Annexe : Formulation locale d'un élément fini de type poutre en flexion

Exemple de diagnostic d'une simulation : Déformations d'un portique

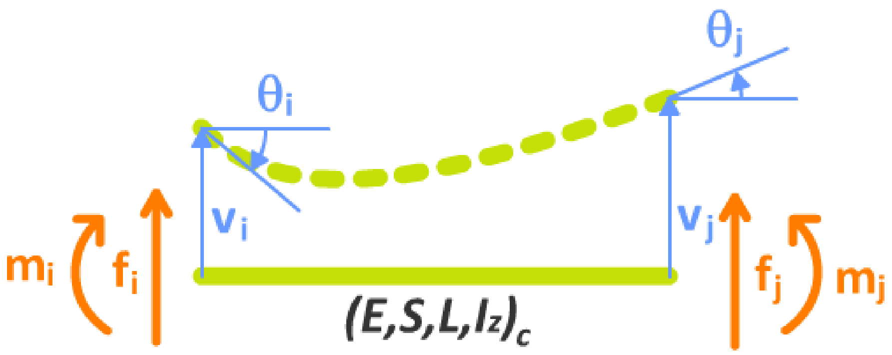
Lionel GENDRE – Raphaël POIREE

Edité le 03/03/2010

L'élément poutre e de longueur L possède deux nœuds ayant chacun deux degrés de liberté. Dans le repère local, le vecteur des inconnues nodales est noté :

$$q_c = \{v_i \quad \theta_i \quad v_j \quad \theta_j\}^T$$

où v_i et θ_i sont respectivement le déplacement vertical et l'angle de rotation au nœud i dans le repère local de l'élément, définis par la figure ci-dessous.



Le comportement sous chargement de l'élément s'écrit :

$$K_c q_c = F_c$$

avec K_c la matrice de rigidité de l'élément poutre en flexion :

$$K_c = \left(\frac{EI_z}{L^3}\right)_c \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix}_c$$

où I_z est le moment quadratique par rapport à l'axe z de l'élément poutre et F_c le vecteur force appliqué à l'élément :

$$F_c = \begin{bmatrix} f_i \\ m_i \\ f_j \\ m_j \end{bmatrix}_c$$

où f_i est l'effort au nœud i et m_i le moment au nœud i.

Note : tout ce qui précède est valable en élasticité statique, linéaire, homogène et isotrope, dans le cadre des petites perturbations (petites déformations et petites rotations), pour un élément de poutre de section constante, et dans un repère local correspondant au repère principal d'inertie de la section. L'élément présenté ici est destiné uniquement à la flexion d'Euler-Bernoulli.

Ressource publiée sur Culture Sciences de l'ingénieur : http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-paris-saclay