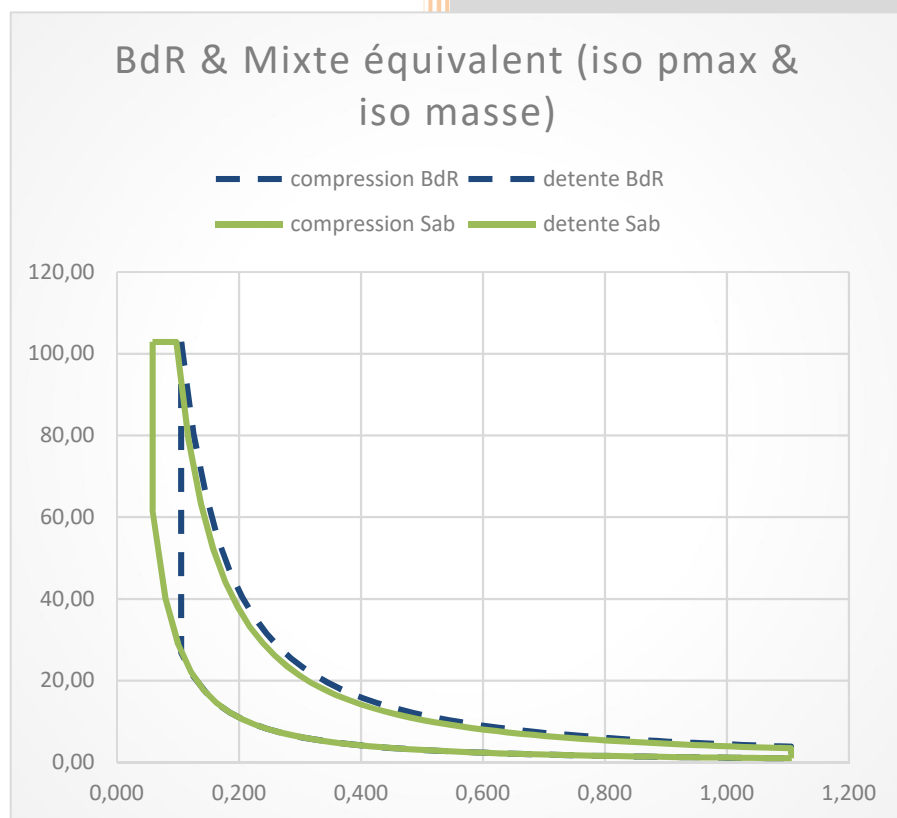


Cycles théoriques Séquence 3 Comparaison cycles BdR – Sabathé - Diesel



STS MCI

MCI Brest

TABLE

séquence 3 : comparaison cycles	2
Diesel-Sabathé-BDR	2
1. Objectifs	2
2. Notions abordées	2
3. Calcul du rendement théorique.....	2
3.1. Modèle de Sabathé.....	2
3.2. Expression du rendement.....	2
4. Travail à réaliser	3
4.1. Evolution vers les cycles Diesel et Beau de Rochas.....	3
5. Comparaison à iso-rapport volumétrique	3
5.1. Tracer l'évolution du rendement en fonction de τ , pour $V = 1 L$; $\varepsilon = 10$; $Q1 = 2000 J$:.....	3
5.2. Classer dans l'ordre de rendement croissant les cycles BdR, Diesel et Mixte.....	3
5.3. L'énergie $Q1$ a-t-elle une influence sur le rendement ?.....	3
6. Comparaison à iso-pmax.....	3
6.1. Expression de la condition iso_pmax	3
6.2. Calcul du rapport volumétrique équivalent dans Excel	4
6.2.1. Observer la feuille "cas 2_iso_p" : emplacement de l'équation... ..	4
6.2.2. Compléter la feuille "cas 2_iso_p" de façon à utiliser le solveur pour résoudre l'équation.....	4
6.2.3. Créer cette macro dans VBA.....	4
7. Comparaison à iso-pmax et iso-masse	5
7.1. Trouver l'erreur !	5

SEQUENCE 3 : COMPARAISON CYCLES DIESEL-SABATHÉ-BDR

1. Objectifs

Il s'agit de comparer le rendement des cycles théoriques Beau de Rochas, Diesel et Sabathé.
L'analyse comparative doit s'effectuer en faisant certaines hypothèses, qui déterminent 3 cas d'étude :

- Etude à iso cylindrée et iso rapport volumétrique.
- Etude à iso cylindrée et iso pression maximale.
- Etude à iso masse de gaz et iso pression maximale.

2. Notions abordées

- Thermodynamique : premier principe et lois usuelles des transformations isochore, isobare et isentropique.
- Résolution numérique d'équations par solveur.

3. Calcul du rendement théorique

3.1. Modèle de Sabathé

On fera les calculs à partir du modèle de Sabathé.

Le cycle de Sabathé est constitué :

- D'une compression et d'une détente isentropiques.
- D'une combustion « en deux parties » :
 - ✓ Isochore
 - ✓ Isobare.

On peut « moduler » la répartition isochore / isobare en posant :

$$Q_1 = Q_{1a} + Q_{1b}$$

$$\tau = \frac{Q_{1a}}{Q_1}$$

On note par ailleurs :

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}; \quad \alpha = \frac{P_3}{P_2}; \quad \delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_4}{V_2}$$

3.2. Expression du rendement

Par définition le rendement du cycle s'écrit :

$$\eta_{th} = \left| \frac{W_{cycle}}{Q_1} \right| = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Le calcul permet de déterminer une formule pour le rendement du cycle mixte :

$$\eta_{th} = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} \cdot \frac{\alpha \cdot \delta^\gamma - 1}{(\alpha - 1) + \gamma \cdot \alpha \cdot (\delta - 1)}$$

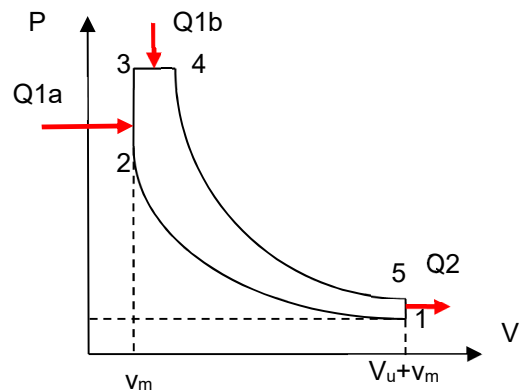
En posant $k = \frac{\alpha \cdot \delta^\gamma - 1}{(\alpha - 1) + \gamma \cdot \alpha \cdot (\delta - 1)}$:

$$\eta_{th} = 1 - k \cdot \varepsilon^{1-\gamma}$$

On a également :

$$\alpha = 1 + \frac{Q_{1a}}{m \cdot c_v \cdot T_1 \cdot \varepsilon^{\gamma-1}} = 1 + \frac{\tau \cdot Q_1}{m \cdot c_v \cdot T_1 \cdot \varepsilon^{\gamma-1}}$$

$$\delta = 1 + \frac{Q_{1b}}{m \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \varepsilon^{\gamma-1} \cdot \alpha} = 1 + \frac{(1 - \tau) \cdot Q_1}{m \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \varepsilon^{\gamma-1} \cdot \alpha}$$



4. Travail à réaliser**4.1. Evolution vers les cycles Diesel et Beau de Rochas**

- Retrouver les formules de rendement pour les cas "BdrR" et "Diesel".

5. Comparaison à iso-rapport volumétrique**5.1. Tracer l'évolution du rendement en fonction de τ , pour $V = 1\text{ L}$; $\varepsilon = 10$; $Q_1 = 2000\text{ J}$:**

- ✓ Voir feuille "cas 1_iso_p" du classeur "TD_compa_cycles.xlsm".

5.2. Classer dans l'ordre de rendement croissant les cycles BdR, Diesel et Mixte.**5.3. L'énergie Q_1 a-t-elle une influence sur le rendement ?**

- ✓ Tracer un graphique pour $Q_1 = 2000\text{ J}$ et un deuxième pour $Q_1 = 1000\text{ J}$. Conclusions ?

6. Comparaison à iso-pmax

Pour faire une comparaison plus significative, il faudrait que les cycles aient une même pression maximale. Cela revient à calculer un rapport volumétrique différent qui permettrait d'obtenir la pression maximale de référence, c'est-à-dire celle du BdR.

6.1. Expression de la condition iso pmax

La condition d'iso-pression s'écrit :

$$p_{\max_sabathe} - p_{\max_BdR} = 0$$

En utilisant les indices ad hoc, la condition devient (pour le BdR $\tau = 1$) :

$$\left(\varepsilon_{Sab}^\gamma + \frac{r \cdot (\varepsilon_{Sab} - 1) \cdot \tau \cdot Q_1}{p_1 \cdot V_u \cdot c_v} \right) - \left(\varepsilon_{BdR}^\gamma + \frac{r \cdot (\varepsilon_{BdR} - 1) \cdot Q_1}{p_1 \cdot V_u \cdot c_v} \right) = 0$$

Il s'agit d'une équation du type :

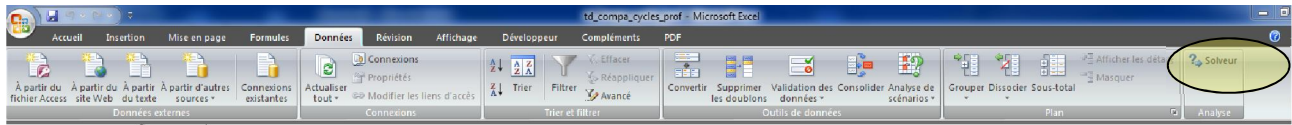
$$\varepsilon_{sab}^\gamma + A \cdot \varepsilon_{sab} + B = 0$$

On ne peut résoudre cette équation que par des méthodes numériques. On propose donc d'utiliser les fonctions de **solveur** d'Excel.

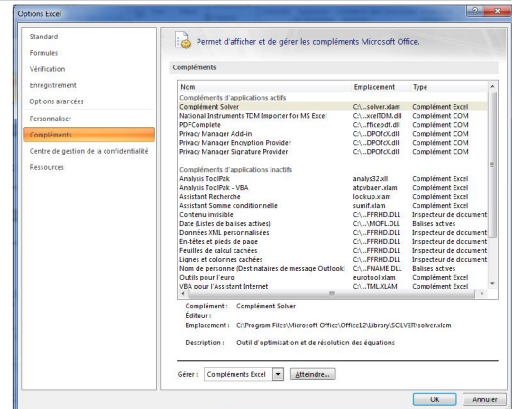
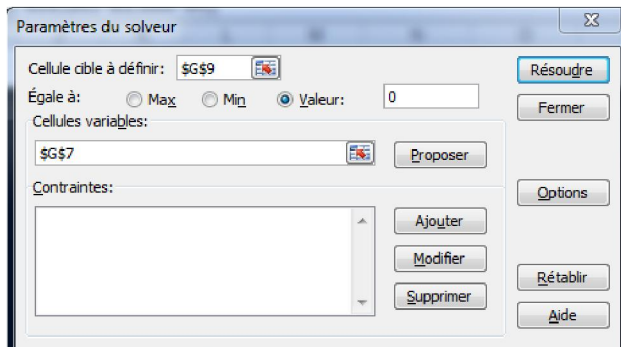
6.2. Calcul du rapport volumétrique équivalent dans Excel

- Voir feuille "cas 2_iso_p" du classeur "TD_compa_cycles.xlsm".

Il faut utiliser le **complément solveur**. Cette fonctionnalité est disponible dans le menu « données ».



- Si la fonction n'apparaît pas, il faut configurer les options dans la rubrique « compléments ».
- La vue ci-dessous montre comment utiliser le solveur pour résoudre notre équation...



6.2.1. Observer la feuille "cas 2 iso p" : emplacement de l'équation...

6.2.2. Compléter la feuille "cas 2 iso p" de façon à utiliser le solveur pour résoudre l'équation...

- On peut améliorer le fichier en créant une macro très simple que l'on affecte aux « toupies » :

```
Sub calcul_eps()  
'utilise le solveur pour calculer le rapport volumétrique nécessaire pour obtenir la même  
'pression que pour un cycle BdR  
  
SolverOk SetCell:="$G$9", MaxMinVal:=3, ValueOf:="0", ByChange:="$G$7"  
SolverSolve UserFinish:=True  
End Sub
```

6.2.3. Créer cette macro dans VBA

- Affecter cette macro aux toupies.
- Dans quelles conditions le gain de rendement est-il le plus intéressant ?

Aide sur le solveur VBA : <https://msdn.microsoft.com/fr-fr/vba/excel-vba/articles/using-the-solver-vba-functions>.

7. Comparaison à iso-pmax et iso-masse

On peut remarquer que si on calcule une nouvelle valeur de rapport volumétrique à iso-cylindrée, la masse de gaz participant au cycle n'est plus la même. On peut ajouter une contrainte pour recalculer une cylindrée telle que la masse de gaz soit constante. La comparaison entre les cycles sera alors vraiment objective. Cette contrainte peut se formuler par :

$$m_{Sab} - m_{BdR} = 0 \text{ ou } V_{1_{Sab}} = V_{1_{BdR}}$$

Reprenons la formule vue plus haut donnant la masse de gaz :

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{r \cdot T_1} = \frac{p_1 \cdot \varepsilon \cdot V_u}{r \cdot T_1 \cdot (\varepsilon - 1)}$$

La contrainte devient donc double :

$$\left(\varepsilon_{Sab}^\gamma + \frac{r \cdot (\varepsilon_{Sab} - 1) \cdot \tau \cdot Q_1}{p_1 \cdot V_{u_{Sab}} \cdot c_v} \right) - \left(\varepsilon_{BdR}^\gamma + \frac{r \cdot (\varepsilon_{BdR} - 1) \cdot Q_1}{p_1 \cdot V_{u_{BdR}} \cdot c_v} \right) = 0$$

$$\frac{\varepsilon_{Sab} \cdot V_{u_{Sab}}}{(\varepsilon_{Sab} - 1)} - \frac{\varepsilon_{BdR} \cdot V_{u_{BdR}}}{(\varepsilon_{BdR} - 1)} = 0$$

Il s'agit donc de résoudre, à l'aide du solveur, un système de 2 équations à 2 inconnues. Une macro associée aux toupies résout cette double équation. **Voir la feuille "cas 3_iso_p_iso_m" du classeur.**

- Une erreur s'est glissée dans la feuille de calcul : la condition d'iso-pression maxi n'est manifestement pas respectée.

7.1. Trouver l'erreur !

