

Maquettes sensorielles en dynamique

TROISIÈME PARTIE

YVES BRACCINI, ROBERT GOURHANT*

Cette troisième partie introduit l'influence des frottements dans l'énoncé et l'application du principe fondamental de la dynamique. Selon un découpage des objectifs plus ou moins ambitieux et un niveau d'autonomie plus ou moins grand de l'élève, cette démarche peut intéresser les SSI, voire les STI2D, les BTS ou les CPGE.

Dans cette troisième partie, nous nous concentrons sur le scooter électrique, en intégrant tous les paramètres ayant de l'influence sur son accélération. Nous montrons ensuite l'effet de la consommation d'énergie et de la puissance sur sa vitesse maxi, ainsi que le principe de la récupération de l'énergie mécanique qui augmente son autonomie. Enfin, nous présentons une synthèse de la démarche sensorielle, porteuse de sens pour les élèves.

Séquence S2 : influence des frottements secs

Dans la deuxième partie de l'article précédent (revue *Technologie* n° 206), dans une séquence S1, nous avons comparé l'accélération d'un scooter électrique et celle d'un scooter thermique, sensiblement de même puissance, dans le cadre d'hypothèses simplificatrices : liaisons parfaites, frottements négligés, non-prise en compte de la boîte de vitesses.

La maquette sensorielle, qui modélise ce comportement, possède un arbre équipé d'un disque d'inertie équivalent, au niveau énergétique, à l'ensemble des solides en rotation et en translation du scooter. Équivalence qualitative, mais non quantitativement chiffrée !

Dans la phase de démarrage **2**, la relation entre couple moteur, inertie et accélération, appliquée à ce système (S) = {arbre, volant}, a pu être établie à partir d'une expérimentation. L'expression du théorème du moment dynamique, pour ce solide (S), s'écrit : $C_m = J_{Gx} \cdot \omega'$ (S) est en rotation autour d'un axe fixe (G, \vec{x}), passant par son centre de gravité, dans le repère galiléen $R_g : (G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

MOTS-CLÉS

dynamique, énergétique, modélisation, équipement didactique, prébac, postbac

C'est un prérequis pour la séquence qui suit, qui combine TP, cours, TD selon la démarche adoptée par l'enseignant.

Pour donner du sens à cette séquence S2, nous revenons au système réel, au niveau technologique, et nous constatons qu'avec l'hypothèse de la séquence S1 « frottements nuls » la force $\vec{A}_{0/2}$ entre la roue 2 et le sol 0 est normale au plan de contact et qu'il n'y a pas de force tangentielle propulsive $\vec{A}_{t0/2}$, contrairement à la figure **1**. Avec cette hypothèse, le scooter resterait à l'arrêt, car la roue patinerait. Ce questionnement permet d'enclencher un apprentissage à partir de manipulations plus approfondies.

Influence du « frottement sec » dans le contact roue-sol

Pour mettre en évidence ces frottements entre la roue 2 et le sol 0, nous mettons le disque 2 de la maquette sensorielle en contact avec la plaque en élastomère 0 de la poignée-plan **3**. L'élève moteur tire sur le fil et bloque la poignée. L'élève récepteur doit appliquer une force sur la poignée tangentielle pour avoir l'équilibre. Cette force est égale à $\vec{A}_{t0/2}$. Elle est dans le sens opposé au glissement éventuel de la roue motrice sur le sol, donc dirigée vers l'avant du scooter (voir compléments dans *Technologie* n° 137 « Liaisons mécaniques sensorielles »).

On se place maintenant à la limite du glissement. Si on appuie davantage (poids plus important sur la roue motrice en montée, par exemple), la force normale $\vec{A}_{n0/2}$ augmente et avec elle la force tangentielle $\vec{A}_{t0/2}$. On constate que le couple moteur doit augmenter pour rester à la limite du glissement.

On écrit que :

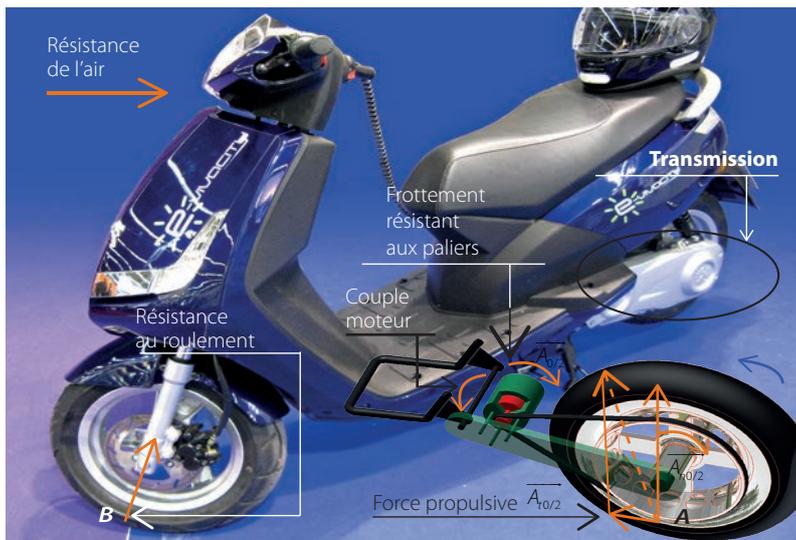
$$C_m = \|\vec{A}_{t0/2}\| \cdot R_2.$$

On pose : $C_r = \|\vec{A}_{t0/2}\| \cdot R_2$ (C_r : couple résistant).

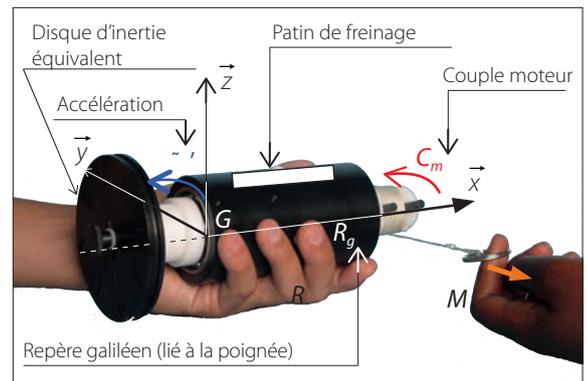
À l'équilibre statique : $C_m = C_r$ ou $C_m - C_r = 0$.

Dans l'expérimentation dynamique, nous introduirons ce couple C_r roue-sol par un patin de freinage **2** pour faciliter la manipulation.

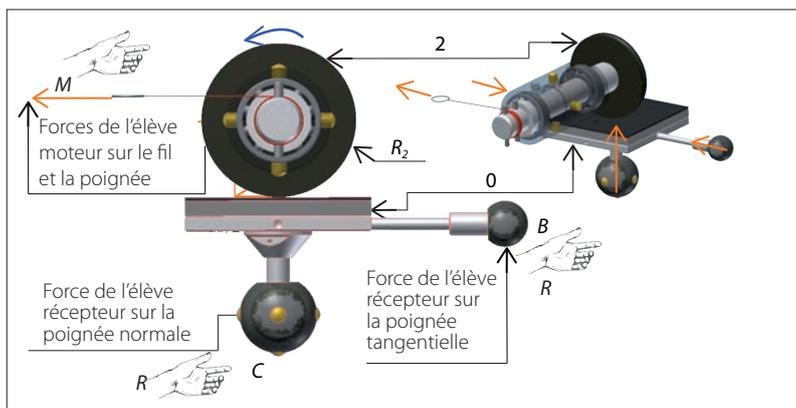
* Co-inventeurs des « Maquettes didactiques sensorielles de liaisons mécaniques » (breveté), diffusé par Crea Technologie. Coauteurs des articles dans la revue *Technologie* consacrés à la statique (n°s 134 et 137), à la résistance des matériaux (n°s 161 et 162), à l'énergétique (n°s 200 et 201) et à la dynamique (n°s 205 et 206).



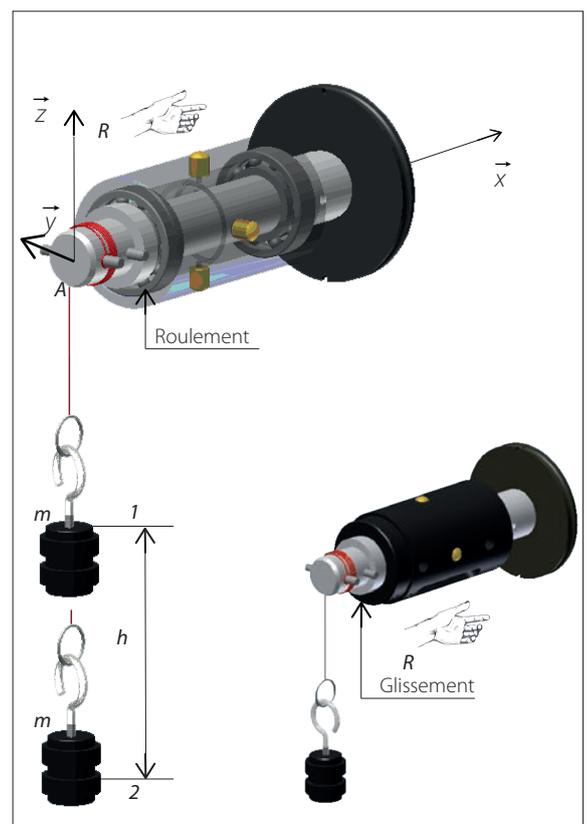
1 Scooter électrique Peugeot e-Vivacity



2 Maquette sensorielle équivalente au scooter



3 Contact roue motrice-sol avec frottement



4 Paliers à roulements et lisse

Influence du couple résistant « frottement sec » sur un palier

Voici le problème posé : quelle est l'influence de la technologie des paliers (lisses ou à roulements) et de leur nombre sur les performances du scooter électrique ? Pour cette étude, on privilégie l'approche avec entraînement par masselotte 4, le couple peut ainsi garder une stabilité par rapport à un couple moteur manuel dans les différents essais. L'inertie est constante.

TP1 : Identifier l'influence du frottement sec en comparant le comportement d'une maquette « palier à roulements » et « palier lisse »

L'élève fait entrer une quantité d'énergie potentielle constante dans le système à l'aide de la remontée de la masselotte ($E_p = m \cdot g \cdot h$), puis supprime le blocage manuel de l'arbre et compare le temps de déroulage t_d jusqu'au décrochage du fil (phase 1). Il compare aussi le temps de freinage t_f jusqu'à l'arrêt, image plus directe des pertes (phase 2).

En phase 1 (démarrage : accélération), on constate que le temps de déroulage est plus faible avec un

palier à roulements ($t_d = 3$ s) qu'avec un palier lisse ($t_d = 6$ s). L'accélération est donc plus grande, car le couple moteur C_m est amputé d'un couple résistant C_r plus faible (facteur favorable).

En phase 2 (freinage : décélération), le temps d'arrêt de l'arbre, avec un palier à roulements, est plus grand ($t_f = 5$ s) qu'avec un palier lisse ($t_f < 1$ s). La décélération est plus faible, car le couple résistant est plus faible pour le palier à roulements.

On isole l'arbre et on écrit le théorème du moment dynamique autour de (G, \vec{x}) , sans négliger les frottements, dans un repère galiléen R_g lié au palier fixe.

J_{Gx} est l'inertie globale sur l'arbre moteur autour de l'axe (G, \vec{x}) (voir définition plus loin).

Phase 1 : $C_m - C_r = J_{Gx} \cdot \omega'$ (I)

Phase 2 : $0 - C_r = J_{Gx} \cdot \omega'$

En généralisant :

$$\Sigma M_{Gx}(F_{ext/S}) = J_{Gx} \cdot \omega'$$

Étudions le couple résistant ramené sur l'arbre moteur

Dans une chaîne cinématique 5, lorsque les arbres tournent à des vitesses différentes, que deviennent les effets des différents couples résistants et inerties, selon la place occupée dans cette chaîne ?

TP2 : Caractériser l'influence des frottements secs dans deux paliers tournant à des vitesses différentes, autour d'axes fixes

Définir la notion de couple résistant équivalent ramené sur l'arbre moteur. L'élève assemble les deux maquettes sensorielles selon la figure 6. Elles modélisent la chaîne cinématique de transmission du couple moteur du scooter, monté sur un banc d'essai.

Il réalise plusieurs essais, statique puis dynamique.

1. Cas d'un réducteur de vitesse ($\omega_2 < \omega_1$) 5 6

L'élève applique un couple moteur C_m sur l'arbre 1 et bloque l'arbre 2 avec la main sur le d30. Il ressent un couple résistant C_{r2} plus important que C_m .

2. Cas d'un multiplicateur de vitesse ($\omega_1 < \omega_2$)

Il applique le même couple moteur C_m sur l'arbre 2 (arbre lent) et il bloque l'arbre 1 (arbre rapide). L'élève ressent un couple résistant C_{r1} (deux fois) plus faible que C_m .

Essai dynamique : pour des raisons fonctionnelles et d'ergonomie, le couple résistant C_{r2} est appliqué par un patin 3 sur l'arbre récepteur 2 6.

C_{r2} modélise globalement le couple dû :

- à la force tangentielle $A_{t0/2}$ entre la roue 2 et le sol 0, nécessaire pour avancer (sur le plat ou dans une pente) ;

- au frottement dans ce palier ;

- à la résistance au roulement de la roue sur la route.

L'élève lance le système par l'arbre 1 (réducteur, arbre 2 lent), puis par l'arbre 2 (multiplicateur, arbre 1 rapide). Il constate que les effets des moments d'inertie J_1, J_2 et du freinage C_{r2} varient selon leur place par rapport à l'arbre rapide ou à l'arbre lent.

Isolons l'arbre 1 5-1 :

$$(J_R + J_1) \cdot \omega'_1 = C_{m1} - C_{r1} - T \cdot r_1 \quad (1)$$

(hypothèse : tension brin mou, courroie t négligée)

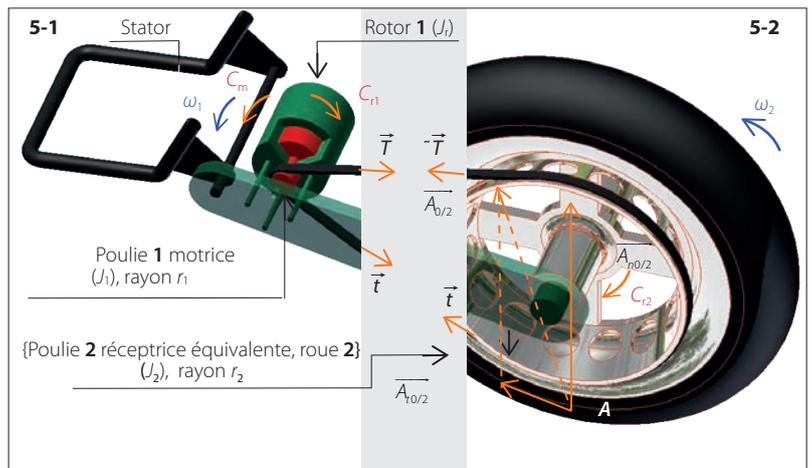
Isolons l'arbre 2 5-2 :

$$J_2 \cdot \omega'_2 = T \cdot r_2 - C_{r2} \quad (2)$$

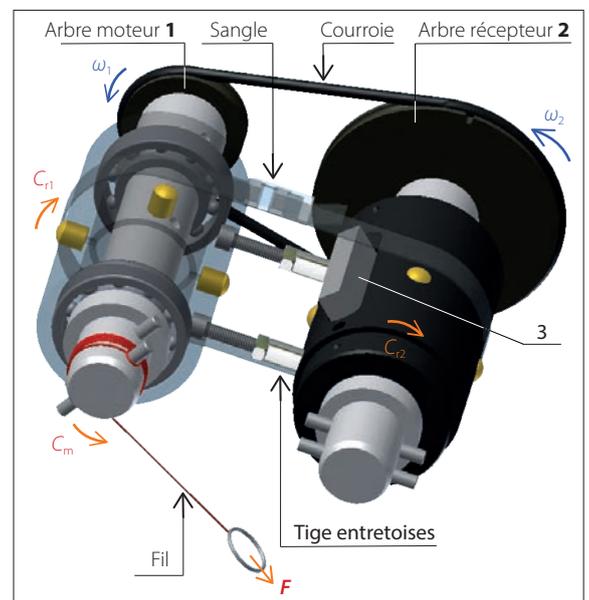
En combinant les deux équations, pour éliminer T , avec

$$\omega'_2 = + \frac{d_1}{d_2} \omega'_1, \text{ on trouve :}$$

$$\left[J_R + J_1 + J_2 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right] \omega'_1 = C_{m1} - C_{r1} - C_{r2} \cdot \frac{d_1}{d_2}$$



5 Isolements arbre moteur-arbre récepteur



6 Deux maquettes associées

On définit :

- l'inertie équivalente J_{e2} , qui représente l'inertie de 2 ramenée sur l'arbre 1 (voir Technologie n° 206) :

$$J_{e2} = J_2 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

- le couple résistant équivalent C_{r2e} , qui représente le couple résistant sur 2 ramené sur l'arbre moteur 1 :

$$C_{r2e} = C_{r2} \cdot \frac{d_1}{d_2}$$

Le théorème du moment dynamique s'écrit :

$$C_m - (C_{r1} + C_{r2e}) = (J_R + J_1 + J_{e2}) \cdot \omega'$$

On définit J_{Gx} , inertie globale sur l'arbre moteur autour de (G, \vec{x}) : $J_{Gx} = J_R + J_1 + J_{e2}$, d'où :

$$C_m - (C_{r1} + C_{r2e}) = J_{Gx} \cdot \omega' \quad (II)$$

Dans le cas d'un réducteur de rapport $r = \frac{1}{2}$ (celui de la maquette sensorielle), on a :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2}, \quad C_{r2e} = \frac{C_{r2}}{2} \quad \text{et} \quad J_{e2} = J_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 ; \quad J_{e2} = \frac{J_2}{4}$$

Selon le niveau d'étude et l'objectif, pour une résolution complète, on pourra écrire le principe fondamental de la dynamique (PFD) sous sa forme torsielle, dans un repère R_g lié au sol.

Remarquons que la somme des forces extérieures agissant sur l'arbre 1, puis sur l'arbre 2 isolé est égale à la résultante dynamique \vec{R}_d . Comme le scooter est sur un banc d'essai : $\vec{R}_d = \vec{0}$.

Expérimentation sensorielle

L'inertie et le couple sont ramenés sur l'arbre moteur 1 **7**.

Modélisation de J_{e2} : ajouter sur l'arbre moteur un disque d'inertie J_{e2} quatre fois plus faible que J_2 .

Modélisation de C_{r2e} : appliquer sur le patin 3 une force normale N deux fois plus faible que celle appliquée lorsqu'il était monté sur l'arbre récepteur ($C_{r2}/2$).

On constate que l'accélération de l'arbre 1 reste sensiblement la même sous l'action d'un même couple moteur C_{m1} (temps de déroulage t_d identique).

Au niveau du scooter électrique, sujet de l'étude : le constructeur a adopté des paliers à roulements pour réduire les pertes. Le scooter électrique, qui a une transmission directe, donc peu de paliers, a un rendement mécanique meilleur.

Pour diminuer encore les frottements, le moteur synchrone *brushless* n'a pas de balais sur un collecteur de l'arbre moteur, ce qui diminue C_{r1} .

Séquence S₄ : couple résistant, influence des frottements fluide

Nouvel écart entre l'étude précédente et la réalité. Nous repartons de l'expression du théorème du moment dynamique, en tenant compte uniquement des frottements secs.

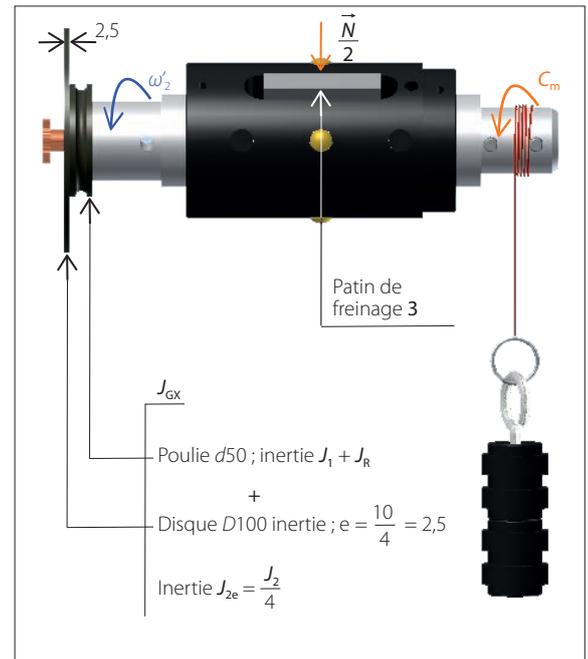
$$C_m - C_{r1} - C_{r2e} = J_{Gx} \cdot \omega'$$

Le couple moteur et le couple résistant constants entraînent une accélération constante. Le scooter aurait donc une vitesse qui augmenterait indéfiniment ? Seule la technologie du moteur limiterait cette vitesse ?

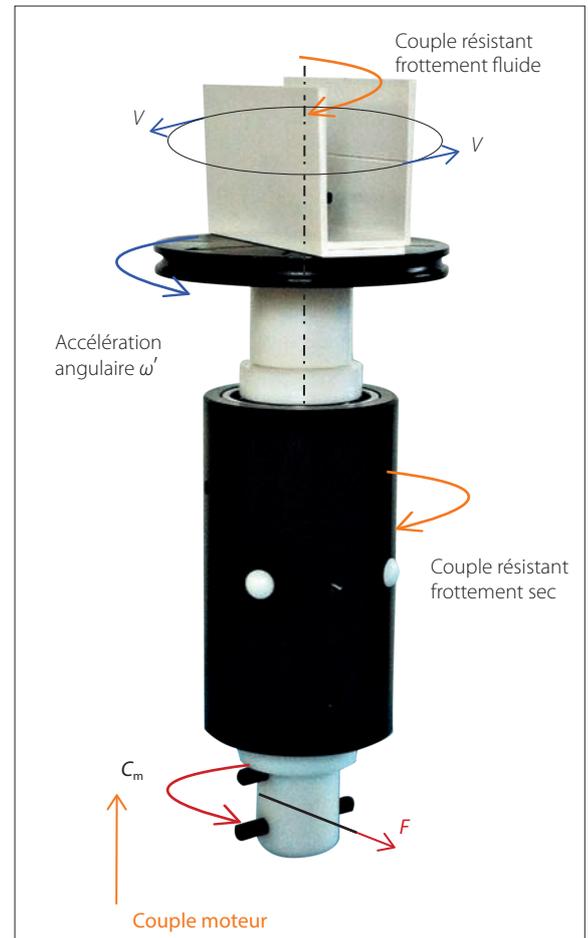
Réalisons une expérimentation. Nous savons que la résistance à l'avancement augmente avec la vitesse linéaire au carré v du scooter par rapport à l'air. L'expérience se fait avec un disque en rotation équipé d'ailettes **8**. Comme $v = R \cdot \omega$, v augmente avec ω .

L'essai se réalise avec une grande accélération (temps de déroulage $t_d = 1$ s).

Essai 1 (E_1 sans ailettes) : la force de traction F est constante et faible.



7 Modèle équivalent



8 Frottement fluide avec ailettes

Essai 2 (E_2 avec ailettes) : brassage de l'air, sifflement, la force F varie, importante sur la fin.

Le couple moteur C_m , appliqué par l'utilisateur, augmente avec la vitesse ω (A, 9).

Les forces résistantes dues au fluide C_r augmentent rapidement avec la vitesse ω (B, 9).

Le théorème du moment dynamique devient :

$$C_m - C_r = J_{Gz} \cdot \omega' \quad \text{(III)}$$

C_r , somme du frottement sec et fluide, augmente avec la vitesse. Au point de fonctionnement :

$$C_m = C_r ; \omega' = 0.$$

Lorsque le couple moteur maximum est égal au couple résistant, $C_{max} - C_r = 0 ; \omega' = 0$.

L'accélération devient nulle, le scooter roule à vitesse constante, c'est le point de fonctionnement 9.

Séquence S₃ : énergie, puissance

À partir de l'étude précédente, comment faire le lien entre la vitesse maximum, l'énergie et la puissance du moteur ?

Augmentation de l'énergie d'entrée dans le système

Faisons varier l'énergie potentielle d'entrée à l'aide d'un fil plus long que l'on enroule sur un $d30$. Le travail de la masselotte qui descend est l'image de l'énergie consommée par le système, sans modification du couple moteur. Réalisons l'expérience suivante.

Choisir un fil de 1 m de long et l'enrouler sur l'arbre $d30$, sur 10 tours. L'énergie d'entrée est $E_p = m \cdot g \cdot h$. Accrocher une masselotte et laisser dérouler le fil, mesurer le temps t_{d1} à l'aide d'un chronomètre. La vitesse maxi ω_{1max} en fin de déroulage est mesurée par un tachymètre. Même expérience avec un fil de 2 m, enroulé sur 20 tours (l'énergie d'entrée double, elle passe à $2 m \cdot g \cdot h$).

Enrouler le fil de 1 m sur la poulie $D100$, puis prendre un fil de 2 m. Même expérience, mesurer t_{d2} et ω_{2max} .

Expérience 1 10-1 :

- l'accélération est la même lorsque le fil est enroulé sur le diamètre $d30$ (même couple moteur), quelle que soit la longueur du fil ;

- la vitesse maximum au décrochage du fil est supérieure lorsque le fil s'est déroulé sur une plus grande hauteur (énergie d'entrée plus grande).

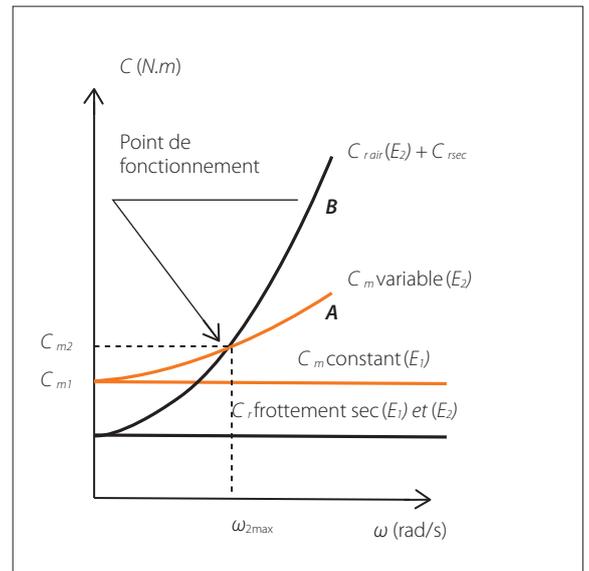
Expérience 2 10-2 :

- l'accélération est plus grande lorsque le fil est enroulé sur un diamètre $D100$ (couple moteur plus grand) ;

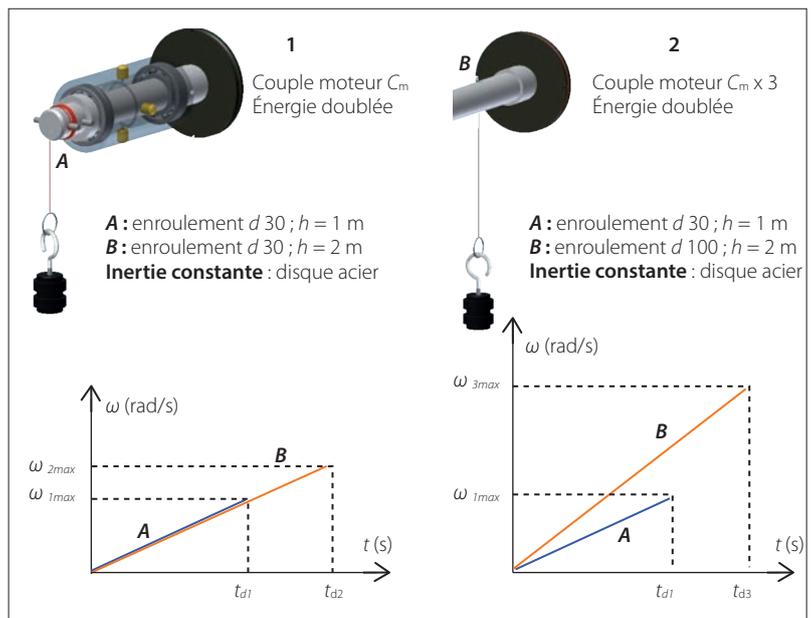
- la vitesse maximum au décrochage du fil est supérieure lorsque le fil s'est déroulé sur une plus grande hauteur (énergie d'entrée plus grande).

Définition de la puissance

Dans les expériences précédentes, l'élève constate que le fil se déroule de plus en plus vite, l'énergie



9 Couples moteur et résistant, point de fonctionnement



10 Graphes des vitesses, couple et énergie variables

dW consommée sur un même intervalle de temps dt augmente. On peut alors définir la puissance :

$$P = \frac{dW}{dt} ; P = C_m \cdot \omega \quad (\text{pour la rotation}).$$

Retenons que la puissance augmente avec la vitesse angulaire, lorsque le couple reste constant. Un moteur plus puissant permet une vitesse maximum plus grande. La puissance de la force motrice à la vitesse maximum (50 km/h) est égale à la puissance des forces résistantes.

L'accélération reste constante si le couple moteur est constant.

Séquence S6 : récupération de l'énergie, étude du freinage

Dans les descentes, ou lors des décélérations, le moteur électrique se transforme en générateur, le courant produit recharge les batteries. Comment un « frein moteur électrique » apparaît-il ?

Réalisons l'expérimentation suivante. La maquette est utilisée selon la figure 11.

L'élève moteur lance le système, axe vertical, grâce à C_m (couple moteur).

L'élève récepteur, qui tient le palier 1 de sa main gauche, engage, selon une direction axiale, la poignée à griffes {7,8} sur l'arbre. Cette dernière heurte une goupille qui entraîne 8 par rapport à 7 (déplacement angulaire permis par le frein à sabot 7) ; 8 exerce un couple sur la poignée culasse.

Comment interpréter ? L'énergie cinétique stockée dans le volant d'inertie 2 est restituée, l'élève la perçoit de façon sensible grâce à l'entraînement rotatif.

C'est l'image du couple exercé sur le moteur, transformé en générateur.

Si on isole (S) = {arbre 3, volant 2}, le théorème du moment dynamique s'écrit :

$$0 - C_r = J_{Gz} \cdot \omega'$$

$$-C_r < 0 ; \text{ on a : } \omega' < 0.$$

Il y a une décélération de l'arbre moteur pendant cette phase. Cette production d'énergie électrique – et la technologie des batteries lithium-ion – augmentent l'autonomie.

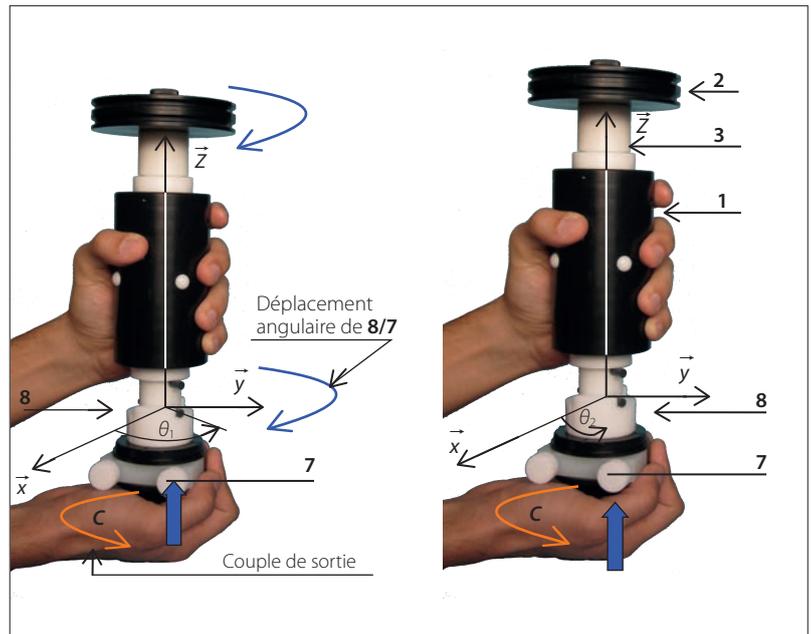
Conclusion de l'étude

Les caractéristiques techniques de ce scooter électrique urbain « tiennent la route » (bonne accélération, autonomie 60 km, vitesse maxi 50 km/h). Cependant, son prix élevé (4 299 € en 2016) n'a pas permis à ce scooter de s'imposer face au scooter thermique (2 700 €) de même catégorie, malgré un prix de revient au kilomètre du carburant très faible et une quasi-absence d'entretien. Un objet technique a aussi une dimension socio-économique ! La production a été arrêtée en 2016. Lorsque le coût des batteries baissera, un nouveau modèle sera sans doute à nouveau commercialisé, car l'avenir est bien du côté « 0 émission de CO₂ » !

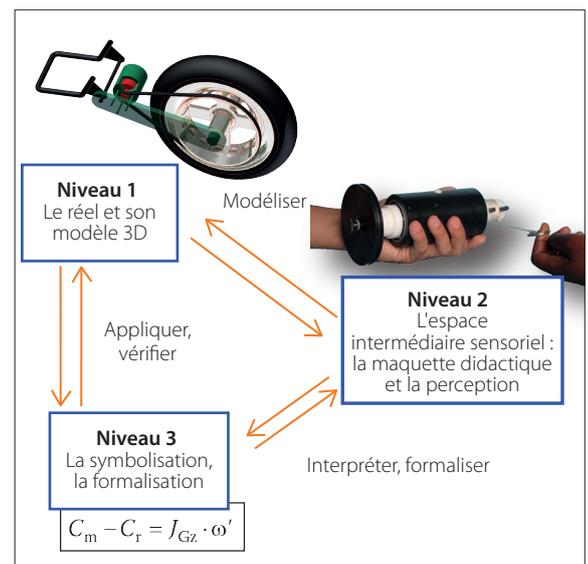
Formalisation de la démarche

La maquette sensorielle, équivalente au système réel grâce à son disque d'inertie et son patin de freinage, modélise dans sa dimension qualitative – non chiffrée – les comportements liés aux inerties, aux moments des forces extérieures et à l'accélération.

Cette démarche permet une approche par approfondissements successifs : sans frottement, puis avec frottements secs, puis avec frottements fluides, avec un palier, puis avec deux paliers.



11 Modélisation de couple résistant



12 L'interface sensorielle dans la construction des savoirs

Les expérimentations, guidées par l'enseignant, dans le cadre d'une démarche de construction des savoirs – inductive ou d'investigation –, permettent d'établir 12 :

- une analogie entre l'objet réel et le phénomène physique associé ;
- une distinction couple moteur/couple résistant ;
- une différenciation entre l'effet d'inertie et le couple résistant ;
- des relations entre les grandeurs physiques de la dynamique du solide en rotation.

Ces grandeurs, accessibles aux perceptions de la main, font naître des images, reliées à l'expression

formalisée du moment dynamique, par exemple [12](#). Dans l'étape d'application du théorème, en TD, l'élève peut se représenter que :

- s'il y a plus d'inertie J_{Gx} (deuxième membre de l'équation), il doit tirer plus fort, C_m augmente (moment des forces, dans le premier membre) pour obtenir la même accélération ω' ;
- s'il y a plus de couple résistant C_r (premier membre), si l'inertie J_{Gx} est constante (deuxième membre), pour obtenir la même accélération il doit tirer plus fort ($C_m - C_r$: constant).

En conclusion

Nous avons pu interpréter un théorème de la dynamique en relation avec le comportement d'un scooter électrique dans sa phase de démarrage. En liant l'énergétique, la cinématique et la dynamique, nous avons tenté de décloisonner concrètement différentes parties de la mécanique. Cette approche

peut être réinvestie dans d'autres situations, avec des paramètres quantitativement différents. Grâce à cette démarche sensorielle, il n'y a pas d'un côté des perceptions qui débouchent sur de l'empirisme et de l'autre une théorie désincarnée – qui rebute les élèves – souvent insuffisante pour permettre l'interprétation des comportements concrets des systèmes. Cette démarche qui saisit, dans un même mouvement, l'observation et la formalisation, sans que viennent interférer des protocoles expérimentaux complexes à mettre en œuvre, aiguise la curiosité des élèves, les surprend et renforce souvent leur motivation. La mémoire du corps est un plus par rapport à une approche instrumentée et/ou une simulation fondée sur un logiciel de calcul, mais elle ne saurait la remplacer. La complémentarité des deux démarches facilite l'apprentissage en donnant du sens à l'action. Ces maquettes sensorielles matérielles sont des outils cognitifs. Une autre forme de réalité augmentée ? ■