

CONCOURS EXTERNE CAPLP 2008
DE GÉNIE MÉCANIQUE ÉPREUVE COMMUNE DE STI

Ensemble porte-fraise mère

ANDRÉ LEFEBVRE, CHRISTIAN TEIXIDO⁽¹⁾

Nous vous proposons ici un extrait significatif de la dernière session du CAPLP de génie mécanique corrigé et commenté. Cela permettra d'une part à certains de nos lecteurs de se préparer aux concours interne et externe de professeur et d'autre part de donner la possibilité d'exploiter ce support, à la teneur très technologique, dans le cadre de formations postbac. Le problème technique porte sur l'adaptation d'une machine de taillage d'engrenages à un changement de production.

La machine support de l'étude **1** permet de tailler des roues dentées par le procédé de génération (mouvements conjugués d'engrènement de l'outil et de la roue à tailler).

Trois principes sont couramment utilisés : le taillage par outil crémaillère, par fraise mère et par outil pignon.

La figure **2** met en évidence les différentes mobilités nécessaires aux réglages et à l'usinage.

La génération s'effectue à partir d'un outil appelé fraise mère, qui est un pignon cylindrique à denture

mots-clés

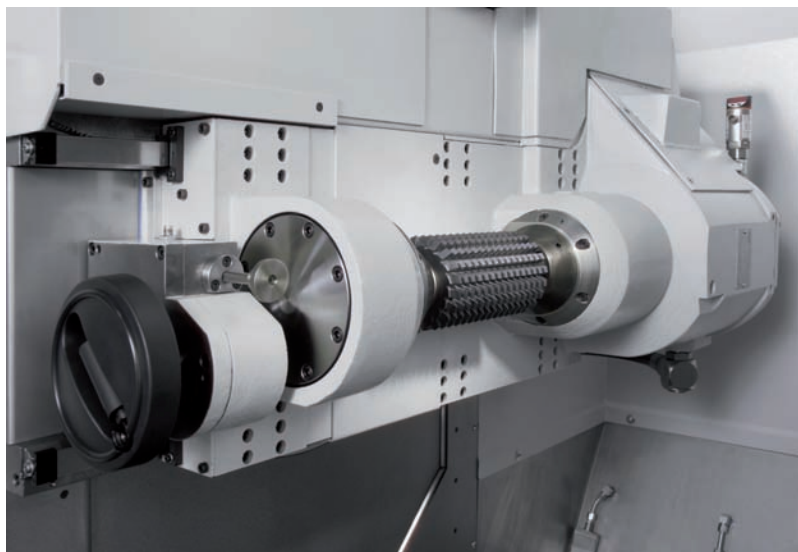
actionneur, dynamique, liaison, mécanique, sujet de concours, transmission

hélicoïdale dont les flancs de dents sont des hélicoïdes développables **3**. Cet outil possède des arêtes coupantes disposées suivant une hélice d'angle primitif β_{F0} (proche de 90°) qui lui donnent plutôt l'aspect d'une vis, d'où le vocabulaire « nombre de filets Z_F » pour désigner le nombre de dents de l'outil. Généralement, $Z_F = 1$, plus rarement $Z_F = 2, 3$, ou 4 .

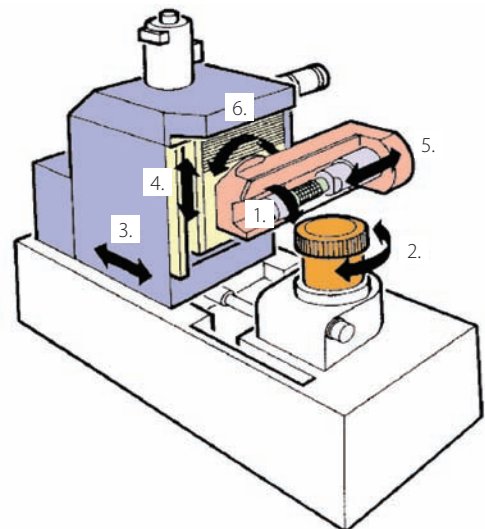
Dans ce mode de taillage, l'ensemble outil fraise mère et roue à tailler constitue un engrenage gauche. Le seul impératif géométrique à respecter est que la tangente à l'hélice primitive de la fraise mère reste constamment confondue avec la tangente à l'hélice primitive de la roue **4**.

Le taillage débute en plaçant l'outil au-dessus de la roue, puis on anime la fraise mère du mouvement de coupe et d'un mouvement d'avance de vitesse faible parallèlement à l'axe de la roue.

L'obtention du mouvement de génération nécessite de lier la rotation de la roue à tailler N_R et la rotation de l'outil fraise mère N_F .



1 La machine de taillage d'engrenages cylindriques par fraise mère



2 La cinématique de la machine de taillage

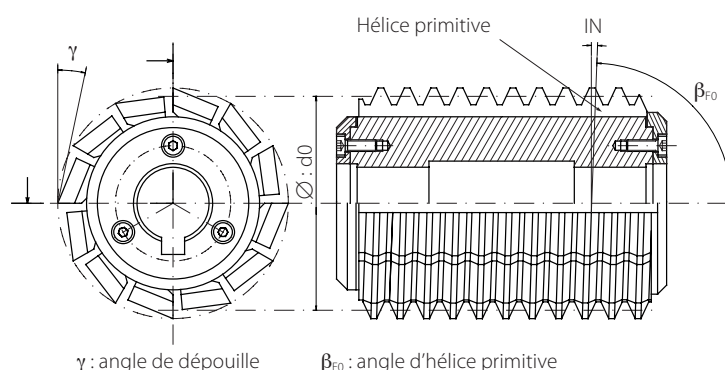
Ensemble porte-fraise mère (EPFM)

1. Rotation fraise mère (mouvement de coupe)
2. Rotation roue à tailler
3. Translation axiale tête porte-fraise mère (profondeur de passe)
4. Mouvement d'avance fraise mère
5. Translation axiale fraise mère (*shifting*)
6. Orientation porte-fraise mère

GILPASON © GENESIS 130H



3 L'outil fraise mère à 1 filet



Afin d'accroître la durée de vie de l'outil grâce à une usure uniforme sur toute sa longueur active et lors du taillage d'un grand nombre de pièces identiques, on effectue un déplacement de la fraise mère le long de son axe. Cette opération, appelée *shifting*, permet de compenser l'usure de l'outil après un certain nombre de taillages.

L'ensemble porte-fraise mère (EPFM)

Les documents techniques DT1 et DT3 (en fin d'article) présentent l'ensemble porte-fraise mère qui assure :

- le mouvement de coupe issu de l'arbre 4 entraîné par le moteur de « puissance » *brushless* M1 ;
- le mouvement de *shifting* issu d'une transmission poulie 13 - courroie à partir du moteur M2.

Remarque : L'étude préliminaire de compréhension du mécanisme n'est pas reprise dans cet article. Néanmoins, pour aborder la suite du sujet, on donne les deux diagramme FAST 5 6 des fonctions « Transmettre l'énergie motrice de rotation à la fraise mère », correspondant au mouvement de coupe, et « Assurer un déplacement motorisé de la fraise mère le long de son axe », correspondant au mouvement de *shifting*.

Le schéma cinématique plan de l'ensemble porte-fraise mère est donné en 7.

Le problème technique

Actuellement, cette machine est équipée de fraises mères monoblocs M35 revêtues TIN, d'un diamètre primitif de 120 mm, afin de tailler en série des roues dentées de module 3 mm, de bonne usinabilité et de « dureté » moyenne (70 daN/mm^2). Ces caractéristiques correspondent à des matériaux tels que 17CrMo4, 16MnCr5... et nécessitent une vitesse de coupe de 85 m/min pour un effort tangentiel de coupe de l'ordre de 1 840 N.

Le responsable de production est sollicité par une commande particulière de taillage d'une série de roues dentées à denture droite de module 3,5 mm dont la matière est du 30CrNiMo8, c'est-à-dire d'usinabilité difficile et de « dureté » 120 daN/mm^2 .

[1] Respectivement professeur agrégé de mécanique au lycée du Hainaut de Valenciennes (59) et professeur agrégé de mécanique à la retraite.

Il s'agit de vérifier si la machine est capable d'effectuer ces travaux sans endommager ses constituants (moteurs, engrenages, roulements...), ou, dans le cas contraire, si un investissement dans une machine plus puissante est rentable.

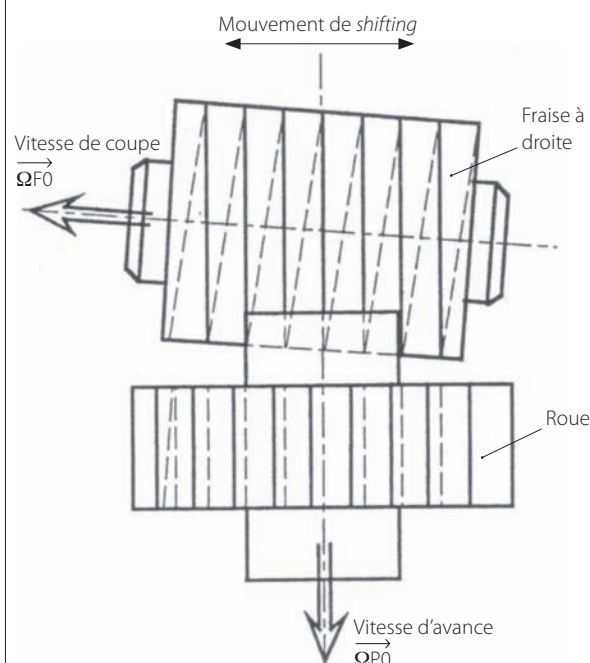
Analyse de la fonction principale FP1 « Transmettre l'énergie motrice de rotation à la fraise mère »

Objectif : Le taillage de la nouvelle gamme de roues dentées (30CrNiMo8) de module 3,5 mm doit s'effectuer avec une fraise mère d'un diamètre primitif de 120 mm ; de plus, l'effort tangentiel de coupe est évalué à 13 000 N. Cet accroissement de la performance à atteindre nécessite de s'assurer de la capacité de la machine, notamment en ce qui concerne :

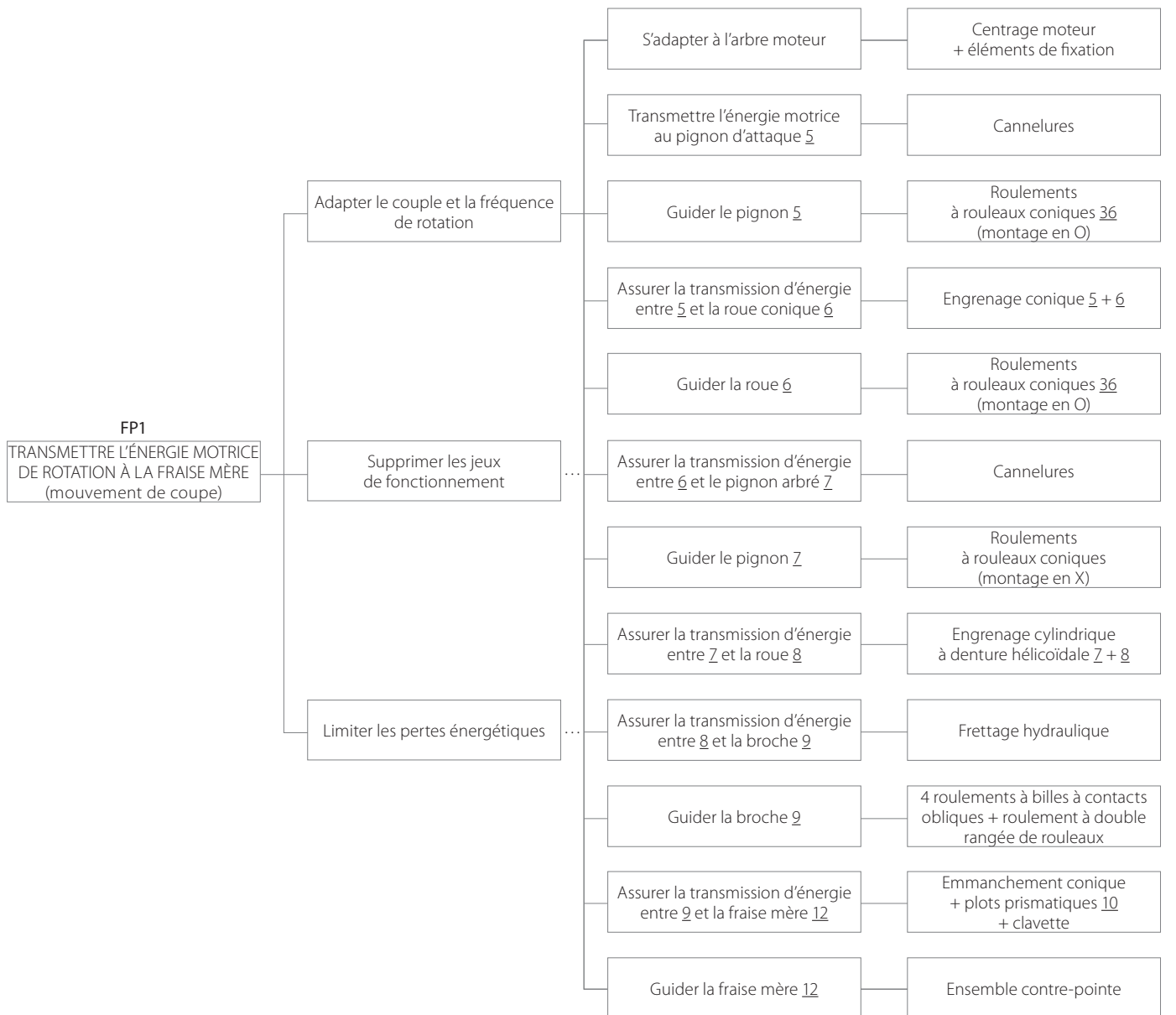
- la puissance motrice nécessaire ;
- les liaisons participant à la transmission du couple ;
- les efforts supportés par certains roulements.

a analyse de l'adaptabilité de l'énergie motrice

À partir du document 8, calculer la fréquence de rotation en ébauche de la fraise mère.



4 Le principe du taillage d'une roue à denture droite



5 Le diagramme FAST relatif à la fonction principale FP1

Le module étant imposé à la valeur $m = 3,5$ mm, la courbe établit que la vitesse de coupe pour un acier de dureté 120 daN/mm^2 doit être telle que :

$$V_{\text{coupe}} = 35 \text{ m/min} = 0,583 \text{ m/s}$$

Ce qui correspond à une vitesse de rotation ω_f telle que :

$$\omega_f = V_{\text{coupe}} / R_{\text{fraise}} = 583 / 60 = 9,72 \text{ rad/s}$$

soit $N = 93 \text{ tr/min}$

Déterminer la puissance motrice nécessaire, sachant que le rendement global de la transmission de mouvement est évalué à 0,85.

Le moteur peut fournir une puissance de $9\,500 \text{ W}$; quelle conclusion peut-on en tirer ?

Couple sur la fraise mère :

$$C_{\text{fraise}} = F_t \cdot R_{\text{fraise}} = 13\,000 \times 60 \times 10^{-3} = 780 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Puissance utile sur la fraise mère :

$$P_{\text{fraise}} = C_{\text{fraise}} \cdot \omega_{\text{fraise}} = 780 \times 9,72 = 7\,582 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Puissance motrice :

$$P_{\text{mot}} = 7\,582 / 0,85$$

$$= 8\,920 \text{ W} < 9\,500 \text{ W disponibles au moteur}$$

L'usinage d'un pignon de module $3,5$ mm et de dureté 120 daN/mm^2 est donc possible.

analyse de la fonction technique

« Guider la roue 6 »

Objectif : On souhaite vérifier que la durée de vie des roulements à rouleaux coniques ne va pas être fortement réduite du fait de l'usinage des nouvelles roues dentées.

On donne :

- Couple maximal transmis par l'arbre 4 :

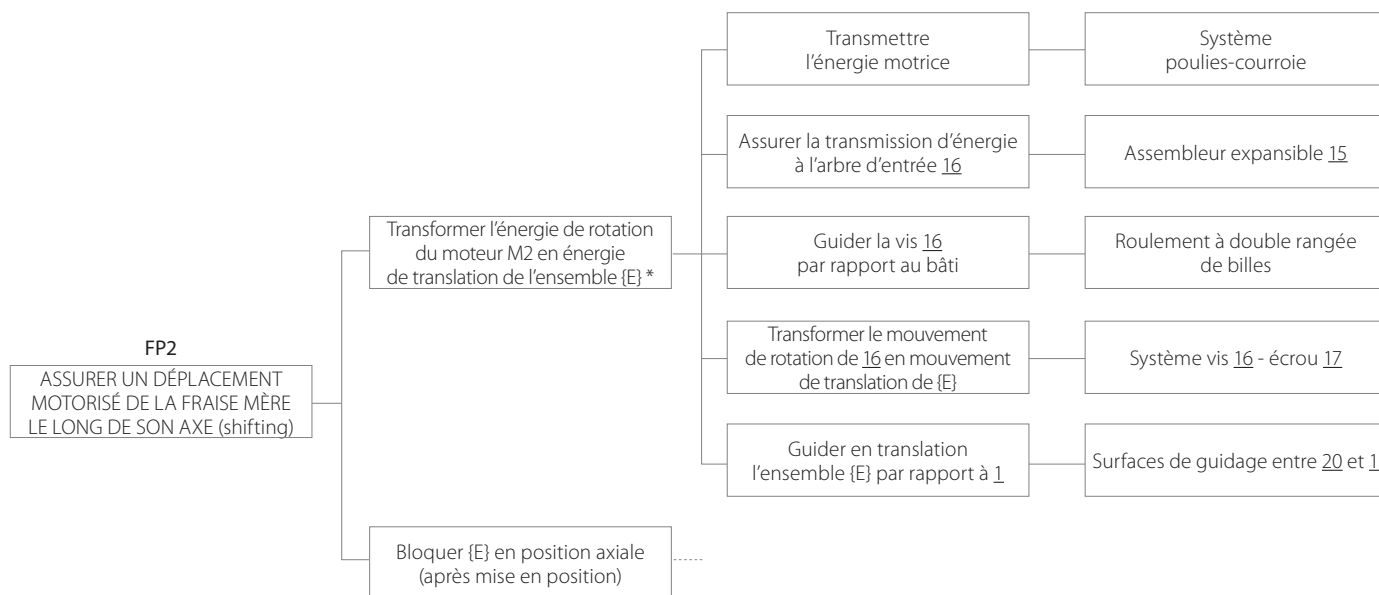
$$C_4 = 155 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- Fréquence de rotation de l'arbre 4 :

$$N_4 = 550 \text{ tr/min}$$

- Largeur de denture des pignons coniques :

$$b = 20 \text{ mm}$$



* On nomme {E} l'ensemble des pièces liées en translation au coulisseau porte-fraise

6 Le diagramme FAST relatif à la fonction principale FP2

- Durée de vie minimale des roulements : $L_h = 150\ 000$ heures
- Relation entre les composantes tangentielle T, axiale A et radiale R dans un engrenage conique en fonction des angles de pression α et primitif δ :

$$R = T \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta$$

$$A = T \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta$$

Calculer les intensités des composantes de l'action interdentaire exercée par le pignon $\underline{5}$ sur la roue $\underline{6}$.

$$\tan \delta_5 = Z_5 / Z_6 = 27 / 40 = 0,675 \Rightarrow \delta_5 = 34^\circ$$

$$D_5 = m \cdot Z_5 = 2,75 \times 27 = 74,25 \text{ mm}$$

$$R_{5 \text{ moyen}} = D_5 / 2 - b / 2 \cdot \sin \delta_5$$

$$= 37,125 - 10 \cdot \sin 34$$

$$= 31,5 \text{ mm}$$

On peut alors calculer l'effort tangentiel s'exerçant sur le pignon conique $\underline{5}$:

$$T = C_4 / R_{5 \text{ moyen}} = 155\ 000 / 31,5 = 4\ 920 \text{ N}$$

On en déduit les autres composantes de l'action de $\underline{6}$ sur $\underline{5}$:

$$F_{\text{radial } 6/5} = T \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_5$$

$$= 4\ 920 \cdot \tan 20 \cdot \cos 34$$

$$= 1\ 485 \text{ N}$$

$$F_{\text{axial } 6/5} = T \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_5$$

$$= 4\ 920 \cdot \tan 20 \cdot \sin 34$$

$$= 1\ 000 \text{ N}$$

Ce qui donne pour les composantes de l'action du pignon $\underline{5}$ sur la roue conique $\underline{6}$:

Composante tangentielle : $T = 4\ 920 \text{ N}$

Composante radiale : $F_{\text{radial } 5/6} = F_{\text{axial } 6/5} = 1\ 000 \text{ N}$

Composante axiale : $F_{\text{axial } 5/6} = F_{\text{radial } 6/5} = 1\ 485 \text{ N}$

À partir du document technique 9, proposer sur le document 10 une modélisation de chaque liaison (A et B) constituant le guidage entre la roue $\underline{6}$ et le bâti.

Justifier le choix de ces modélisations en précisant les hypothèses nécessaires.

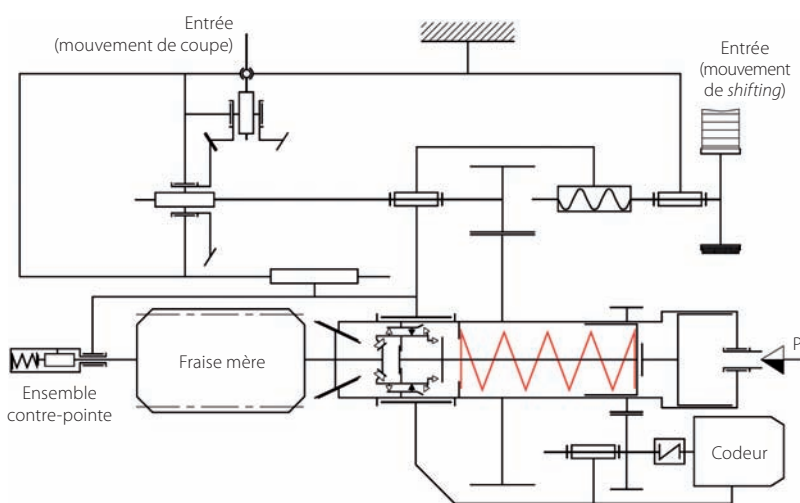
Pour la liaison en A comme pour liaison en B, le modèle adopté est une liaison rotule, car on suppose que l'angle de déformation de l'arbre reste inférieur à l'angle de rotulage du roulement.

On donne le torseur relatif à l'action de $\underline{5}$ sur $\underline{6}$ au point C :

$$\left\{ \tau_{5 \rightarrow 6} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c|c} -1480 & 0 \\ +4900 & 0 \\ -1000 & 0 \end{array} \right\}_R$$

Unités : force en N, moment en N·m avec R (\vec{X} ; \vec{Y} ; \vec{Z})

On admet en première hypothèse qu'il n'y a pas de précharge axiale et, de plus, que le roulement A est



7 Le schéma cinématique plan de l'ensemble porte-fraise mère

modélisé par une rotule et le roulement B par une linéaire annulaire.

Effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures à 6. Calculer (à partir du document 10) les intensités des composantes des actions aux paliers A et B.

Six inconnues statiques pour six équations... on peut résoudre.

$$\left\{ \begin{array}{c} \tau_{1 \rightarrow 6} \\ \tau_{5 \rightarrow 6} \\ \tau_{7 \rightarrow 6} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{array} \right\}_R \quad \text{avec } \vec{M}_A \vec{B}_{1/6} = \vec{M}_B \vec{B}_{1/6} + \vec{AB} \wedge \vec{B}_{1/6}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_B & 48 \cdot 10^{-3} \cdot Z_B \\ Z_B & -48 \cdot 10^{-3} \cdot Y_B \end{array} \right\}_R$$

Transfert des torseurs au point A :

$$\left\{ \begin{array}{c} \tau_{5 \rightarrow 6} \\ \tau_{7 \rightarrow 6} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} -1480 & 0 \\ +4900 & 0 \\ -1000 & 0 \end{array} \right\}_R \quad \text{avec } \vec{M}_A \vec{C}_{5/6} = \vec{M}_C \vec{C}_{5/6} + \vec{AC} \wedge \vec{C}_{5/6}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c|c} -1480 & -228,83 \\ +4900 & -43,116 \\ -1000 & +127,4 \end{array} \right\}_R$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \tau_{7 \rightarrow 6} \\ \tau_{1 \rightarrow 6} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & Cr \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_R \quad \text{avec } \vec{M}_A \vec{D}_{7/6} = \vec{M}_D \vec{D}_{7/6} + \vec{AD} \wedge \vec{D}_{7/6}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & Cr \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_R$$

Énoncé du principe fondamental de la statique :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 6}\}_{A,R} + \{\tau_{5 \rightarrow 6}\}_{A,R} + \{\tau_{7 \rightarrow 6}\}_{A,R} = \{0\}$$

D'où le système d'équations :

$$\begin{cases} X_A - 1480 = 0 \\ Y_A + A_B + 4900 = 0 \\ Z_A + Z_B - 1000 = 0 \\ -228,83 + Cr = 0 \\ 48 \cdot 10^{-3} \cdot Z_B - 43,116 = 0 \\ -48 \cdot 10^{-3} \cdot Y_B + 127,4 = 0 \end{cases}$$

Ce qui donne : $Cr = 229 \text{ Nm}$

On trouve alors les efforts aux paliers et les composantes axiales et radiales sur les roulements :

Palier A	Palier B
$X_A = 1480 \text{ N}$	$Y_B = 2654 \text{ N}$
$Y_A = -7554 \text{ N}$	$Z_B = 898 \text{ N}$
$Z_A = 102 \text{ N}$	

$$F_{aA} = 1480 \text{ N} \quad F_{rB} = 2802 \text{ N}$$

$$F_{rA} = 7555 \text{ N}$$

En fait, le fonctionnement sans jeu des roulements à rouleaux coniques nécessite une précharge, ce qui donne pour le roulement A les composantes radiales et axiales suivantes :

$$F_{rA} = 7550 \text{ N} \quad F_{aA} = 2700 \text{ N}$$

À partir du document ressource 11, calculer la charge dynamique équivalente sur le roulement A.

La valeur de e est fournie dans le tableau constructeur : $e = 0,42$, d'où en calculant le rapport

$$F_{aA} / F_{rA} = 2700 / 7550 = 0,357 < e$$

on déduit que $P = F_r$

D'où la charge dynamique équivalente sur le roulement A : $P = 7550 \text{ N}$

On estime que ce nouvel usinage va occuper environ 30 % du temps total d'utilisation de la machine. On donne en 12 le diagramme présentant les charges dynamiques appliquées sur le roulement A en fonction du type d'usinage et du temps d'utilisation.

Calculer la charge dynamique moyenne équivalente.

En déduire la durée de vie du roulement A et conclure.

Charge dynamique moyenne équivalente :

$$P_{\text{moyenne}} = \sqrt[10/3]{\frac{70 \times 900 \times (1100)^{10/3} + 30 \times 370 \times (7550)^{10/3}}{70 \times 900 + 30 \times 370}}$$

$$= 4283 \text{ N}$$

Vitesse moyenne de rotation :

$$N = \frac{70 \times 900 + 30 \times 370}{100} = 741 \text{ tr/min}$$

Durée de vie du roulement A :

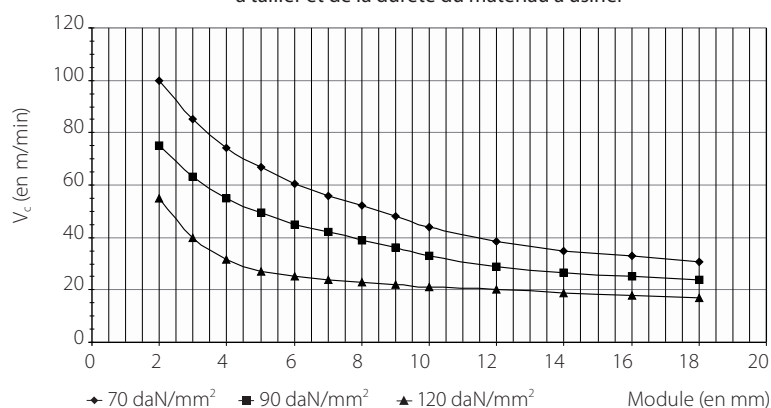
$$L_h = (C / P_{\text{moyenne}})^n \times 10^6 / 60 \text{ N}$$

$$= (62000 / 4283)^{10/3} \times 10^6 / (60 \times 741)$$

$$= 166280 \text{ h de fonctionnement}$$

On décide d'effectuer une maintenance prédictive, et donc de changer les roulements à rouleaux coniques (voir le document technique DT1 et la figure 9).

Vitesse de coupe ébauche fraise mère revêtue TIN en fonction du module à tailler et de la dureté du matériau à usiner



8 Les conditions de coupe par fraise mère

Indiquer quels sont les moyens ou les composants prévus pour :

- assurer le réglage précis de la précharge des roulements ;
- assurer la coïncidence des sommets des cônes primitifs des pignons 5 et 6.

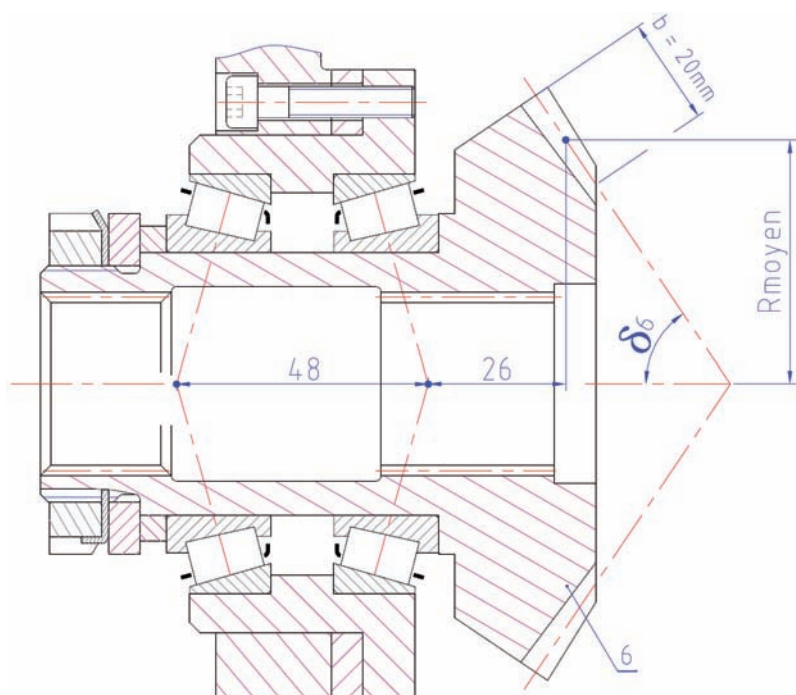
On assure le réglage de la précharge des roulements par les entretoises calibrées 36 et 44 qui permettent de régler avec précision l'intensité de la précharge des roulements à rouleaux coniques.

Le technicien serre un des écrous à encoches 34.

La précontrainte est réalisée lorsque la rondelle 35 vient buter sur l'épaulement du pignon ou de la roue.

La coïncidence des sommets des cônes primitifs des pignons 5 et 6 est assurée par les cales de réglage 39 et 41.

Élaborer la gamme de montage du sous-ensemble repéré A, puis de l'ensemble dans le boîtier support 3.



9 Le guidage de l'arbre 6

Préciser, si nécessaire, les moyens mis en œuvre. Voir en 13 et 14.

Nota : On suppose que la gamme de montage du sous-ensemble repéré B est identique à celle du sous-ensemble repéré A.

Les cales 39 et 41 permettent de régler la coïncidence des cônes primitifs des pignons 5 et 6. On dépose du bleu de méthylène sur les dents des pignons, puis on fait tourner l'engrènement. On peut alors vérifier la bonne portée des dentures, et changer l'épaisseur des cales 39 et 41 si nécessaire.

Analyse de la fonction technique « Assurer la transmission d'énergie entre la roue 8 et la broche 9 »

Cette fonction est réalisée par l'intermédiaire d'un frettage hydraulique entre deux surfaces coniques (de conicité très faible, donc non apparente sur le document technique DT1).

Rappel sur les phases essentielles de ce procédé :

- 1^{re} phase : Montage manuel de la roue 8 sur la broche 9 assurant le contact des surfaces coniques
- 2^e phase : Injection progressive de l'huile sous pression (jusqu'à 2 900 bars) au niveau des cônes par des injecteurs prévus dans la roue 8 entraînant des déformations élastiques sur 8 et 9
- 3^e phase : Poussée sur la roue 8 par l'intermédiaire d'un écrou hydraulique et d'un outillage spécial

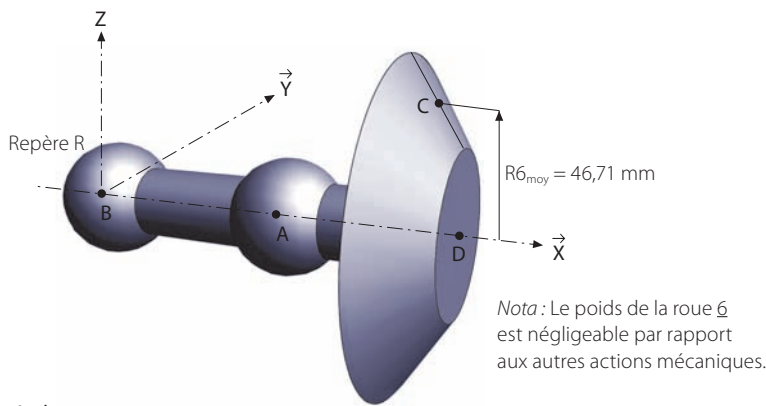
Lors de cette opération, la roue 8 se translate sur la broche 9 d'une cote précise définie par l'entretoise 24 dont la longueur est calibrée en fonction des dimensions réelles des pièces qui participent à l'empilage.

D'après le constructeur de cette machine, le serrage radial après frettage est de 2/100 mm au diamètre. On se propose de vérifier que celui-ci est toujours suffisant pour transmettre le couple nécessaire au taillage de la nouvelle série de roues. Pour cela, il est nécessaire de connaître la pression de contact à l'issue du frettage afin de déduire le couple transmissible.

Une modélisation par éléments finis 15 présente la répartition des contraintes de von Mises, au niveau de la roue et de la broche, résultant du frettage. Comme l'indique la figure 16, les formes des pièces ont été simplifiées et seul un quart de chacune d'elles a été retenu, en raison des symétries, afin d'optimiser l'analyse et d'obtenir une lisibilité correcte.

Sur le document ressource 17 figurent :

- les formules de Lamé relatives à la distribution des contraintes principales α_r et α_θ , écrites en coordonnées polaires, dans le cas d'un cylindre soumis à une pression uniforme sur ses deux faces externe et interne ;



Isolement de la roue 6

Liaison modélisée	Torseur des actions mécaniques associées à la liaison	Nombre d'inconnues statiques
En A : Liaison rotule	$\{\tau_{1 \rightarrow 6}\} = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{A,R}$	3
En B : Liaison linéaire annulaire	$\{\tau_{1 \rightarrow 6}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_{B,R}$	2
En C : Liaison rectiligne linéaire (pression de contact uniforme)	$\{\tau_{5 \rightarrow 6}\} = \begin{Bmatrix} -1480 & 0 \\ +4900 & 0 \\ -1000 & 0 \end{Bmatrix}_{C,R}$	0
En D : Glissière	$\{\tau_{7 \rightarrow 6}\} = \begin{Bmatrix} 0 & Cr \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D,R}$	1

10 Le calcul des intensités des composantes des actions aux paliers A et B

● la relation entre la contrainte résultante de von Mises et α_r et α_θ .

En considérant la contrainte maximale de von Mises sur la broche 9, calculer la pression de contact résultant du frettage. On admettra que la très faible conicité de l'emmanchement est négligée, ce qui correspond à un emmanchement cylindrique de diamètre 65 mm, et que le diamètre intérieur de perçage de la broche a pour valeur 32 mm.

D'après la figure 13, $(\sigma_{VM})_{max} = 59,4$ MPa sur la peau intérieure correspondant au $\varnothing 32$ de perçage de la broche.

À partir des formules de Lamé 17, en prenant $r = r_1$, $p_1 = 0$, $p_2 = p$ (pression recherchée), on obtient :

$$\sigma_r = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot p}{r_2^2 - r_1^2} \times \frac{1}{r_1^2} - \frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = 0$$

(résultat normal)

et

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot p}{r_2^2 - r_1^2} \times \frac{1}{r_1^2} - \frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -\frac{2 \cdot p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} < 0$$

(qui correspond à de la compression)

Comme la contrainte de von Mises résultant de l'état plan de contraintes

$$\begin{aligned} \sigma_{VM} &= \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \cdot \sigma_\theta} \\ &= |\sigma_\theta| \\ &= 59,4 \text{ MPa} \end{aligned}$$

En conséquence

$$2 p \cdot r_2^2 / (r_2^2 - r_1^2) = 59,4$$

avec $r_1 = 16$ mm et $r_2 = 32,5$ mm

On en déduit

$$\begin{aligned} p &= 59,4 \times (32,5^2 - 16^2) / 2 \times 32,5^2 \\ p &= 22,5 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Un calcul similaire peut être fait dans une autre zone (moins précise) et donnera à peu près le même résultat.

En déduire la valeur du couple maximal transmissible par ce frettage en adoptant les hypothèses suivantes :

● L'emmanchement fretté est cylindrique ($\varnothing 65$ mm) sur une longueur de 78 mm ;

● La pression de contact entre les deux pièces est uniforme ;

● Le facteur de frottement au niveau des zones de contact est constant, $f = 0,1$;

● On se place en état d'équilibre limite.

Ce couple est-il suffisant ?

D'après la figure 18 :

$$\begin{aligned} C &= \left(\int p \cdot f \cdot ds \right) \cdot \frac{D}{2} \\ &= p \cdot f \cdot \frac{D}{2} \left(\int ds \right) \end{aligned}$$

On trouve donc $C = (\pi / 2) \cdot p \cdot f \cdot D^2 \cdot L$

$$\begin{aligned} \text{soit } C &= p \cdot f \cdot (D / 2) \cdot \pi \cdot D \cdot L \\ &= (\pi / 2) \times 22,5 \times 0,1 \times 65^2 \times 78 \\ &= 1\,164\,135,3 \text{ N}\cdot\text{mm} \\ C &= 1\,164 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Le couple est supérieur aux 780 N·m nécessaires.

Analyse de la fonction principale FP2

« Assurer un déplacement motorisé de la fraise mère le long de son axe (shifting) »

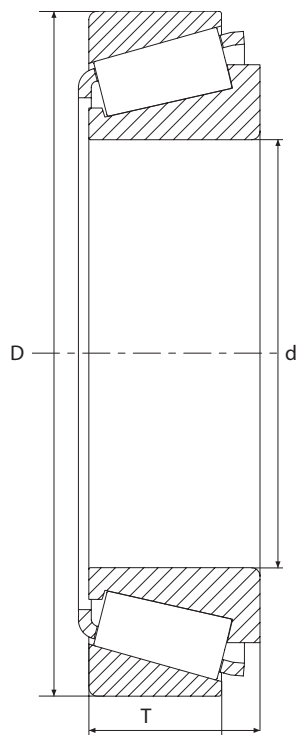
Objectif : La dureté du nouveau matériau à tailler est importante. Afin de limiter l'usure de la fraise mère, le responsable de production décide de réaliser une opération de shifting après chaque roue taillée.

La fraise mère, toujours en mouvement de rotation, sera donc déplacée de 0,1 mm le long de son axe. De plus, afin de ne pas nuire à la productivité, il est aussi décidé d'augmenter la vitesse nominale de ce déplacement à $V_{max} = 10$ mm/s.

On souhaite vérifier que le moteur de shifting M2 a les capacités d'effectuer cette opération.

On donne :

● Les courbes caractéristiques du mouvement de translation rectiligne du bloc coulisseau 19;



d	50 mm
D	80 mm
T	20 mm

M	0,384 kg	Masse
C	62 000 N	Charge dynamique de base
e	0,42	
Y	1,42	
C ₀	91 000 N	Charge statique de base
N _G	4 500 tr/min	vitesse limite, graissage à la graisse
N _H	5 600 tr/min	vitesse limite, graissage à l'huile

Charge équivalente moyenne (en N) :

$$P_{\text{moyenne}} = \sqrt[p]{\frac{q_1 \cdot n_1 \cdot (P_1)^p + \dots + q_z \cdot n_z \cdot (P_z)^p}{q_1 \cdot n_1 + \dots + q_z \cdot n_z}}$$

Durée de vie du roulement (en heures de fonctionnement) :

$$L_h = (C / P_{\text{moyenne}})^p \times 10^6 / 60 n$$

Légende :

n_i : Fréquence de rotation à l'instant considéré.

q_i : Pourcentage d'utilisation à un certain régime par rapport à la durée totale d'utilisation.

$$q_i = (\Delta t_i / T) \times 100$$

P_i : Charge dynamique équivalente s'exerçant sur le roulement à l'instant considéré.

p : Exposant de durée

Pour les roulements à aiguilles et les roulements à rouleaux, $p = 10/3$.

Pour les roulements à billes, $p = 3$.

11 Le calcul des durées de vie des roulements FAG

● Les caractéristiques cinétiques des sous-ensembles concernés :

- SE5 = {5} de masse $M_5 = 3,5$ kg, d'inertie $J_{ox5} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ kg·m²
- SE6 = {6} de masse $M_6 = 2,5$ kg, d'inertie $J_{ox6} = 2 \cdot 10^{-3}$ kg·m²
- SE7 = {7} de masse $M_7 = 7$ kg, d'inertie $J_{ox7} = 3 \cdot 10^{-3}$ kg·m²
- SE9 = {9 + fraise mère} de masse $M_9 = 39$ kg, d'inertie $J_{ox9} = 84 \cdot 10^{-3}$ kg·m²
- SE16 = {13 ; 14 ; 15 ; 16} de masse $M_{16} = 4$ kg, d'inertie $J_{ox16} = 3 \cdot 10^{-3}$ kg·m²
- SE20 = {4 ; 5} de masse $M_{20} = 134$ kg

Calculer le temps de démarrage du bloc coulisseau et son accélération pour répondre au cahier des charges.

$$\begin{cases} x = (1/2) \cdot \gamma \cdot t^2 \\ v = \gamma \cdot t \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} 0,01 = (1/2) \cdot \gamma \cdot t^2 \text{ ①} \\ 10 = \gamma \cdot t \end{cases}$$

On en déduit : $\gamma = 10 / t$ ②

En reportant ② dans ①, on trouve :

$$t = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$\gamma = 5\,000 \text{ mm/s}^2, \text{ soit } 5 \text{ m/s}^2$$

En déduire l'accélération angulaire $\dot{\omega}_{16/1}$ (en rad/s²) de la vis 16, dans son mouvement par rapport au bloc glissière 1 et lors de la phase de démarrage.

$$V = (p / 2 \pi) \cdot \omega_{16/1} \quad \text{d'où} \quad \omega_{16/1} = (2 \pi / p) \cdot V$$

ce qui permet de trouver

$$\dot{\omega}_{16/1} = (2 \pi / p) \cdot \gamma$$

On trouve alors

$$\dot{\omega}_{16/1} = [2 \pi / (5 \times 10^{-3})] \times 5 = 6\,280 \text{ rad/s}^2$$

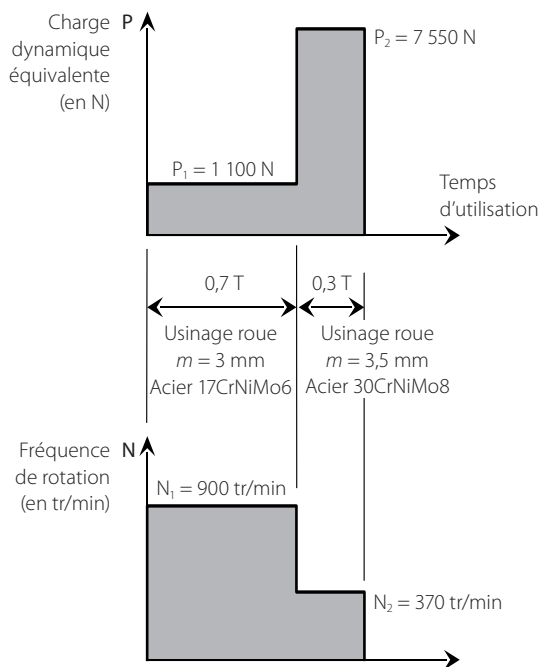
On note :

- $R_1 = \langle O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 \rangle$: le repère lié au bloc glissière 1 ;
- $\omega_{i/1}$ le vecteur vitesse angulaire instantanée du solide i en mouvement par rapport au référentiel R_1 ;
- $k_1 = \omega_{6/1} / \omega_{5/1}$ le rapport de réduction relatif au couple conique 5 et 6 ;

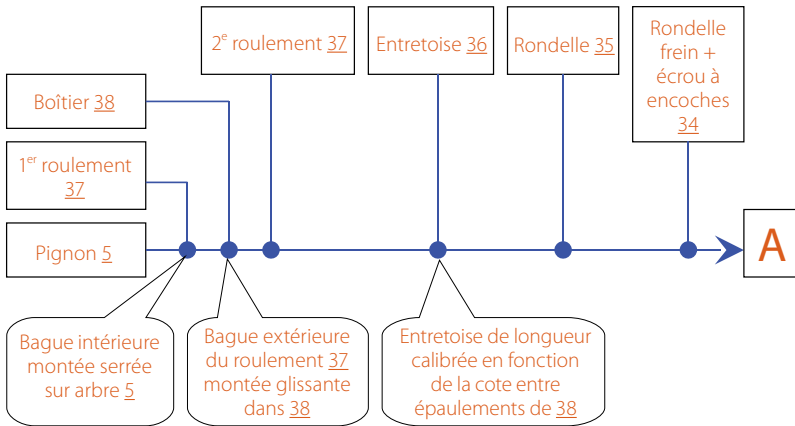
● $k_2 = \omega_{8/1} / \omega_{7/1}$ le rapport de réduction entre le pignon 7 et la roue 8 ;

● V la vitesse de tout point lié au bloc coulisseau, animé d'un mouvement de translation rectiligne, par rapport au référentiel R_1 ;

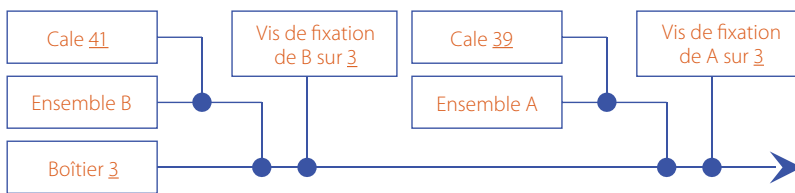
● $T(i/1) = E_c(i/1)$ l'énergie cinétique du solide i dans son mouvement par rapport au référentiel R_1 .



12 Les charges dynamiques appliquées sur le roulement A en fonction du type d'usinage et du temps d'utilisation



13 La gamme de montage du sous-ensemble repéré A



14 La gamme de montage de l'ensemble dans le boîtier support pignons 3

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(5/1)$, de l'ensemble $\underline{5}$ lié au pignon d'attaque par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles et de $\omega_{5/1}$.

$$T(5/1) = 1/2 (J_{Ox5} \cdot \omega_{5/1}^2)$$

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(6/1)$, de l'ensemble $\underline{6}$ lié à la roue conique par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles et de $\omega_{5/1}$.

$$T(6/1) = 1/2 (J_{Ox6} \cdot \omega_{6/1}^2) = 1/2 (J_{Ox6} \cdot k_1^2 \cdot \omega_{5/1}^2)$$

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(16/1)$, de l'ensemble constitué des pièces $\{13; 14; 15; 16\}$ par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles et de $\omega_{16/1}$.

$$T(16/1) = 1/2 (J_{Ox16} \cdot \omega_{16/1}^2)$$

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(20/1)$, de l'ensemble constitué des pièces $\{18; 19; 20\}$; contre-

pointe} par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles et de $\omega_{16/1}$.

$$T(20/1) = 1/2 (M_{20} \cdot V^2) = 1/2 [M_{20} \cdot (p / 2 \pi)^2 \cdot \omega_{16/1}^2]$$

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(7/1)$, du pignon arbré $\underline{7}$ par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles, de $\omega_{5/1}$ et de $\omega_{16/1}$.

$$T(7/1) = 1/2 (M_7 \cdot V^2 + J_{Ox7} \cdot \omega_{7/1}^2) = 1/2 [M_7 \cdot (p / 2 \pi)^2 \cdot \omega_{16/1}^2 + J_{Ox7} \cdot k_1^2 \cdot \omega_{5/1}^2]$$

Donner l'expression de l'énergie cinétique, notée $T(9/1)$, de l'ensemble constitué des pièces $\{8; 9; \text{fraise mère}\}$ par rapport au repère R_1 , en fonction de ses caractéristiques inertielles, de $\omega_{5/1}$ et de $\omega_{16/1}$.

$$T(9/1) = 1/2 (M_9 \cdot V^2 + J_{Ox9} \cdot \omega_{9/1}^2) = 1/2 [M_9 \cdot (p / 2 \pi)^2 \cdot \omega_{16/1}^2 + J_{Ox9} \cdot k_1^2 \cdot k_2^2 \cdot \omega_{5/1}^2]$$

Les hypothèses suivantes sont adoptées :

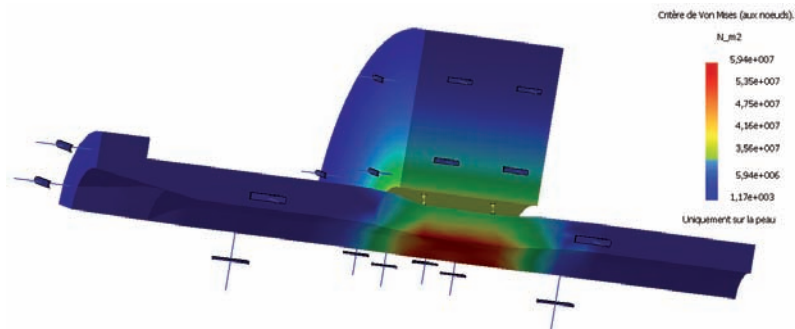
- Toutes les liaisons sont considérées parfaites ;
- L'accélération de la pesanteur est telle que $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_1$, ce qui autorise à négliger l'inclinaison de l'ensemble porte-fraise mère ;
- Le référentiel R_1 est galiléen ;
- Le moteur M1 est tel que son stator, lié à $\underline{1}$, exerce sur son rotor, lié à $\underline{5}$, un moment $M_{0(1 \rightarrow 5)}$ tel que : $M_{0(1 \rightarrow 5)} \cdot \vec{Y}_1 = C_1$
- La courroie exerce sur l'ensemble $\underline{16}$ (par l'intermédiaire de la poulie $\underline{13}$) un moment $M_{0(\text{courroie} \rightarrow 16)}$ tel que : $M_{0(\text{courroie} \rightarrow 16)} \cdot \vec{X}_1 = C_2$
- On appelle $(\Sigma) = (\underline{5} \cup \underline{6} \cup \underline{7} \cup \underline{9} \cup \underline{16} \cup \underline{20})$ l'ensemble des pièces mobiles par rapport à $\underline{1}$.

Durant l'opération de shifting, la fraise mère n'effectue aucun taillage et sa vitesse de rotation est constante.

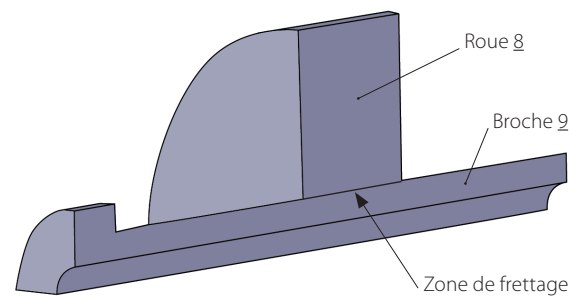
Que peut-on en déduire sur la valeur de C_1 ?

Le théorème du moment dynamique appliqué à Σ , en O' , selon x_1 et $\omega_{9/1} = C^{te}$ entraîne que la valeur de $C_1 = 0$.

Déterminer la puissance galiléenne des efforts extérieurs à l'ensemble (Σ) .



15 La répartition des contraintes de von Mises résultant du frottement entre la roue et la broche



16 Formes simplifiées de la roue 8 et de la broche 9

La puissance des efforts extérieurs

$$P_{(ext. \rightarrow \Sigma/1)} = P_{(b\grave{a}ti \rightarrow \Sigma/1)} + P_{(pes. \rightarrow \Sigma/1)} + P_{(M1 \rightarrow \Sigma/1)} + P_{(courroie \rightarrow 16/1)} = C_2 \cdot \omega_{16/1}$$

car

$P_{(b\grave{a}ti \rightarrow \Sigma/1)} = 0$, les liaisons étant considérées parfaites,

$P_{(pes. \rightarrow \Sigma/1)} = 0$, l'inclinaison étant négligée,

$P_{(M1 \rightarrow \Sigma/1)} = 0$, car $C_1 = 0$.

Déterminer la puissance galiléenne des efforts intérieurs à l'ensemble Σ .

La puissance des efforts intérieurs est $P_{(int. \rightarrow \Sigma/1)} = 0$, car toutes les liaisons intérieures à Σ sont parfaites.

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique (ou théorème de l'énergie-puissance) à l'ensemble Σ .

En déduire la valeur du couple utile C_2 durant la phase de démarrage de l'opération de shifting.

$$\begin{aligned} (d/dt) [T_{(\Sigma/1)}] &= P_{(ext. \rightarrow \Sigma/1)} + P_{(int. \rightarrow \Sigma/1)} \\ (d/dt) [T_{(5/1)} + T_{(6/1)} + T_{(16/1)} + T_{(20/1)} + T_{(7/1)} + T_{(9/1)}] &= C_2 \cdot \omega_{16/1} \end{aligned}$$

Or $(d/dt) [T_{(5/1)}] = (d/dt) [T_{(6/1)}] = 0$

car $\omega_{5/1} = C^{te}$

Donc :

$$[J_{ox16} + M_{20} \cdot (p/2\pi)^2 + M_7 \cdot (p/2\pi)^2 + M_9 \cdot (p/2\pi)^2] \omega_{16/1} \cdot \dot{\omega}_{16/1} = C_2 \cdot \omega_{16/1}$$

et $C_2 = [J_{ox16} + (M_{20} + M_7 + M_9) (p/2\pi)^2] \cdot \dot{\omega}_{16/1}$

soit $C_2 = [3 \times 10^{-3} + (134 + 7 + 39) (5 \times 10^{-3} / 2\pi)^2] \times 6280$

$C_2 = 19,6 \text{ N}\cdot\text{m}$

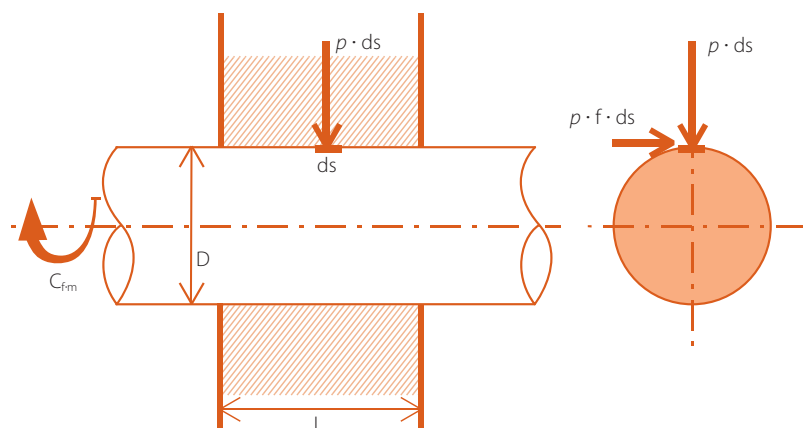
On donne le rapport de réduction relatif à la transmission par poulies-courroie :

$i = 0,64$

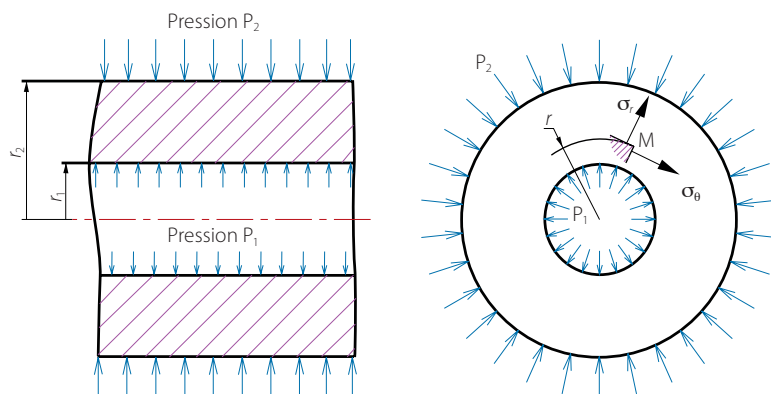
M2 est un servomoteur de marque Stöber équipé d'un réducteur planétaire. Sa référence constructeur est :

P322_0160 ED303U

Ses caractéristiques sont données dans l'extrait de catalogue du « document ressource ».



18 Le couple transmissible par le frottement



On donne ci-dessus le schéma d'un tube de rayon extérieur r_2 et de rayon intérieur r_1 . On exerce une pression P_2 sur sa face extérieure et une pression P_1 sur sa face intérieure. Les formules de Lamé permettent de déterminer les contraintes σ_r et σ_θ en un point M situé sur un cercle de rayon r ($r_1 \leq r \leq r_2$).

Formules de Lamé :

$$\sigma_r = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_2 - P_1)}{r_2^2 - r_1^2} \times \frac{1}{r^2} + \frac{P_1 \cdot r_1^2 - P_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad \sigma_\theta = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_2 - P_1)}{r_2^2 - r_1^2} \times \frac{1}{r^2} + \frac{P_1 \cdot r_1^2 - P_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

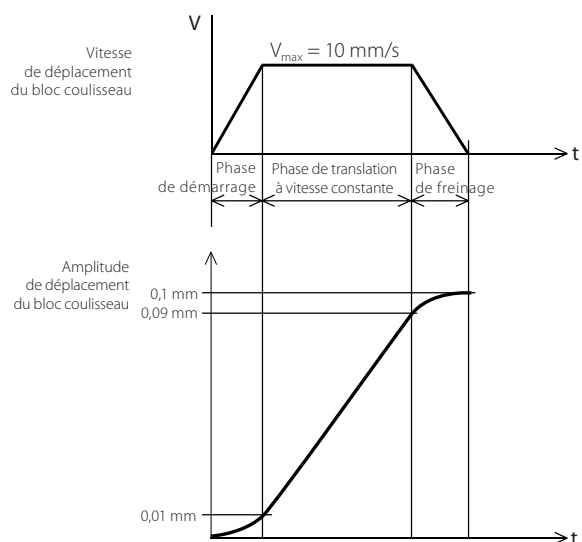
Contraintes de von Mises résultant de l'état plan de contraintes :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \cdot \sigma_\theta}$$

17 La distribution des contraintes dans un cylindre sous pression

Le rendement de la chaîne de transmission de puissance relative au shifting, supposé constant durant le régime transitoire, est tel que

$\eta_{shifting} = 0,7$



19 Les courbes caractéristiques du mouvement de translation rectiligne du bloc coulisseau

Calculer le couple que doit fournir le moteur de shifting M2. Conclure sur la capacité de ce moteur à effectuer cette nouvelle opération de shifting.

$$\eta = C_2 \cdot \omega_{16/1} / C_{M2} \cdot \omega_{M2}$$

$$C_{M2} = C_2 \cdot i / \eta = 19,6 \times 0,64 / 0,7 = 17,92 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Comme $M_{2B} = 65 \text{ N}\cdot\text{m}$ est le couple maximal que peut fournir le moteur choisi en phase d'accélération, cela convient.

Remarque : En tenant compte de l'inertie du moto-réducteur (donnée dans le « document ressource ») de valeur J_m telle que

$$J_m = J_1 = 0,46 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$(C_{M2})_{\text{utile}} = C_{M2} + J_1 \cdot \dot{\omega}_{M2}$$

en négligeant l'inertie équivalente de la poulie motrice.

$$(C_{M2})_{\text{utile}} = 17,92 + 0,46 \times 10^{-4} \times 6\,280 / 0,64$$

$$(C_{M2})_{\text{utile}} = 18,5 \text{ N}\cdot\text{m} \ll 65 \text{ N}\cdot\text{m} \blacksquare$$

DOCUMENT TECHNIQUE DT3

Nomenclature

44	1	Entretoise calibrée	S355	
43	2	Patin de blocage	Ferrod	
42	2	Piston de vérin hydraulique	S355	
41	1	Cale de réglage inférieure	S355	
40	1	Boîtier inférieur	S355	
39	1	Cale de réglage supérieure	S355	
38	1	Boîtier supérieur	S355	
37	4	Roulement à rouleaux coniques 50 KB 01		Référence 32010-X FAG
36	1	Entretoise calibrée	S355	
35	2	Rondelle Z 45		NF E25-513
34	2	Écrou à encoches M45 x 1,5		NF E22-306
33	1	Piston de desserrage	S355	D = 90 mm
32	1	Écrou butée		
31	1	Codeur incrémental		
30	1	Accouplement élastique		
29	1	Pignon arbré de codeur	34Cr10	
28	1	Roue d'entraînement	17CrNiMo6	
27	88	Rondelle élastique 31,5 x 16,3 x 2	C75	Empilage 22 x 4
26	1	Tirant		
25	1	Fourreau		
24	1	Entretoise calibrée	S355	
23	1	Embout commande de pince		
22	10	Pince		
21	1	Embout d'arbre porte-fraise		
20	1	Coulisseau porte-fraise	FGL 250	
19	1	Flasque		
18	1	Boîtier porte-écrou	S355	
17	1	Écrou pour vis à billes FV 25 pas de 5 mm		FAG
16	1	Vis à billes de précision KGT 25 pas de 5 mm		FAG
15	1	Assembleur expansible		Siam Ringspann
14	1	Manchon	S355	
13	1	Poulie pour courroie crantée	34Cr6	
12	1	Fraise mère	M35 revêtue TIN	Z = 1 filet Ø primitif = 120 mm
11	1	Arbre porte-fraise		
10	2	Plots prismatiques	C18	
9	1	Broche		
8	1	Roue à denture hélicoïdale	17CrNiMo6	Z = 88 dents m = 2,5mm B = 24°
7	1	Pignon arbré à denture hélicoïdale	17CrNiMo6	Z = 22 dents m = 2,5 mm B = 24°
6	1	Roue conique	17CrNiMo6	Z = 40 dents m = 2,75 mm
5	1	Pignon d'attaque conique	17CrNiMo6	Z = 27 dents m = 2,75mm
4	1	Arbre moteur	17CrNiMo6	
3	1	Boîtier support pignons	FGL 250	
2	1	Carter d'orientation de la tête porte-fraise	FGL 250	
1	1	Bloc glissière	FGL 250	
Rep	Nb	Désignation	Matière	Observations

DOCUMENT RESSOURCE

Extrait du catalogue Stöber

Inhaltsübersicht Contents Servo - Entraînement
SMS **SMS** **SMS**
 Servoantriebe Servo Drives Sommaire

STÖBER ANTRIEBSTECHNIK

Planetengetriebemotoren **P..ED**
 Planetary geared motors **P..ED**
 Motoréducteurs planétaires **P..ED**

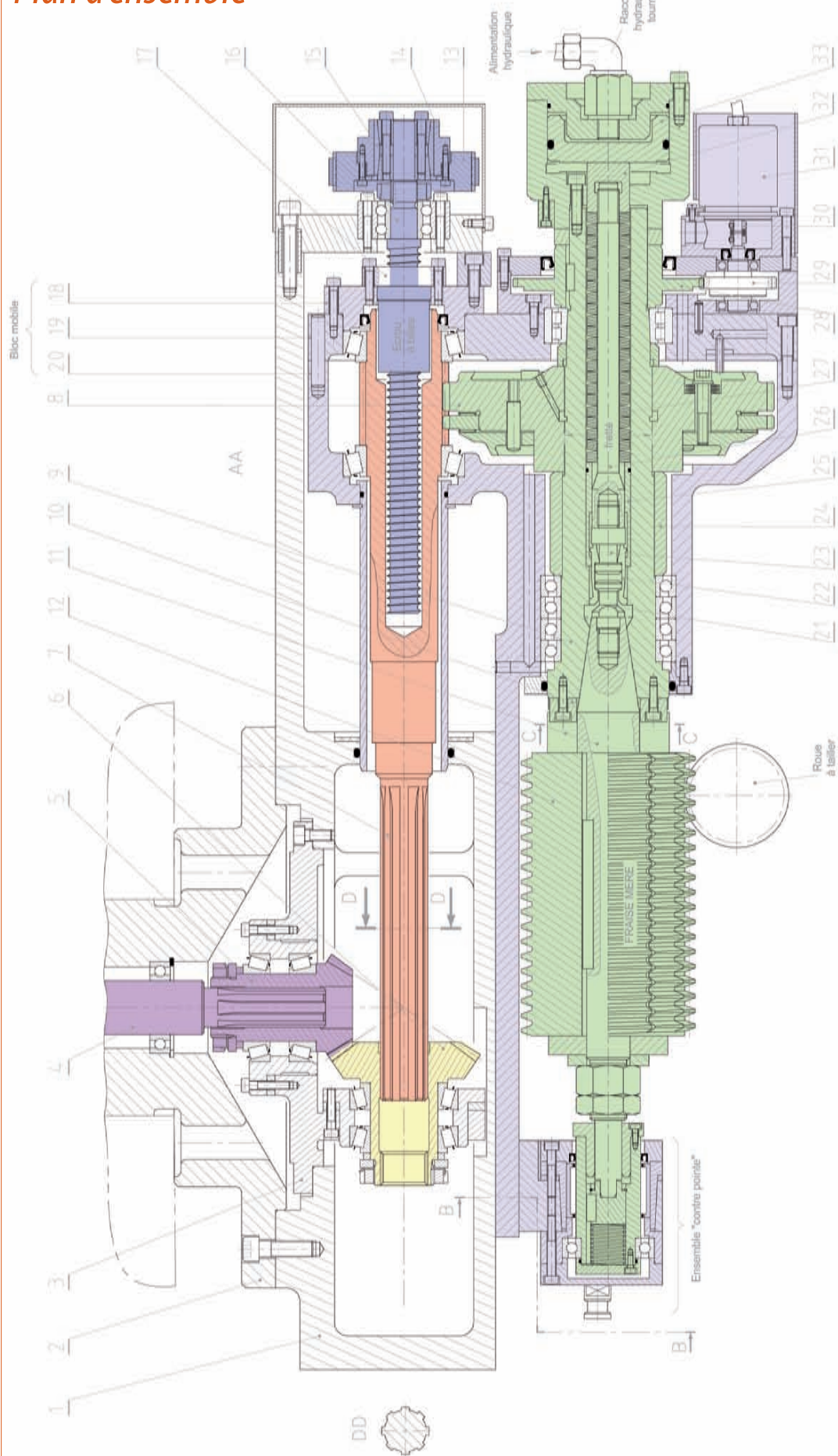
STÖBER ANTRIEBSTECHNIK



no	Mi	S	Typ	Ma	Mmax	Sp	len	lmax	lmax	DB	ZB	J1	App	Ø	Cu	G
1001	1001	11		1001	1001	ENI	11	11	11	1001	1001	1001	1001	1001	1001	1001
ED303U (P1=0,42 kW, n1=3000 1/min)																
10	64	1,3	P422 0500 ED303U	120	240	179	50,00	5071	4500	8000	0,44	5	119	10	12	
15	83,3	1,7	P422 0400 ED303U	120	240	224	40,00	4071	4500	8000	0,46	5	149	10	12	
30	44,9	1,9	P422 0350 ED303U	120	240	156	35,00	3571	4500	8000	0,46	5	113	11	12	
34	41,0	1,9	P422 0320 ED303U	300	200	223	32,00	3271	3700	8000	0,54	5	162	9,2	12	
107	35,9	2,4	P422 0200 ED303U	120	240	100	28,00	2871	4500	8000	0,46	5	142	10	12	
120	32,1	1,4	P422 0250 ED303U	65	130	194	25,00	2571	4500	8000	0,44	5	82	4,6	4,9	
129	32,1	2,7	P422 0250 ED303U	120	240	345	25,00	3571	4500	7000	0,50	5	108	11	12	
140	25,7	1,8	P422 0200 ED303U	65	130	143	20,00	2071	4500	8000	0,46	5	77	4,6	4,9	
150	25,7	3,3	P422 0200 ED303U	120	240	345	20,00	3571	3700	8500	0,55	5	99	11	12	
188	20,6	2,2	P422 0100 ED303U	65	130	200	16,00	1671	4500	8000	0,46	5	96	4,5	4,9	
100	13,1	2,0	P421 0100 ED303U	50	100	345	10,00	1071	4500	8000	0,43	4	595	4,0	4,2	
105	10,5	2,3	P421 0080 ED303U	50	100	345	8,000	1071	4500	8000	0,44	4	595	4,2	4,2	
125	9,17	4,3	P421 0070 ED303U	60	120	345	7,000	771	4500	8000	0,45	4	567	4,4	4,2	
100	8,56	2,1	P421 0050 ED303U	22	44	322	5,000	1671	4500	8000	0,44	6	411	1,9	3,6	
150	5,24	2,7	P421 0040 ED303U	22	44	345	4,000	471	4500	8000	0,46	6	385	1,9	3,6	
1000	3,93	6,7	P421 0030 ED303U	50	64	345	3,000	271	3500	6000	0,62	4	441	5,7	4,2	

DOCUMENT TECHNIQUE DT1

Plan d'ensemble



ECHELLE	1:2	ENSEMBLE PORTE FRAISE	
		Machine à tailler les engrenages	
18/08/2006	Mise à jour	PFAUTER 150 E	
		Document Technique DT1	

