

# Modélisation et évolution du système de commande d'un simulateur de vol

---

## Introduction

Avec la rénovation des programmes, la modélisation multiphysique est de plus en plus utilisée en travaux pratiques et en projets en classes préparatoires scientifiques. Cependant, les modèles proposés restent souvent simples et les nombreuses possibilités offertes par la modélisation multiphysique sont peu exploitées. Cet article propose d'illustrer la mise en place d'un modèle sur le système de retour d'effort d'un manche de simulateur de vol. À partir d'un essai sur le système réel, différents modèles, de complexité croissante, sont mis en place et discutés. La réalisation concrète de ces modèles à l'aide d'un logiciel adapté est détaillée ainsi que les problèmes pouvant être rencontrés lors de la simulation.

Ce document se veut, en conséquence, être un guide pratique par l'exemple pour l'établissement de modèles de simulation multiphysiques. Il nécessite toutefois une première familiarisation avec les modèles simples. Le lecteur novice en modélisation pourra consulter la référence [1].

Tous les fichiers, réalisés avec Scilab, dont sont issues les figures de ce document sont disponibles et réutilisables librement.

## Présentation du support

Vingt-cinq lycées de l'académie de Bordeaux ont été récemment dotés d'un simulateur de vol par la région Nouvelle Aquitaine afin de promouvoir les métiers de l'aéronautique. Ce simulateur de vol est représenté figure 1. Il est constitué d'une reproduction de cockpit d'un avion de tourisme (DR400) dont tous les instruments sont fonctionnels et d'une plate-forme mobile mise en mouvement par trois servomoteurs asynchrones. L'affichage est effectué sur 3 écrans de 24 pouces disposés de façon à représenter les vues centrales, à 45° à droite et à 45° à gauche.



Figure 1 - Simulateur de vol

Le travail proposé ici porte sur la re-conception du système de retour d'effort du manche à balai. Le manche permet d'incliner l'avion selon les axes de roulis et tangage en agissant sur les ailerons et la gouverne de profondeur.

Sur le simulateur, dans sa version actuelle, le retour d'effort sur le manche est passif et réalisé par des éléments pneumatiques (ressorts à gaz). Ce dispositif est représenté à la figure 2. Ce dispositif est détaillé par la suite.



Figure 2 - Dispositif passif de retour d'effort du manche équipant le simulateur

Cependant, le dispositif actuel ne permet pas un bon rendu des sensations perçues par un pilote sur un avion réel. Ces sensations sont notamment différentes selon le type d'avion et la situation de vol, ce qui n'est pas le cas sur le simulateur. L'effort ressenti par le pilote pour tirer le manche est, par exemple, identique lorsque l'avion est à l'arrêt sur la piste ou en vol en piqué à grande vitesse. L'objectif de ce travail est de proposer un système actif de retour d'effort qui permettra un meilleur rendu des sensations.

## Mise en place d'un modèle de l'existant

### Proposition d'un modèle de comportement

Un modèle de comportement est, comme son nom l'indique, un modèle qui rend compte du comportement d'un système sans tenir de ses constituants et de leur agencement. Ce modèle est mis en place à partir d'un ou plusieurs essais et ne nécessite pas de connaître les choix techniques qui ont été fait lors de la réalisation du système.

Un essai de lâché, où le manche est positionné en butée puis relâché brusquement, permet de constater que le manche du simulateur revient alors rapidement en position neutre avec un léger dépassement de cette position (figure 3).



Figure 3 - Essai de lâché du manche en tangage

Cet essai qualitatif conduit à proposer un modèle de type système du second ordre oscillant amorti conformément à la figure 4.

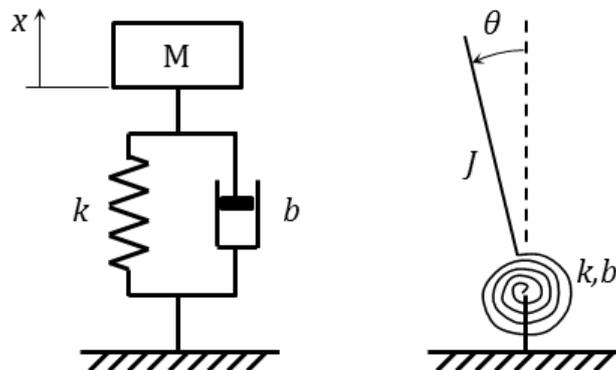


Figure 4 - Système oscillant amorti en translation (gauche) et en rotation (droite)

La mise en place de ce modèle peut se faire de différentes façons :

- soit à l'aide d'un modèle dit causal à schéma bloc ;
- soit à l'aide d'un modèle multiphysique, souvent qualifié d'acausal.

### Modélisation par schéma bloc

La réalisation d'un schéma bloc reflète la mise en équation d'un système pour lequel il faut avoir parfaitement identifié la ou les entrées et leur types et la ou les sorties à visualiser.

Dans le cas du manche du simulateur, un modèle du type masse-ressort-amortisseur à un degré de liberté est proposé. L'équation décrivant la position angulaire  $\theta(t)$  de la masse par rapport à sa position d'équilibre statique est

$$J \ddot{\theta}(t) = -k \theta(t) - b \dot{\theta}(t) + \Gamma(t), \quad (1)$$

où  $J$ ,  $k$  et  $b$  représentent respectivement le moment d'inertie, la raideur du ressort et le coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur et où  $\Gamma(t)$  est l'action mécanique appliquée à la masse.

La transformation de ce type d'équation en schéma bloc n'est pas toujours directe car, pour des raisons de résolutions numériques, il convient d'éviter de dériver des grandeurs.

La figure 5 propose, à partir de l'équation (1), un modèle causal par schéma-bloc du système masse-ressort-amortisseur représentant le comportement du manche. Le couple  $\Gamma(t)$ , la position initiale  $\theta_0$  du manche et sa vitesse initiale  $\omega_0$  sont les entrées de ce modèle. Pour plus de détails sur la réalisation et l'utilisation de ce type de modèle, le lecteur pourra consulter la référence [1].

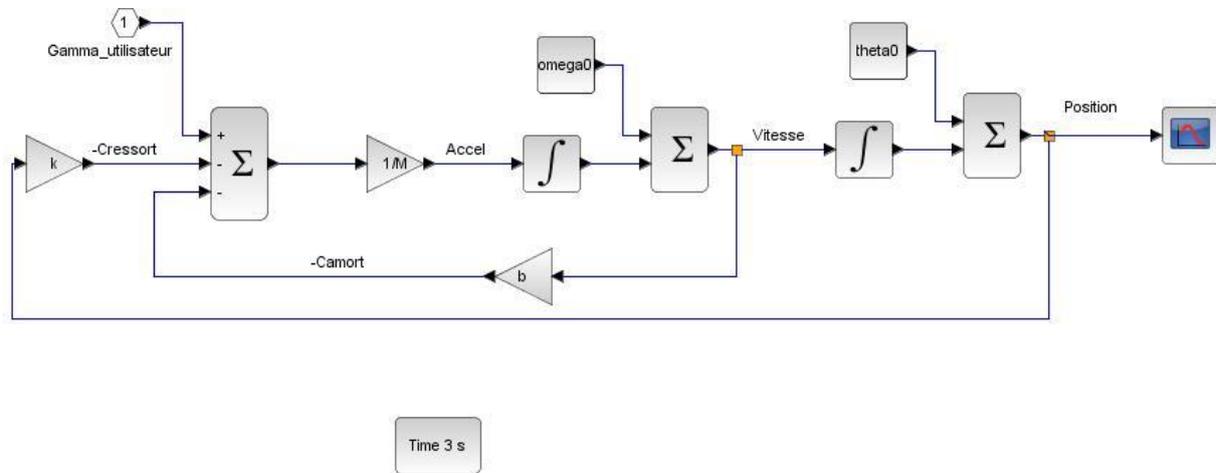


Figure 5 - Schéma bloc causal issu de la mise en équation du système masse-ressort-amortisseur

L'intérêt de ce type de modèle est que sa réalisation peut être faite de façon systématique à partir des équations régissant son comportement ou d'un modèle de type Bond Graph ([2]). Chacun des liens entre les blocs représente une grandeur physique parfaitement identifiable (force, vitesse, déplacement, etc).

Le schéma ayant été construit pour ne pas faire apparaître de dérivée, la simulation ne posera, dans la grande majorité des cas, pas de problème numérique. En effet, ce système peut être mis sous la forme d'une représentation d'état du type

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ Y = CX + Du \end{cases}$$

où  $X$  est le vecteur des états du système, c'est-à-dire l'ensemble des variables permettant de caractériser le système à un instant donné,  $u$  est le vecteur des entrées et  $y$  est le vecteur des sorties.

La première équation peut être résolue avec un schéma numérique de type Euler (implicite ou explicite) ou Runge-Kutta. Le choix de cet algorithme est laissé à l'utilisateur dans le menu Simulation/Configurer de Xcos ou Simulation/Model Configuration Parameter dans Matlab/Simulink. Des problèmes de convergences peuvent parfois survenir mais sont rares si le schéma ne présente pas de bloc effectuant des dérivées. Ce type de modèle n'est en réalité qu'une représentation graphique commode, presque directe, d'une ou plusieurs équations différentielles explicites.

En revanche, ce type de modèle est difficilement utilisable directement avec des élèves de niveau pré-bac car les blocs n'ont pas forcément de signification physique, ils sont parfois purement mathématique. L'analyse d'un modèle existant nécessite une utilisation régulière préalable des schémas-blocs.

## Modélisation multiphysique

Les modèles multiphysiques sont basés sur l'assemblage de blocs représentant des composants physiques issus de domaines technologiques variés (masse, condensateurs, capacité thermique, etc.). Les liens entre ces éléments correspondent à des transferts de puissance et véhiculent les grandeurs de type flux (vitesse, intensité, débit) et efforts (force, tension, pression) associés à ces puissances (mécanique, électrique, hydraulique, etc.). Des exemples détaillés de modèles multiphysiques sont proposés dans [1] et [3]. Leur utilisation avec des élèves a déjà fait l'objet de publications sur le site du Centre National de Ressources ([4]).

La réalisation du modèle s'appuie directement sur les constituants du système. Ainsi, le modèle du manche, associé à un système masse-ressort-amortisseur (ou plutôt son analogue en rotation) est présenté figure 6.

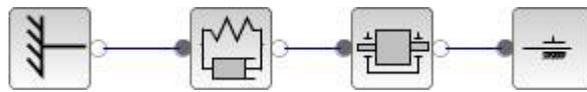


Figure 6 - Modèle multiphysique d'un système masse (en rotation)-ressort-amortisseur

L'intérêt de ce type de modèle dans l'enseignement est qu'il est plus accessible aux élèves et étudiants qui repèrent plus facilement le lien entre le composant réel et le composant modélisé. L'observation des grandeurs transitant entre les composants est faite à l'aide de bloc « capteurs » qui s'implantent comme dans un système réel (en parallèle pour une mesure de tension et en série pour une mesure de courant par exemple).

Les entrées et sorties n'ont pas à être identifiées dès la réalisation du modèle : il est, théoriquement, possible d'imposer n'importe quel type de grandeur à un composant (par exemple une force ou un déplacement à une masse) et d'observer la grandeur duale. Cela n'est pas possible avec un modèle causal (il faut reconnaître que cela s'avère, en pratique, parfois complexe avec un modèle multiphysique).

En revanche, la réalisation et la simulation des modèles multiphysique, qui peut paraître plus simple de prime abord, pose parfois des problèmes liés à la nature même de ces modèles et à la résolution numérique du système d'équations issu de ces modèles. En effet, le comportement de chaque bloc est décrit par la ou les relations entre les variables de flux et d'effort qui le concernent et chaque lien ajoute des relations supplémentaires entre ces variables.

Il faut ainsi veiller dans ce type de modèle à obtenir un système comportant autant d'équations que d'inconnues, en s'assurant notamment que tous les connecteurs d'un bloc sont bien reliés à un autre bloc.

La résolution numérique de ce type de modèle consiste alors à résoudre un système d'équations différentielles qui peut être de deux types :

- ODE pour Ordinary Differential Equation ;
- DAE pour Differential Algebraic Equation.

Si le premier type ne pose pas de problème particulier de résolution, le second peut conduire à des problèmes de résolution en raison de propriétés intrinsèques de ce type de système (singularité de la matrice jacobienne).

La figure 7 présente deux cas d'utilisation du modèle de la figure 6. Il est ainsi possible d'imposer un couple à la masse en rotation et d'en déduire le déplacement, la vitesse ou l'accélération correspondante mais également d'imposer une grandeur de flux et de déterminer le couple nécessaire pour imposer ce déplacement ou cette vitesse. Répondre à la même question avec un modèle de type schéma bloc de la figure 5 impose de mettre en place un asservissement (fictif) de position ou de vitesse.

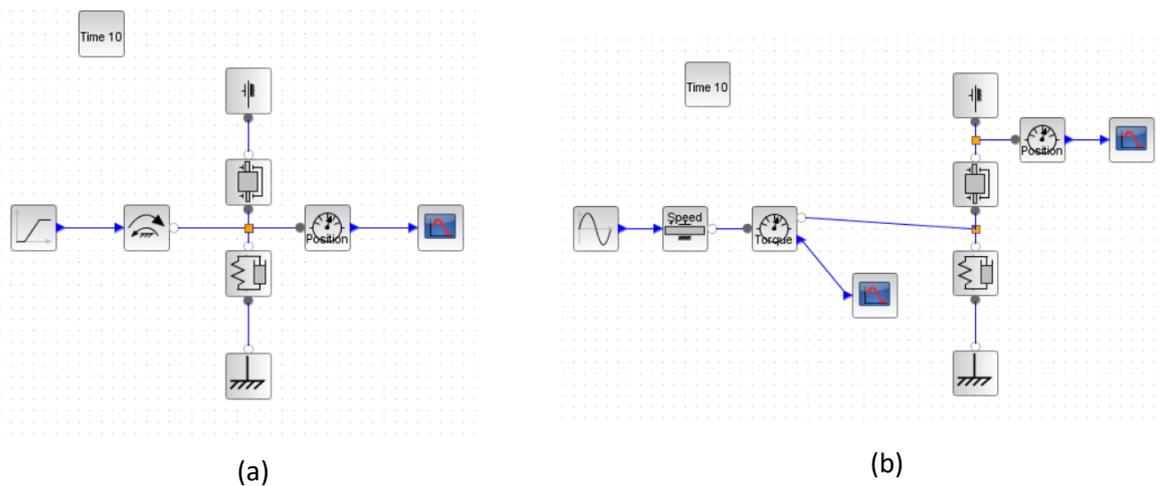


Figure 7 - Modèle multiphysique avec un couple imposé (a) ou une vitesse imposée (b)

Il est important de noter que les problèmes de convergence sont fréquents lors de la résolution numérique avec ce type de modèle (figure 8). Ils peuvent parfois être résolus en augmentant les tolérances (figure 9) du solveur.

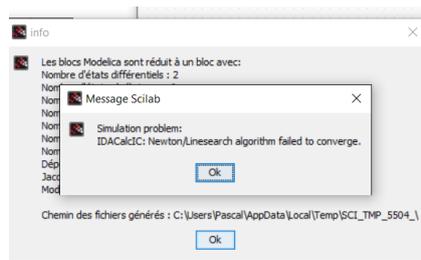


Figure 8 - Message d'erreur sous Xcos signalant un problème de convergence

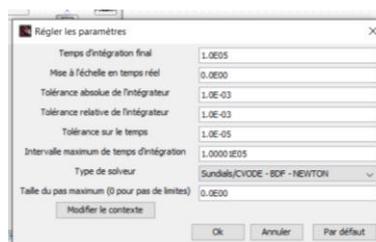


Figure 9 - Fenêtre de Xcos permettant de modifier les paramètres du solveur

## Identification des paramètres du modèle

Quel que soit le type de modèle choisi, causal ou acausal, il est nécessaire d'estimer les paramètres caractéristiques de ce modèle. Il s'agit ici de déterminer les valeurs de  $J$ ,  $k$  et  $b$  permettant de reproduire au mieux le comportement du manche du simulateur.

La figure 10 présente les résultats expérimentaux obtenus par analyse d'image de l'essai de lâché présenté précédemment (figure 3).

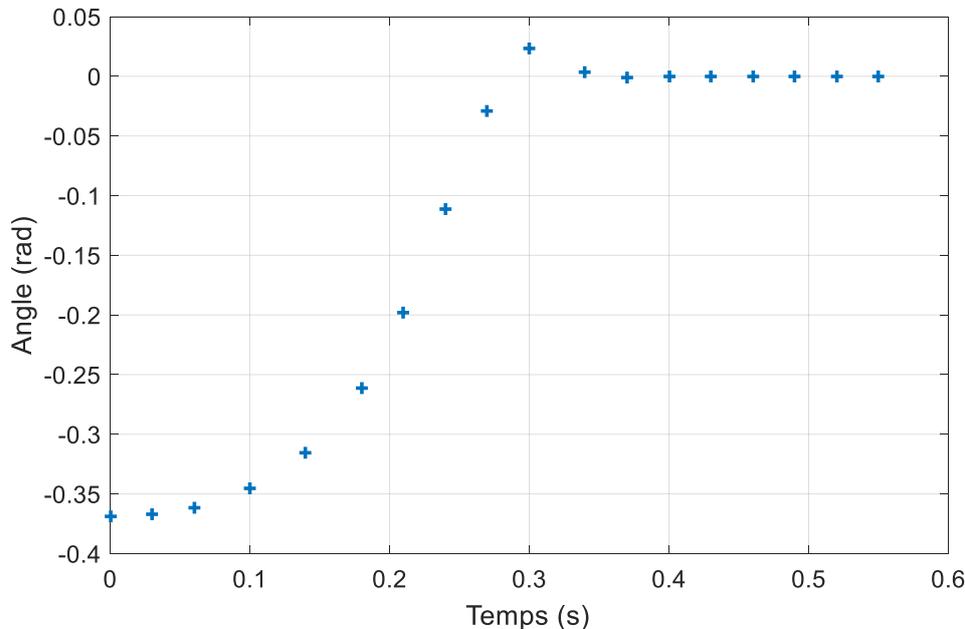


Figure 10 - Relevé expérimental de l'angle du manche au cours du temps lors d'un essai de lâché

La fonction de transfert correspondante, entre l'angle d'inclinaison du manche et la valeur initiale avant relâchement, issue du schéma bloc de la figure 5, s'écrit :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_0(p)} = \frac{J p^2 + b p}{J p^2 + b p + k} = \frac{\frac{J}{k} p^2 + \frac{b}{k} p}{\frac{J}{k} p^2 + \frac{b}{k} p + 1},$$

et fait apparaître uniquement deux paramètres caractéristiques :  $J/k$  et  $b/k$ .

L'expression analytique de l'évolution temporelle de l'angle  $\theta$ , pour un angle initial  $\theta_0$  est alors bien connue et il est possible de mettre en place une fonction d'optimisation pour déterminer les valeurs des paramètres  $J/k$  et  $b/k$  permettant d'identifier de réduire au maximum les écarts entre le modèle et les résultats expérimentaux.

En effet, lors de l'essai de lâché avec une condition initiale  $\theta_0$ , la transformée de Laplace  $\Theta(p)$  de l'angle d'inclinaison manche s'écrit :

$$\Theta(p) = \frac{\frac{J}{k} p^2 + \frac{b}{k} p}{\frac{J}{k} p^2 + \frac{b}{k} p + 1} \frac{\theta_0}{p},$$

ou

$$\Theta(p) = \left( 1 - \frac{1}{\frac{J}{k} p^2 + \frac{b}{k} p + 1} \right) \frac{\theta_0}{p}$$

ce qui peut s'interpréter comme la différence entre un échelon unitaire et la réponse à un échelon d'un système du second ordre.

On en déduit ainsi, vu l'allure oscillante du relevé expérimental de la figure 6, que l'expression temporelle de l'angle du manche s'exprime, conformément à la réponse indicelle d'un système du second ordre :

$$\theta(t) = \theta_0 \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t + \arccos \xi)$$

où  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}}$  et  $\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$ .

Une fonction d'optimisation basée sur la minimisation de la somme du carré des erreurs entre le modèle et le réel permet d'obtenir une estimation des paramètres recherchés. Pour cela, il est possible d'utiliser la fonction Python minimize du module scipy.optimize et de l'appliquer à une fonction objectif. Cette fonction objectif prend en argument d'entrée les valeurs des deux paramètres à estimer et renvoie la somme des carrés des erreurs entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de l'angle du manche pour chaque instant.

Cependant la solution obtenue est peu satisfaisante (figure 11). Il est donc nécessaire de proposer un modèle plus réaliste.

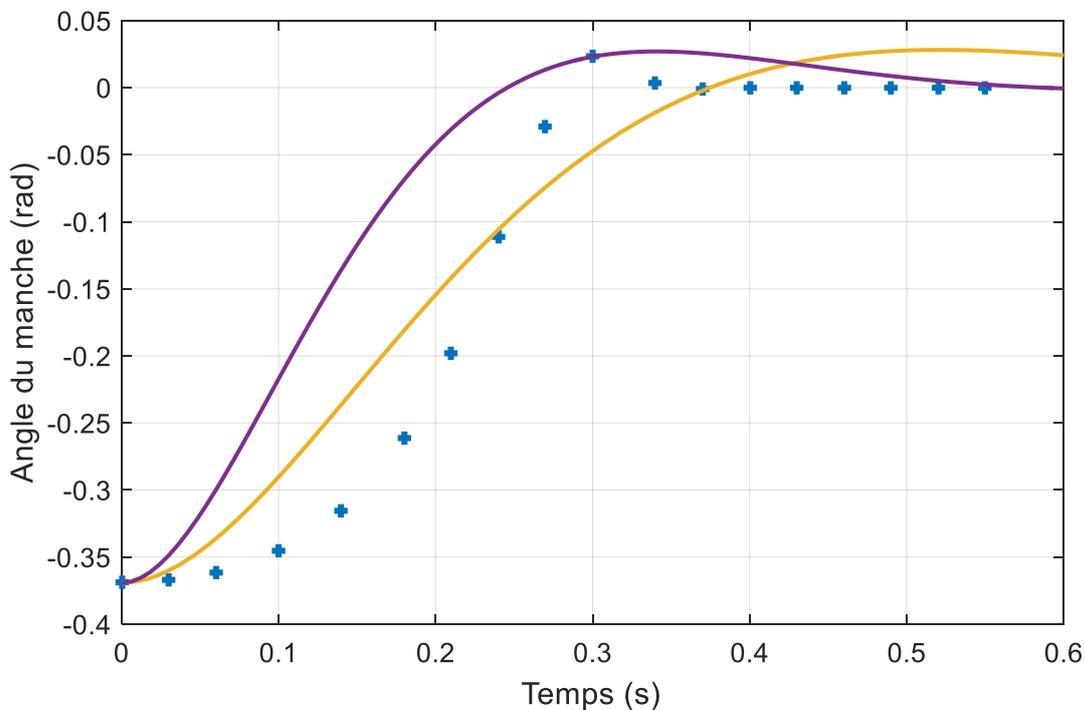


Figure 11 - Deux propositions d'estimations paramétriques du modèle de comportement masse-ressort-amortisseur.

### Remarque sur la simulation d'un essai de lâché à partir du modèle multi-physique

La reproduction en simulation de l'essai de lâché est simple avec le modèle causal proposé à la figure 5. Il suffit d'indiquer la condition initiale en position.

Dans le cas du modèle acausal, l'application d'une condition initiale est plus délicate. Une première solution consiste à appliquer le couple qui permet d'obtenir la position initiale désirée ( $\theta_0, k$ ) puis à annuler ce couple conformément à la figure 12. Cependant cela conduit à observer la dynamique de la mise en position initiale du système masse-ressort-amortisseur, il faut ensuite attendre suffisamment longtemps avant d'annuler le couple (figure 13).

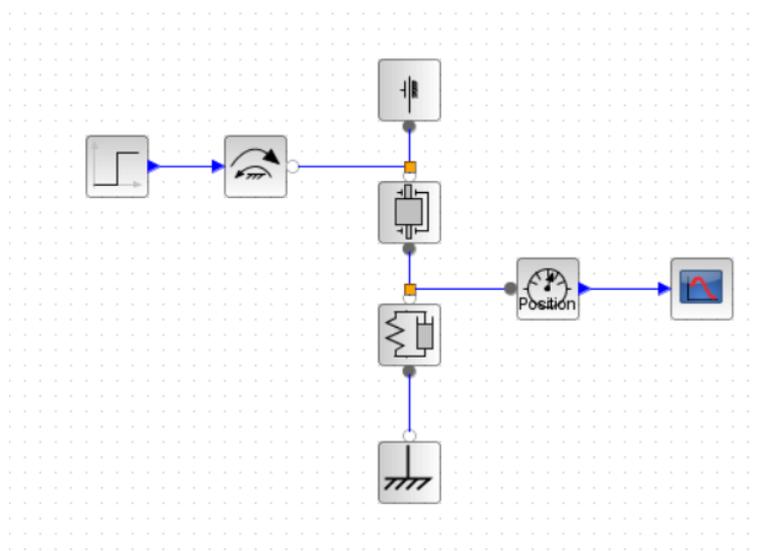


Figure 12 - Couple imposé non nul puis nul

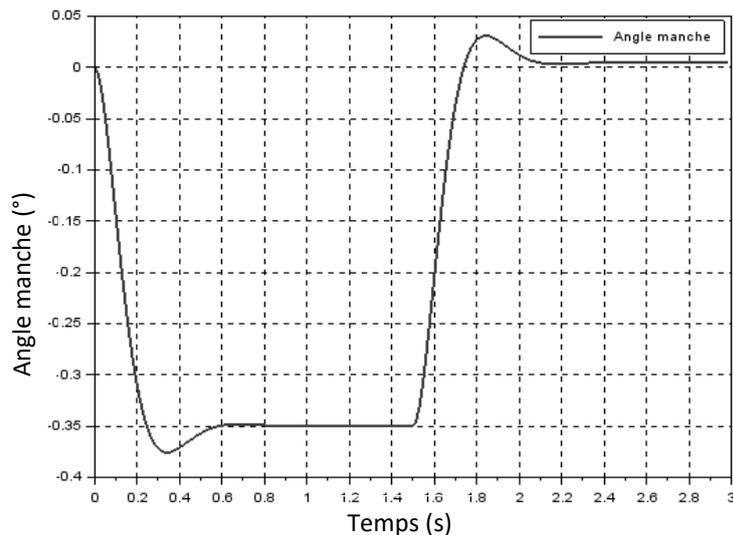


Figure 13 - Résultat de simulation du modèle de la figure 12

Une autre solution consiste à utiliser un embrayage qui relie le solide en rotation représentant le manche à un autre solide auquel on impose la position initiale. À l'instant désiré, l'embrayage est relâché. Cette représentation respecte bien l'action de l'utilisateur qui maintient le manche puis le relâche brusquement. Ce modèle et l'évolution de l'angle du manche obtenue en simulation sont présentés figure 14 et figure 15.

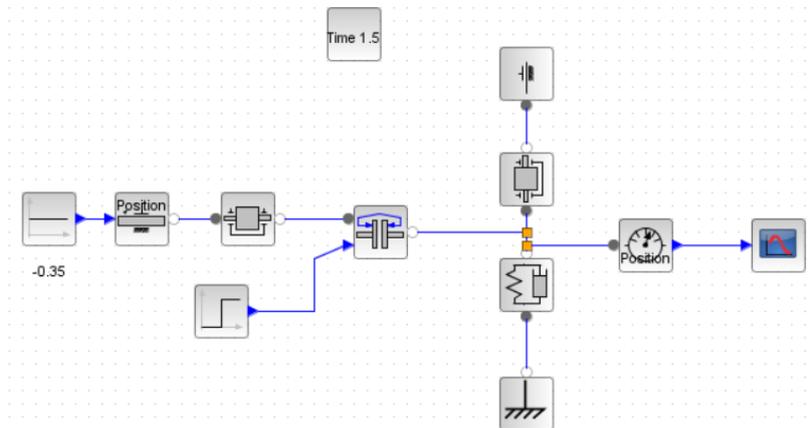


Figure 14 - Condition initiale imposée par l'intermédiaire d'un embrayage

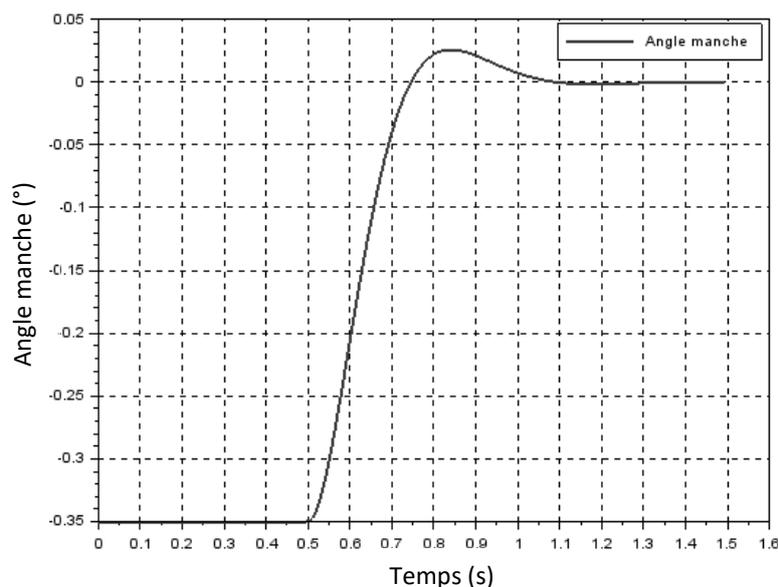


Figure 15 - Résultat de simulation du modèle de la figure 10

Un autre modèle aurait pu être proposé pour coller un peu plus à la réalisation physique du système en tenant compte du fait qu'il n'y a pas de ressort de torsion mais un ressort linéaire qui agit à une extrémité du manche par l'intermédiaire de la biellette (figure 16). Dans ce modèle, la position de l'extrémité inférieure du manche est générée à l'aide du bloc pignon-crémaillère. Le ressort agit par l'intermédiaire de la biellette en liaison pivot avec le bâti et avec la bielle liée au manche. Ceci est simulé par le bloc « levier ».

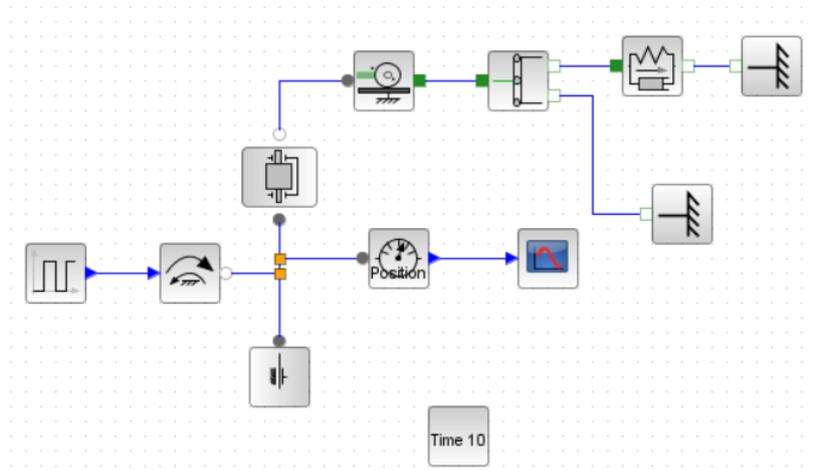


Figure 16 - Évolution du modèle acasual pour tenir compte de la présence d'un ressort linéaire

### Mise en place d'un modèle de connaissance

Les résultats obtenus dans la partie précédente montrent que le modèle de comportement masse - ressort - amortisseur n'est pas adapté pour rendre compte du comportement du système réel. Dans cette partie, un modèle de connaissance est mis en place.

Afin de proposer un modèle plus réaliste du retour d'effort du manche du simulateur, une étude de ce mécanisme est nécessaire. Le manche (1) est en liaison rotule par rapport à la plateforme mobile du simulateur (0). Le mouvement de tangage du manche est transmis via la bielle (2) à la biellette (3). Le retour d'effort est généré par un ressort à gaz lié au bâti et à la biellette 3. Les figures 17 et 18 présentent ce mécanisme.

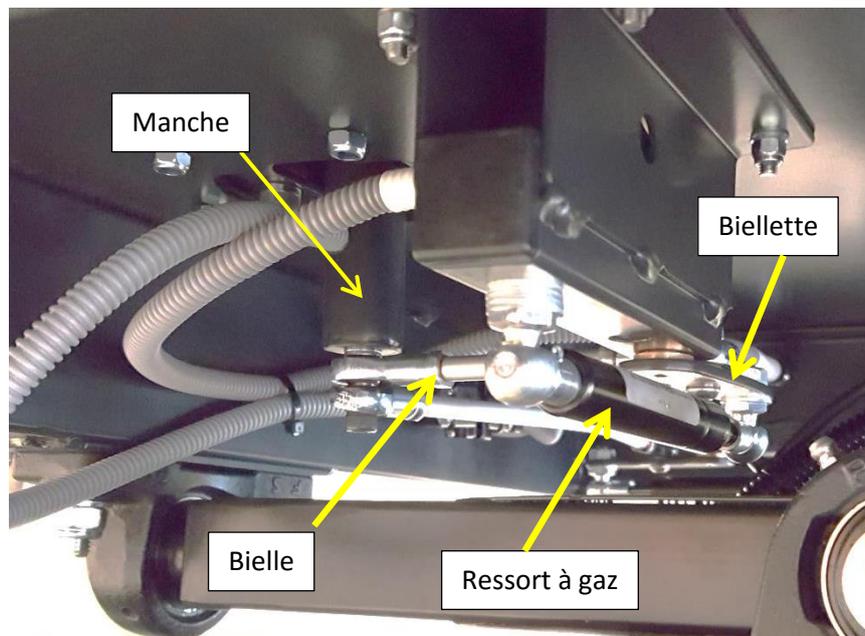


Figure 17 - Photographie du mécanisme de retour d'effort

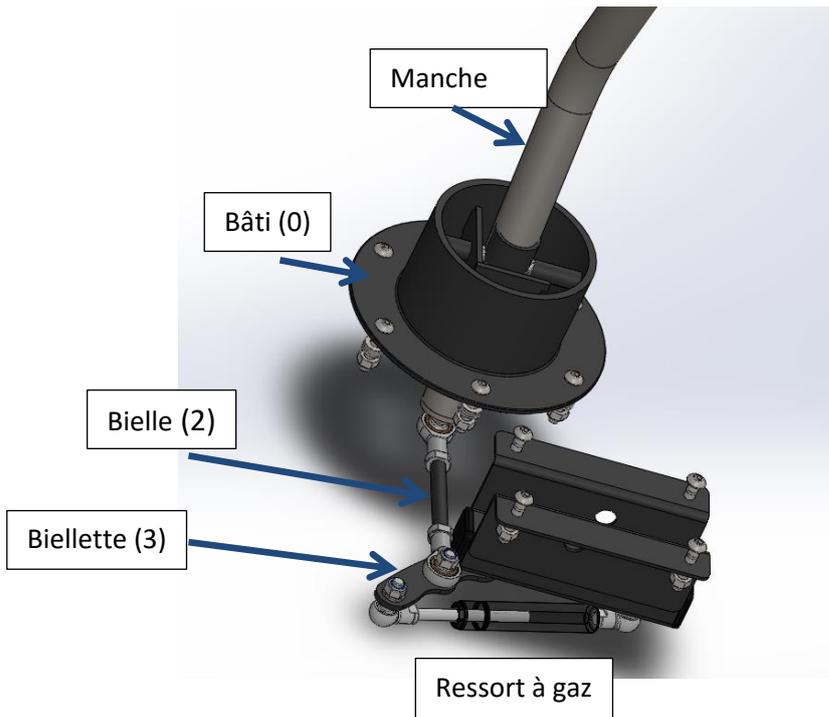


Figure 18 - Maquette numérique du mécanisme de retour d'effort

Cette maquette numérique permet d'obtenir les masses et inerties de chacune des pièces.

Le ressort à gaz est identifiable à l'aide de l'étiquette apposé dessus (figure 19).



Figure 19 - Ressort à gaz du mécanisme à retour d'effort

La documentation constructeur (<http://www.ressortsspec.com/catalogue/PDF/Product%20Selector%20FR/SPEC%2009%20FR/Sec%2022%20Gas%20Struts%20Selector%20FR.pdf>) indique que ce type de vérin à gaz fournit un effort qui varie linéairement en fonction de la rentrée de la tige du vérin entre 50 et 60 N pour une course de 50 mm, ce qui correspond à une raideur de 200 N/m.

Bien que le mécanisme ne soit pas plan, il peut être étudié à partir d'un schéma cinématique en deux dimensions présenté figure 20. La liaison glissière entre le manche et le bâti impose le mouvement de translation rectiligne du point A de l'extrémité de la bielle 2 par rapport au bâti mais n'a pas de réalité physique. Le mouvement de ce point A dans le plan de normale  $\vec{z}_0$  est lié à la rotation du manche par rapport au bâti.

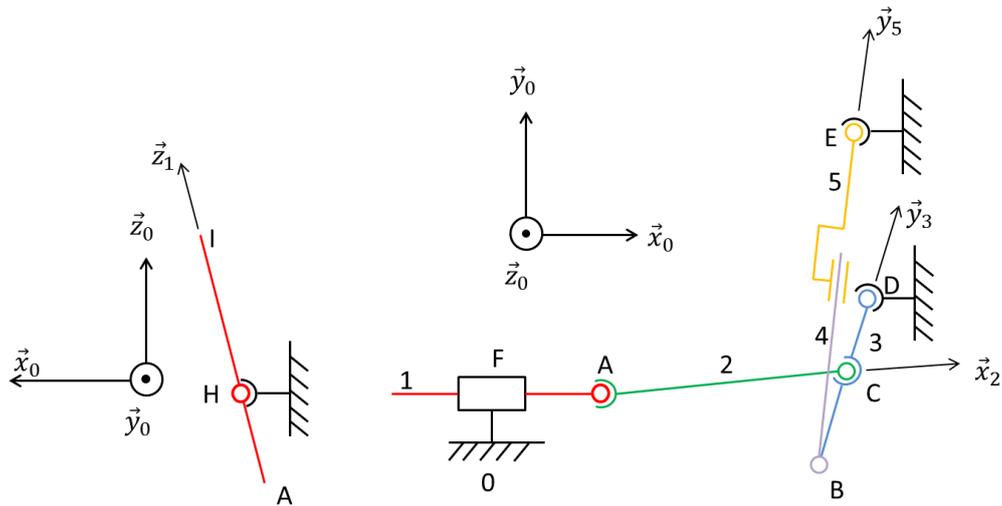


Figure 20 - Schémas cinématiques pour l'étude du mécanisme de retour d'effort

Le point F est un point fictif du bâti 0. Le paramétrage adopté est le suivant :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{FA} &= \lambda \vec{x}_0, & \overrightarrow{AC} &= l \vec{x}_2, & \overrightarrow{CD} &= d_2 \vec{y}_3, & \overrightarrow{DE} &= c \vec{y}_0, & \overrightarrow{BE} &= \mu \vec{y}_5, & \overrightarrow{DF} &= -l \vec{x}_0 - d_2 \vec{y}_0, \\ \theta_1 &= (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1), & \theta_2 &= (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2), & \theta_3 &= (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3), & \theta_5 &= (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5). \end{aligned}$$

Ce paramétrage est choisi de façon à ce que lorsque  $\lambda = 0, \theta_2 = \theta_3 = \theta_5 = 0$  et  $\lambda = l_1 \sin \theta_1$ .

Ce mécanisme peut être étudié soit à partir d'une approche analytique en écrivant la fermeture des deux chaînes géométriques F-A-C-D-F puis E-D-B-E, soit à l'aide d'une simulation numérique avec Méca3D ou tout autre logiciel équivalent.

L'approche analytique est proposée en annexe. Elle permet d'obtenir des résultats identiques à ceux obtenus en simulation avec Méca3D avec une approche géométrique. Il est à noter que Méca3D permet également de reproduire l'essai de lâché utilisé pour l'identification des paramètres des premiers modèles (figure 21). Il faut pour cela définir le ressort à gaz, ajouter un amortissement (à régler pour obtenir l'allure désirée et à lancer une étude dynamique).

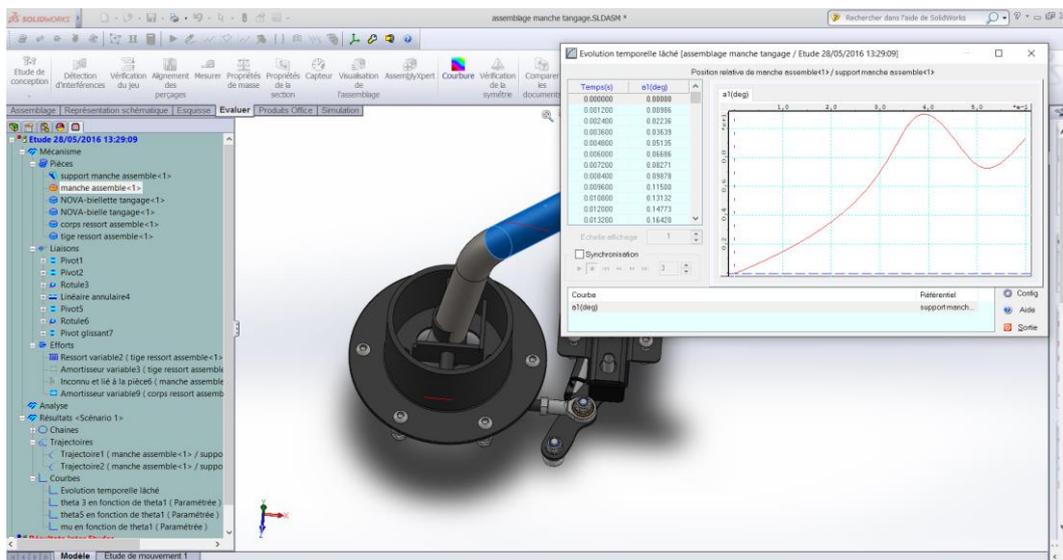


Figure 21 - Maquette numérique et simulation avec Solidworks/Méca3D

Les études théoriques et en simulation avec Méca3D permettent d'obtenir notamment les relations entre les angles des différentes pièces mais également l'expression du couple de rappel lié au ressort à gaz sur le manche en fonction de l'angle de rotation du manche. Cela permet d'enrichir les modèles de simulation sous Scilab conformément aux figures 22 (pour le modèle causal) et 23 (pour le modèle acausal). Ces deux modèles font intervenir des blocs LOOK-UP (tables de correspondance) de la palette interpolation qui permettent de définir une loi entrée-sortie quelconque à partir de deux vecteurs définis dans Scilab.

Le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie doivent être des vecteurs colonnes. La loi entrée-sortie de la table est définie à partir d'un fichier contenant la matrice constituée par le vecteur des abscisses puis par le vecteur des ordonnées. Ce fichier se construit, dans Scilab, à l'aide de l'instruction :

```
fprintfMat("xy.xy", xy, "%13.7f");
```

où

```
xy=[theta,Cr];
```

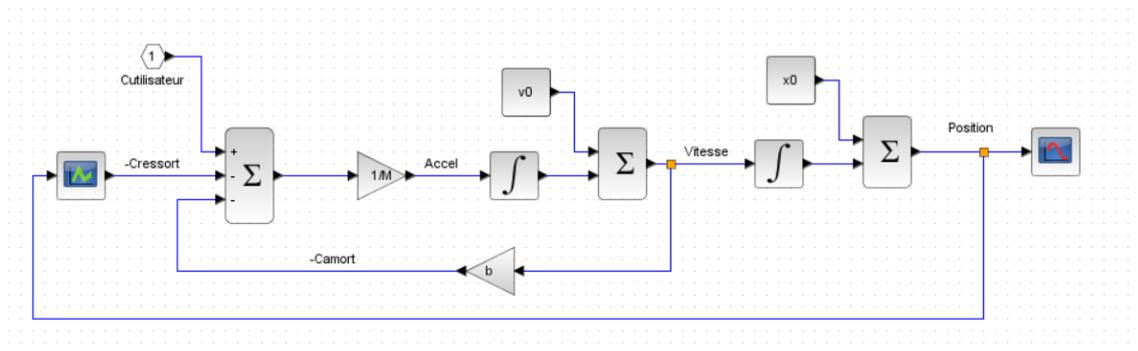


Figure 22 - Modèle causal non-linéaire du système à retour d'effort

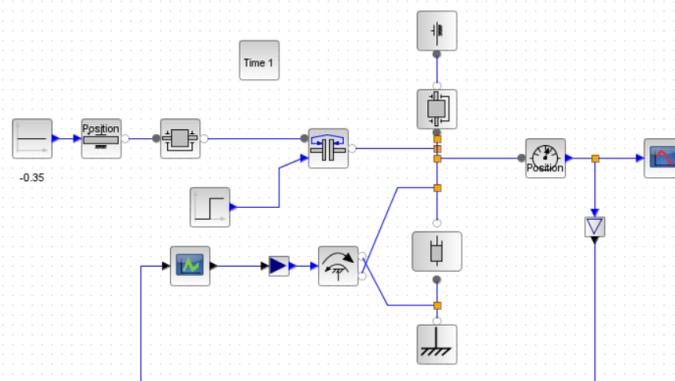


Figure 23 - Modèle acausal non-linéaire du système à retour d'effort

Une autre solution permettant de construire ces modèles non-linéaires sans utiliser le bloc Look-up consiste à construire le modèle de la partie mécanique. Le modèle n'étant pas à une seule dimension, il faut utiliser les blocs de la palette Mécanique/plane de Xcos.

La figure 24 présente le modèle qui correspond à l'assemblage de la biellette 3 et du vérin à gaz avec le bâti. Dans ce modèle, les solides ne possèdent ni masse ni inertie car elles sont négligeables, mais

il aurait été possible de les prendre en compte en utilisant le bloc correspondant de la palette Coselica/planar de Xcos.

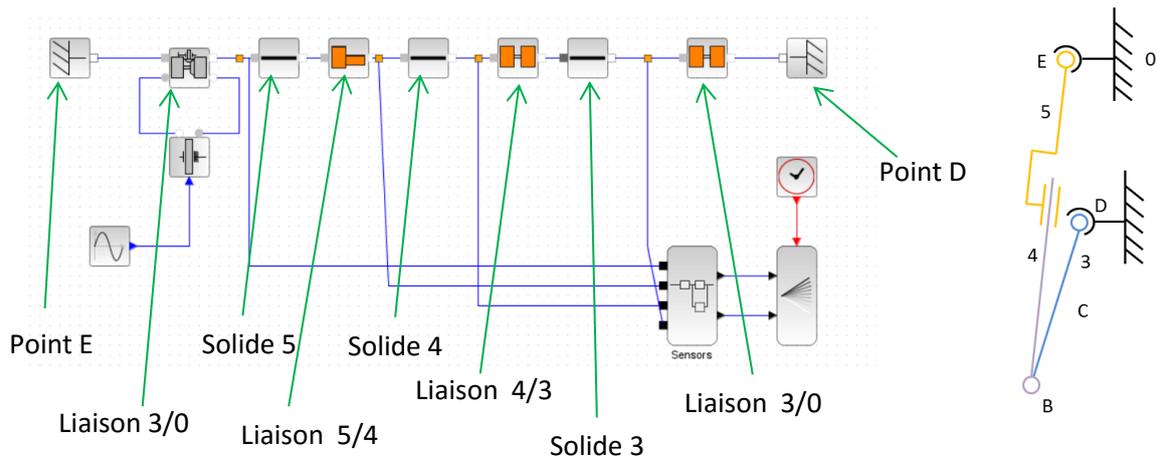


Figure 24 - Modèle plan d'une partie du mécanisme de retour d'effort et schéma cinématique associé

Ce type de ce modèle doit être réservé à des mécanismes plans assez simples. Pour des mécanismes plus complexes, il existe une passerelle permettant de générer automatiquement le modèle mécanique dans Matlab/Simulink à partir de la maquette Solidworks ([5]). Ce type de passerelle n'existe pas à l'heure actuelle et ne semble pas prévue pour Scilab.

Une fois ce modèle mécanique réalisé, il est possible de le coupler avec le modèle du manche, comme cela est présenté à la figure 25. Le couplage avec le reste du modèle s'effectue en récupérant d'une part la position angulaire du manche  $\theta_1$  et en imposant la position angulaire  $\theta_3$  de la biellette 3. Ces deux angles sont liés par une relation qui peut être linéarisée autour de  $0^\circ$  (voir annexe). Le coefficient de proportionnalité entre les deux angles est lié aux paramètres géométriques du système et vaut 3,23. Le couple à appliquer sur la biellette 3 pour obtenir l'angle désiré malgré la présence du ressort à gaz est récupéré et renvoyé sur le manche avec à nouveau un coefficient de proportionnalité lié à la distance CD et à la longueur du manche.

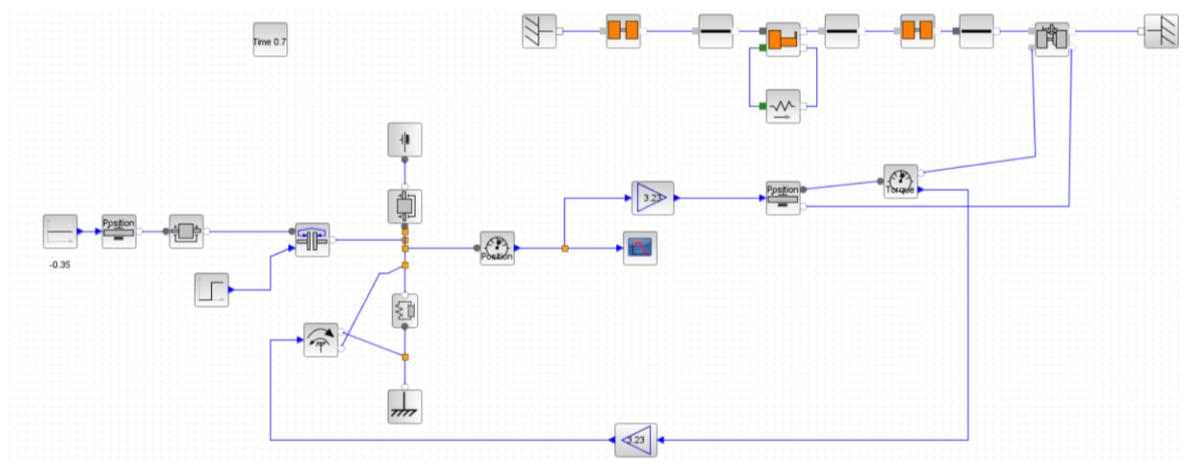


Figure 25 - Modèle multiphysique non linéaire du mécanisme de retour d'effort



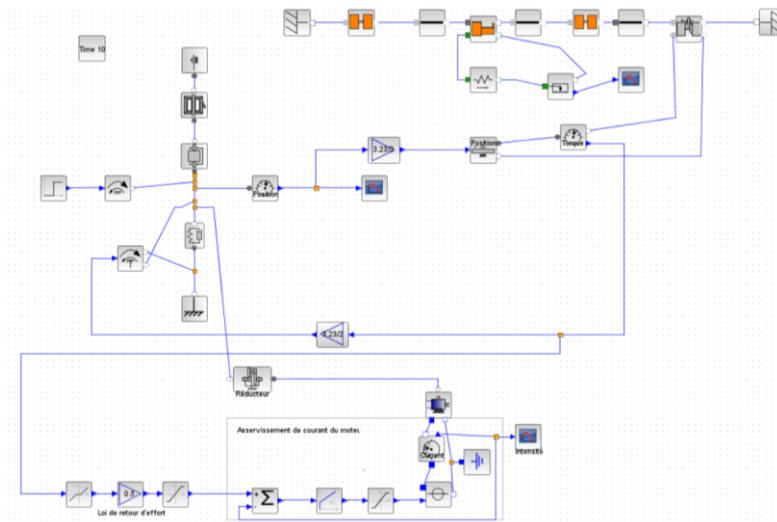


Figure 27 - Proposition d'une solution assurant un retour d'effort actif

La définition de la loi de retour d'effort est au choix de l'utilisateur. Elle dépendra du type d'appareil mais également de la situation de vol : angle d'incidence des gouvernes, vitesse de l'avion. Ainsi, ce dispositif permettra d'assurer un retour d'effort variable et adapté aux conditions de vol.

## Conclusion

Cet article illustre la modélisation du système de retour d'effort du manche d'un simulateur de vol. Plusieurs modèles, de complexité croissante, ont été développés pour illustrer la démarche qui peut être mise en œuvre dans le cadre d'un projet avec des étudiants. Bien que cet article ne mette pas l'accent sur cet aspect, il est important de rappeler ici que l'établissement d'un modèle doit toujours répondre à un objectif précis (mise en évidence de phénomène, analyse du rôle d'un paramètre, évaluation d'une évolution potentielle par exemple) et n'est pas une fin en soi. Il se déroule idéalement en trois étapes :

- établissement de la structure du modèle ;
- identification paramétrique ou calibration du modèle ;
- validation par comparaison avec des résultats expérimentaux.

Une fois que le modèle est validé, il est alors possible de l'exploiter.

## Bibliographie

[1] - Scilab/Xcos pour l'enseignement des sciences de l'ingénieur, Siclab Entreprise

[https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjhyKTbodjNAhVDLZoKHZS6ADAQFggcMAA&url=https%3A%2F%2Fwww.scilab.org%2Fcontent%2Fdownload%2F1017%2F9485%2Ffile%2Flivret\\_Xcos.pdf&usg=AFQjCNFDIHJ17ui52LG0b0wUVk5bvgwFbg&sig2=K8rlkKILlma\\_8CNuDrEIGw&bvm=bv.126130881,d.bGs&cad=rja](https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjhyKTbodjNAhVDLZoKHZS6ADAQFggcMAA&url=https%3A%2F%2Fwww.scilab.org%2Fcontent%2Fdownload%2F1017%2F9485%2Ffile%2Flivret_Xcos.pdf&usg=AFQjCNFDIHJ17ui52LG0b0wUVk5bvgwFbg&sig2=K8rlkKILlma_8CNuDrEIGw&bvm=bv.126130881,d.bGs&cad=rja)

[2] - Modélisation structurée des systèmes avec les Bond Graphs, Michel Vergé, Daniel Jaume, Edition Technip, Chapitre 4,

<https://books.google.fr/books?id=q0qGJvD0eRcC&pg=PA53&lpg=PA53&dq=bond+graph+et+sch%C3%A9ma+bloc&source=bl&ots=orwhP2snMd&sig=HfpMDHBF6jl65EoJz5KmU->

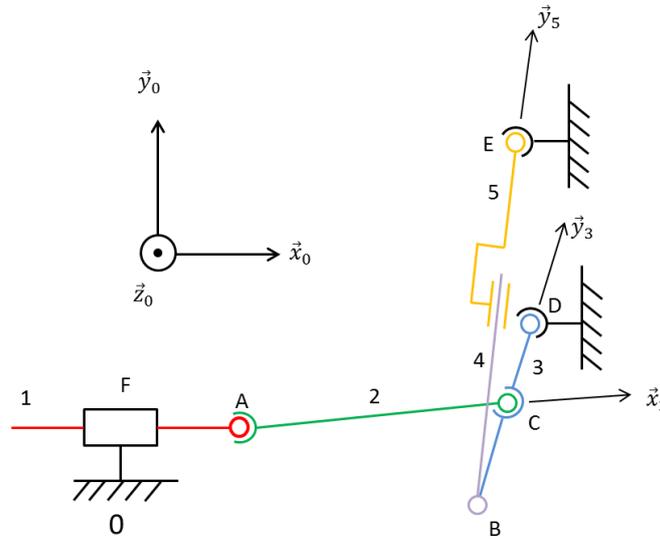
[3J1to&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwjB846dotjNAhUIOpoKHevrDvc4ChDoAQg0MAU#v=onepage&q=bo  
nd%20graph%20et%20sch%C3%A9ma%20bloc&f=false](http://3J1to&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwjB846dotjNAhUIOpoKHevrDvc4ChDoAQg0MAU#v=onepage&q=bo<br/>nd%20graph%20et%20sch%C3%A9ma%20bloc&f=false)

[3] - Modélisation et Simulation des systèmes multi-physiques Seconde Edition, Ivan Liebgott,  
[https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/44387--ivan-liebgott--  
mod%C3%A9lisation-et-simulation-des-syst%C3%A8mes-multi-physiques-seconde-edition](https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/44387--ivan-liebgott--<br/>mod%C3%A9lisation-et-simulation-des-syst%C3%A8mes-multi-physiques-seconde-edition)

[4] - Pédagogie par projet en classes préparatoires scientifiques, ressource disponible sur le site  
éduscol :  
[http://eduscol.education.fr/sti/ressources\\_pedagogiques/pedagogie-par-projet-en-classes-  
preparatoires-scientifiques](http://eduscol.education.fr/sti/ressources_pedagogiques/pedagogie-par-projet-en-classes-<br/>preparatoires-scientifiques)

[5] - [http://sti.ac-orleans-tours.fr/spip2/IMG/pdf/Matlab\\_et\\_Solidworks\\_installation\\_et\\_lancement\\_V1.1.pdf](http://sti.ac-orleans-tours.fr/spip2/IMG/pdf/Matlab_et_Solidworks_installation_et_lancement_V1.1.pdf)

## Annexe - Approche théorique pour l'analyse du mécanisme de retour d'effort



La fermeture de boucle géométrique pour les points F-A-C-D-F permet d'écrire :

$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} = \vec{0},$$

soit

$$\lambda \vec{x}_0 + l \vec{x}_2 + d_2 \vec{y}_3 - l \vec{x}_0 - d_2 \vec{y}_0 = \vec{0}$$

En projetant suivant les vecteurs  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$ , on obtient :

$$\lambda + l \cos \theta_2 - d_2 \sin \theta_3 - l = 0$$

$$l \sin \theta_2 + d_2 \sin \theta_3 - d_2 = 0$$

Il est alors possible d'en déduire les relations entre  $\lambda$  et  $\theta_3$  et entre  $\theta_2$  et  $\theta_3$  :

$$\lambda = -\sqrt{l^2 - (d_2 - d_2 \cos \theta_3)^2} - l - d_2 \sin \theta_3$$

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{d_2 - d_2 \cos \theta_3}{l}\right)$$

La seconde fermeture géométrique (E-D-B-E) permet d'écrire :

$$\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

soit :

$$-(d_2 + d_1) \vec{y}_3 + \mu \vec{y}_5 - c \vec{y}_0 = \vec{0}$$

En projection suivant  $\vec{x}_0$  :

$$-(d_2 + d_1) \sin \theta_3 + \mu \sin \theta_5 = 0$$

En projection suivant  $\vec{y}_0$  :

$$-(d_2 + d_1) \cos \theta_3 + \mu \cos \theta_5 - c = 0$$

Ainsi :

$$\tan \theta_5 = \frac{(d_2 + d_1) \sin \theta_3}{(d_2 + d_1) \cos \theta_3 + c}$$

$$\mu = \sqrt{(d_2 + d_1)^2 \sin^2 \theta_3 + ((d_2 + d_1) \cos \theta_3 + c)^2}$$

avec, lorsque le manche est en position repos ( $\lambda = 0$ )

$$\mu_0 = \mu(\lambda = 0) = c + d_1 + d_2$$

L'élongation du ressort à gaz est alors donnée par l'expression

$$\Delta l = \mu - \mu_0.$$

Les masses et inerties étant faibles, les effets dynamiques peuvent être négligés devant les actions mécaniques de l'utilisateur et du ressort à gaz. Une étude de statique permet de déterminer l'action de la bielle 2 sur le manche 1.

L'étude de l'équilibre de la bielle 2 conduit à représenter l'action mécanique de 3 sur 2 par un glisseur au point C de résultante  $\overrightarrow{R_{23}} = X_{23} \vec{x}_2$ .

De même l'étude de l'équilibre du ressort à gaz (4 et 5) permet de conclure que l'action du ressort sur la pièce 3 peut s'écrire sous la forme d'un glisseur au point B de résultante :  $\overrightarrow{R_{43}} = Y_{43} \vec{y}_5$ .

Le théorème du moment statique au point D appliqué à la biellette 3 permet de déterminer une relation entre l'action du ressort sur la biellette et l'action de la bielle 2 sur la biellette :

$$\overrightarrow{M_{D,2 \rightarrow 3}} \cdot \vec{z}_0 + \overrightarrow{M_{D, Ressort \rightarrow 3}} \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$(X_{23} \vec{x}_2 \wedge \overrightarrow{CD} + Y_{43} \vec{y}_5 \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$(X_{23} \vec{x}_2 \wedge d_2 \vec{y}_3 + Y_{43} \vec{y}_5 \wedge (d_1 + d_2) \vec{y}_3) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$(X_{23} d_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) - Y_{43} (d_1 + d_2) \sin(\theta_5 - \theta_3)) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

d'où

$$X_{23} = Y_{43} \frac{(d_1 + d_2) \sin(\theta_5 - \theta_3)}{d_2 \cos(\theta_3 - \theta_2)}$$

Le moment de cette action au point H sur le manche est :

$$C_{retour-effort} = Y_{43} l_1 \frac{(d_1 + d_2) \sin(\theta_5 - \theta_3)}{d_2 \cos(\theta_3 - \theta_2)} \cos \theta_2 \cos \theta_1$$

Cette expression montre bien que le modèle masse-ressort-amortisseur utilisé dans un premier temps était trop simpliste.