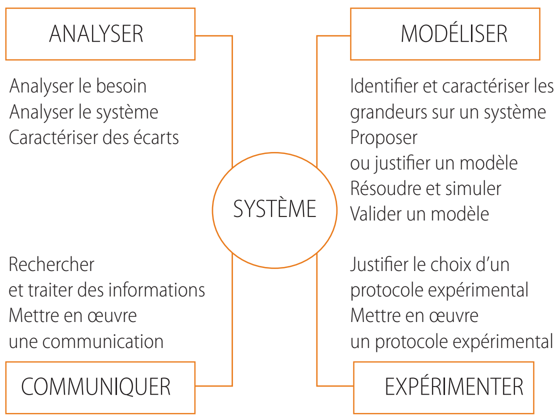
Le puits canadien, une simulation qui ne manque pas d'air

CHRISTOPHE MARY *, GILLES COZIAN **

Les économies d'énergie sont les défis scientifiques et techniques de notre siècle. Pour y répondre, le puits canadien offre une alternative intéressante au recyclage classique de l'air d'une habitation. La simulation d'un modèle mathématique simple permet de sensibiliser les élèves à ce problème.

Nous avons été sollicités pour animer une formation sur la modélisation multiphysique. Après avoir consulté l'Inspection, nos collègues de SI, enseignant en série S et STI2D, nous avons dégagé deux attentes récurrentes : celle d'obtenir un modèle du puits canadien et celle de dégager une méthode de modélisation.

La modélisation est en effet une étape du développement d'un projet d'ingénierie. Le référentiel des sciences de l'ingénieur de la série S place la modélisation comme une compétence à acquérir par les élèves au cours de leur formation **1**. En STI2D, l'analyse de système est au cœur du référentiel concernant l'enseignement transversal comme celui des spécialités. La modélisation devient donc un outil permettant d'appréhender un système, voire de valider le projet industriel.



1 **Extrait du référentiel de SI série S**

MOTS-CLÉS

efficacité énergétique, thermique, simulation

Pourquoi s'intéresser au puits canadien ?

Le Grenelle 1 de l'environnement dont est issue la réglementation thermique 2012 impose une consommation d'énergie primaire inférieure à 50 kWh/(m²·an), ce qui n'est réalisable qu'en s'inscrivant dans une évolution technologique et industrielle significative dans la conception et l'isolation des bâtiments et pour chacune des filières énergétiques.

La modélisation R_3C_2 **2** établie par le Service de recherche et développement d'ERDF met en évidence une résistance thermique R_f qui modélise les déperditions thermiques dues au renouvellement de l'air (VMC), aux ponts thermiques autres que par renouvellement de l'air et à la résistance des parois légères externes.

Il est donc pertinent de travailler sur un système de VMC double flux insufflant de l'air dans le bâtiment concerné.

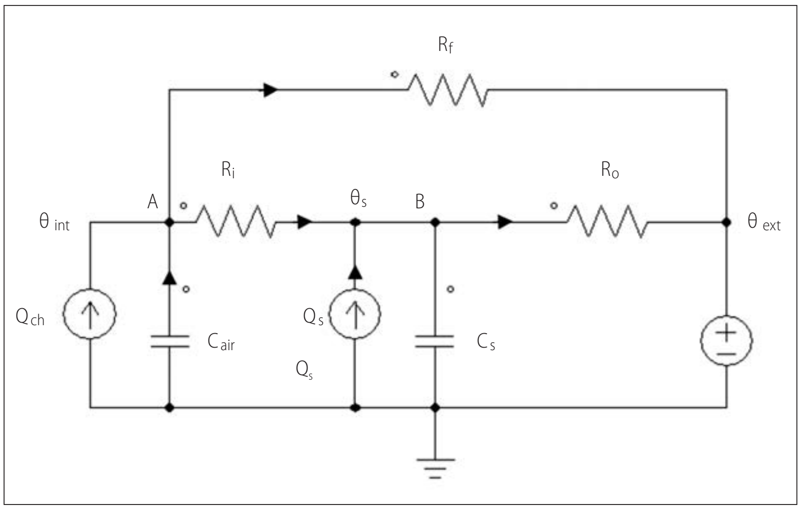
À une profondeur de 2 m, la température du sol varie avec moins d'amplitude et surtout en décalage avec la température de l'air. La figure **3** représente une modélisation des variations de la température de l'air et de celle du sol à Marseille durant l'année 2015.

L'idée est donc d'enfouir un tube à une profondeur de 2 m, sur une longueur de 50 m, d'y faire circuler de l'air provenant de la surface afin qu'il se réchauffe au contact du sol. Cet air réchauffé peut alors être soufflé dans une habitation via une VMC double flux **4**. L'intérêt est de limiter le refroidissement des pièces d'une habitation par le renouvellement de l'air. De la même manière, quand l'air du tube est plus froid que l'air extérieur, il peut refroidir les pièces ventilées. Le puits a dans ce cas un rôle de climatiseur.

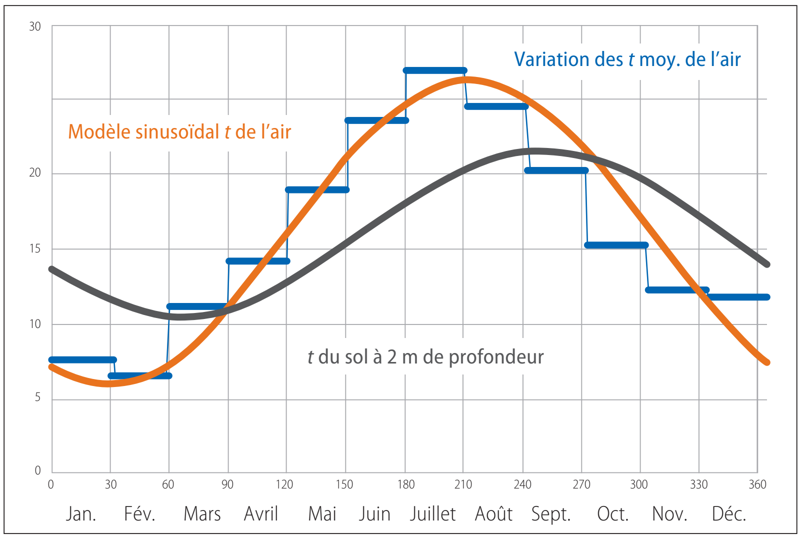
Pourquoi modéliser ?

Établir un modèle d'un système complexe permet de vérifier que la fonction d'usage pour laquelle il est conçu est réalisée, de valider sa rentabilité énergétique, d'étudier et de mesurer les effets des variations des grandeurs d'influence et de réglage pour

* Professeur de SII, ingénierie électrique en STS électrotechnique au lycée Vauban de Brest (29)
** Professeur de sciences appliquées en STS électrotechnique au lycée Vauban de Brest (29)

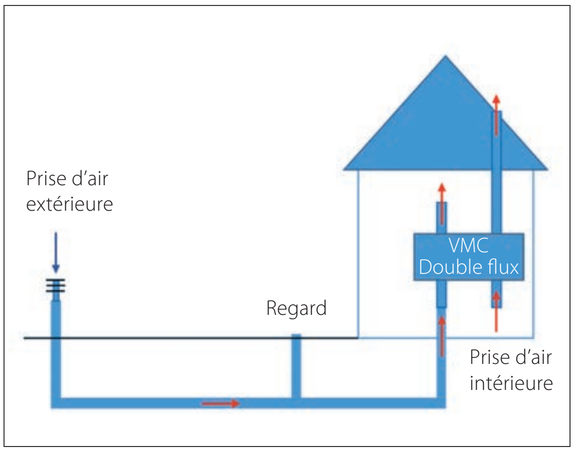


2 **Modèle thermique R3C2**



3 **Variation de la température de l'air et du sous-sol à Marseille en 2015**

prévoir son comportement, enfin de le dimensionner. Il n'est pas aisé de modéliser un système ; cela prend du temps et demande de consulter des thèses et des articles scientifiques afin de définir une démarche qui aboutira au modèle.



4 **Un puits canadien relié à une VMC double flux alimentant en air une habitation**

L'objet de cet article est de proposer une méthode de modélisation du puits canadien et de fournir un modèle que l'on peut s'approprier pour un usage pédagogique.

Modélisation d'un puits canadien (ou provençal)

Données techniques

Le puits est constitué d'un tube cylindrique en polyéthylène (forte capacité thermique) d'une longueur de 50 m, d'un diamètre de 25 cm et enfoui à une profondeur de 2 m.

Hypothèses de modélisation

Modéliser, c'est simplifier. Il est donc nécessaire de faire des hypothèses simplificatrices. Certes, ces hypothèses induisent des erreurs qu'il faudra confronter au fonctionnement réel, mais cette étape est indispensable pour atteindre un modèle. On néglige donc l'effet de la capacité thermique du tube, ainsi que sa résistance thermique. Sa température est donc celle de la terre à cette profondeur, c'est donc comme si le tube n'existait pas.

Éléments du modèle

Les systèmes complexes sont plurivariables. Il est impossible de tenir compte de tous les effets de ces variables sur le fonctionnement. Il est nécessaire d'isoler celles qui nous paraissent utiles. Nous avons choisi :

– en grandeur d'entrée : la température de l'air à l'entrée du puits $\theta_{(\text{air}\,;\,x=0)}$;

– en grandeurs de sortie : la température de l'air à la sortie du puits $\theta_{(\text{air}\,;\,x=L)}$ et la puissance calorifique reçue par l'air à la sortie du puits P_{th}.

Le fonctionnement d'un système est souvent perturbé. Il faut donc prendre en compte des grandeurs d'influence ou de perturbation qui seront significatives sur le fonctionnement. Nous avons choisi, comme grandeur d'influence, la température du sol à 2 m de profondeur (θ_{terre}).

Enfin, un modèle n'est pas unique. Pour être exploitable, il doit être paramétrable. Il faut donc choisir des grandeurs de réglage ou de paramétrage. Nous avons choisi, comme grandeurs de réglage, le type de matériau, la longueur et le diamètre du tube cylindrique.

Formules physiques de base pour réaliser la modélisation

Modéliser nécessite de mettre en œuvre des équations physiques : le comportement du système est « mis en équation ». Il faut donc choisir les outils physiques permettant de décrire son fonctionnement.

D'après M. Feidt [1], l'application du premier principe de thermodynamique associé à une transformation isochore (le volume d'air entrant dans le bâtiment étant égal au volume sortant) nous donne la relation suivante :

$$Q = m \cdot C\,\Delta\theta$$

(voir encadré Formule de Joules,)

où Q est la chaleur reçue par un corps de masse m (en kg) et de capacité thermique C (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), lorsque sa température évolue d'une valeur θ_1 à une valeur θ_2.

L'air étant un fluide circulant à l'intérieur d'un solide, le transfert de chaleur s'accompagne d'un transfert de masse : il s'agit d'un transfert convectif (voir encadré Propagation de la chaleur).

La loi de Newton (voir encadré Loi de Newton) donne l'expression de la quantité de chaleur échangée entre la paroi (ici le sol) et le fluide (ici l'air) :

$$\varnothing = h \cdot S \cdot (\theta_{\text{chaud}} - \theta_{\text{froid}})$$

où h est un coefficient de convection thermique (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$), S la surface de la paroi (en m^2) et $\varnothing$ le flux thermique (en W). On a :

$$\varnothing = \frac{\text{d}Q}{\text{d}t}.$$

Formule de Joules

La formule de Joules lie l'augmentation de la température d'un corps recevant une quantité de chaleur *Q*. Cette formule est réversible : une diminution de la température produit une quantité de chaleur *Q* ; dans ce cas, *Q* sera de signe négatif.

Propagation de la chaleur

La chaleur peut se propager de trois manières différentes : par conduction, convection ou rayonnement.

Conduction : une barre métallique chauffée à une extrémité conduit la chaleur, l'autre extrémité devenant chaude. Ce type de transfert concerne surtout les solides.

Convection : le fond d'une casserole soumis à une source de chaleur chauffe. Cette quantité de chaleur, d'abord transférée à l'eau par conduction dans le métal, se diffuse ensuite dans tout le volume par des mouvements de l'eau en boucle en partant du fond (le plus chaud) vers la surface (le plus froid). L'eau au contact du fond chauffe et la chaleur se diffuse dans tout son volume. Ce type de transfert concerne surtout les fluides.

Rayonnement : le rayonnement solaire chauffe notre peau. Les ondes électromagnétiques (notamment les infrarouges) émises par le Soleil traversent le vide et les gaz de l'atmosphère et fournissent une quantité de chaleur au corps exposé.

Loi de Newton

La loi de Newton lie la variation de température de la surface de contact entre la source chaude et la source froide. Le coefficient *h* tient compte des phénomènes de la mécanique des fluides et rend compte du transfert de cette chaleur à tout le fluide.

Modélisation du puits

Le système est représenté par un état en chacun des points qui le constituent, la modélisation ne peut se faire que par éléments finis. Le phénomène de transfert thermique est convectif à flux forcé en raison de la présence de la VMC.

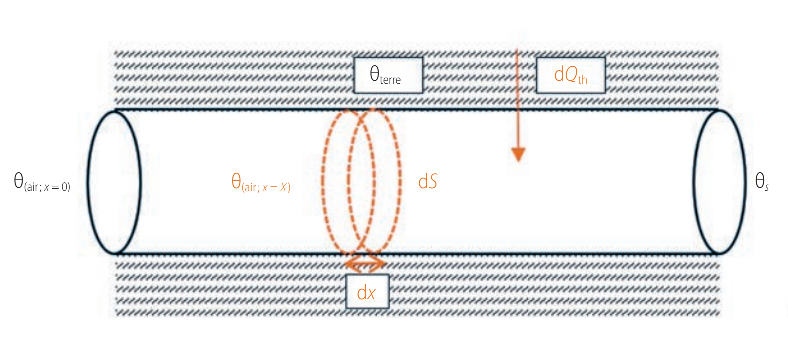
Considérons un cylindre élémentaire d'air de masse dm, d'épaisseur dx et d'abscisse X recevant une quantité de chaleur dQ_{th} du sol à la température θ_{terre} 5. L'application de la loi de Joule à cette masse élémentaire dm devient :

$$\frac{\text{d}Q_{\text{th}}}{\text{d}t} = \rho \cdot q_{\text{V}} \cdot C \cdot \text{d}\theta \tag{1}$$

$$\text{d}Q_{\text{th}} = \text{d}m \cdot C \cdot \text{d}\theta$$

$$P_{\text{th}} = \frac{\text{d}Q_{\text{th}}}{\text{d}t} = \frac{\text{d}m}{\text{d}t} \cdot C \cdot \text{d}\theta$$

Et $\frac{\text{d}m}{\text{d}t}$, le débit massique est égal à $\rho \cdot q_{\text{V}}$ (ρ masse volumique, q_{V} débit volumique).



5 Modélisation du puits canadien

Température de l'air	$\theta_{air} = 10$ °C
Température de la terre	$\theta_{terre} = 17$ °C
Diamètre du tube du puits canadien	$d = 25$ cm
Longueur du puits canadien	$L = 50$ m
Débit volumique de la VMC	$q_v = 300\ m^3 \cdot h^{-1} = 0{,}083\ m^3 \cdot s^{-1}$
Vitesse d'écoulement de l'air dans le puits	$v = \frac{q_v}{S} = 1{,}7\ m \cdot s^{-1}$
Masse volumique de l'air	$\rho = 1{,}23\ kg \cdot m^{-3}$
Capacité thermique de l'air	$C_p = 1\,008\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Conductivité thermique de l'air	$\lambda = 0{,}025\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Viscosité dynamique de l'air	$\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
Viscosité cinématique de l'air	$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 15 \times 10^{-6}\ m^2 \cdot s^{-1}$
Coefficient de convection thermique	h en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

6 Données nécessaires aux applications numériques

Par ailleurs, le transfert thermique se fait par convection, la loi de Newton devient :

$$\frac{dQ}{dt} = h(\theta_{terre} - \theta)2\pi \cdot R \cdot dx \qquad (2)$$

$P_{th} = \frac{dQ}{dt} = h \cdot (\theta) \cdot dS$ (transfert convectif de l'air au contact de la terre)

h : coefficient thermique d'échange par convection (en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)
$dS = 2\pi \cdot R \cdot dx$ pour un cylindre droit.

En manipulant les équations (1) et (2), on arrive à l'équation finale :

$$\theta_{(air\,;\,x=X)} = \theta_{terre} - (\theta_{terre} - \theta_{(air\,;\,x=0)})e^{-Ax}$$

avec $A = \frac{h \cdot 2\pi \cdot R}{\rho \cdot q_v \cdot C}$

La résolution de l'équation différentielle donne :

$$\frac{d\theta}{(\theta - \theta_{terre})} = -\frac{h \cdot 2\pi \cdot R}{\rho \cdot q_v \cdot C} \cdot dx\,,$$

on note $A = \frac{h \cdot 2\pi \cdot R}{\rho \cdot q_v \cdot C}$

En intégrant, on obtient :

$$\int_{\theta_{air}}^{\theta(x)} \frac{d\theta}{(\theta - \theta_{terre})} = \int_0^x -A \cdot dx$$

$$\left[\ln(\theta - \theta_{terre})\right]_{\theta_{(air;\,x=0)}}^{\theta_{(air;\,x=X)}} = -Ax$$

$$\ln\left(\frac{\theta_{(air;\,x=X)} - \theta_{terre}}{\theta_{(air;\,x=0)} - \theta_{terre}}\right) = -Ax$$

On obtient l'équation donnant la température de l'air à l'abscisse X :

$$\theta_{(air;\,x=X)} - \theta_{terre} = (\theta_{(air;\,x=0)} - \theta_{terre})e^{-Ax}$$

La puissance thermique reçue par l'air du puits est :

$$P_{th\_total} = \rho \cdot q_v \cdot C\left(\theta_{(air;\,x=L)} - \theta_{(air;\,x=0)}\right)$$

(positif car P_{th_total} est reçue)

Calcul des données nécessaires aux applications numériques

Pour utiliser ce modèle, il faut le quantifier 6. Toutes ces données sont évidemment modifiables en fonction du puits qui est à modéliser, seule la valeur de h est difficile à obtenir.

Détermination de *h*

Pour déterminer h, il faut déterminer le nombre de Nusselt.
– Nombre de Nusselt caractérisant l'échange thermique entre le fluide et la paroi :

$$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda}$$

La formule de corrélation expérimentale de Colburn adaptée à un écoulement tubulaire convectif forcé est la suivante :

$$Nu = 0{,}023 P_r^{\frac{1}{3}} \cdot R_e^{\frac{4}{5}}$$

À l'aide de ces deux expressions, il sera possible de quantifier h.
La formule de Colburn fait intervenir les nombres de Reynolds et de Prandlt.

– Nombre de Reynolds caractérisant le régime d'écoulement :

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = 28\,333$$

Si $R_e < 2\,200$, l'écoulement est laminaire.
Si $R_e > 2\,200$, l'écoulement est turbulent.

L'air dans le puits canadien est donc en écoulement turbulent, ce qui confirme l'utilisation de la formule de Colburn.
– Nombre de Prandlt caractérisant les propriétés thermiques du fluide :

$$P_r = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} = 0{,}725$$

La formule de Colburn devient donc :

$$Nu = 0{,}023\, P_r^{\frac{1}{3}} \cdot R_e^{\frac{4}{5}} = 75{,}4$$

On en déduit : $h = \dfrac{Nu \cdot \lambda}{D} = 7{,}54\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

La détermination du coefficient de transfert convectif est réalisée, le modèle peut donc être quantifié et simulé.

Remarque : Cette valeur de h dépend de la nature du fluide, ici l'air, et du débit de ventilation, ici 300 $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$; il peut donc être réutilisé tel quel, le fluide d'un puits canadien étant toujours de l'air et le débit étant cohérent pour une VMC double flux.

Simulation du modèle du puits canadien

L'équation de la variation de température de l'air devient donc :

$$\theta_{(\text{air};\, x=X)} = \theta_{\text{terre}} - (\theta_{\text{terre}} - \theta_{(\text{air};\, x=0)})e^{-Ax}$$

avec $A = \dfrac{h \cdot 2\pi \cdot R}{\rho \cdot q_v \cdot C}$

$$\theta(x) = 17 - 7e^{-0{,}057x}$$ 7

Détermination de la puissance thermique totale échangée :

$$\theta_{(x=50)} = 17 - 7e^{-0{,}57\times 50} = 16{,}6\,°\text{C}$$

$$P_{\text{th\_total}} = \rho q_v C\left(\theta_{\text{air}\, x=L} - \theta_{\text{air}\, x=0}\right)$$
$$= 1{,}23 \times 0{,}083 \times 1008 \times (16{,}6 - 10) = 679\ \text{W}$$

L'air a donc reçu une puissance thermique de 679 W.

Les scientifiques et leur nombre adimensionnel

Ernst Kraft Wilhelm Nusselt (1882-1957) est un physicien allemand. C'est un pionnier dans l'étude de transfert par convection. Son nom reste attaché au nombre adimensionnel : le nombre de Nusselt.

Osborne Reynolds (1842-1912) est un ingénieur et physicien irlandais qui fit d'importantes contributions à l'hydrodynamique et à la dynamique des fluides, la plus notable étant l'introduction du nombre de Reynolds en 1883.

Ludwig Prandtl (1875-1953) est un ingénieur et physicien allemand. Il a apporté d'importantes contributions à la mécanique des fluides (où il dégagea notamment la théorie de la couche limite) et à la théorie de la résistance des solides.

Exemple d'utilisation pédagogique du modèle

Voici les éléments de modélisation utilisés pour la modélisation de la température de l'air et du sol à Marseille en 2015 3. Les données de température sont moyennes par mois et la température du sol en surface est assimilée à celle de l'air.

Modélisation des variations de la température de l'air

En prélevant les données de la station météorologique de Marseille-Marignane 8, il est possible d'assimiler les variations de température de l'air extérieur à une sinusoïde d'équation :

$$\theta_{\text{air}}(t) = \theta_{\text{moy}} - (\theta_{\text{max}} - \theta_{\text{min}})\cos(\omega(t - t_0))$$

$$\theta_{\text{air}}(t) = 16{,}1 - 10{,}25\cos\left(0{,}017(t - 29)\right)$$

avec t en jours.

Remarque : La valeur du déphasage est déterminée empiriquement.

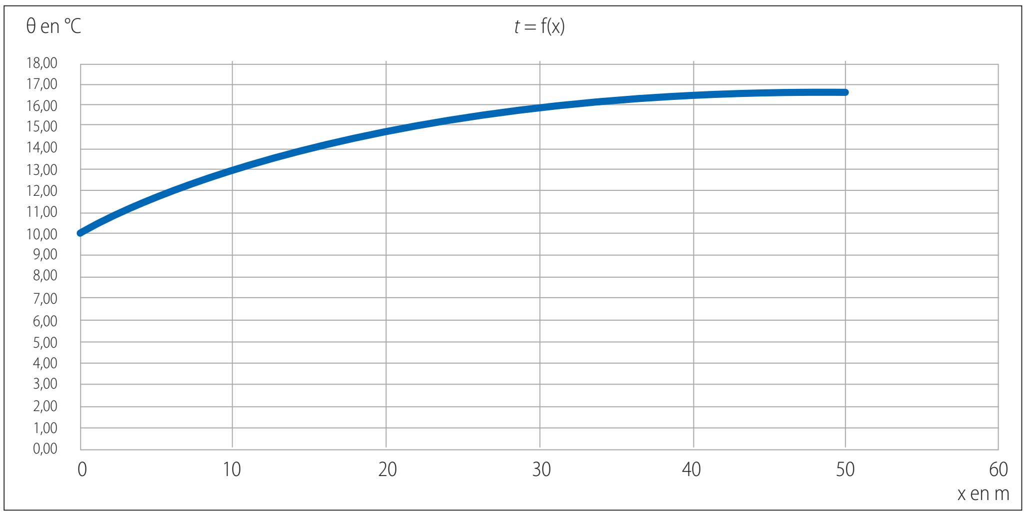
Modélisation des variations de la température du sol à une profondeur de 2 mètres

L'accès aux données météorologiques permettant de connaître les températures du sol est payant. Nous avons donc assimilé la température du sol en surface à celle de l'air.

D'après les travaux de Mebarki *et al.* [2], la température du sol à une profondeur z est modélisable par la sinusoïde suivante :

$$\theta_{\text{terre}}(t) = \theta_{\text{moy}} - (\theta_{\text{max}} - \theta_{\text{min}})\cos\left[\left(\omega(t - t_0) - \frac{z}{d}\right]e^{-\frac{z}{d}}$$

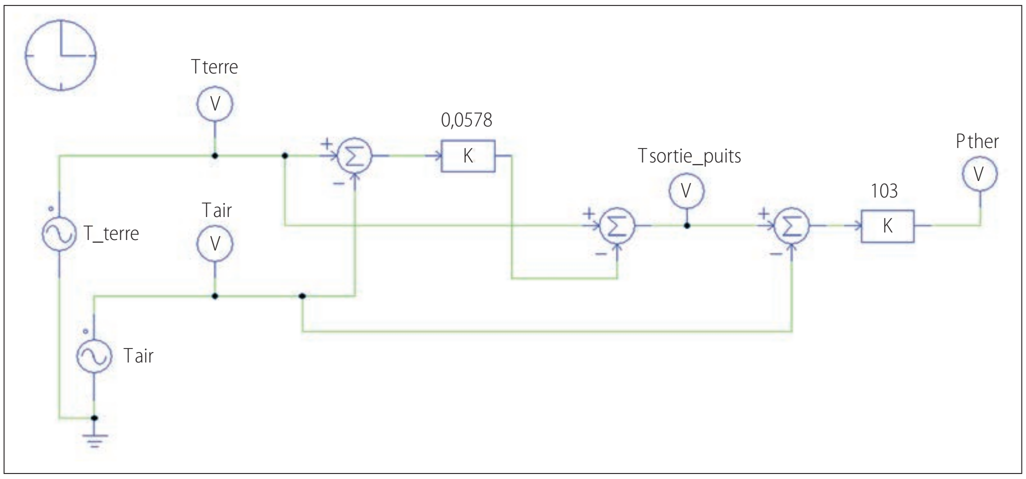
où $d = \sqrt{\dfrac{2a}{\omega}}$ est la constante d'Euler, avec a le coefficient de diffusivité du sol.



7 **Variation de la température de l'air dans le puits**

Mois	Température (°C)		
	Min.	Max.	Moy.
Janvier	– 1,7	17,4	7,6
Février	– 3,0	15,1	6,5
Mars	– 0,2	21,6	11,2
Avril	3,4	23,3	14,2
Mai	9,1	27,9	19
Juin	13,9	33,8	23,7
Juillet	14,4	35,7	27
Août	15,3	36,0	24,6
Sept.	9,7	28,4	20,2
Oct.	2,7	26,8	15,2
Nov.	– 1,1	21,9	12,3
Déc.	0,2	18,2	11,8
	– 3,0	36,0	16,1

8 **Données météorologiques Marseille-Marignane, en 2015**



9 **Simulation par schéma bloc sous Psim**

On suppose le sous-sol composé d'argile. Le coefficient de diffusivité est donc de 1×10^{-6} m²·s⁻¹, soit 0,087 m²·j⁻¹ ; le coefficient d'Euler devient donc :

$$d = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}087}{0{,}017}} = 3{,}2\,\text{m}$$

On obtient :

$$\theta_{\text{terre}}(t) = 16{,}1 - 10{,}25\cos\left[0{,}017(t-29) - \frac{2}{3{,}2}\right]e^{-\frac{2}{3{,}2}},$$

avec t en jours.

Simulation sous Simcad Psim 9 10

La fonction de transfert du puits est :

$$\theta(x) = \theta_{\text{terre}} - (\theta_{\text{terre}} - \theta_{\text{air}})e^{-0{,}0578x}$$

$$\theta(x) = \theta_{\text{terre}} - (\theta_{\text{terre}} - \theta_{\text{air}})e^{-Ax},$$

avec $e^{-Ax} = e^{-0{,}057 \times 50} = 0{,}0578$

La puissance thermique reçue par l'air est :

$$P_{\text{th\_total}} = 103(\theta_{\text{air } x=L} - \theta_{\text{air } x=0})$$

$$P_{\text{th\_total}} = \rho \cdot q_v \cdot C \cdot (\theta_{\text{air } x=L} - \theta_{\text{air } x=0}),$$

avec $\rho \cdot q_v \cdot C = 103$

$$\theta_{\text{air}}(t) = 16{,}1 - 10{,}25\cos\left(0{,}017(t-29)\right)$$

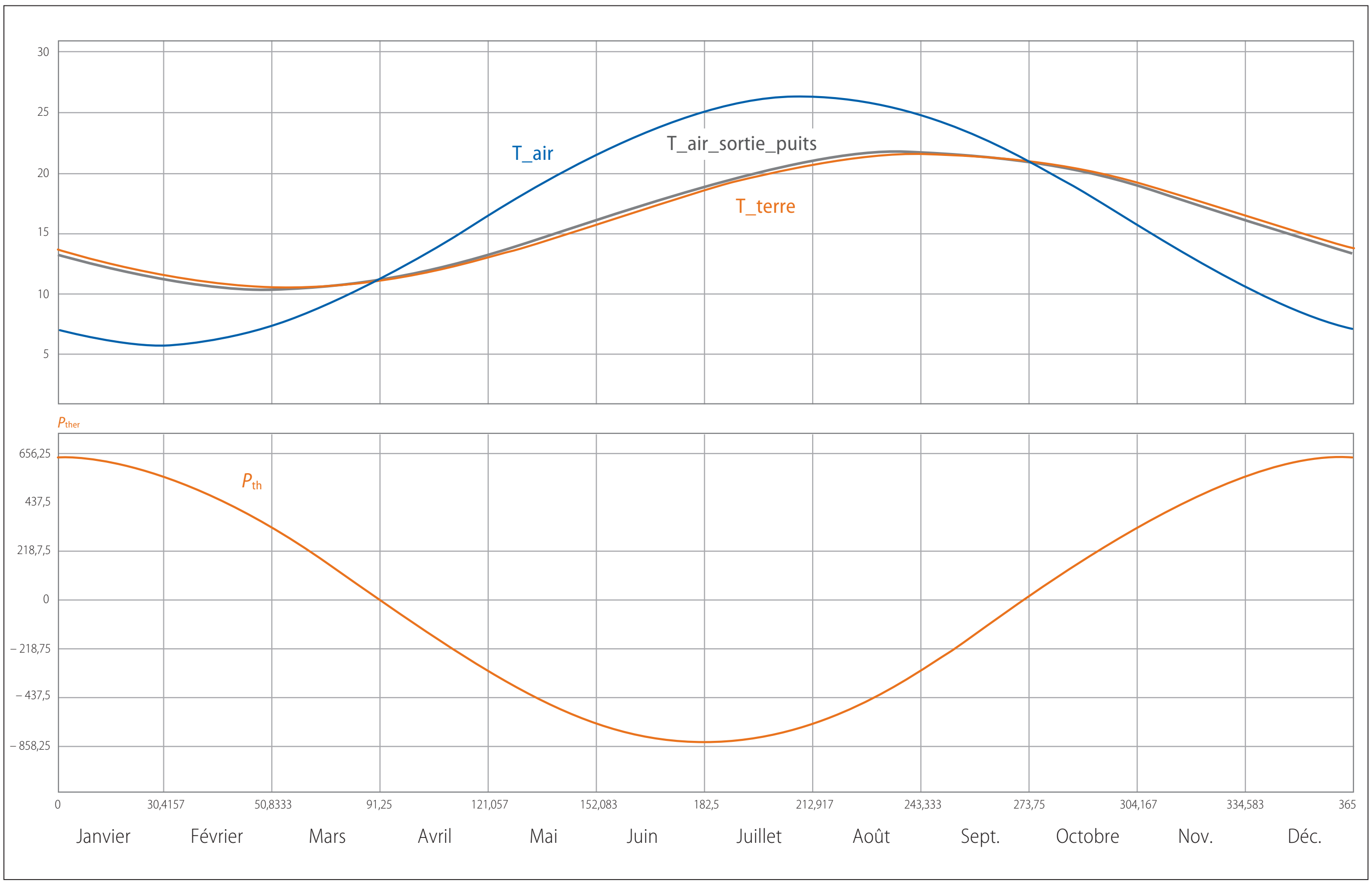
$$\theta_{\text{terre}}(t) = 16{,}1 - 10{,}25\cos\left[0{,}017(t-29) - \frac{2}{3{,}2}\right]e^{-\frac{2}{3{,}2}}$$

avec t en jours, soit :

$$\theta_{\text{terre}}(t) = 16{,}1 - 5{,}48\cos(0{,}017t - 1{,}12)$$

Analyses

Sachant que la température du sol est assimilée à celle de l'air, on peut constater que la température de l'air en sortie du puits canadien suit quasiment



10 Résultats de la simulation

celle de la terre 10. On peut remarquer aussi que la puissance thermique transférée à l'air est une fonction sinusoïdale alternative avec un passage négatif de fin mars à début octobre. Ce qui veut dire que le puits canadien joue un rôle de climatiseur en fournissant de l'air plus chaud que l'air extérieur dans l'habitation d'octobre à mars et un air plus froid sur le reste de l'année.

L'efficacité énergétique du bâtiment a donc été augmentée. Une VMC simple flux expulse de l'air chaud des pièces pour le remplacer par de l'air froid provenant de l'extérieur, ceci a donc pour effet d'augmenter les déperditions thermiques. L'utilisation d'un puits canadien permet d'insuffler de l'air plus chaud que celui venant de l'extérieur et donc de réduire ces déperditions. La technologie du puits canadien est très simple, puisqu'il s'agit d'un tube enfoui à 2 m de profondeur sur une longueur conseillée de 50 m ; et l'énergie thermique du sol est une énergie renouvelable et sans coût. Certes, l'installation d'un puits canadien n'est pas gratuite, mais son utilisation permet d'accroître l'efficacité énergétique du bâtiment sans production de CO_2.

Pédagogiquement, l'établissement du modèle ne relève évidemment pas des compétences d'un élève, mais son utilisation peut permettre de le sensibiliser aux technologies fondées sur les énergies renouvelables pour accroître l'efficacité énergétique des bâtiments.

La mise en œuvre de la simulation sous Psim 9 peut se faire en deux temps : tout d'abord, la partie simulation du puits canadien donnant la température de l'air à sa sortie, puis celle donnant la puissance thermique reçue par l'air du puits.

Les stagiaires ont agréablement accueilli ce modèle ; certes, son élaboration est très mathématique, mais sa simulation est relativement simple. Nous n'avons pas eu encore de retour sur son utilisation pédagogique. ■

POUR EN SAVOIR PLUS

[1] **Feidt M.,** Génie énergétique, du dimensionnement des composants au pilotage des systèmes, Dunod, Paris. www.cder.dz/download/Art15-3_10.pdf

[2] **Mebarki B., Draoui B., Abdessemed S., Keboucha A., Drici S. et Sahli A.,** « Étude d'un système de climatisation intégrant un puits canadien dans les zones arides, cas de Béchar » : https://www.polytech.univ-savoie.fr/fileadmin/.../Contribution1256.pdf

Lopez J., Decker S., Ginestet S., « Performance énergétique de puits canadiens : impact du retour d'expérience sur les données d'entrée de la simulation » : www.ademe.fr/sites/default/files/assets/.../puits-climatiques-2012.pdf

Fiches techniques de l'Ademe, juin 2012, « Puits climatiques ».