

# CAPLP GÉNIE MÉCANIQUE 2010 ÉPREUVE DE STI

## Un lanceur de ball-trap

VÉRONIQUE MAGNAVAL, MARIA THOMAS <sup>[1]</sup>

*Voici un extrait de la dernière session du concours de recrutement des professeurs de lycée professionnel. Le sujet commun aux différentes spécialités mécaniques porte sur un nouveau bras lanceur de cibles de ball-trap. Motorisation, temps de réarmement, distance de lancer sont autant de performances à vérifier.*

La société Laporte conçoit, fabrique et commercialise des lanceurs destinés à la pratique du ball-trap depuis 1927. Elle est devenu le fournisseur officiel de nombreuses compétitions, notamment des derniers Jeux olympiques de Pékin, en 2008.

En raison d'une demande de plus en plus importante des petits clubs de loisirs ou des particuliers (pour les kermesses), la société a décidé d'étudier un nouveau lanceur semi-professionnel regroupant, avec une seule motorisation, les caractéristiques de plusieurs lanceurs professionnels : le TAH 85 Pro.

[1] Respectivement chef de travaux et professeur agrégé de mécanique au lycée Les Eucalyptus de Nice (06).

### Mots-clés

cinématique, dynamique, puissance, sujet de concours

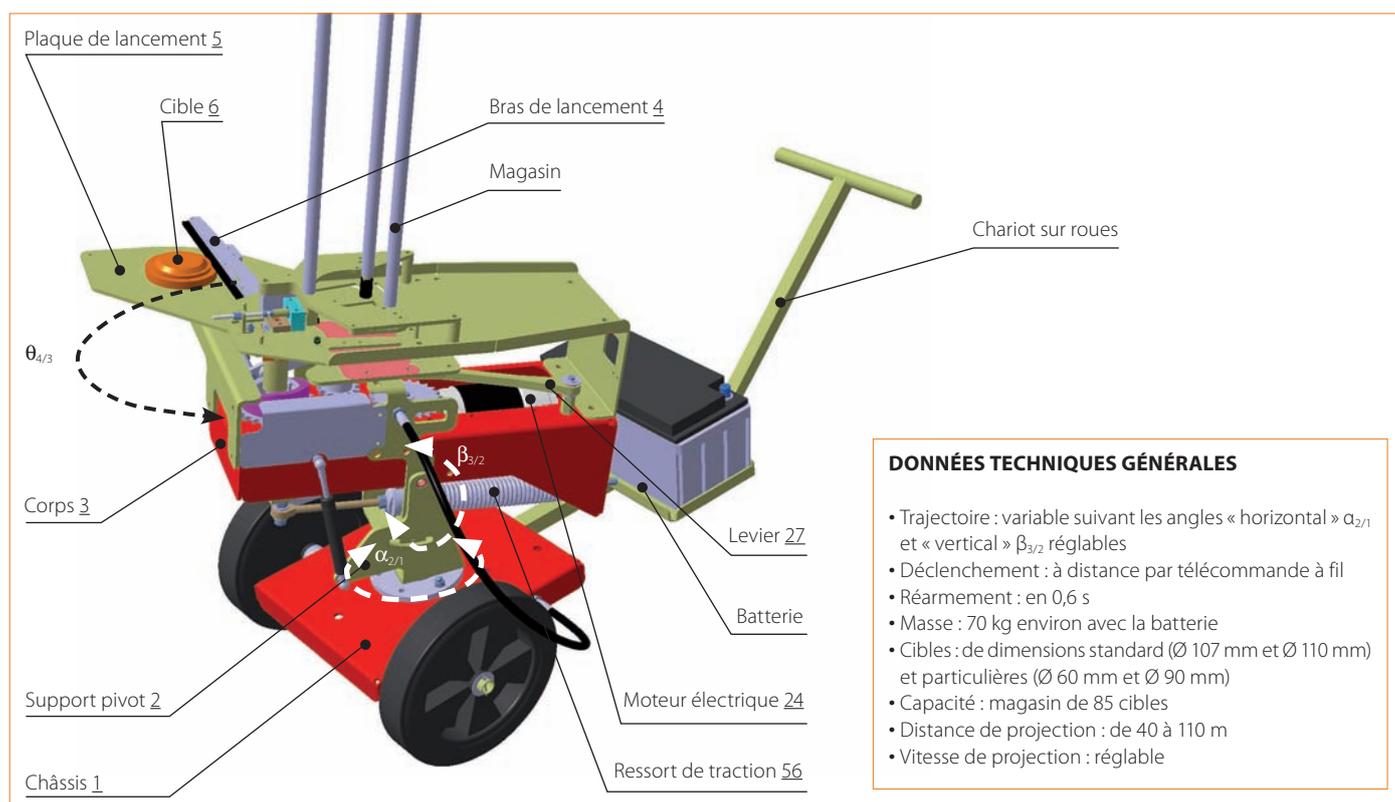
Le TAH 85 Pro se distingue des autres lanceurs par le fait qu'il est autonome (batterie de 12 V), mobile (chariot sur roues) et qu'il permet un lancer de cibles suivant des directions horizontale, verticale ou quelconques variables et aléatoires.

On souhaite donc vérifier les performances de ce nouveau produit en ce qui concerne le temps de réarmement, la validité de la motorisation, la distance de lancement et le non-coincement de la cible.

### Le fonctionnement du lanceur TAH 85 Pro

Tous les mouvements du lanceur TAH 85 Pro sont commandés par un moteur électrique unique alimenté par une batterie de 12 V . Celui-ci, par l'intermédiaire d'une chaîne cinématique adaptée, permet d'obtenir trois mouvements qui définissent la trajectoire de la cible dans l'espace :

- **Mouvement « horizontal »** d'angle  $\alpha_{2/1}$  : rotation du support pivot 2 / châssis 1 (permet de faire varier la trajectoire de la cible de gauche à droite)



### DONNÉES TECHNIQUES GÉNÉRALES

- Trajectoire : variable suivant les angles « horizontal »  $\alpha_{2/1}$  et « vertical »  $\beta_{3/2}$  réglables
- Déclenchement : à distance par télécommande à fil
- Réarmement : en 0,6 s
- Masse : 70 kg environ avec la batterie
- Cibles : de dimensions standard ( $\varnothing 107$  mm et  $\varnothing 110$  mm) et particulières ( $\varnothing 60$  mm et  $\varnothing 90$  mm)
- Capacité : magasin de 85 cibles
- Distance de projection : de 40 à 110 m
- Vitesse de projection : réglable

1 Représentation partielle du lanceur

- **Mouvement « vertical »** d'angle  $\beta_{3/2}$  : rotation du corps 3 / support pivot 2 (permet de faire varier la trajectoire de la cible de bas en haut)
- **Mouvement de lancement** d'angle  $\theta_{4/3}$  : rotation du bras de lancement 4 / corps 3 (permet l'éjection de la cible)

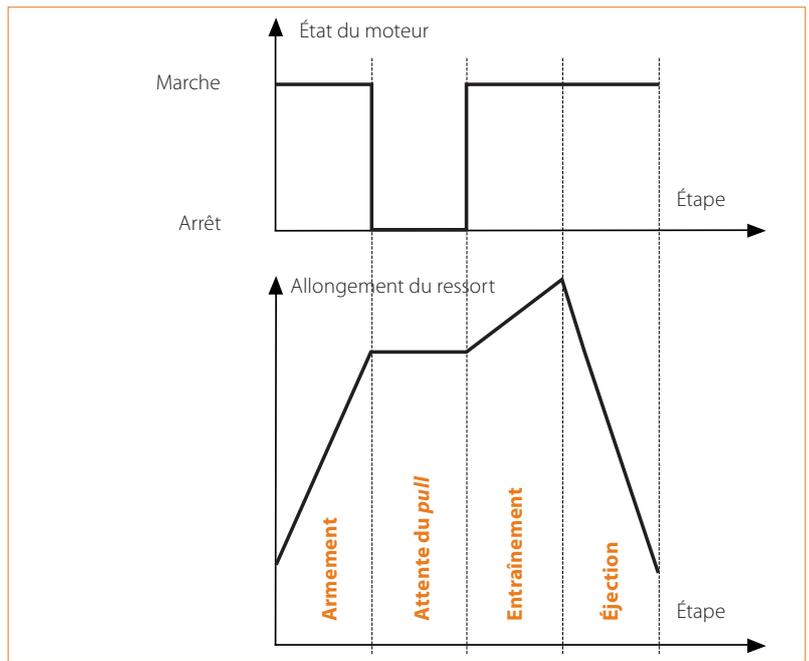
Le mouvement « horizontal » et le mouvement « vertical » permettent d'orienter aléatoirement la plaque de lancement 5 par rapport au sol, et donc de définir la direction de la trajectoire initiale de la cible 6. On peut bloquer chacun de ces mouvements indépendamment les uns des autres.

Le principe est de donner au bras de lancement 4 un mouvement de rotation  $\theta_{4/3}$  et une énergie afin de la restituer par contact à la cible 6.

**Le cycle de fonctionnement**

Lors de l'utilisation de la machine, il y a trois étapes de fonctionnement :

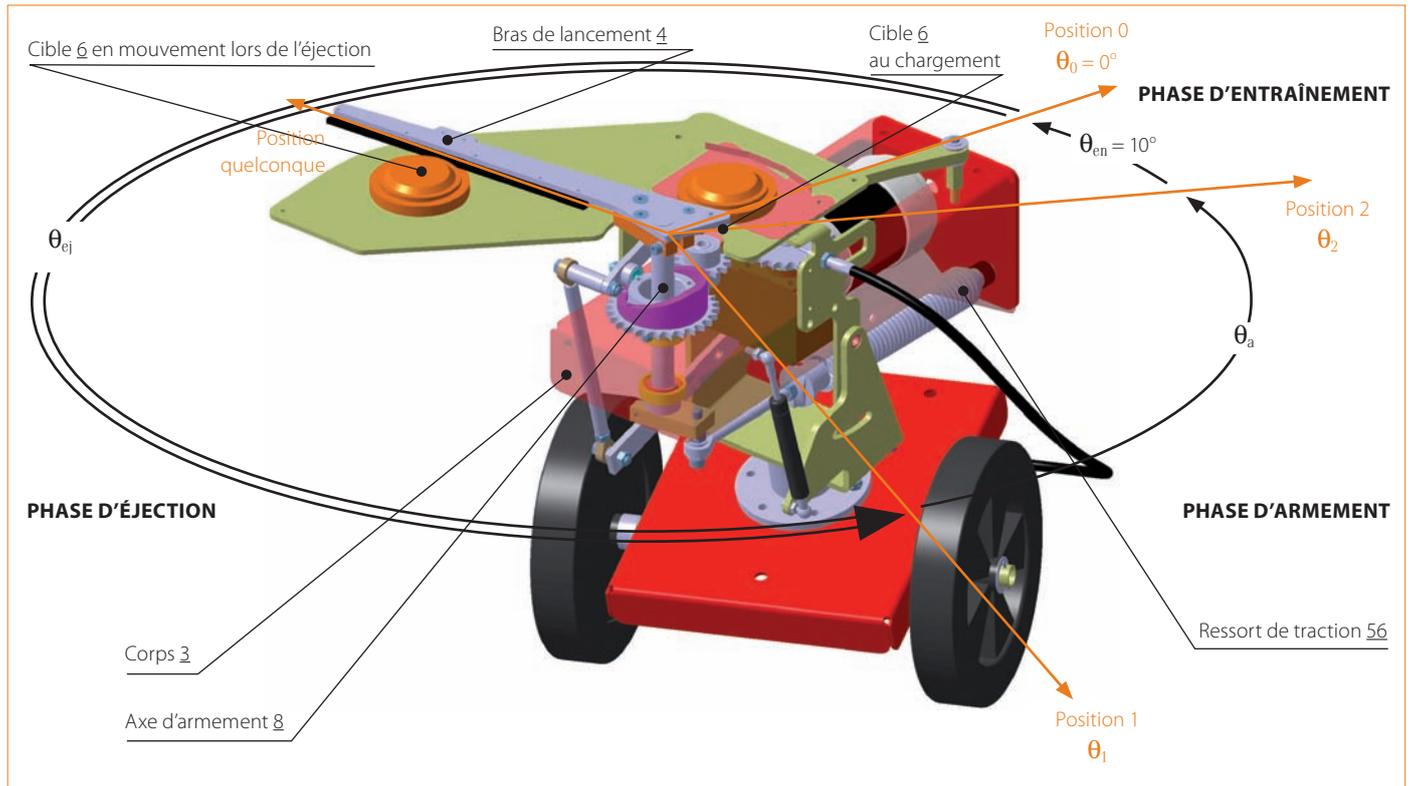
- **À la mise en route** de la machine, le bras 4 est en position désarmée. Une impulsion sur le bouton Marche



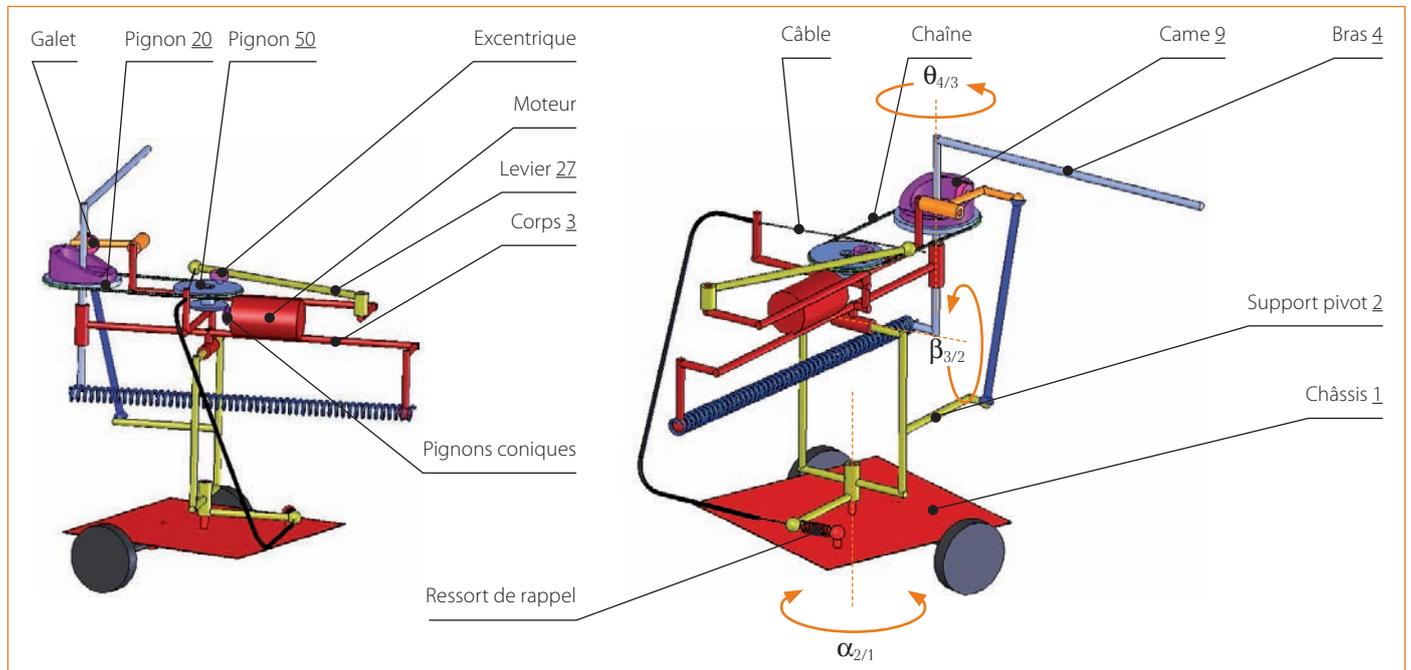
2 La commande du moteur dans les différentes phases de fonctionnement

| Entraînement  |                 | Éjection  |                 | Armement   |                 |
|---|-----------------|---|-----------------|--|-----------------|
| Le bras <u>4</u> est au contact de la cible <u>6</u> .<br><br>Après le pull, le moteur est alimenté et entraîne le bras <u>4</u> qui pousse la cible sur quelques degrés à vitesse faible et constante.<br><br>Le ressort de traction <u>56</u> se tend alors pour atteindre une longueur maximale. |                 | Le moteur est toujours alimenté.<br><br>Le ressort de traction <u>56</u> se détend et restitue au bras de lancement <u>4</u> l'énergie emmagasinée.<br><br>Celui-ci donne à la cible un mouvement accéléré.<br><br>La cible glisse sur la plaque de lancement <u>5</u> , puis décrit une trajectoire dans l'espace.<br><br>La vitesse du bras étant devenue supérieure à la vitesse du moteur, un système de roue libre a été inséré entre le bras et l'axe moteur. |                 | Dès que la vitesse du bras redevient inférieure à celle du moteur, le moteur prend le relais et amène le bras en position armée.<br><br>Pendant cette phase, il y a libération d'une cible du magasin et allongement du ressort de traction <u>56</u> qui emmagasine alors de l'énergie.<br><br>L'alimentation du moteur est alors coupée en fin d'armement. |                 |
| Position initiale   | Position finale | Position initiale   | Position finale | Position initiale  | Position finale |
|   |                 |   |                 |  |                 |
| Sens du mouvement   |                 | Sens du mouvement   |                 | Sens du mouvement  |                 |

3 Les phases de fonctionnement



4 La position du bras dans les phases de fonctionnement



5 Le schéma de principe du Lanceur TAH 85 Pro



6 La chaîne cinématique en phases d'armement et d'entraînement

permet d'alimenter le moteur **2** le temps que le bras **4** vienne lentement en contact avec la cible pour éviter tout choc. C'est la position armée.

● **Lorsque le tireur est prêt**, une impulsion sur le bouton Pull alimente le moteur. Les différentes phases de cette étape de fonctionnement sont données en **3** et **4**.

Le moteur n'est alimenté qu'un très court instant, permettant ainsi les phases d'entraînement et d'éjection.

● **L'arrêt** se fait par une impulsion sur le bouton : la phase d'armement n'est pas possible. Le bras se place en position désarmée (fin de la phase d'éjection).

### Le mouvements du lanceur

Si on choisit de rendre le mouvement dans le plan horizontal (rotation d'angle  $\alpha_{2/1}$ ) possible **5**, le moteur crée la rotation du pignon **50** sur lequel est monté un excentrique. Ce mouvement provoque l'oscillation du levier **27** dont le contact avec l'excentrique est assuré par un câble. C'est cette oscillation qui engendre le débattement horizontal du lanceur.

Si on choisit de rendre le mouvement dans le plan vertical (rotation d'angle  $\beta_{3/2}$ ) possible, le moteur par l'intermédiaire de la transmission par chaîne entraîne la came en rotation. Cette came en contact avec un galet agit sur un système de biellettes articulées, provoquant ainsi la rotation du corps autour d'un axe horizontal.

### La vérification du temps minimal entre deux tirs

Pour sa nouvelle gamme de lanceurs semi-professionnels, le fabricant garantit un temps minimal entre deux ordres de tir (*pull*) de 0,6 seconde. Il s'agit du temps que met le bras de lancement **4** pour faire un tour.

#### Données

Nombre de dents du pignon moteur  $Z_{50} = 25$  dents  
 Nombre de dents du pignon récepteur  $Z_{20} = 29$  dents  
 Rapport de réduction du réducteur conique  $i = 1/30$   
 Fréquence de rotation du moteur  $N_{\text{mot}} = 1\,200 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$

#### Hypothèses

- Le bras de lancement **4** parcourt, pendant la phase d'entraînement, un angle  $\theta_{\text{en}}$  de  $10^\circ$ .
- On paramètre angulairement la position du bras de lancement **4** par rapport au corps **3**. La position  $\theta_0 = 0^\circ$ , correspond à la fin de mise en tension du ressort **56**, c'est-à-dire à la fin de la phase d'entraînement.
- Dans les phases d'armement et d'entraînement, le moteur tourne à vitesse constante.

#### Travail demandé

● **Pendant les phases d'armement et d'entraînement** **4**, la roue libre se comporte comme une liaison encastrement. Le moteur entraîne le bras de lancement **4**, et ce

mouvement provoque la mise en tension du ressort **56** (roue libre « accrochée »).

*Q5 – Après avoir analysé le schéma de principe du lanceur* **5**, compléter le schéma-bloc **6**.

*Q6 – Calculer, dans ces phases, la vitesse de rotation angulaire du bras de lancement* **4** par rapport au corps **3** :

$$\omega_{4/3(\text{arm})} = \omega_{4/3(\text{ent})}$$

$$\omega_{4/3} = i (Z_{50} / Z_{20}) \omega_{\text{mot}} \quad \text{avec} \quad \omega_{\text{mot}} = (2\pi N_{\text{mot}}) / 60$$

Application numérique :

$$\omega_{4/3} = (1 / 30) \times (25 / 29) \times (2\pi \times 1\,200) / 60 \\ = 3,61 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

● **Pendant la phase d'éjection**, le ressort restitue son énergie en se détendant, et la vitesse de rotation  $\omega_{4/3(\text{éjection})}$  du bras de lancement **4** par rapport au corps **3** est supérieure à  $\omega_{4/3(\text{arm})}$  en phase d'armement. Par conséquent, la roue libre se comporte en liaison pivot (roue libre « décrochée »).

Pour étudier cette phase où le mouvement n'est pas uniforme, on réalise un modèle numérique associé à une simulation mécanique à l'aide d'un logiciel. Dans ce modèle, qui nous place dans le cas le plus défavorable, le moteur et la roue libre ne sont pas pris en compte (la vitesse d'entraînement est négligée). Le mouvement du bras est une oscillation amortie simplement due à l'action du ressort.

Pour exploiter les résultats, il convient de définir les limites correspondant aux positions 0 (« décrochage » de la roue libre) et 1 (« accrochage » de la roue libre).

*Q7 – Sur les deux courbes* **7** **8**, faire apparaître les points matérialisant les positions 0 et 1 du bras de lancement **4**. En déduire la durée  $T_{\text{ej}}$  de la phase d'éjection ainsi que l'angle  $\theta_{\text{ej}}$  balayé par le bras durant cette phase.

$$T_{\text{ej}} = 0,205 - 0,03 = 0,175 \text{ s}$$

$$\theta_{\text{ej}} = 5,15 - 0,05 = 5,1 \text{ rad}$$

*Q8 – Déterminer l'angle  $\theta_a$  parcouru par le bras de lancement* **4** pendant la phase d'armement.

$$\theta_a + \theta_{\text{en}} + \theta_{\text{ej}} = 2\pi$$

$$\theta_a = 2\pi - (\theta_{\text{en}} + \theta_{\text{ej}}) = 2\pi - (10\pi / 180 + 5,1) = 1,01 \text{ rad}$$

*Q9 – Vérifier que le temps minimal entre deux pulls est conforme aux données du fabricant.*

$$\text{Temps pour faire un tour} = T_{\text{ej}} + (\theta_a + \theta_{\text{en}}) / \omega_{4/3}$$

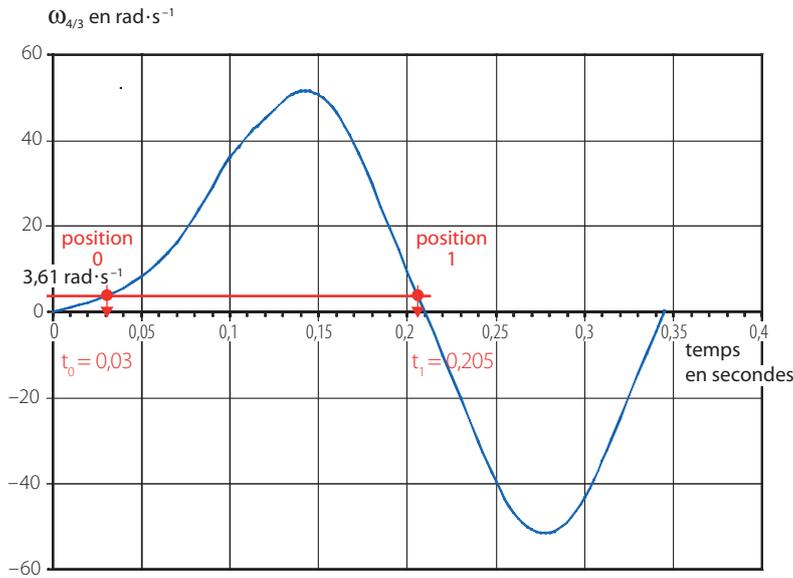
Application numérique :

$$T = 0,175 + [(1,01 + 10\pi / 180) / 3,61] = 0,503 \text{ s}$$

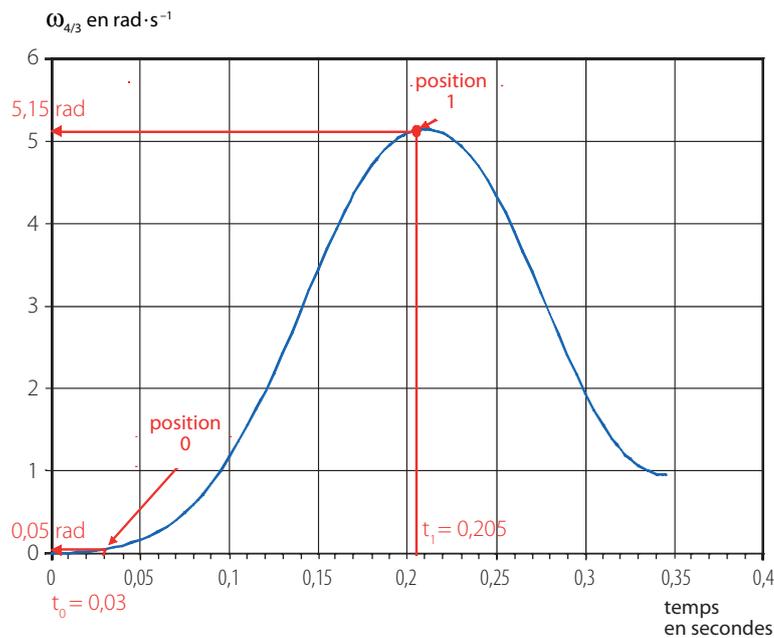
Ce temps est inférieur à 0,6 s, il est donc conforme à la donnée du constructeur.

### La vérification de la capacité du moteur à tendre les ressorts préconisés par le constructeur

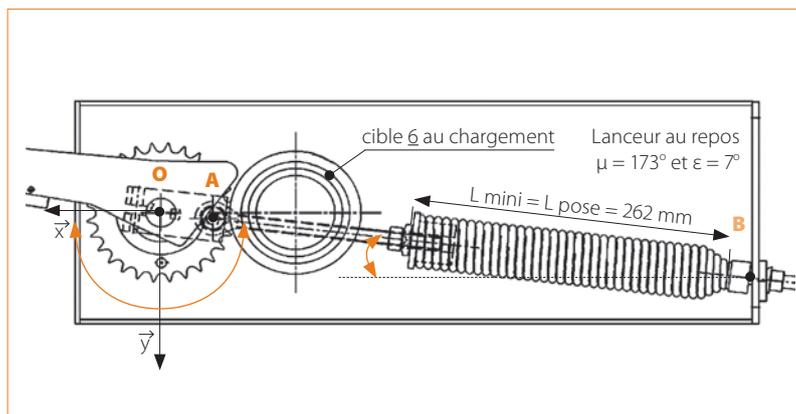
Le lanceur TAH 85 Pro est proposé à la vente avec trois ressorts interchangeables permettant de faire varier les conditions de tir.



7 La vitesse de rotation du bras de lancement 4 par rapport au corps 3



8 La position du bras de lancement 4 par rapport au corps 3



9 Le bras d'armement au repos

De nouvelles contraintes de conception, telles que le poids, l'encombrement, le fonctionnement sur batterie, ne permettent plus l'emploi des moteurs habituellement utilisés.

Par conséquent, il convient de vérifier le choix de ce nouveau moteur.

**Données**

- Puissance du moteur  $P_{\text{mot}} = 200 \text{ W}$
- Fréquence de rotation de l'axe d'armement par rapport au corps  $N_{4/3} = 35 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$
- Rendement du réducteur conique  $\eta_1 = 0,86$
- Rendement de la transmission par chaîne  $\eta_2 = 0,97$
- Ressort noir 1 : raideur  $k_1 = 4,36 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$
- Ressort vert 2 : raideur  $k_2 = 5,24 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$
- Ressort gris 3 : raideur  $k_3 = 6,52 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$
- Position du bras d'armement : repérée par l'angle  $\mu = (\vec{x}, \vec{OA})$
- Longueur à vide des différents ressorts :  $L_0 = 230 \text{ mm}$

**Hypothèses**

- La vitesse de rotation de l'axe d'armement est supposée constante dans cette phase.
- Les frottements dans les liaisons sont négligés.
- La liaison en O entre l'axe d'armement et le corps est modélisée par une liaison rotule.
- La liaison en C entre l'axe d'armement et le corps est modélisée par une liaison linéaire annulaire (sphère-cylindre) d'axe  $\vec{z}$ .
- L'action du galet sur la came est négligée, car un vérin à gaz, non étudié, compense cette action.
- L'action de la chaîne sur le pignon est modélisée dans R par le torseur suivant :

$$\left\{ T_E \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_E & 0 \\ Y_E & 0 \\ \hline 0 & N_E \end{array} \right\}_R$$

**Travail demandé**

Q10 – Afin de vérifier la puissance du moteur, on se place dans la configuration  $\mu = 280^\circ$ . Identifier le ou les critères qui ont permis de déterminer cette configuration.

On se place dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire lorsque le couple exercé sur l'arbre sera le plus important. Les paramètres intervenant sont l'action du ressort et la direction de cette action (qui dépend de  $\epsilon$ ).

Q11 – Sur l'épure, placer le point A pour  $\mu = 280^\circ$ . Tracer l'axe du maneton ainsi que l'axe du ressort. En déduire graphiquement la longueur du ressort  $L_{\text{ressort}}$  dans cette configuration, ainsi que l'angle  $\epsilon$ .

$L_{\text{ressort}} = 320 \text{ mm}$  et  $\epsilon = 11^\circ$

Q12 – Calculer l'action exercée par le ressort sur l'ensemble « axe + bras d'armement » pour la position définie précédemment. Écrire cette action sous la forme d'un torseur en A dans R.

L'action F exercée par un ressort est telle que

$$F = k \Delta L$$

Pour vérifier si le moteur peut tendre le ressort, on se place dans le cas le plus défavorable, donc en choisissant le ressort de plus grande raideur  $k = k_3 = 6,52 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ .

$F = k_3 (L - L_0) = 6,52 (320 - 230) = 586,8 \text{ N}$  avec

$$\left\{ T_{\text{ressort}/E} \right\} = \begin{matrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} = \begin{matrix} -F \cos \epsilon \\ F \sin \epsilon \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Q13 – Après avoir isolé l'ensemble « axe + bras d'armement » , déterminer le couple  $N_E$  nécessaire à la mise en tension du ressort. Détailler la démarche de résolution.

Isolons l'ensemble « axe + bras d'armement » et appliquons le principe fondamental de la statique à l'ensemble isolé en O.

Action de la chaîne en E :

$$\left\{ T_E \right\} = \begin{matrix} X_E \\ Y_E \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ N_E \end{matrix}$$

Liaison linéaire annulaire en C :

$$\left\{ T_{\text{corps}/E} \right\} = \begin{matrix} X_C \\ Y_C \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Liaison rotule en O :

$$\left\{ T_{\text{corps}/E} \right\} = \begin{matrix} X_O \\ Y_O \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Action du ressort en A :

$$\left\{ T_{\text{ressort}/E} \right\} = \begin{matrix} -F \cos \epsilon \\ F \sin \epsilon \\ 0 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Principe fondamental de la statique :

$$\Sigma \{ T_{\text{ext}} \}_{O} = \{ 0 \}$$

Seule l'équation des moments autour de  $\vec{z}$  nous intéresse :

$$\begin{aligned} N_E - 44 \cos(10^\circ) F \cos \epsilon + 44 \sin(10^\circ) F \sin \epsilon &= 0 \\ N_E = 44 \cos(10^\circ) F \cos \epsilon - 44 \sin(10^\circ) F \sin \epsilon &= 0 \\ N_E = -24\,055,5 \text{ N}\cdot\text{mm} \text{ d'où } |N_E| &= 24 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Q14 – Calculer la puissance nécessaire  $P_M$  à fournir par le moteur à l'ensemble « axe + bras d'armement » pour tendre le ressort.

La puissance nécessaire à fournir par le moteur est

$$P_{\text{mot}} = P_E / \eta_1 \eta_2$$

avec

$$\begin{aligned} P_E &= N_E \omega_{4/3} = N_E (2\pi N_{4/3}) / 60 \\ &= 24 \times (2\pi \cdot 35) / 60 = 87,97 \text{ W} \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} P_{\text{mot}} &= P_E / \eta_1 \eta_2 = 87,97 / (0,86 \times 0,97) \\ &= 105,45 \text{ W} \end{aligned}$$

Q15 – Vérifier la validité de la nouvelle motorisation préconisée par le constructeur. Justifier.

La nouvelle motorisation est validée si la puissance fournie par le moteur préconisé est supérieure à la puissance moteur calculée dans la question précédente.  $P_{\text{mot}} (105,45 \text{ W}) \leq 200 \text{ W}$ , la motorisation est donc validée.

### La vérification des distances de lancer

Le fabricant du lanceur TAH 85 Pro permet à l'utilisateur d'effectuer des tirs de 40 à 110 mètres. Ces différentes longueurs sont obtenues avec trois raideurs de ressort différentes qui influent sur la vitesse d'éjection de la cible.

Une première étude (non publiée ici) a permis, à partir des équations du mouvement du centre de gravité de la cible, de déterminer l'expression littérale de la trajectoire de la cible :

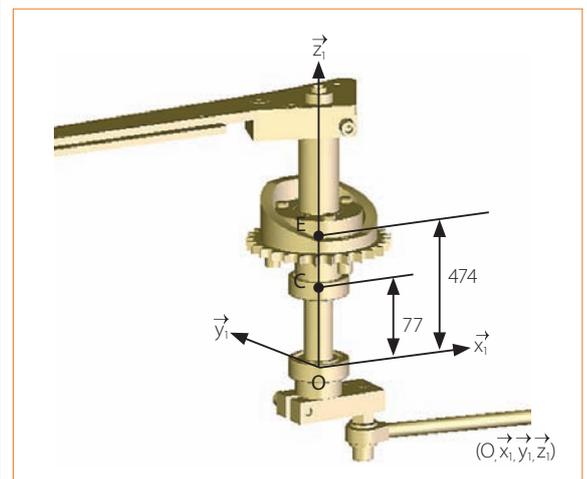
$$z(x) = -1/2 [g / (V_0 \cos \beta)^2] x^2 + \tan \beta x + H_0$$

dans une configuration où le mouvement vertical du corps  $\mathcal{Z}$  par rapport au support pivot  $\mathcal{Z}$  est bloqué à une valeur constante  $\beta_{3/2} = 34^\circ$ .

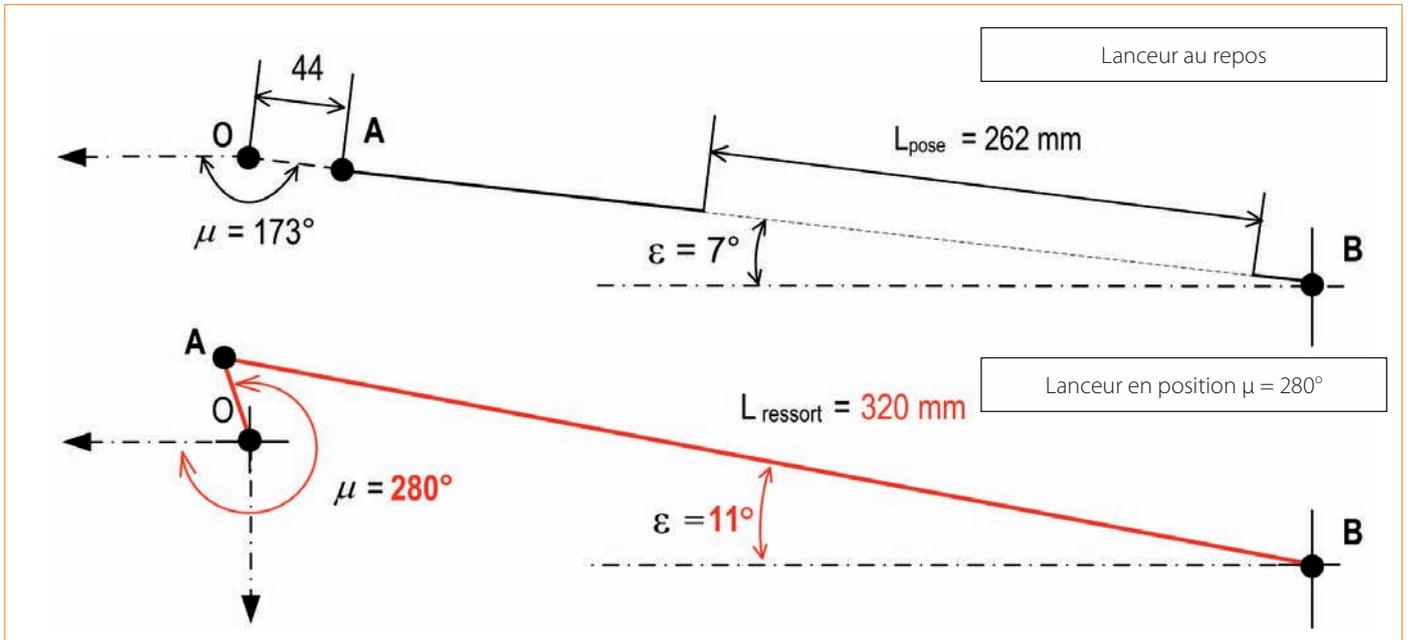
On a ainsi abouti à l'expression de la longueur de lancer :

$$L = \frac{\tan \beta + \sqrt{(\tan \beta)^2 + 2 \frac{g H_0}{(V_0 \cos \beta)^2}}}{\frac{g}{(V_0 \cos \beta)^2}}$$

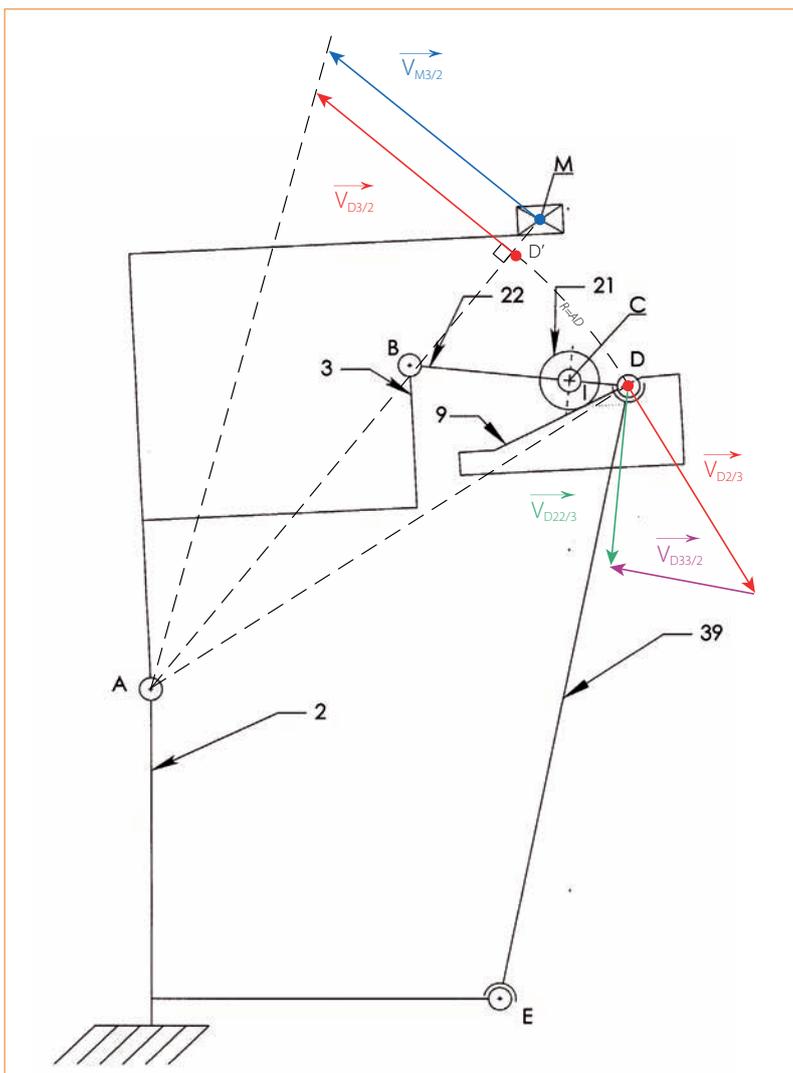
Pour une position de la cible par rapport au sol au moment du lancer  $H_0$  de 0,6 m, on trouve les valeurs suivantes :



 Les caractéristiques géométriques de l'axe d'armement



11 Le lanceur au repos et en position  $\mu = 280^\circ$



12 Le système « 4 barres » actionné par la came

- $L_{\min} = 41,8 \text{ m}$  pour le ressort noir qui lance à la vitesse initiale la plus faible,  $V_{0 \min} = 20,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- $L_{\max} = 112,1 \text{ m}$  pour le ressort gris qui lance à la vitesse initiale la plus grande,  $V_{0 \max} = 34,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

La longueur maximale de lancer, se situant entre 40 et 110 mètres, est donc conforme aux exigences. On peut, cependant, formuler quelques réserves sur la précision des résultats compte tenu des hypothèses simplificatrices du modèle.

**Étude de la configuration 2 : le mouvement vertical débloqué  $\beta_{3/2}$  varie**

L'étude précédente ne prenait pas en compte le mouvement vertical du lanceur. En réalité, celui-ci va influencer sur la vitesse de la cible par rapport au sol. Le but de notre étude est de quantifier cette influence.

Le mouvement vertical est obtenu par la rotation de la came 9 qui agit par l'intermédiaire du galet de came 21 sur le système « 4 barres » schématisé en 12. Le contact de roulement sans glissement entre la came 9 et le galet de came 21 est toujours assuré par un ressort à gaz non représenté.

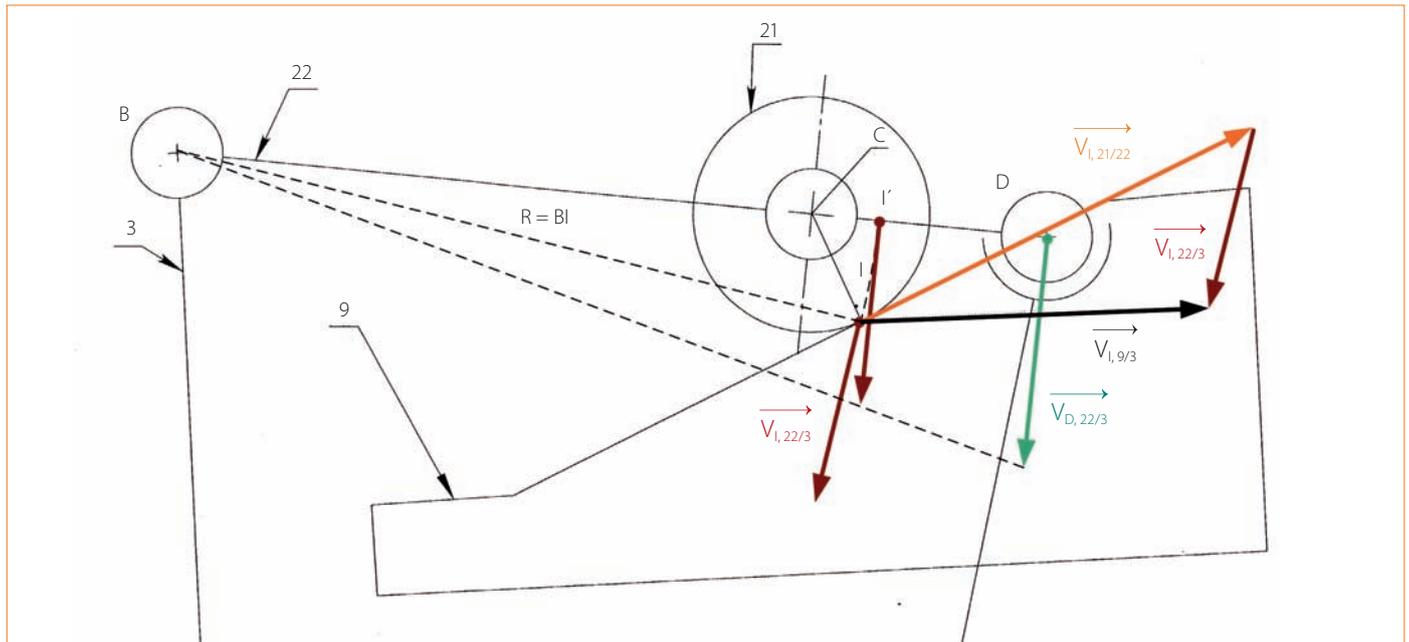
**Données**

La vitesse du point I appartenant à la came 9 par rapport au corps 3 est tracée en 12 et 13 :

$$\|\vec{V}_{I,9/3}\| = 0,16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

**Hypothèses**

- Le mouvement horizontal du chariot est bloqué :  $\alpha_{2/1}$  a une valeur constante.
- La position du mécanisme en 12 et 13 correspond à la vitesse maximale atteinte dans ce mouvement.
- Le mouvement étudié est plan.



13 La came 9 déclenche le mouvement vertical

**Travail demandé**

Pour chaque vitesse demandée, tracer les vitesses en justifiant les tracés dans le cadre prévu à cet effet.

Remarque : La came 9, représentée en 12 et 13 dans une position particulière, est en rotation par rapport à 3 autour de son axe. Cette liaison pivot se trouve en arrière du plan de la figure 13 et non représentée.

Q20 – Sur la figure 13, déterminer  $\vec{V}_{I,22/3}$ .

Composition des vitesses au point I :

$$\vec{V}_{I,9/3} = \vec{V}_{I,9/21} + \vec{V}_{I,21/22} + \vec{V}_{I,22/3}$$

$\vec{V}_{I,9/3}$  est connue et tracée sur la figure 11.  
 $\vec{V}_{I,9/21}$  est nulle, car il y a roulement sans glissement entre 9 et 21.  
 $\vec{V}_{I,21/22}$  est de direction connue, perpendiculaire à (CI).  
 $\vec{V}_{I,22/3}$  est de direction connue, perpendiculaire à (BI).  
 On trace la somme vectorielle et  $V_{I,22/3} = 0,09 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Q21 – Sur la figure 13, déterminer  $\vec{V}_{D,22/3}$ . Reporter cette vitesse sur la figure 12 en conservant la même échelle de tracé et déterminer  $\vec{V}_{D,2/3}$ .

Le mouvement de 21/3 est une rotation de centre B. Il y a proportionnalité des vitesses  $V_{I,22/3}$  et  $V_{D,22/3}$ .

Sur la figure 14, la composition des vitesses au point D est la suivante :

$$\vec{V}_{D,22/3} = \vec{V}_{D,22/39} + \vec{V}_{D,39/2} + \vec{V}_{D,2/3}$$

$\vec{V}_{D,22/3}$  est connue d'après le début de la question.  
 $\vec{V}_{D,22/39}$  est nulle, car D est le centre de la liaison rotule 22/39.  
 $\vec{V}_{D,39/2}$  est de direction connue, perpendiculaire à (ED).  
 $\vec{V}_{D,2/3}$  est de direction connue, perpendiculaire à (AD).  
 On trace la somme vectorielle et  $V_{D,2/3} = 0,15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Q22 – Sur la figure 2, en déduire  $\vec{V}_{M,3/2}$ .

Le mouvement 3/2 est une rotation de centre A. Il y a proportionnalité des vitesses  $\vec{V}_{D,2/3}$  et  $\vec{V}_{M,3/2}$ . D'où  $V_{M,3/2} = 0,16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (on note que  $\vec{V}_{D,3/2}$  est de sens opposé à  $\vec{V}_{D,2/3}$ ).

Q 23 – Comparer la norme de  $\vec{V}_{M,3/2}$  et  $\vec{V}_0$ , et conclure quant à l'influence du mouvement vertical.

$\vec{V}_0$  est environ 100 fois plus grande que  $\vec{V}_{M,3/2}$ . On peut en conclure que le mouvement vertical n'influence pas de façon significative la vitesse initiale de la cible. Par conséquent, les longueurs de lancer calculées dans la configuration 1 sont proches de la réalité.

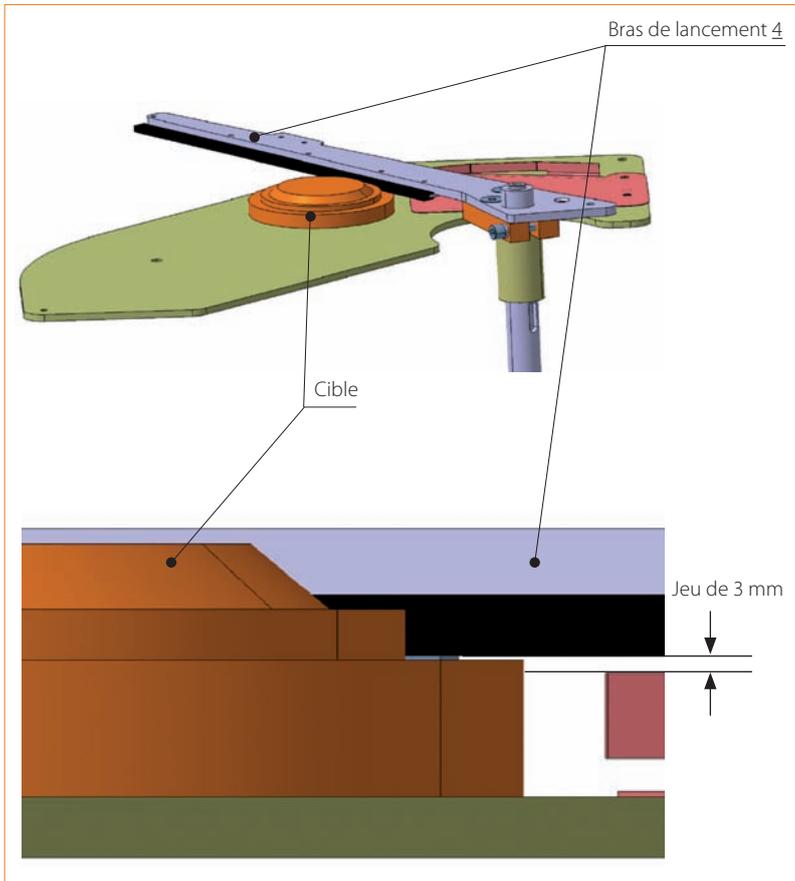
**La vérification du non-coincement de la cible en fonctionnement dynamique**

L'étude consiste à vérifier que les sollicitations dynamiques que subissent l'axe d'armement 8 et le bras de lancement 4 ne provoquent pas de déformations risquant de mettre en péril le fonctionnement de la machine. En effet, le risque le plus important est le coincement de la cible sur la plaque par le bras de lancement. Pour cela, le concepteur prévoit entre la cible et le bras un jeu de 3 mm, comme le montre la figure 14.

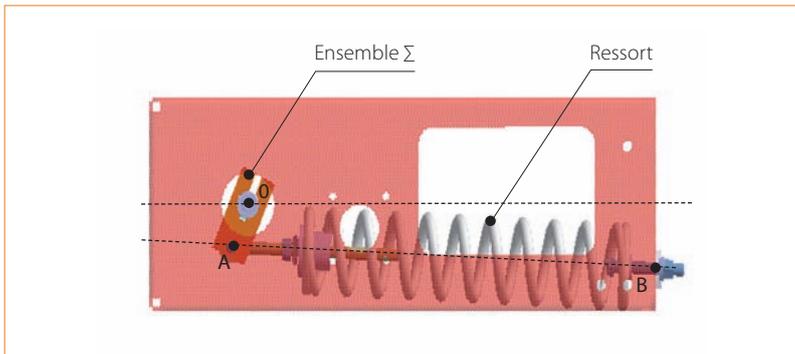
La vue partielle du lanceur 15 permet de mettre en évidence le ressort et l'ensemble Σ (axe + maneton + bras de lancement). Le paramétrage de la figure 16 sera donc réalisé dans cette vue.

**Hypothèses**

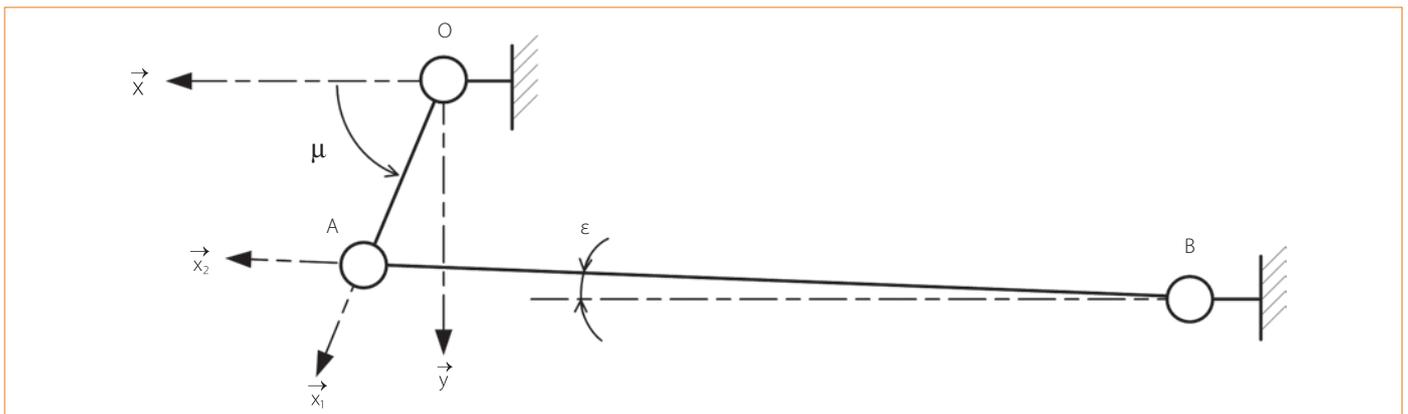
- L'étude dynamique est réalisée pendant la phase d'éjection de la cible.
- Devant les phénomènes dynamiques, on pourra négliger :



14 Le jeu entre la cible et le bras 4



15 Le ressort et l'ensemble Σ (axe + maneton + bras de lancement)



16 Le paramétrage de non-coincement de la cible en fonctionnement dynamique

- les actions mécaniques de pesanteur ;
- l'action mécanique de la cible sur le bras de lancement ;
- les frottements dans les liaisons.

- Le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est supposé galiléen. Le repère de l'ensemble  $\Sigma$ ,  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  est tel que  $(\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1) = \mu$ . Le repère du ressort,  $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  est tel que  $(\vec{x}, \vec{x}_2) = (\vec{y}, \vec{y}_2) = \epsilon$ .

Avec :  
 $\vec{z} = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$     $\vec{OA} = r\vec{x}_1$     $BA = x\vec{x}_2$     $\vec{OB} = a\vec{x} + b\vec{y}$   
 $r$  longueur constante  
 $x$  longueur variable  
 $a$  et  $b$  longueurs constantes algébriques

- Caractéristiques d'inertie de l'ensemble  $\Sigma$  :  
 - matrice d'inertie au point O :

$$I_{\Sigma, O} = \begin{bmatrix} A & D & E \\ D & C & F \\ E & F & C \end{bmatrix}_{(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})}$$

- centre de gravité G, masse M

- Caractéristique du ressort : raideur  $k$ , longueur à vide  $x_0$

**Travail demandé**

Q24 – Les effets dynamiques associés à la géométrie du système provoquent une déformation en flexion de l'axe d'armement  $\mathcal{B}$ . À l'aide d'un schéma simple légendé (similaire au modèle de la figure 17), donner les paramètres géométriques influant sur cette déformation. Lequel semble prépondérant ?

Les paramètres géométriques influant sur cette déformation sont :

- le diamètre de l'axe ;
- les largeur, longueur et hauteur du bras ;
- la distance entre le roulement et le bras de lancement  $h$ . Elle représente le porte-à-faux de celui-ci.

Le porte-à-faux  $h$  est prépondérant 13.

Q25 – À partir des figures 15 et 16, écrire la relation vectorielle de fermeture géométrique.

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0} \text{ d'où } r\vec{x}_1 + x\vec{x}_2 - a\vec{x} - b\vec{y} = 0$$

Q26 – Après avoir projeté sur les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  la relation précédente, en déduire deux équations scalaires. On appellera ces deux équations (1) et (2) dans la suite du questionnaire.

On projette la relation vectorielle ci-dessus sur les axes  $x$  et  $y$ .

Sur l'axe  $\vec{x}$  :

$$r\vec{x}_1\vec{x} + x\vec{x}_2\vec{x} - a\vec{x}\vec{x} - b\vec{y}\vec{x} = 0$$

d'où

$$r \cos \mu - x \cos \varepsilon - a = 0 \quad (1)$$

Sur l'axe  $\vec{y}$  :

$$r\vec{x}_1\vec{y} + x\vec{x}_2\vec{y} - a\vec{x}\vec{y} - b\vec{y}\vec{y} = 0$$

d'où

$$r \sin \mu - x \sin \varepsilon - b = 0 \quad (2)$$

Q27 – En écrivant le principe fondamental de la dynamique, déterminer littéralement l'équation du mouvement en  $\mu$  de l'ensemble  $\Sigma$  en fonction des paramètres suivants :  $r, k, x, x_0, \varepsilon$ , et des paramètres d'inertie de  $\Sigma$ .

On isole l'ensemble  $\Sigma$ .

● Bilan des actions mécaniques extérieures sur  $\Sigma$  :

- action du corps 3 : frottements négligés
- action de la pesanteur : négligée
- action de la cible : négligée
- action du ressort

● Principe fondamental de la dynamique : équation des moments en O, en projection sur  $\vec{z}$ .

$$(OA \wedge F_{\text{ressort } \Sigma}) \vec{z} = (\delta_{0, \Sigma/RG}) \vec{z}$$

$$- r\vec{x}_1 \wedge k(x - x_0) \vec{x}_2 = C\ddot{\mu}_{(t)}$$

qui donne

$$- rk(x - x_0) \sin(\varepsilon - \mu) = C\ddot{\mu}_{(t)}$$

et donc

$$- rk(x - x_0) \sin(\varepsilon - \mu) + C\ddot{\mu}_{(t)} = 0$$

Q28 – En utilisant les équations (1) et (2), écrire l'équation du mouvement en  $\mu$  de l'ensemble  $\Sigma$  en fonction des paramètres suivants :  $r, k, x_0, a, b$ , et des paramètres d'inertie de  $\Sigma$ .

L'objectif est de trouver une équation du mouvement en  $\mu$  ne faisant pas apparaître d'autres paramètres que  $\mu$  dépendant du temps. C'est l'équation différentielle en  $\mu$ .

Après intégration, elle donne  $\ddot{\mu}_{(t)}$ .

En utilisant les équations (1) et (2), on élimine les paramètres  $\varepsilon$  et  $x$ .

● Élimination de  $\varepsilon$  :

$$r \cos \mu - x \cos \varepsilon - a = 0 \quad (1)$$

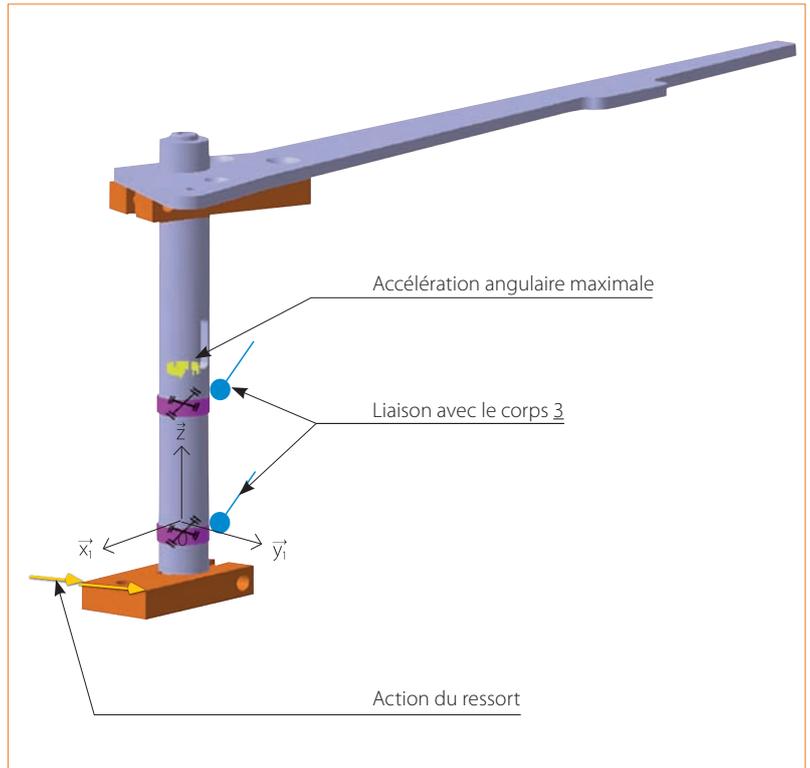
d'où

$$x \cos \varepsilon = r \cos \mu - a$$

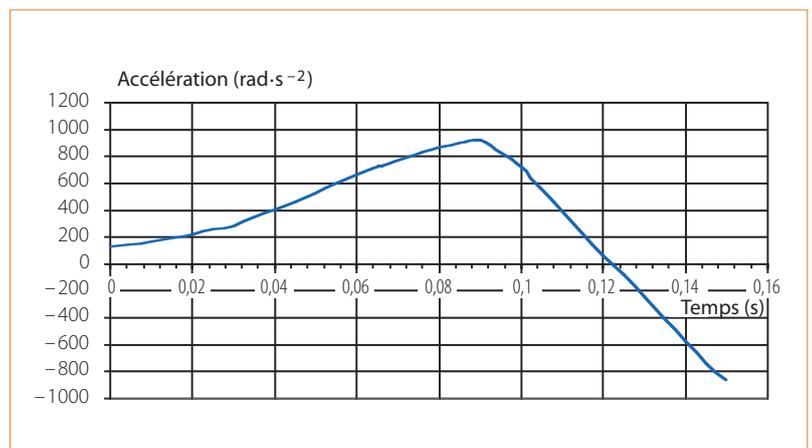
$$r \sin \mu - x \sin \varepsilon - b = 0 \quad (2)$$

d'où

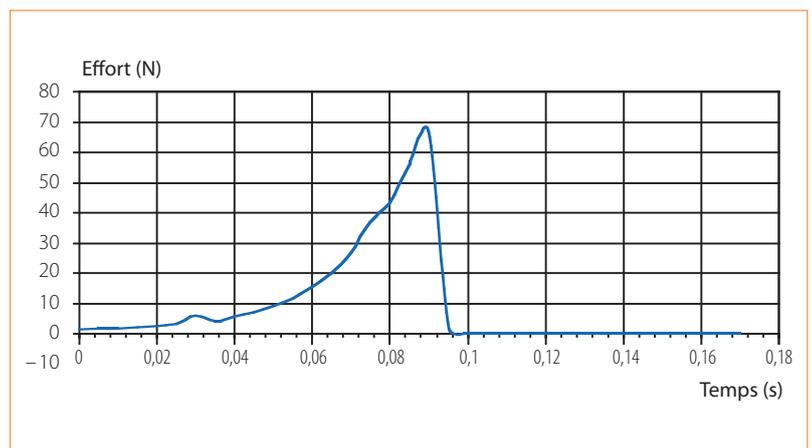
$$x \sin \varepsilon = r \sin \mu - b$$



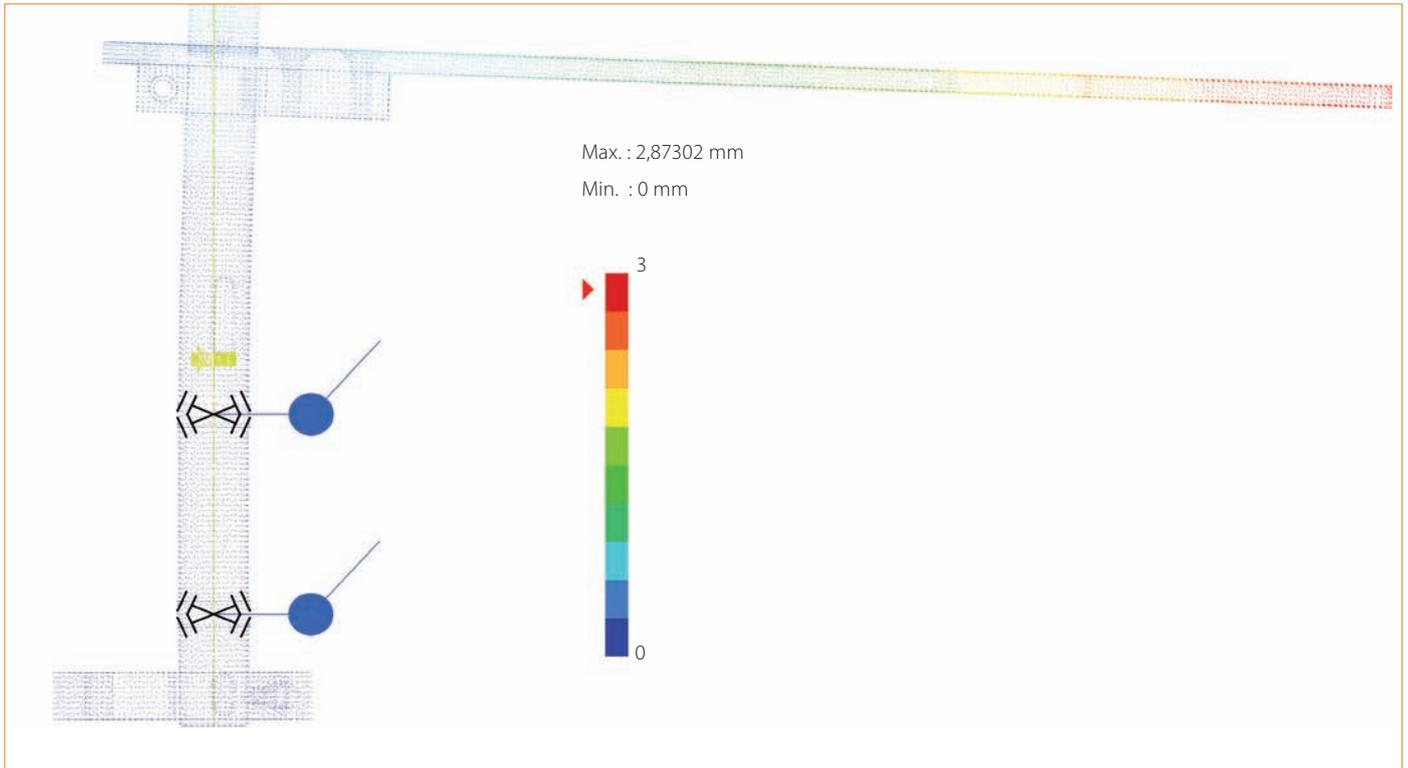
17 La modélisation retenue pour la simulation dynamique



18 L'évolution de l'accélération angulaire du système tournant  $\Sigma / R$



19 L'évolution de l'effort de contact entre la cible et le bras



20 Les déplacements aux nœuds du bras 4

En faisant le quotient  
 $\tan \varepsilon = (r \sin \mu - b) / (r \cos \mu - a)$   
 et donc

$$\varepsilon = \tan^{-1} [(r \sin \mu - b) / (r \cos \mu - a)]$$

● Élimination de  $x$  :

Reprenons les équations (1) et (2) :

$$x \cos \varepsilon = r \cos \mu - a$$

$$x \sin \varepsilon = r \sin \mu - b$$

Élevons ces deux équations au carré et ajoutons-les :

$$x^2 = (r \cos \mu - a)^2 + (r \sin \mu - b)^2$$

$$= r^2 - 2 r (a \cos \mu + b \sin \mu) + a^2 + b^2$$

$$x = \sqrt{r^2 - 2 r (a \cos \mu + b \sin \mu) + a^2 + b^2}$$

Remplaçons les valeurs de  $x$  et  $\varepsilon$  dans l'équation du mouvement trouvée.

$$r k \sqrt{r^2 - 2 r (a \cos \mu + b \sin \mu) + a^2 + b^2} - x_0 \cdot \sin[\tan^{-1} [(r \sin \mu - b) / (r \cos \mu - a)] - \mu] + C \ddot{\mu}_0 = 0$$

Certes, cette équation n'est pas exploitable directement ! Son intégration donne la courbe de l'accélération angulaire du bras de la figure 18.

Q29 – À l'aide des figures 18, 19 et 20, proposer une démarche à suivre, à ce niveau de l'étude, afin de conclure quant au risque de coincement de la cible.

Les figures 18 et 19 permettent d'obtenir la valeur de l'accélération angulaire maximale prise par le bras au moment du tir de la cible.

La figure 20 représente le résultat de la simulation obtenue par un logiciel de calcul de déplacements lorsque l'accélération est maximale.

On obtient ainsi les déplacements de l'arbre sous l'effet de cette accélération. On peut donc vérifier qu'en bout de bras le déplacement du point critique n'excède pas 3 mm (valeur pour laquelle le bras coince la cible). ■