

# Piézoélectricité et magnétostriction : pour aller plus loin...

La ressource « *Piézoélectricité et magnétostriction* » décrit les phénomènes de magnétostriction et d'électrostriction qui correspondent à une déformation de la matière sous l'application d'un champ magnétique ou électrique. On y retrouvera présentés les outils de description de l'électromagnétisme de la matière, puis les outils de description de la déformation des matériaux que sont les tenseurs des contraintes et des déformations ; les phénomènes d'électrostriction et de magnétostriction sont exposés et des exemples d'applications sont proposés, en particulier le résonateur à quartz.

Cette ressource, pour aller plus loin, propose des questions et réponses dans une progression de difficulté.

## 1 – Les bases

- 1) Donner l'expression du tenseur des contraintes lorsque l'on applique un effort  $F$  de traction suivant l'axe  $x$  sur une poutre de section  $S$  ?

$$\sigma_{11} = F/S \text{ et les autres termes sont nuls.}$$

- 2) Pourquoi utilise-t-on majoritairement la piézoélectricité contrairement à la magnétostriction?  
*L'effet piézoélectrique est linéaire et des matériaux performants ont été élaborés.*

- 3) Justifier l'équation (5) de la ressource « *Piézoélectricité et magnétostriction* » (paragraphe 2.2).

*Les forces surfaciques de la contrainte  $\sigma_{1j}$  sur l'axe  $x_j$  valent :*

$$-\left(\sigma_{1j} - \frac{\partial \sigma_{1j}}{\partial x_j} \frac{1}{2} dx_j\right) dx_{j\pm 1} dx_{j\pm 2} \text{ et } \left(\sigma_{1j} + \frac{\partial \sigma_{1j}}{\partial x_j} \frac{1}{2} dx_j\right) dx_{j\pm 1} dx_{j\pm 2}$$

*L'équilibre mécanique des forces sur un cube élémentaire projeté sur l'axe  $x_1$ , s'écrit donc :*

$$\left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3}\right) dx_1 dx_2 dx_3 + f_1 dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

*On retrouve bien la forme indiquée.*

- 4) Fin du paragraphe 2.2 de la ressource « *Piézoélectricité et magnétostriction* » : « Du point de vue expérimental, on fera en sorte d'avoir un comportement homogène du matériau », Expliquer.

*Les mesures de déformation et de champ magnétique se font pour l'échantillon de matériau tout entier. Mais la caractérisation du matériau demande des informations*

locales (tenseur des contraintes en un point). Alors afin de pouvoir aisément déterminer les grandeurs locales, on souhaite que le matériau ait un comportement uniforme (en tout point identique), auquel cas on accédera facilement aux grandeurs locales à partir des mesures effectuées sur l'ensemble du matériau.

- 5) Comment peut-on mesurer la déformation ? Quelle précaution expérimentale doit-on prendre ?

*On mesure la déformation en plaçant une jauge de déformation (résistance qui se déforme) sur l'échantillon afin d'éviter de prendre en compte d'autres déformations telles que celles du bâti.*

- 6) Pourquoi parle-t-on de montre à quartz ?

*Le quartz nous permet d'avoir un signal électrique de fréquence stable que l'on utilise pour mesurer le temps et ainsi connaître l'heure.*

- 7) En dehors des fréquences de résonance et d'antirésonance, le comportement du quartz est-il inductif ou capacitif ? Que se passe-t-il autour de 3 GHz ?

- *L'équation (17) montre qu'en dehors des fréquences de résonance, le système est capacitif ;*
- *Autour de 3 GHz, on retrouve le schéma de la Figure 11 car le terme  $\tan\left(\frac{\omega L}{2c_0}\right)$  qui régit le comportement est périodique.*

*Lorsque ce terme tend vers l'infini, on a  $f_{anti-reso} = \frac{c_0}{L} \left(\frac{1}{2} + n\right)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .*

## 2 – Pour aller plus loin

- 8) Quelle est la source du bruit dans les transformateurs du réseau, quelle est la fréquence sonore ?

*À cause du phénomène de magnétostriction, l'alimentation électrique qui crée des ondes d'excitation magnétique dans le transformateur engendre des ondes acoustiques.*

*Comme la relation entre le coefficient de déformation  $S$  et l'excitation magnétique  $H$  est non-linéaire (figure 10a, ressource « Piézoélectricité et magnétostriction »), les fréquences du spectre des ondes mécaniques sont des multiples entiers des fréquences magnétiques (phénomène de doublement de fréquence). Avec une alimentation électrique usuelle de fréquence 50 Hz, la fréquence sonore sera de 100 Hz, ce qui correspond à un son grave.*

- 9) Donner la forme du tenseur des déformations lorsque que l'on applique un effort de traction sur une poutre suivant l'axe  $x$  de la poutre ? (en faisant intervenir le coefficient de Poisson et le module de Young du matériau).

$$S_{11} = \frac{1}{E} F ; S_{22} = -\frac{\nu}{E} \frac{F}{S} ; S_{33} = -\frac{\nu}{E} \frac{F}{S} \quad (\nu \text{ coefficient de poisson, } E \text{ module d'Young})$$

et les autres termes sont nuls.

- 10) Quel champ électrique apparaît à la surface d'un matériau piézoélectrique type PVDF, avec une contrainte de  $1 \text{ N/m}^2$  ?

Dans l'équation (9) de la ressource « Piézoélectricité et magnétostriction »,  $D = 0$  on obtient  $E = -\frac{d\sigma}{\epsilon}$  avec  $\sigma = 1 \text{ N/m}^2$ ,

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = 12 \times 9.10^{-12} \text{ F/m}$  et  $d = 2500 \times 10^{-9} \text{ C/N}$  (voir figure 7 de la ressource « Piézoélectricité et magnétostriction »), on obtient un champ électrique autour de  $20 \text{ kV/m}$ .

- 11) Si l'on applique un champ magnétique de  $3 \text{ T}$  sur un cylindre de cobalt de  $10 \text{ cm}$ , quelle est sa déformation de magnétostriction ?

D'après le tableau de la figure 9 de la ressource « Piézoélectricité et magnétostriction », le matériau est saturé pour  $3 \text{ T}$  et il a tendance à se raccourcir de  $0.062\%$ , soit d'environ  $10^{-2} \times 62.10^{-6} = 6,2.10^{-7} \sim 0,62 \mu\text{m}$

- 12) Quelle force doit-on appliquer sur 1 cube de quartz de  $1 \text{ mm}$  de côté pour obtenir une tension de  $10 \text{ kV}$  ?

En notant  $F$  la force exercée sur une face du cube de côté  $a$ , on obtient compte tenu du fait que  $D = 0$  et de l'équation (9) de la ressource « Piézoélectricité et magnétostriction »,  $F = -\epsilon V a^2 / (a d)$ . Or, pour le quartz,  $d = 2.10^{-12} \text{ C/N}$  et  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \sim 3.10^{-11} \text{ F/m}$  donc  $F = 150 \text{ N}$ . Dans la pratique, cet effort est obtenu à partir d'un bras de levier.

- 13) Avec les données de la question précédente, quelle est l'énergie accumulée par le quartz ?

L'énergie accumulée par le quartz vaut  $E = CU^2/2$  avec  $C = \epsilon_0 \epsilon_r a$ . On en déduit  $E = 1 \mu\text{J}$ . Les valeurs du sujet sont différentes du premier point du paragraphe 4 de la ressource « Piézoélectricité et magnétostriction » car la géométrie et le matériau utilisé sont différents.

### 3 – Pour les experts

- 14) Si l'on considère la densité volumique de moment  $m$  nulle, montrer qu'avec l'équation d'équilibre des moments, le tenseur des contraintes est symétrique  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ .

On calcule les moments au centre du cube et on les projette sur l'axe  $x_1$

$$\left( \sigma_{23} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} \frac{dx_2}{2} + \sigma_{23} - \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} \frac{dx_2}{2} \right) dx_1 dx_3 \frac{dx_2}{2} - \left( \sigma_{32} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} \frac{dx_3}{2} + \sigma_{32} - \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} \frac{dx_3}{2} \right) dx_1 dx_2 \frac{dx_3}{2} + m dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

D'où l'on déduit  $\sigma_{23} = \sigma_{32}$  ; on montre de même que  $\sigma_{13} = \sigma_{31}$  et  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ .