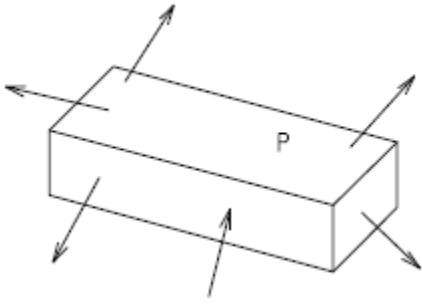
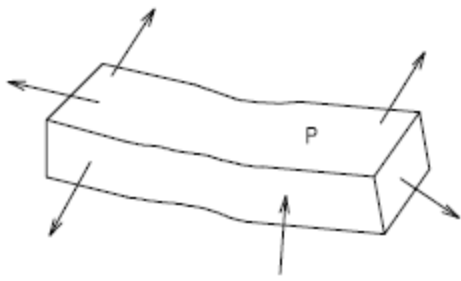
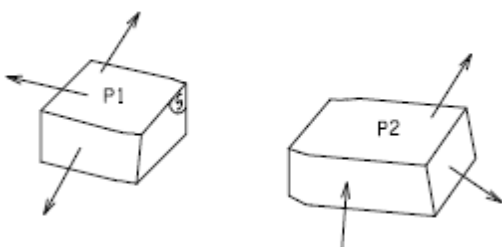


Identification des sollicitations subies par un solide de type poutre.

(Poutre = solide déformable dont la longueur est relativement grande par rapport aux autres dimensions)

Torseur de cohésion

Considérons une pièce mécanique (P) et appliquons lui un certain nombre d'actions mécaniques.
Plusieurs cas peuvent se produire :

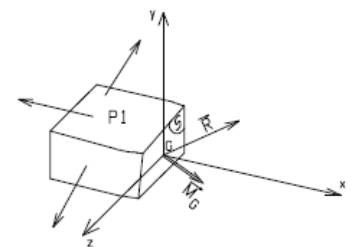
1er cas : La pièce est en équilibre et sa forme extérieure ne se modifie pas ou tout au moins les déformations ne sont pas visibles à l'œil nu.	2eme cas : La pièce est en équilibre et sa déformation est bien apparente
	
3eme cas : La pièce casse, la rupture se produit dans une section S.	4eme cas : La pièce n'est pas en équilibre, elle se met en mouvement
	

Analysons le 3eme cas :

S'il y a eu rupture suivant la section S , c'est que la *cohésion de la matière* n'a pas été suffisamment forte pour que la pièce puisse supporter les actions mécaniques que nous lui avons appliqué.

Que se passe t- il dans cette section avant la rupture ?

- ✓ Pour le savoir isolons la partie gauche P1 de la pièce :
- ✓ Elle est soumise à un certain nombre d'actions extérieures :
(G est le centre de la section)



- ✓ Elle est en équilibre, nous pouvons lui appliquer le principe fondamental de la statique :
En réduisant les torseurs au centre de gravité de la section G on obtient :

$$\underbrace{{}_G T_{ext} \rightarrow P_1}_{\text{actions mécaniques extérieures}} \quad \text{et} \quad \underbrace{{}_G T_{P_2 \rightarrow P_1}}_{\text{actions mécaniques de la partie droite sur la partie gauche}} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_G \\ \vec{M}_G \end{array} \right\}$$

$$\text{Soit } \underbrace{{}_G T \text{ ext} \rightarrow P_1}_{\text{actions mécaniques extérieures}} + \underbrace{{}_G T P_2 \rightarrow P_1}_{\text{actions mécaniques de la partie droite sur la partie gauche}} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$$

D'où :

$$\boxed{{}_G T P_2 \rightarrow P_1 = - {}_G T \text{ ext} \rightarrow P_1}$$

D'autre part si on isole la poutre entière , on a :

$$\underbrace{{}_G T \text{ ext} \rightarrow P_1}_{\text{actions mécaniques extérieures sur P1}} + \underbrace{{}_G T \text{ ext} \rightarrow P_2}_{\text{actions mécaniques extérieures sur P2}} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$$

D'où :

$$\boxed{{}_G T_{\text{cohésion}} = {}_G T P_2 \rightarrow P_1 = {}_G T \text{ ext} \rightarrow P_2 = - {}_G T \text{ ext} \rightarrow P_1}$$

${}_G T_{\text{cohésion}}$ est appelé **torseur de cohésion**

Les éléments de réduction au point G peuvent être quelconques. Projets ces éléments sur l'axe x et dans le plan (y,z)

	${}_G T_{\text{cohésion}} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{\text{coh}} = \vec{N} + \vec{T} \\ \vec{M}_{\text{coh}} = \vec{M}_t + \vec{M}_f \end{Bmatrix}$ <p>N est appelé effort normal (sur x) T est appelé effort tranchant (dans le plan (y,z)) M_t est appelé moment de torsion. (sur x) M_f est appelé moment de flexion. (dans le plan (y,z))</p>
--	--

Si le torseur des actions de cohésion ne possède qu'une des quatre projections : N, T, Mt ou Mf , on dit que la pièce est soumise à une sollicitation simple.

Pour ne pas avoir rupture de la pièce il faut que la cohésion de la matière au niveau de la section S soit suffisante afin d'éviter :

- soit un éloignement de la partie droite par rapport à la partie gauche provoqué par :

<p align="center">l'effort normal</p>	<p align="center">le moment de flexion</p>
--	---

- soit un glissement de la partie gauche suivant une direction contenue dans la section S, provoqué par :

<p align="center">l'effort tranchant</p>	<p align="center">le moment de torsion</p>
---	---

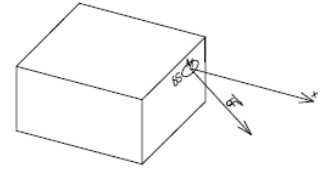
- soit les deux

Le vecteur contrainte

Pour caractériser la résistance de la pièce il faut analyser ce qui se passe dans la section S. Les actions de cohésion dont les éléments de réduction sont \vec{R}_{coh} et \vec{M}_{coh} se répartissent en tous les points de S suivant une loi à priori inconnue.

Notons $\partial\vec{F}$ l'action mécanique qui s'applique sur un petit élément de surface ∂S situé en un point M de la section S.

Sur chaque petit élément de surface de la section s'appliquent des forces $\partial\vec{F}$ qui ne sont pas forcément égales.



Pour caractériser la résistance de la pièce on pourrait dire : « il faut que chacune des forces $\partial\vec{F}$ reste inférieure à une valeur supportable par le matériau ».

Or les valeurs de ces forces $\partial\vec{F}$ dépendent de l'étendue des éléments de surface ∂S alors que la valeur supportable par le matériau ne dépend que du type de matériau utilisé pour réaliser la pièce. D'autre part pour avoir avec plus de précision la valeur de $\partial\vec{F}$ en un point M, il faut que l'élément de surface ∂S soit le plus petit possible.

Par contre si nous considérons la limite du rapport :

$$\lim_{\partial S \rightarrow 0} \frac{\partial\vec{F}}{\partial S}$$

La valeur dépend de :

- la valeur des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent sur la pièce;
- la position du point M dans la surface S.

On l'appelle vecteur contrainte en M.

On définit le vecteur contrainte en M relatif à l'élément de surface orienté par ∂S sa normale \vec{x} , le vecteur noté \vec{C}

$\vec{C}(M, \vec{x}) = \lim_{\partial S \rightarrow 0} \frac{\partial\vec{F}}{\partial S}$	L'unité de la contrainte est donc le Pascal : Pa (homogène à une pression)
--	---

La condition de résistance de la pièce pourra s'écrire : « il faut que la contrainte calculée en tout point de la pièce reste inférieure à **la contrainte admissible** par le matériau ». Cette contrainte admissible par le matériau est déterminée expérimentalement.

Remarque :

En construction mécanique la résistance limite d'une pièce n'est pas la rupture mais la déformation c'est à dire que la condition de résistance ne s'énonce pas : « il ne faut pas que la pièce casse » mais « il ne faut pas que les déformations de la pièce soient supérieures à des valeurs qui seraient néfastes au bon fonctionnement du mécanisme ». **La contrainte admissible** tient compte de cette remarque.

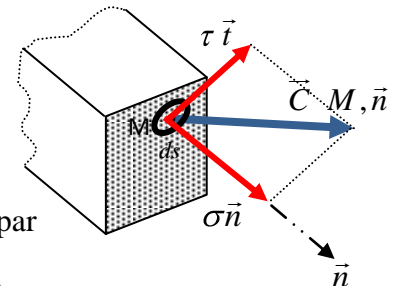
Calcul de la contrainte :

Pour faciliter le calcul, on projette le vecteur contrainte sur la normale \vec{x} à la section et dans le plan de section.

On définit :

Contrainte normale $\vec{\sigma}$, la projection de $\vec{C}(M, \vec{x})$ sur la normale \vec{x}

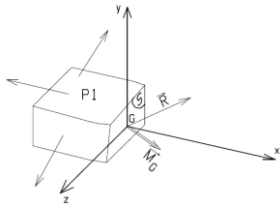
Contrainte tangentielle $\vec{\tau}$, la projection de $\vec{C}(M, \vec{x})$ sur le plan de la section



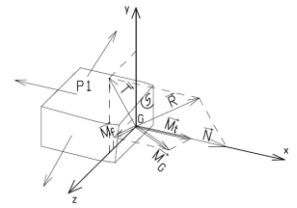
La contrainte normale $\vec{\sigma}$ tend à séparer les deux parties de la pièce par éloignement.

La contrainte tangentielle $\vec{\tau}$ tend à séparer les deux parties de la pièce par glissement

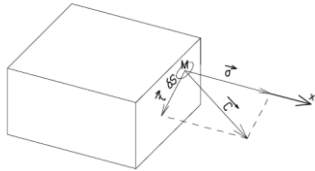
Identification des sollicitations subies par un solide de type poutre



$$G\{T_{coh\acute{e}sion}\} = \{T_{P2/P1}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}$$



\vec{N} : effort normal \vec{M}_t : moment de torsion
 \vec{T} : effort tranchant \vec{M}_f : moment de flexion



$$\vec{C}(M, \vec{x}) = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

Contrainte normale $\vec{\sigma}$, la projection de $\vec{C}(M, \vec{x})$ sur la normale \vec{x}

Contrainte tangentielle $\vec{\tau}$, la projection de $\vec{C}(M, \vec{x})$ sur le plan de la section

La contrainte normale $\vec{\sigma}$ tend à séparer les deux parties de la pièce par éloignement.

La contrainte tangentielle $\vec{\tau}$ tend à séparer les deux parties de la pièce par glissement

	éloignement de la partie droite par rapport à la partie gauche		glissement de la partie droite par rapport à la partie gauche suivant une direction contenue dans la section S	
	Traction / compression	flexion	cisaillement	torsion
éloignement				
Torseur de cohésion	$\vec{N} \neq \vec{0}$ $\vec{M}_t = \vec{0}$ $\vec{T} = \vec{0}$ $\vec{M}_f = \vec{0}$	$\vec{N} = \vec{0}$ $\vec{M}_t = \vec{0}$ $\vec{T} = \vec{0}$ $\vec{M}_f \neq \vec{0}$	$\vec{N} = \vec{0}$ $\vec{M}_t = \vec{0}$ $\vec{T} \neq \vec{0}$ $\vec{M}_f = \vec{0}$	$\vec{N} = \vec{0}$ $\vec{M}_t \neq \vec{0}$ $\vec{T} = \vec{0}$ $\vec{M}_f = \vec{0}$
Contrainte	$\vec{\sigma} \neq \vec{0}$ et $\vec{\tau} = \vec{0}$	$\vec{\sigma} \neq \vec{0}$ et $\vec{\tau} = \vec{0}$	$\vec{\sigma} = \vec{0}$ et $\vec{\tau} \neq \vec{0}$	$\vec{\sigma} = \vec{0}$ et $\vec{\tau} \neq \vec{0}$
	en traction simple $\sigma > 0$ 			
	en compression simple $\sigma < 0$ 			
	$\sigma = \frac{N}{S}$	Pour une pièce de section rectangulaire $\sigma = \frac{-y \cdot M_f}{\frac{bh^3}{12}}$ b : largeur de la section h : hauteur de la section y : la position	$\tau_{moy} = \frac{T}{S}$	Pour une pièce de section circulaire $\tau = \frac{M_t \rho}{I_o}$ $I_o = \frac{\pi d^4}{32}$ ρ : la position

Remarque :

Lorsqu'une pièce est soumise à plusieurs sollicitations, on dit qu'elle est soumise à une sollicitation composée. Dans ce cas on utilise le principe de superposition, c'est à dire que **les contraintes et les déformations sont les sommes géométriques de celles dues à chaque sollicitation simple agissant séparément.**

Flexion

Traction

Flexion + traction

Exemple : cas d'une pièce fléchie et tendue

