

Edité le 01/07/2006

Sébastien GRANGE - Jean-Loup PRENSIER

L'objectif est de déterminer par des essais les paramètres du modèle proposé pour différents matériaux.

1 - Détail de la méthode d'identification

Un grand nombre d'essais est nécessaire pour déterminer les paramètres de Weibull et prendre en compte l'aspect probabiliste. Pour la détermination des paramètres de Weibull de la blanche de Beaucaire et du calcaire crinoïde, une campagne de 40 essais sur des éprouvettes a été réalisée à l'aide d'un montage de flexion 3 points.

La probabilité de rupture des éprouvettes à différents niveaux de charge peut alors être calculée à partir des réponses mesurées.

Une estimation de la probabilité est choisie :

$$P_F = \frac{i - 0,5}{N}$$

N est le nombre d'échantillons (ici $N=40$) et i est le numéro de l'échantillon à avoir la $i^{\text{ème}}$ plus petite contrainte de rupture.

Pour calculer la contrainte maximale dans l'éprouvette à la rupture, un modèle poutre en résistance des matériaux est utilisé. La valeur de la contrainte (au sens résistance des matériaux) maximale dans l'éprouvette est calculée pour la valeur mesurée de l'effort à rupture (voir « Annexe : Simulation du comportement des éprouvettes »).

$$\sigma_R = \frac{3 F_R L}{2 e h^2}$$

F_R est l'effort à rupture, L est la distance entre appui du montage (ici $L=150\text{mm}$), e est la largeur de l'éprouvette et h sa hauteur.

Si nous rappelons le lien entre la contrainte maximale et la probabilité de rupture dans le cas général :

$$P_F = 1 - \exp \left[- \frac{V_{\text{eff}}}{V_0} \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m \right]$$

La formule devient dans le cas de la flexion 3 points (voir calcul de V_{eff} , ressource « Le modèle de Weibull : un critère de rupture probabiliste ») :

$$1 - P_F = \exp \left[- \frac{V}{2(m+1)^2 V_0} \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m \right]$$

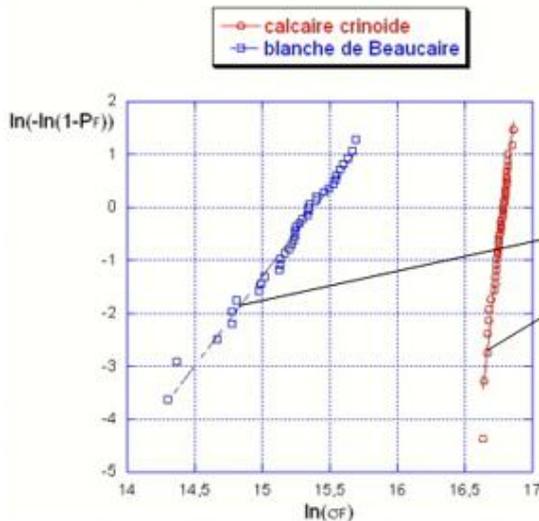
$$-\ln(1 - P_F) = \frac{V}{2(m+1)^2 V_0} \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m$$

Soit :

$$\ln[-\ln(1-P_F)] = m \ln(\sigma_F) + \ln \left[\frac{V}{2(m+1)^2 V_0 \sigma_0^m} \right]$$

En traçant $\ln[-\ln(1-P_F)]$ en fonction de $\ln(\sigma_F)$, on obtient une courbe permettant de déterminer les paramètres de Weibull m et 0 par simple interpolation linéaire, la courbe théorique au sens du modèle étant une droite. La pente de cette droite permet de déterminer m et une valeur en un point permet de déterminer le deuxième paramètre $\sigma_0 V_0^{1/m}$.

2 - Exemple sur deux roches calcaires



La pente de la droite obtenue par interpolation linéaire correspond au module de Weibull du matériau. L'intersection avec l'origine permet de calculer le deuxième paramètre $\sigma_0 V_0^{1/m}$.

La pente des deux courbes précédentes nous permet de calculer le module de Weibull pour les deux roches précédentes :

- $m = 3,3$ pour la blanche de Beaucaire
- $m = 22$ pour le calcaire crinoïde

Ressource publiée sur EDUSCOL-STI : <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/>