Annexe : Etude des pertes de charge dans le réseau

Régulation des installations énergétiques – gestion thermique du bâtiment

Caroline DE SA – Edouard WALTHER

Edité le 19/02/2018

Démonstration de la formule utilisée paragraphe 7.1.2 de la ressource « Régulation des installations énergétiques - gestion thermique du bâtiment ».

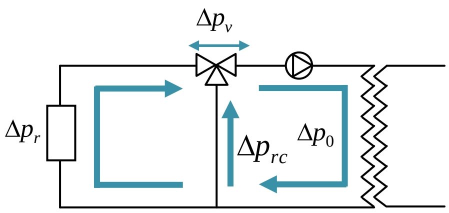

Figure 1 : Schéma de régulation étudiée

Expression des pertes de charge :

$$\Delta p_{total} = \Delta p_r + \Delta p_v = \Delta p_{rc} = \Delta p_0 = \text{constante}$$

Avec :

- $\Delta p_r + \Delta p_v$ circuit variable (circuit de production),
- Δp_{rc} circuit recyclé,
- Δp_0 circuit à débit constant (du fait de la pompe sur ce circuit).

$\Delta p_0 = \text{constante}$, du fait du débit constant assuré dans cette branche.

On peut exprimer la perte de charge en fonction du débit selon la méthode des z.

$$\Delta p_{total} = zQ_v^2 = \Delta p_r + \Delta p_v = z_r Q_v^2 + z_v Q_v^2$$

De plus, on peut écrire $Q_v = K_v \sqrt{\Delta p_v}$ (définition du K_v de la vanne),

$Q_v^2 = K_v^2 \Delta p_v$ d'où $\quad Z_v = \dfrac{1}{K_v^2}$

Et $\dfrac{(Z_r + Z_v) Q_v^2}{(Z_{rs} + Z_{vs}) Q_{vs}^2} = \dfrac{\Delta p_{total}}{\Delta p_{total}}$ ($\Delta p_{total} = \text{constante}$, voir ci-dessus)

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{Z_{rs} + Z_{vs}}{Z_r + Z_v} = \frac{1 + \dfrac{Z_{rs}}{Z_{vs}}}{\dfrac{Z_r}{Z_{vs}} + \dfrac{Z_v}{Z_{vs}}} \quad \text{avec} \quad \frac{Z_v}{Z_{v_s}} = \frac{K_{vs}^2}{K_v^2}$$

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{1 + \dfrac{Z_{rs}}{Z_{vs}}}{\dfrac{Z_r}{Z_{vs}} + \left(\dfrac{K_{vs}}{K_v}\right)^2}$$

De plus

$$a = \frac{\Delta p_{vs}}{\Delta p_{rs} + \Delta p_{vs}} = \frac{Z_{vs}}{Z_{rs} + Z_{vs}}$$

$$a(Z_{rs} + Z_{vs}) = Z_{vs}$$

$$aZ_{rs} = (1-a)Z_{vs}$$

$$Z_{rs} = \frac{1-a}{a} Z_{vs}$$

$$\frac{Z_{rs}}{Z_{vs}} = \frac{1-a}{a}$$

D'où

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{1 + \frac{1-a}{a}}{\frac{Z_r}{Z_{vs}} + \left(\frac{K_{vs}}{K_v}\right)^2}$$

De plus en posant

$$\frac{Z_r}{Z_{vs}} \approx \frac{Z_{rs}}{Z_{vs}} = \frac{1-a}{a}$$

Hypothèse supplémentaire : les pertes de charge du réseau variable ne sont pas trop influencées par l'ouverture de vanne (inexact à faible ouverture voire fermeture).

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{1 + \frac{1-a}{a}}{\frac{1-a}{a} + \left(\frac{K_{vs}}{K_v}\right)^2}$$

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{a + 1 - a}{1 - a + a\left(\frac{K_{vs}}{K_v}\right)^2}$$

$$\left(\frac{Q_v}{Q_{vs}}\right)^2 = \frac{1}{1 + a\left[\left(\frac{K_{vs}}{K_v}\right)^2 - 1\right]}$$

$$\boxed{\frac{Q_v}{Q_{vs}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a\left[\left(\frac{K_{vs}}{K_v}\right)^2 - 1\right]}}}$$