

<https://www.gear-calculator.com/?GR=DERS&KB=26,42,52&RZ=11,13,15,18,21,24,28,32,37,42,50&UF=2050&TF=90&SL=2.6&UN=KMH&DV=teeth>

Mais le simulateur précédent ne détermine pas les valeurs de la force résistante en fonction du type de vélo. Pourtant, l'ordre de grandeur des coefficients en fonction du type de vélo, du type de pneu est connu dans la littérature [8, 9].

D'ailleurs, le simulateur suivant donne la vitesse atteinte en fonction de la puissance résistante et de la cadence de pilotage pour différents types de vélo (droit, couché, ... pente, masse, vent...)

Racing Bicycles

Roadster

hands on the tops (top of handlebar)

MTB unsuspended

hands on the drops (bottom of handlebar)

Tandem with racing bars

read...

Triathlon Bicycle

Superman Position (Racing Bicycle-1h Record)

Recumbents

LongWheelBase

under seat steering, commuting equipped

ShortWheelBase

under seat steering, commuting equipped

ShortWheelBase

above seat steering, racing equipped

Lowracer

above seat steering

Kreuzotter race

Lowracer with streamlining tailbox

Kreuzotter race

Streamlined Lowracer

White Hawk (1h World Record)

Streamlined Trike

Quest

The comma as well as the point may be used as decimal point.

Rider's Height

180

cm

Rider's Weight

80

kg

Bicycle Weight

25

kg

Air Temperature

20

°C

Height above SeaLevel

350

m

Slope of Road

0

%

uphill positive, downhill negative values

Wind Speed

0

km/h

headwind positive, tailwind negative values

Pedaling Cadence

90

/min

"Change" the sort of tires? (Recumbents: calculation is based on 20inch front wheels.)

Front Wheel Tire

robust wide touring tire (thread)

Rear Wheel Tire

robust wide touring tire (thread)

The input field of the variable to be calculated must be empty. The result will appear in that field. With both fields filled, the variable evaluated previously will be calculated again (facilitates quick comparisons).

Power

160

Watts

Calculate

(Diagram)

Notes:

Speed

25.0

km/h

Further results:

Effective Drag Area $C_d \cdot A$

0.5997

m²

Rolling Resistance Coeff. C_r

0.00500

fig 5. Simulateur de vitesse maximale en fonction de la morphologie d'une personne, de sa puissance et du type de vélo, de la pente <http://www.kreuzotter.de/english/espeed.htm>

Dans Excel, les calculs de la vitesses max en fonction des braquets peuvent être calculés à partir de la puissance résistante qu'il faut vaincre donc de la force de pédalage en fonction du braquet mais aussi de la pente et du type de vélo comme on peut l'observer sur la figure suivante pour un vélo droit de ville sur du plat.

3.1 - Régime établi de vitesse

Dans l'exemple suivant sur du plat, avec une cadence de pédalage de 90tr/min, avec un pignon de 18 dents une force dépeçage de 158N, la vitesse atteinte sera de 27.4km/h et la puissance demandée sera de 260W pour un vélo de ville avec une position droite.

IUT GEII Soissons						puissance musculaire				power demandée			
mecanique velo													
roue (pouce)	longueur manivelle	perimetre roue	plateau	masse cycliste	masse velo+utilite	force max	couple max	RPMmax	RPM optimal	Cr pneu	k aerodyna W/(m/s)^3	pente (%)	
26	0,175	2,075	44	80	25	130,7	22,9	200	90	0,007	0,467	0	

etagement pignons	developpement (m/tour pedale)	vitesse max (90 rpm optimal) Kph	power demandée (Watt)	couple pedalage (N)	force pedalage moyen (N)
51	1,79	9,7	28	3,0	17,2
45	2,03	11,0	35	3,7	21,3
33	2,77	14,9	63	6,7	38,4
24	3,80	20,5	128	13,6	77,5
18	5,07	27,4	260	27,6	157,9
14	6,52	35,2	507	53,8	307,6
10	9,13	49,3	1298	137,7	786,8

Graph 1: power demandée (Watt) vs dent pignon pour un plateau de 44 et roue de 26 pouces. Equation: $y = 16,661x^2 - 138,65x + 369,6x - 240,05$

Graph 2: vitesse max (90 rpm optimal) Kph vs dent pignon pour un plateau de 44 et roue de 26 pouces. Equation: $y = 1,0199x^2 - 1,7362x + 10,545$

Graph 3: etagement pignons 7 vitesses. Equation: $y = 0,6667x^2 + 1,5952x + 7,7143$

fig 6. Calculateur de vitesse max en fonction du braquet et de la puissance demandée en fonction de la force de pédalage téléchargeable sur ce lien

<https://www.fichier-xls.com/2024/06/06/adequation-braquet-velo/>

6

Sur la courbe précédente, on peut remarquer que la vitesse du vélo est parabolique par rapport à l'étagement des pignons choisis. En effet, dans l'exemple précédent l'étagement des pignons est parabolique donc la vitesse augmente au carré du choix de ces pignons. De plus, on peut observer que la puissance et la force de pédalage augmente de façon constante pour les vitesses inférieures à 25km/h puis au cube à cause du coefficient l'aérodynamique de l'équation 3.

Évidemment pour une puissance constante mais avec une pente de 8%, donc avec la même force de pédalage de 158N, alors le pignon devra être de 51 et la vitesse sera de 9.7km/h.

Pour connaître, la vitesse que le vélo va atteindre et connaître le braquet ou le pignon à utiliser en fonction de la puissance résistive, il faut résoudre l'équation du troisième ordre suivante

$$\text{Puissance (W)} = \left[\frac{k_{aero}}{3.6^2} \cdot V^2 \left(\frac{km}{h} \right) + m \cdot g \cdot (Cr + \text{pente}) \right] \frac{V}{3.6} \quad \text{Equ (10)}$$

La résolution de l'équation algébrique de la vitesse peut être mis dans Excel ou dans un soft mathématique comme sur la figure suivante

$$\begin{aligned} \text{power} &:= 250 & a &:= \frac{k_{aero}}{3.6^3} & a &= 0.01 & b &:= \frac{\text{Froulement} + \text{pente} \cdot \text{masse} \cdot 9.8}{3.6} & b &= 2.001 \\ \text{power} &= \{a \cdot V^2 + b\} \cdot V & \text{cadencepedalageRPM} &:= 90 & \text{plateau} &= 44 & \text{perimetre} &= 2.075 \\ \text{Vitessekmh}(\text{pente}) &:= \left[\frac{1 \cdot \text{power}}{2 \cdot a} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{4 \cdot b^3 + 27 \cdot \text{power}^2 \cdot a} \cdot \frac{\sqrt{3}}{a} \right]^{\left(\frac{1}{3}\right)} - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{b}{a \cdot \left[\frac{1 \cdot \text{power}}{2 \cdot a} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{4 \cdot b^3 + 27 \cdot \text{power}^2 \cdot a} \cdot \frac{\sqrt{3}}{a} \right]^{\left(\frac{3}{2}\right)}} \right]^{\left(\frac{1}{3}\right)} \\ \text{Vitessekmh}(\text{pente}) &= 26.964 \\ \text{pignon}(\text{pente}) &:= \text{perimetre} \cdot 3.6 \cdot \frac{\text{plateau}}{\text{Vitessekmh}(\text{pente})} \cdot \frac{\text{cadencepedalageRPM}}{60} & \text{pignon}(\text{pente}) &= 18.282 \end{aligned}$$

fig 7.Équation de la vitesse atteinte en fonction de la puissance résistive du véhicule avec choix du pignon pour optimiser la cadence de pilotage.

D'ailleurs en fonction de la pente, du type de vélo, de la puissance musculaire et la cadence de pédalage optimale de 90tr/mn, les pignons peuvent être choisis comme on peut l'observer sur la figure suivante

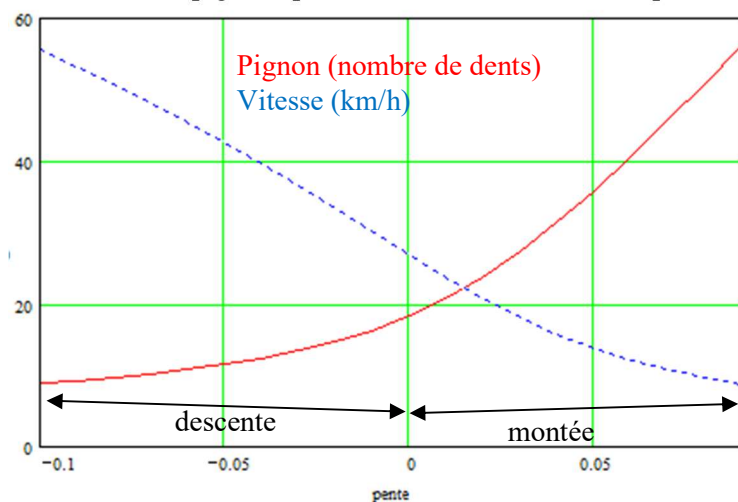


fig 8. Pignon en fonction de la pente pour une puissance constante de 250Watt pour un plateau de 44 dents pour une cadence de pédalage de 90tr/mn.

Par conséquent, avec la courbe précédente dans une descente de 10%, un pignon de 9 dents serait nécessaire pour atteindre une vitesse de 55km/h alors que dans une montée de 10% un pignon de 61 dents serait nécessaire pour avoir une vitesse de 8km/h.

Si le choix du braquet pour la vitesse en régime établi et la puissance résistive est primordiale, il y a aussi le changement de braquet pour accélérer le véhicule. En effet en mode urbain, où il y a beaucoup d'arrêt, les

accélérations demandent beaucoup de puissance et d'énergie pour vaincre l'inertie correspondant la résistance de la mise en mouvement d'un véhicule.

Comment connaître des dynamiques d'un vélo ?

Ces dernières années, la littérature scientifique ne manque pas sur les vélos électriques [10, 11, 12, 13, 14, 18, 19] mais il n'est pas possible de télécharger les modèles.

D'ailleurs, des outils de simulation font leur promotion en disant que des constructeurs de vélo les utilisent mais les modèles ne sont pas disponibles [15, 16].

3.2 - Régime dynamique de vitesse

Pour accélérer un véhicule en mouvement, la puissance nécessaire est donnée par l'équation suivante :

$$Puissance_{acceleration} = Force_{acceleration} \cdot \frac{V}{3.6} = \frac{m}{3.6^2} \cdot V(t) \cdot \frac{dV}{dt} \quad \text{Equ (11)}$$

L'énergie cinétique consommée pour mettre en mouvement un véhicule correspond à l'équation suivante avec VRE correspondant à la vitesse en régime établie :

$$E_{cinetique} = \int_0^{\infty} P(t)dt = \frac{m}{2} \cdot \frac{VRE^2}{3.6^2} \quad \text{Equ (12)}$$

Cette énergie devra être dissipée sous forme de chaleur dans les freins ou restituée lors d'arrêt en roue libre du mouvement.

La minimisation du temps d'accélération est primordiale pour être dans le flux des autres véhicules surtout en mode urbain ou pour traverser un carrefour.

Mais, pour connaître la cinématique d'un véhicule (temps de démarrage), il faudrait résoudre la fonction de transfert de la vitesse du vélo en fonction des forces résistantes.

Cette fonction de transfert permet d'avoir un raisonnement mathématique objectif sur quel levier, il faut agir pour minimiser le temps d'accélération (changement de braquet, masse, couple...)

Mais cette fonction de transfert ne peut être résolue algébriquement à cause du coefficient aérodynamique qui est au carré de la vitesse et rend la fonction de transfert non linéaire. Par contre pour un vélo cargo qui a des vitesses faibles en dessous de 25km/h, la force aérodynamique peut être linéarisée par partie comme on peut l'observer sur l'équation suivante :

$$Force_{aero}(N) = k_{aero} \cdot V^2 \left(\frac{km}{h} \right) \approx 2 \cdot k_{aero} \cdot V \left(\frac{km}{h} \right) \quad \text{Equ (13)}$$

Alors la fonction de transfert de Laplace peut se mettre sous la forme d'un premier ordre suivante avec la constante de temps τ (s) et l'abréviation de la Vitesse en Régime Établie VRE (km/h).

plateau = 44 pignon = 18 CoupleMax = 25 RPMmax = 180 kaero = 0.467

$$\tau := \frac{\text{masse}}{\left[\frac{\text{pignon}^2}{(\text{perimetre} \cdot \text{plateau})^2} \cdot \frac{(60 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{CoupleMax})}{\text{RPMmax}} \right] + 2 \cdot k_{aero}}$$

$$\tau = 35.367$$

$$V_{kph} := \frac{VRE}{s} \cdot \frac{VRE}{s \cdot \tau + 1}$$

$$V_{kph}(t) := VRE \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$VRE := \frac{\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot \text{CoupleMax} \cdot \text{pignon}}{\text{perimetre} \cdot \text{plateau}} \right] - (Cr + \text{pente}) \cdot \text{masse} \cdot 9.8}{\left[\frac{\text{pignon}^2}{(\text{perimetre} \cdot \text{plateau})^2} \cdot \frac{(60 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{CoupleMax})}{\text{RPMmax}} \right] + 2 \cdot k_{aero}} \cdot 3.6$$

$$VRE = 28.823$$

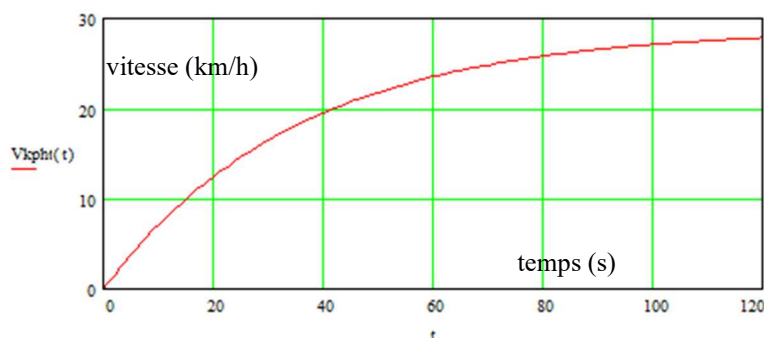


fig 9. Fonction transfert linéarisée de la vitesse d'un vélo donnant la dynamique de démarrage.

Évidemment, les outils ne manquent pas pour vérifier la cinématique du vélo et de retrouver les valeurs du régime établi de vitesse pour une certaine puissance et une configuration de braquet. A la place, de faire un modèle sous forme de fonction de transfert ou la visibilité du changement des paramètres n'est pas facile. Les paramètres du modèle vont être mis sous la forme d'entrée avec des blocs de multiplications et divisions. Ces modèles sont open source et téléchargeable.

On peut observer sur la figure suivante qu'avec le pignon 24 dents, le temps pour atteindre le régime établi est d'environ 60s pour atteindre une vitesse de 19.6km/h.

Le régime établi de vitesse et lorsque la force résistance est égale à la force motrice de 21.6N avec ce pignon, la cadence de pilotage est très proche de l'optimale de la cadence de pilotage 90tr/min avec une puissance de 117Watt comme prévu avec le fichier Excel.

Si l'on désire un peu plus de puissance, il faudra augmenter le couple max musculaire.

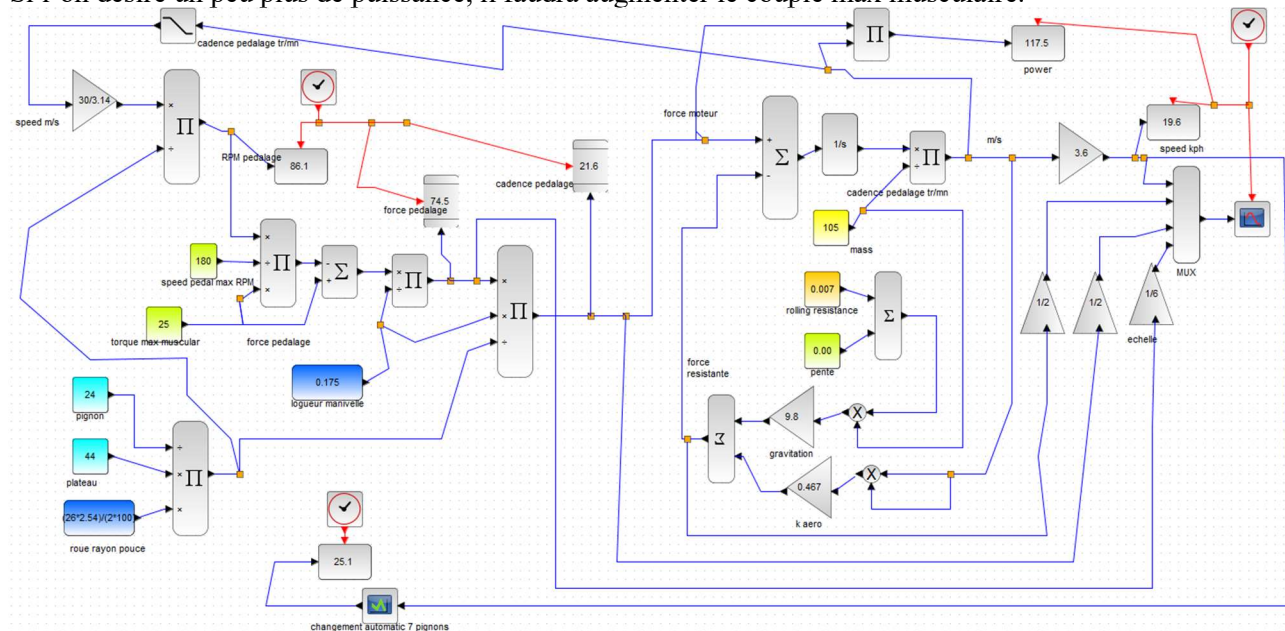


fig 10. Schéma de simulation causal multi physique de la vitesse d'un vélo en fonction du couple max de pédalage humain, de la transmission et des différents paramètres du vélo.

Grace au modèle, on peut comparer les variations des temps de démarrages entre un pignon fixe de 24 dents et une boîte automatique qui va adapter la force de pédalage en fonction de la vitesse. Le régime établi de vitesse se fait environ en 60 secondes. Par conséquent, le changement de transmission va aider au démarrage comme pour les variations de pentes sur une distance.

Le changement automatique des valeurs des pignons se fait tout simplement avec une box surnommée « look up table » qui les modifie automatiquement en fonction de la vitesse du vélo. Mais la stratégie de la valeur du changement de braquet peut se faire aussi avec la cadence de pilotage et une hystérésis paramétrable [21].

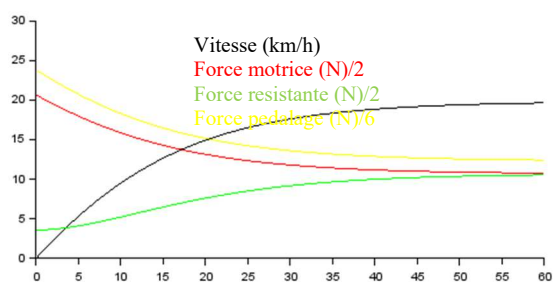


fig 11.Simulation de démarrage du vélo et des forces mises en jeu en fonction temps sur du plat pour une puissance de 117W sur un braquet de 24/44

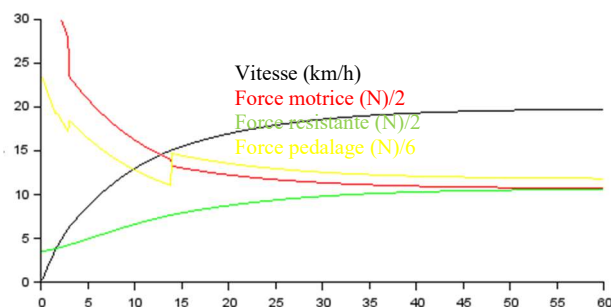


fig 12.Simulation de démarrage du vélo et des forces mises en jeu en fonction temps sur du plat avec une boîte automatique

En générale, lors des démarrages le couple musculaire est multiplié par 2 ou par 3 pour avoir une bonne accélération et rester en équilibre sur le vélo puis le couple humain revient à sa valeur d'endurance avec un cardio entre 90 à 110 battement per minute dans sa zone « verte » du pourcentage cardio. Ce pourcentage cardio est déterminé par l'équation suivante avec FC la fréquence cardiaque :

$$\% \text{ Cardio} = (\text{FC}_{\text{exercice}} - \text{FC}_{\text{repos}}) / (\text{FC}_{\text{max}} - \text{FC}_{\text{repos}})$$

Mais pour les vélos qui ont une grosse masse à transporter genre un vélo cargo chargé, le couple musculaire demandé sera difficile à fournir sans que la force humaine soit dans la zone « rouge ». Par conséquent, une assistance électrique est la bienvenue.

4 - Assistance au pédalage avec moteur roue

Les moteurs roues des vélos ou des scooters électriques ne réagissent pas comme la puissance humaine car le couple est constant dans les basses vitesses puis la puissance est constante ou limitée à partir d'une certaine vitesse comme on peut l'observer sur la figure suivante.

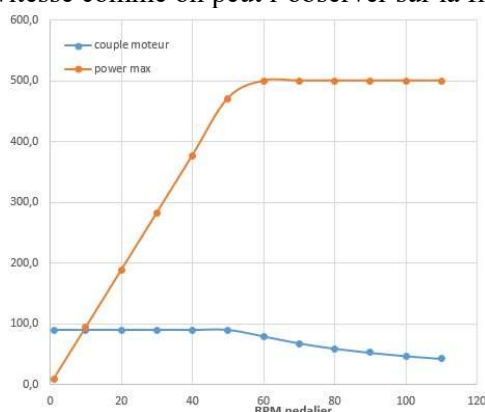


fig 13. Puissance et couple en fonction de la vitesse d'un moteur pédalier

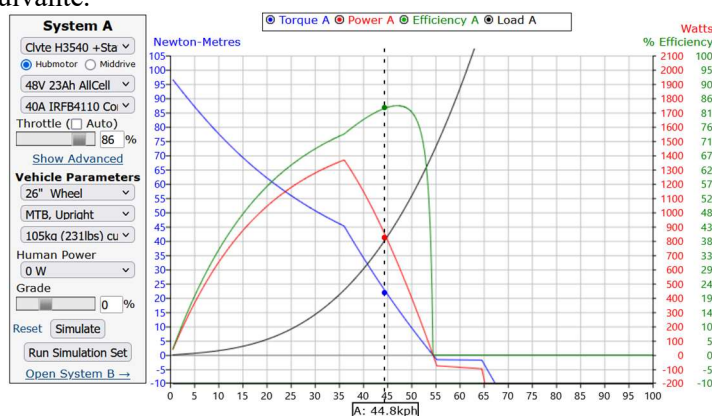


fig 14. Simulateur de moteur roue de couple et de puissance en fonction d'un poignée d'accélération « throttle » mais aussi de la pente et du type de vélo. <https://ebikes.ca/tools/simulator.html>

Les moteurs électriques doivent tourner assez vite pour avoir un bon rendement (>100tour/min), donc pour avoir peu de pertes et peu d'échauffement. Le compromis masse bobinage, aimant et courant d'utilisation donne un rendement autour de 80%.

Le moteur roue sans réducteur interne n'a pas un bon rendement pour les vitesses supérieures à 10km/h. Par contre, les moteurs pédaliers peuvent adapter la vitesse grâce au changement de braquet et avoir un bon rendement même en petite vitesse. Mais le couple max des moteurs pédaliers est limité à résistance de la chaîne. Sur la figure précédente, le moteur roue va à 600 tr/min pour atteindre des vitesses de 45km/h pour 48V et à partir de cette vitesse la puissance est constante, leur couple moteur peut atteindre 100N.m pour un courant moteur de 180A.

Par contre un moteur pédalier doit s'adapter à la vitesse pédalage humaine et ils ont un réducteur de vitesse interne pour avoir une limitation de couple à environ à 60tr/min ou la puissance est limitée.

Sur la figure 14 pour un montain bike, le moteur électrique devra fournir 800W pour aller à 44.8km/h. Une puissance musculaire de 100W devient négligeable par rapport à la puissance précédente. Par conséquent, le modèle du vélo sera simplifié sans la contre réaction du couple humain en fonction de la vitesse. L'entrée sera donc juste la somme des puissances du moteur roue et de la puissance de pédalage comme on peut l'observer sur la figure suivante.

Dans la simulation précédente, la puissance sera constante avec évidemment une saturation de la force motrice, pour observer le comportement du véhicule. Mais, il serait possible de réguler la vitesse en fonction d'une poignée d'accélération pour faire la « consigne » (valeur désirée) avec la limitation de puissance du moteur.

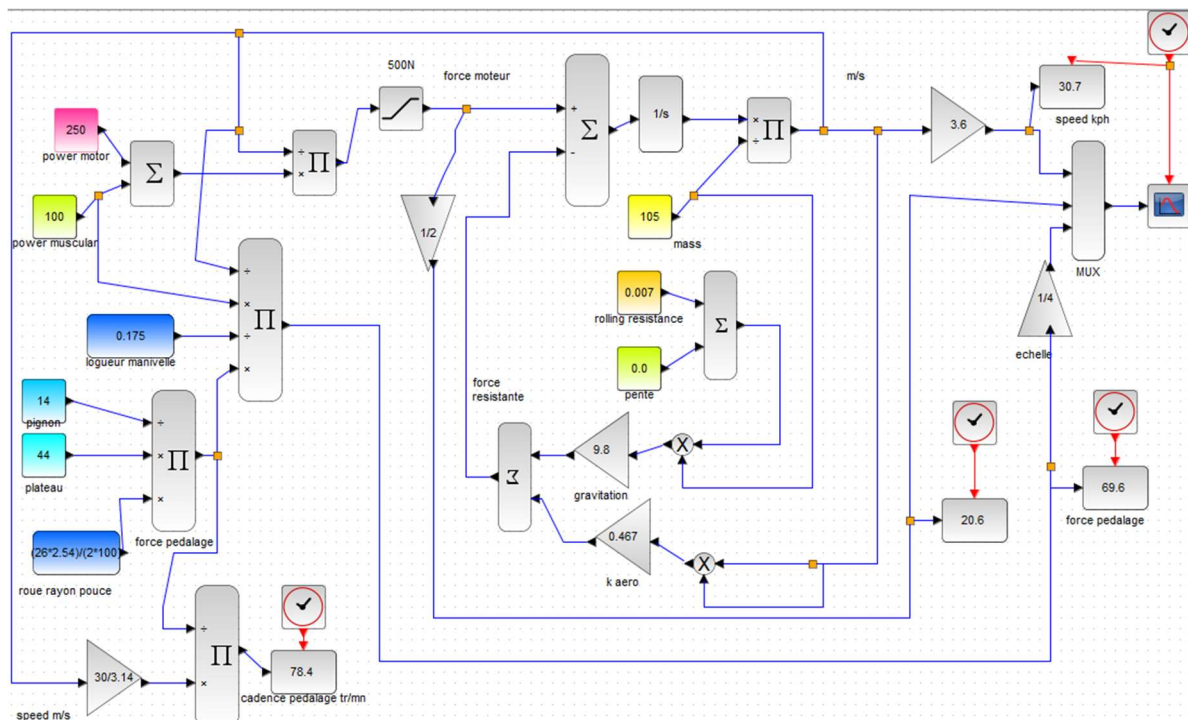


fig 15.Schéma de simulation causal d'un vélo avec un moteur roue en fonction de la puissance et des paramètres d'un vélo.

À partir du modèle précédent pour une puissance de 350W, les dynamiques du démarrage du vélo peuvent être simulées avec une force motrice limitée à 500N et une masse de 105kg, avec un braquet constant de 14/44. Le régime établi de vitesse est atteint en 40s comme on peut l'observer sur la figure suivante avec une vitesse en régime établi de 30.7km/h

Avec une pente de 5%, la vitesse atteinte n'est que de 17.9km/h qui est atteinte au bout de 20s.

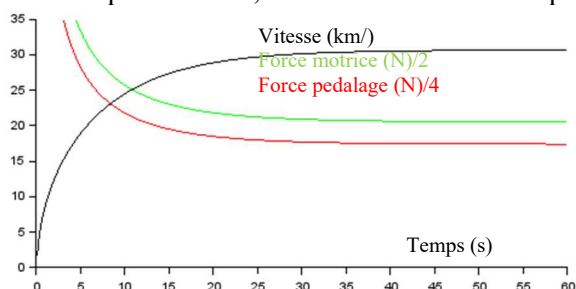


fig 16.Démarrage du vélo et force en fonction temps sur du plat pour une puissance de 350W sur un braquet de 14/44

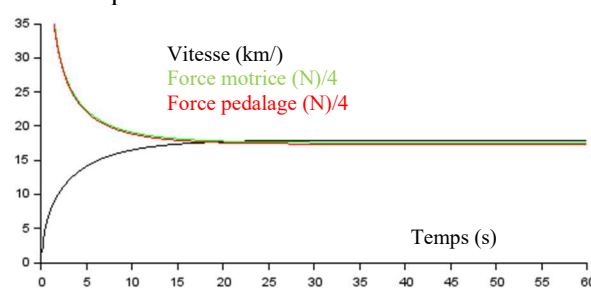


fig 17.Démarrage du vélo et force en fonction temps pour une pente de 5% pour une puissance de 350W sur un braquet de 24/44

La puissance du moteur roue agit directement sur la force motrice sans passer par la transmission chaîne donc le braquet n'interagit pas.

Par contre pour les moteurs pédaliers, le choix de transmission va interagir sur les dynamiques du déplacement. Mais comment peut être modéliser cette assistance électrique au pédalier ?

5 - Assistance au pédalage avec moteur pédalier

Il existe de nombreuses possibilités d'assistance sur un vélo électrique utilisant un moteur pédalier via :

- un tachymètre pédalier,
- un capteur de couple pédalage,
- la mesure puissance pédalage...

L'assistance la plus utilisée aujourd'hui correspond à un certain pourcentage de la puissance de pédalage. Comme pour le vélo droit, le régime établi de vitesse peut être calculé facilement en fonction du braquet ou il faudra rentrer le pourcentage de la puissance électrique qui varie de 0 à 500% en générale.

Dans le fichier Excel suivant, la condition de limitation du couple moteur à 90N.m n'est pas effectuée. Par conséquent, si le moteur atteint ce couple alors la vitesse ne pourra pas être atteinte pour ne pas casser les dents

du réducteur du moteur et la chaîne. De même, la condition de limitation de la puissance à 500Watt n'est pas effectuée ou l'échauffement du moteur devient trop important.

Pour bien comprendre le réglage de l'assistance du moteur électrique et le réglage du braquet, 3 simulations vont être effectués d'abord avec Excel.

Sur la figure suivante, les vitesses atteintes en fonction des braquets pour un pédalage à 78 tr/min sont présentées. Avec le braquet de 14/44, la puissance pour aller à 30.5 km/h demandée est de 345W surligné en vert donc pour avoir une puissance de 120W musculaire l'assistance devra être de 200%. Ces valeurs peuvent être vérifiées avec la simulation qui permet de connaître la convergence entre force motrice et force résistance pour donner une vitesse et la cadence de pédalage avec scilab sur la figure 21.

IUT GEII Soissons		mécanique velo				puissance musculaire				power demandée				VAE	power
roue (pouce)	longueur manivelle	perimetre roue	plateau	masse cycliste	masse velo+utilité	force max	couple max	RPMmax	RPM optimal	Cr pneu	k aerodyna	pente (%)	assistance (%)	assistance (%)	motor max
26	0,175	2,075	44	80	25	130,7	22,9	180	78	0,007	0,467	0	200	200	500
etagement pignons	developpement (m/tour pedale)	vitesse max (90 rpm optimal) Kph	power demandée (Watt)	power musculaire (W)	power moteur (W)	couple moteur (N.m)	force pedalage moyen (N)								
51	1,79	8,4	23	7,5	15,1	1,8	0,9								
45	2,03	9,5	28	9,2	18,4	2,2	1,1								
33	2,77	12,9	48	15,9	31,7	3,9	1,9								
24	3,80	17,8	92	30,7	61,4	7,5	3,8								
18	5,07	23,7	181	60,4	120,9	14,8	7,4								
14	6,52	30,5	345	115,2	230,3	28,2	14,1								
10	9,13	42,7	866	288,7	577,3	70,7	35,3								

fig 18.Calculateur de vitesse max en fonction du braquet et de la puissance demandée en fonction de la cadence de pédalage téléchargeable sur ce lien

<https://www.fichier-xls.com/2024/06/06/adequation-braquet-velo-elec/>

Sur la figure précédente, on peut remarquer la puissance maximum de 500W qui est très vite atteinte pour une vitesse autour de 40km/h.

Quelle sera la vitesse atteignable dans une pente de 10% et comment devra être réglé l'assistance ?

Toujours pour avoir une puissance musculaire toujours autour de 120W surligné en vert sur la figure suivante avec 90 tr/min de cadence de pédalage, l'assistance devra être de 300% et le pignon devra être choisi 33 pour atteindre une vitesse seulement de 14.9km/h.

IUT GEII Soissons		mécanique velo				puissance musculaire				power demandée				VAE	power
roue (pouce)	longueur manivelle	perimetre roue	plateau	masse cycliste	masse velo+utilité	force max	couple max	RPMmax	RPM optimal	Cr pneu	k aerodyna	pente (%)	assistance (%)	assistance (%)	motor max
26	0,175	2,075	44	80	25	130,7	22,9	180	90	0,007	0,467	10	300	300	500
etagement pignons	developpement (m/tour pedale)	vitesse max (90 rpm optimal) Kph	power demandée (Watt)	power musculaire (W)	power moteur (W)	couple moteur (N.m)	force pedalage moyen (N)								
51	1,79	9,7	305	76,2	228,5	24,2	8,1								
45	2,03	11,0	348	87,0	261,1	27,7	9,2								
33	2,77	14,9	490	122,6	367,7	39,0	13,0								
24	3,80	20,5	715	178,7	536,2	56,9	19,0								
18	5,07	27,4	1043	260,8	782,4	83,0	27,7								
14	6,52	35,2	1514	378,5	1135,4	120,5	40,2								
10	9,13	49,3	2707	676,7	2030,0	215,4	71,8								

fig 19.Calculateur de vitesse max en fonction du braquet et de la puissance demandée pour une assistance de 300%

Mais avec une charge de 100kg, comme sur un vélo cargo, toujours avec une pente de 10%, pour avoir une puissance musculaire toujours autour de 120W avec 90 tr/min de cadence de pédalage, l'assistance devra être de 380% et le pignon de 51 pour atteindre une vitesse seulement de 9.7km/h.

IUT GEII Soissons		mécanique velo				puissance musculaire				power demandée				VAE	power
roue (pouce)	longueur manivelle	perimetre roue	plateau	masse cycliste	masse velo+utilité	force max	couple max	RPMmax	RPM optimal	Cr pneu	k aerodyna	pente (%)	assistance (%)	assistance (%)	motor max
26	0,175	2,075	44	80	125	130,7	22,9	180	90	0,007	0,467	10	380	380	500
etagement pignons	developpement (m/tour pedale)	vitesse max (90 rpm optimal) Kph	power demandée (Watt)	power musculaire (W)	power moteur (W)	couple moteur (N.m)	force pedalage moyen (N)								
51	1,79	9,7	586	122,1	464,1	49,2	13,0								
45	2,03	11,0	667	139,0	528,3	56,0	14,7								
33	2,77	14,9	925	192,8	732,6	77,7	20,5								
24	3,80	20,5	1313	273,6	1039,6	110,3	29,0								
18	5,07	27,4	1841	383,5	1457,4	154,6	40,7								
14	6,52	35,2	2539	529,1	2010,4	213,3	56,1								
10	9,13	49,3	4143	863,0	3279,5	348,0	91,6								

fig 20.Calculateur de vitesse max en fonction du braquet et de la puissance demandée pour une assistance de 380%

Sur les 3 figures précédentes, les 3 puissances musculaires et force de pédalage sont identiques. Le moteur assiste donc bien la puissance musculaire pour garder une cadence de pédalage autour de 90 tr/min optimale mais il faut régler correctement le braquet et le pourcentage de l'assistance.

Le modèle de simulation pour vérifier la vitesse en régime établi ainsi que la cinématique du véhicule avec le moteur pédalier est représenté sur la figure suivante.

Étant donné que l'assistance électrique dépend de la puissance de pédalage, il y a 2 contre réaction celle du couple musculaire qui diminue en fonction de la vitesse et celle de l'assistance au pédalage qu'il faut choisir pour avoir une cadence de pédalage optimale autour de 90tr/min

On peut observer que pour 200% de l'assistance du pédalage, avec un braquet de 14/44, la puissance consommée totale est bien de 347Watt permettant d'atteindre une vitesse de 30.5km/h comme pour la simulation du moteur roue de la figure 15.

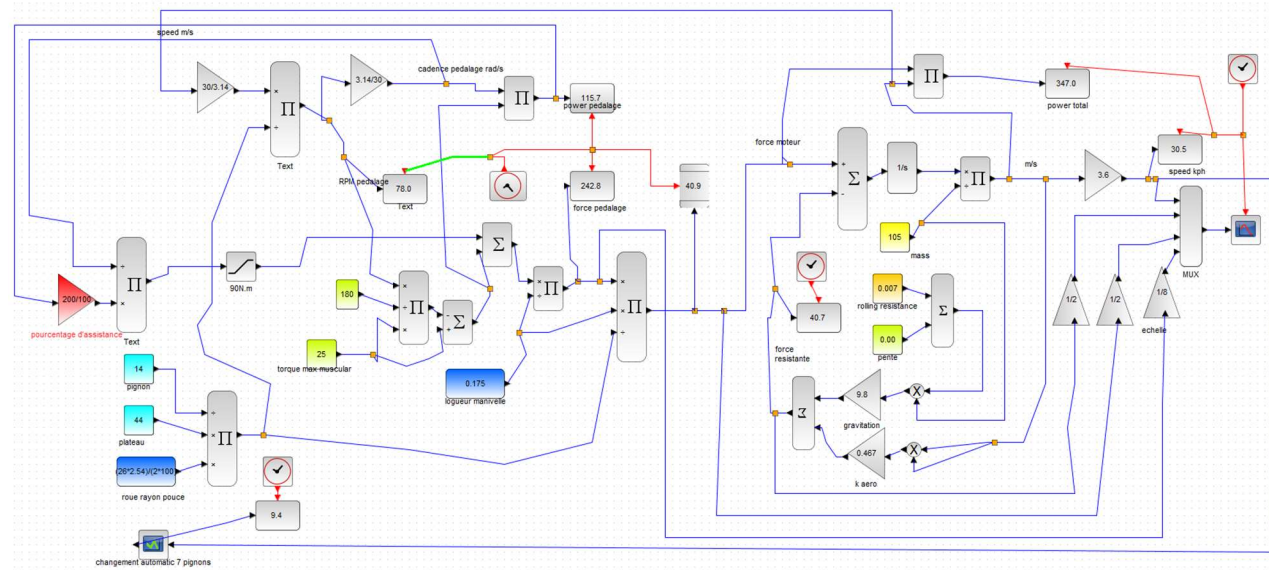


fig 21. Schéma de simulation d'un vélo avec un moteur pédalier assisté en puissance

Sur le 2 figures suivantes, on peut observer la différence de démarrage avec un pignon fixe et une boîte automatique de vitesse. La dynamique est bien plus rapide avec le changement de pignon automatique qu'avec un pignon fixe. De plus, la force de pédalage reste sur une valeur moyenne et le moteur a moins besoin de « forcer » donc aura un meilleur rendement.

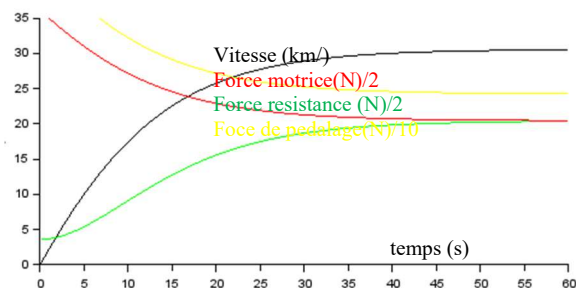


fig 22. vitesse atteinte avec une assistance de 200% de la puissance humaine avec un moteur pédalier et un plateau de 44 et un pignon de 14

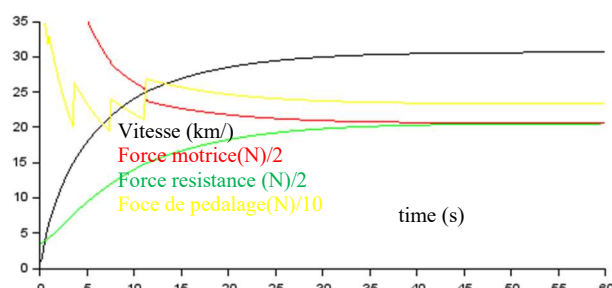


fig 23. vitesse atteinte avec une assistance de 200% de la puissance humaine avec un moteur pédalier un plateau de 44 et une boîte de vitesse automatique

Grace au modèle, de nombreuses simulations peuvent être effectuées pour optimiser le fonctionnement du moteur pédalier et d'optimiser la boîte automatique mais aussi pour améliorer l'assistance électrique. En effet, l'ajustement de l'assistance électrique pourrait se faire aussi automatiquement.

D'ailleurs de nombreux utilisateurs de vélo électrique se plaignent de la coupure de l'assistance dès que la vitesse est supérieure à 25km/h à cause de la réglementation qui obligent une coupure de la puissance. Par conséquent, la puissance du moteur fonctionne souvent en mode tout ou rien autour de la vitesse de 25km/h avec une hystérésis faible.

Avec le modèle, il est facile de modifier cette commande tout ou rien en diminuant progressivement l'assistance. Avec le modèle, il est très facile de rajouter le calcul d'énergie pour déterminer la consommation d'énergie pour un trajet en fonction d'un choix de vitesse moyenne. Ce calcul permet de savoir si le véhicule électrique aura assez d'autonomie sur un parcours défini [9, 17].

Pour les électriciens, la simulation du système du vélo électrique peut aussi être sous la forme acausal (avec des box hacheur, moteur, inertie, batterie...) [12].

6 - Conclusion

Cet article démontre l'adéquation (braquet, puissance pour aller à une certaine vitesse, assistance électrique, masse, coefficient résistif...) pour l'approbation d'un type de vélo qui peut être déterminé objectivement en fonction d'un territoire et pour une certaine masse à transporter.

Mais, un vélo devrait s'adapter à différentes puissances humaines et à tous les territoires donc d'avoir des braquets et des assistances permettant de monter des pentes de 10% sans baisser de vitesse.

Mais le compromis prix, limitation de puissance et de couple, énergie batterie font que généralement un vélo ne peut monter une pente rapidement.

L'article a présenté différents outils et modèles pour connaître les performances possibles des vélos. Ces modèles permettent d'optimiser les choix pour répondre à son besoin en comprenant les limitations et le pilotage.

Le pilotage de l'assistance et du braquet peuvent être automatisé pour optimiser le fonctionnement. D'ailleurs, le cruise control (régulation de vitesse) pourrait être effectué à partir des modèles présentés.

Si la simulation permet de ne pas se mettre en danger ainsi que le matériel. La réalisation d'un véhicule, sa programmation et les tests permettent d'améliorer les modèles. Les tests permettent de faire des choix techniques consommateurs pour améliorer le véhicule. En effet, les fabricants ne donnent pas les spécifications de ce qu'ils vendent (pneu, perte dans les boîtes de vitesse, puissance moteur...).

Les tests demandent d'avoir une instrumentation, pour mesurer le couple de pédalage, vitesse, puissance consommée électrique, pente...

Donc, en roulant avec le véhicule, les coefficients du modèle résistif peuvent être identifiés pour mieux les connaître.

D'ailleurs, la promotion d'utilisation de la mobilité active et faible consommation demande de faire des bons choix de matériels mais avec un coût raisonnable donc avec une production de masse.

La mise en équation de système et les compétences d'utilisation d'outils de modélisation sont très importantes pour optimiser des systèmes dans le monde industriel. Le système du vélo permet de comprendre les motorisations, les régulations même si celle-ci ne sont pas présentées dans cet article.

Il reste de nombreuses questions à cet article

Quelle est la part d'énergie musculaire et électrique sur un vélo en fonction de la vitesse ?

Pour un trajet, peut-on définir l'autonomie d'un type de vélo électrique et en fonction d'une vitesse moyenne ?

Est-ce qu'il existe des calculateurs d'itinéraires pour minimiser l'énergie ?

Quelles sont les méthodes pour déterminer les coefficients aérodynamiques et roulement d'un type de vélo

Quelles sont les différentes technologies de changement de vitesse automatiques et comment les paramétrer ?

Ces questions seront exposées dans un prochain article.

7 - Bibliographies

[1]. Sujet de bac

<https://www.sujetdebac.fr/annales-pdf/2023/spe-sciences-ingenieur-2023-centres-etranger-1-sujet-officiel.pdf>

<https://www.sujetdebac.fr/annales-pdf/2023/spe-sciences-ingenieur-2023-centres-etranger-1-sujet-officiel.pdf>

https://eduscol.education.fr/sti/ressources_techniques/sujet-de-bac-sti2d-loral-de-controle-le-scooter-electrique-technologie-ndeg187

<https://www.vecteurbac.fr/velo-a-assistance-electrique/>

<https://www.chimix.com/an13/bac13/sti2d3.html>

[2]. <https://www.lecyclo.com/blogs/conseils/tout-savoir-transmission-velo>

[3]. <http://www.piednoir.com/4.14.Frequence%20de%20pedalage.pdf>

<https://www.sci-sport.com/articles/Cyclisme-sur-piste-Quels-sont-les-indicateurs-de-la-performance-sur-l-epreuve-de-vitesse-du-200m-013.php>

[4]. Christophe Clanet « OPTIMISATION DU BRAQUET EN CYCLISME SUR PISTE » 2021

https://sciences2024.polytechnique.fr/static/Sciences2024/Projet-eleves/pdf/LAIGRET_cyclismepiste_affiche_sciences2024.pdf

- [5]. <https://en.wikipedia.org/wiki/Derailleur>
- [6]. A.Sivert, J.Claudon, F.Betin, B.Vacossin, J.Accart “Étude des pneus pour tricycles carénés à faible consommation” Revue Technologie 2016
<http://www.fichier-pdf.fr/2016/09/30/etude-pneu-de-velo-faible-consommation/>
- [7]. http://www.velomath.fr/dossier_velo_equation/velo_equation.html
- [8]. A.Sivert, F.Betin, T. Lequeu, B. Vacossin « Optimisation de la masse en fonction de la vitesse, puissance, autonomie, prix, centre de gravité, frein, d'un Véhicule électrique à faible consommation (vélo, vélo-mobilité, voiture électrique) Estimateur de consommation sur un parcours » Revue 3EI N°80, Avril 2015
<https://www.fichier-pdf.fr/2015/05/05/optimisation-masse-vehicule-faible-estimateur-consommation/>
- [9]. A.SIVERT, B. CAUQUIL, E. MOREL, F. BAILLY « Véhicules à faible consommation énergétique (exemple du challenge SUNTRIP) » Revue 3EI N°85, 2016.
<http://www.fichier-pdf.fr/2016/12/19/velo-electrique-solaire-suntrip-bilan-tech-2015/>
- [10]. Simulation of electric bike using Scilab Xcos 2022
<https://www.irjet.net/archives/V9/i7/IRJET-V9I7207.pdf>
- [11]. Simulink et implémentation temps réel du E-cycle pour mesurer la fiabilité du modèle à l'aide de capteurs
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2665917424000424>
- [12]. Effective design and analysis of PEDElec E-bike using MBD approach 2019
https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/upload/docs/application/pdf/2019-11/modelisation_vae_dms.pdf
http://cantau.free.fr/ET_VAE/moteur.html#id3
<http://xpessoles.ptsi.free.fr/fichiers/PDF/Formations/ModelisationMultiphysique.pdf>
- [13]. Design, Control, and Validation of a Charge-Sustaining Parallel Hybrid Bicycle 2015
https://www.researchgate.net/publication/281788153_Design_Control_and_Validation_of_a_Charge-Sustaining_Parallel_Hybrid_Bicycle
- [14]. Human machine interfacing issues in SeNZA, a Series Hybrid Electric Bicycle 2015
http://www.researchgate.net/publication/283439648_Human_machine_interfacing_issues_in_SeNZA_a_Series_Hybrid_Electric_Bicycle
- [15]. https://www.mathworks.com/company/user_stories/bosch-ebike-systems-develops-electric-bike-controller-with-model-based-design.html
- [16]. https://fr.mathworks.com/company/user_stories/ellio-develops-two-wheel-drive-e-bike-with-simulink-and-model-based-design.html
- [17]. Sivert, G. Plassat, F. Betin “Adéquation des véhicules faibles consommations énergétiques électriques (Xdefi ADEME) » 2023 site fabrique des mobilités
https://wiki.lafabriquedesmobilites.fr/wiki/Ad%C3%A9quation_des_v%C3%A9hicules_faibles_consommations_%C3%A9nerg%C3%A9tiques_%C3%A9lectriques
- [18]. A.Sivert “le velo électrique”, I.U.T 2011.
https://public.iutenligne.net/etudes-et-realisations/sivert/veloelec/calcul_des_coefficients.html
<http://www.iutenligne.net/ressources/realiser-son-velo-electrique-en-32-questions.html>
- [19]. livre A.Sivert, T.Lequeux « Je construis mon vehicule électrique » 2013, édition DUNOD
<https://www.amazon.fr/Je-construis-mon-v%C3%A9hicule-%C3%A9lectrique/dp/210058944X>
- [20]. Comment les cyclistes utilisent de la science ?
https://www.youtube.com/watch?v=DcRLHSmqTpI&ab_channel=ExploreMedia
- [21]. Dérailleur di2 Shimano automatique paramétrable en fonction de la cadence et du couple de pédalage

<https://bike.shimano.com/fr-FR/technologies/component/details/steps/auto-shift.html>

<https://bike.shimano.com/fr-FR/technologies/component/details/di2.html>

<https://bike.shimano.com/fr-FR/technologies/component/details/d-fly.html>

[22]. Les Capteurs de mesure couple, vitesse de pédalage, GPS, vitesse, pente

<https://www.velotech.fr/5-meilleurs-capteurs-de-puissance-velo/>

<https://www.garmin.com/fr-FR/garmin-technology/cycling-science/cycling-dynamics/power-phase/>