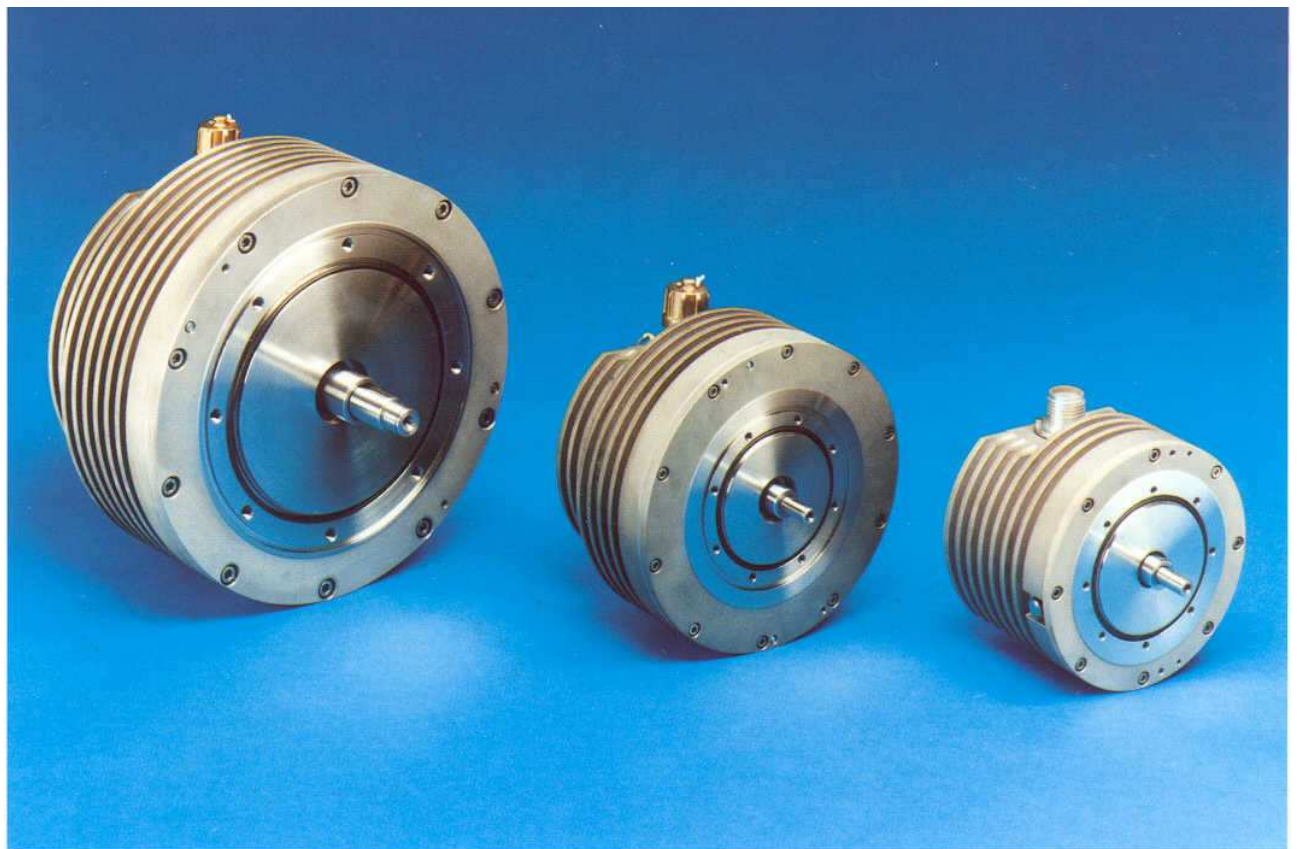


**PREPARATION AUX AGREGATIONS
INTERNES DE MECANIQUE ET GENIE
MECANIQUE**

ASSERVISSEMENTS TECHNOLOGIE



PREPARATION AUX AGREGATIONS INTERNES DE MECANIQUE ET GENIE MECANIQUE

ASSERVISSEMENTS TECHNOLOGIE

" Chacun de nous est devenu un système asservi, auto-asservi, ayant investi toute sa liberté dans la volonté folle de tirer le maximum de lui-même."

JEAN BAUDRILLARD.

AVANT-PROPOS.

Ce volume, le dernier de la série, traite de la partie la plus importante au regard du mécanicien, à savoir la technologie des servomécanismes. La rédaction se limite aux moteurs à courant continu (dont le modèle convient également au moteur brushless) ainsi qu'aux vérins hydrauliques. Quelques exemples sont fournis : il s'agit de systèmes réels dont les paramètres n'ont pas été « modifiés », tant au niveau des valeurs que des composants. Ces applications sont extraites de sujets d'agrégations dont je suis l'auteur.

francis.binet@ac-versailles.fr

Chapitre 1

LE MOTEUR A COURANT CONTINU.

1: Fonction de transfert.

1-1. INTRODUCTION.

1-1-1 Présentation.

Le moteur à courant continu est un actionneur offrant des bonnes performances dynamiques et dont la commande en vitesse repose sur un principe simple (variation de tension) : c'est pourquoi on le rencontre très souvent lors de l'étude des systèmes asservis. La modélisation de son comportement (aussi valable pour le moteur Auto synchrone) fait appel à un arsenal mathématique raisonnable et bien connu, ce qui lui vaut d'apparaître régulièrement dans les sujets d'Agrégation Interne tant de Mécanique que de Génie Mécanique (L'autre actionneur vedette étant le vérin hydraulique). **La mise en équation du moteur C.C. doit être parfaitement connue pour aborder sérieusement la partie "asservissements" des épreuves.**

Pour les différents types de réalisations, les critères de choix, la comparaison avec les autres actionneurs électriques ou hydrauliques, etc., se reporter au Technoguide E qui fait autorité en la matière (pages 50 à 109).

REMARQUE: Le moteur C.C. rencontré en commande d'axe est le moteur à aimants permanents aussi appelé moteur à flux constant. Il existe des moteurs C.C., appelés moteurs à excitation séparée, dont l'inducteur est constitué par un électroaimant : ces moteurs sont moins performants (leur constante de temps est plus élevée que celle des moteurs à aimants permanents) et réservés à des applications particulières comme la forte puissance.

1-1-2 Principe de fonctionnement.

Un moteur C.C. à aimants permanents est constitué :

- * d'un inducteur fixe (Stator) formé d'une carcasse métallique et d'aimants fixes qui génèrent un champ magnétique constant. Des balais assurent les contacts électriques avec le rotor.

- * D'un induit mobile (On rencontre de nombreuses appellations : Induit, Rotor, Armature, Disque, Circuit, etc.) constitué par des conducteurs bobinés reliés entre eux au niveau d'un collecteur. Ce dernier permet la distribution du courant continu dans telles ou telles bobines suivant la position angulaire du rotor, provoquant ainsi une variation de la position des pôles magnétiques par rapport au rotor.

Par attraction des pôles contraires et répulsion des pôles de même nature, le rotor est soumis à un couple mécanique qui est maximal lorsque l'axe des pôles du rotor est perpendiculaire à l'axe fixe des pôles du stator. Dès que le rotor a effectué une fraction de tour, le système collecteur-balais provoque une permutation des bobinages alimentés et donc de l'axe des pôles du rotor de telle manière que ce dernier reste perpendiculaire à l'axe des pôles du stator. En inversant la polarité du courant continu d'alimentation de l'induit on inverse les pôles du rotor, ce qui provoque un couple de signe contraire au précédent et donc une rotation dans l'autre sens.

1-2. MISE EN EQUATIONS DU MOTEUR C.C.

REMARQUE PREALABLE : Les notations utilisées dans ce qui suit sont celles adoptées par les auteurs de sujet d'Agrégation de Mécanique et de Génie Mécanique, que ce soit le concours Interne ou le concours Externe. On rencontre d'autres notations, en particulier dans les ouvrages d'asservissements qui sont souvent rédigés par des électroniciens.

Pour décrire le comportement dynamique du moteur C.C. il faut écrire quatre équations : deux d'entre elles sont des lois fondamentales de la physique (loi d'Ohm et Principe Fondamental de la Dynamique), les deux autres étant des propriétés intrinsèques au moteur C.C.

1-2-1 LOI D'OHM DANS LE CIRCUIT D'INDUIT.

le circuit d'induit est modélisé par la maille électrique suivante :

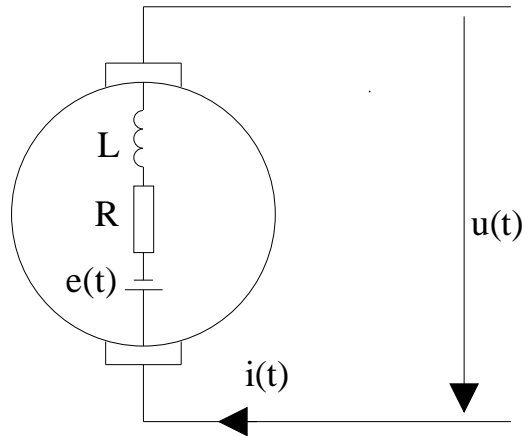


Fig.1-1 modèle électrique de l'induit d'un moteur C.C.

R: résistance d'induit.

L: inductance d'induit.

$u(t)$: tension d'induit.

$e(t)$: force contre électromotrice.

$i(t)$: courant d'induit.

En appliquant la loi d'Ohm à cette maille, on obtient : $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$ (1-1)

1-2-2 PROPORTIONNALITE TENSION/FCEM.

Elle est une conséquence de la loi de LENZ, la force contre électromotrice s'opposant à la tension qui a provoqué le mouvement du moteur : $e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$ (1-2)

$e(t)$: force contre électromotrice.

$\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur.

K_e : constante de fcm. K_e est proportionnelle au flux Φ qui est considéré comme constant (y-compris lorsque la charge varie) pour les moteurs à aimants permanents.

1-2-3 PROPORTIONNALITE INTENSITE/COUPLE.

Le moment du couple moteur est égal à la somme des moments des forces de LAPLACE, en projection sur l'axe du moteur.

$$C_m(t) = K_t \cdot i(t) \quad (1-3)$$

$C_m(t)$: couple moteur.

$i(t)$: courant d'induit.

K_t : constante de couple.

De la même manière que K_e , K_t est proportionnelle au flux.

REMARQUE: Exprimées en unités SI, les constantes K_t et K_e sont égales. Ceci se démontre en considérant que le flux est constant et en exprimant les puissances électrique et mécanique qui sont égales.

1-2-4 THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE.

" Pour un solide isolé, la dérivée de l'énergie cinétique est égale à la puissance développée par les forces extérieures." On applique le théorème de l'énergie cinétique en isolant l'arbre moteur, ce dernier étant soumis au couple moteur C_m et à un ou des couples résistants. Contrairement aux trois équations précédentes, cette équation dépend de la configuration mécanique de l'axe commandé. Il faut alors considérer deux cas de figure selon que le moteur est chargé ou non :

REMARQUE : Lorsque le mécanisme est simple (cas usuel) on applique le principe fondamental de la dynamique à l'arbre moteur isolé.

Moteur à vide :

L'arbre moteur est soumis à trois couples : le couple $C_m(t)$ fourni par le moteur et deux couples résistants :

* L'un dû aux frottements secs internes au moteur, constant et noté T_f

* L'autre dû aux frottements visqueux internes au moteur, proportionnel à la vitesse d'un facteur constant K_d .

Les deux constantes T_f et K_d sont souvent indiquées par le constructeur.

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit alors : $J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - K_d \omega_m(t) - T_f$
(1-4)

J_m : inertie de l'arbre moteur.

$C_m(t)$: couple moteur.

$\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur.

K_d : Constante de couple visqueux du moteur seul.

T_f : Couple de frottement sec du moteur seul, constant.

REMARQUE : Pour les applications courantes, T_f et K_d sont généralement négligées. En effet, il est rare que l'on étudie le comportement du moteur seul : les frottements internes au moteur sont alors négligeables devant ceux du mécanisme associé (réducteur, transmission, etc.).

Moteur chargé : La mise en équation dépend évidemment de la configuration mécanique de la chaîne cinématique. Nous allons considérer le modèle usuel le plus complet en gardant à l'esprit que, dans certaines configurations, il n'est plus valide (frottements quadratiques, inertie variable, etc.)

L'arbre moteur est soumis à trois couples : le couple fourni par le moteur et deux couples résistants :

* L'un incluant tout ce qui n'est pas frottement visqueux : frottements secs, charge etc.

Ce couple, noté $C_r(t)$, n'est pas nécessairement constant.

* L'autre dû aux frottements visqueux, proportionnel à la vitesse.

$$J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f\omega_m(t) - C_r(t) \quad (1-5)$$

f : constante équivalente de frottement visqueux ramenée à l'arbre moteur.

J_e : inertie équivalente de l'ensemble mécanique entraîné (moteur + charge), ramenée à l'arbre moteur.

$\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur.

$C_m(t)$: couple moteur.

$C_r(t)$: couple résistant équivalent (dû aux frottements secs et/ou à une charge) ramené à l'arbre moteur.



L'écriture des équations (1-4) et (1-5) repose sur l'hypothèse implicite que l'inertie est constante, ce qui est toujours vrai lorsque le moteur est à vide. Par contre, dans le cas du moteur chargé, cette hypothèse peut être fautive : en effet, il existe des mécanismes à inertie variable tels que les enrouleuses par exemple. Dans ce dernier cas on peut écrire l'équation (1-5) en choisissant une inertie "moyenne" que l'on considérera comme constante, ce qui permettra de poursuivre les calculs.

REMARQUE : La constante de couple est notée K_t , t étant l'initiale de "torque", mot américain signifiant "couple". On rencontre aussi la notation K_e . Il en est de même pour le couple de frottement visqueux du moteur T_f , noté parfois C_f .

Le fonctionnement du moteur est décrit par le système de quatre équations suivant :

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \\ e(t) &= K_e \omega_m(t) \\ C_m(t) &= K_t i(t) \\ J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= C_m(t) - f\omega_m(t) - C_r(t) \end{aligned} \right\}$$

Ce système possède 6 inconnues : $u(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $\omega_m(t)$, $C_m(t)$, $C_r(t)$. On peut donc, dans le meilleur des cas, éliminer trois inconnues et regrouper les trois autres dans une équation. En général, on cherche à connaître la vitesse (ou la position par intégration de la vitesse) en fonction de la tension d'induit et du couple résistant.

Par calcul classique on peut éliminer les inconnues $i(t)$, $e(t)$ et $C_m(t)$ et on obtient :

$$u(t) = \frac{1}{K_t} \left[RC_r(t) + L \frac{dC_r(t)}{dt} + (Rf + K_e K_t) \omega_m(t) + (RJ_e + Lf) \frac{d\omega_m(t)}{dt} + (LJ_e) \frac{d^2 \omega_m(t)}{dt^2} \right]$$

Il s'agit d'une équation différentielle à coefficients constants, du premier ordre en $C_r(t)$ et du second ordre en $\omega_m(t)$. Cette formulation possède deux inconvénients : d'une part elle n'est pas parlante, et d'autre part il faut effectuer un calcul assez long (résolution de l'équation) pour connaître l'évolution dans le temps de la vitesse $\omega_m(t)$. Il est préférable d'utiliser le calcul opérationnel qui simplifie la résolution et qui nous permet d'exprimer les grandeurs sous des formes mathématiques dont nous connaissons par avance les propriétés physiques : premier ordre, second ordre, etc.

Dans le cas du moteur C.C. la méthode la plus directe consiste à faire subir la transformation de Laplace aux quatre équations, *en posant l'hypothèse des conditions initiales nulles*.

1-3. FONCTION DE TRANSFERT DU MOTEUR C.C. CHARGÉ

1-3-1 FONCTION DE TRANSFERT EN VITESSE.

La transformation de Laplace appliquée aux quatre équations du système donne :

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) + E(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \quad (1-6)$$

$$E(p) = K_e \Omega_m(p) \quad (1-7)$$

$$C_m(p) = K_t I(p) \quad (1-8)$$

$$J_e p \Omega_m(p) = C_m(p) - f \Omega_m(p) - C_r(p) \quad (1-9)$$

de (1-6) on tire $I(p) = \frac{U(p) - E(p)}{(R + Lp)}$

En remplaçant $E(p)$ par (1-7), on obtient : $I(p) = \frac{U(p) - K_e \Omega_m(p)}{(R + Lp)}$

(1-8) devient alors : $C_m(p) = K_t \frac{U(p) - K_e \Omega_m(p)}{(R + Lp)}$

De (1-9) on tire : $\Omega_m(p) = \frac{K_t \frac{U(p) - K_e \Omega_m(p)}{(R + Lp)} - C_r(p)}{(J_e p + f)} = \frac{K_t U(p) - K_t K_e \Omega_m(p) - (R + Lp)C_r(p)}{(J_e p + f)(R + Lp)}$

$\Rightarrow \Omega_m(p) \left[1 + \frac{\eta K_t K_e}{(J_e p + f)(R + Lp)} \right] = \frac{\eta K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{(J_e p + f)(R + Lp)}$

$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{\frac{\eta K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{(J_e p + f)(R + Lp)}}{\left[1 + \frac{\eta K_t K_e}{(J_e p + f)(R + Lp)} \right]}$

Finalement: $\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{[K_t K_e + (J_e p + f)(R + Lp)]}$ (1-10)

La vitesse de rotation du moteur est exprimée en fonction de la tension d'induit et du couple résistant. On peut mettre en évidence l'influence respective de ces deux grandeurs en écrivant (1-10) sous une autre forme :

$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{K_t}{[K_t K_e + (J_e p + f)(R + Lp)]} U(p) - \frac{(R + Lp)}{[K_t K_e + (J_e p + f)(R + Lp)]} C_r(p)$ (1-10)

La tension d'induit apparaît alors comme la grandeur réglante et le couple résistant comme une perturbation.

1-3-2 MISE SOUS SCHEMA BLOC.

En reprenant les quatre équations (1-6) à (1-9) et en représentant un morceau de schéma bloc pour chacune d'entre elles, on obtient :

(1-6) $\Rightarrow I(p) = \frac{U(p) - E(p)}{(R + Lp)}$ ce qui donne le schéma bloc suivant :

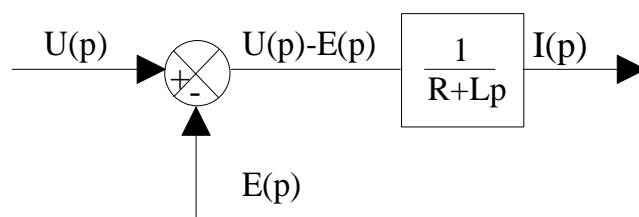


Fig.1-2: Courant moteur.

(1-7) $\Rightarrow E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p)$ ce qui donne le schéma bloc suivant :

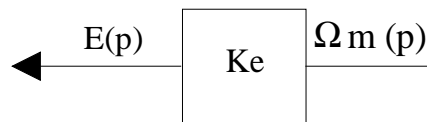


Fig.1-3: Retour tachymétrique.

(1-8) $\Rightarrow C_m(p) = K_t \cdot I(p)$ ce qui donne le schéma bloc suivant :

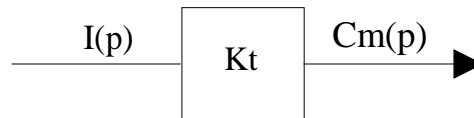


Fig.1-4: Couple moteur.

(1-9) $\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{C_m(p) - C_r(p)}{J_e p + f}$ ce qui donne le schéma bloc suivant :

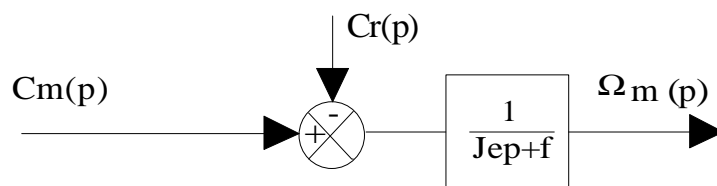


Fig.1-5: Vitesse moteur.

En mettant bout à bout les morceaux de schéma bloc, on obtient celui du moteur complet. Ce schéma met bien en évidence :

- * La commande qui est la tension d'induit $U(p)$
- * La perturbation qui est le couple $C_r(p)$
- * La boucle de régulation interne de vitesse, de gain K_e

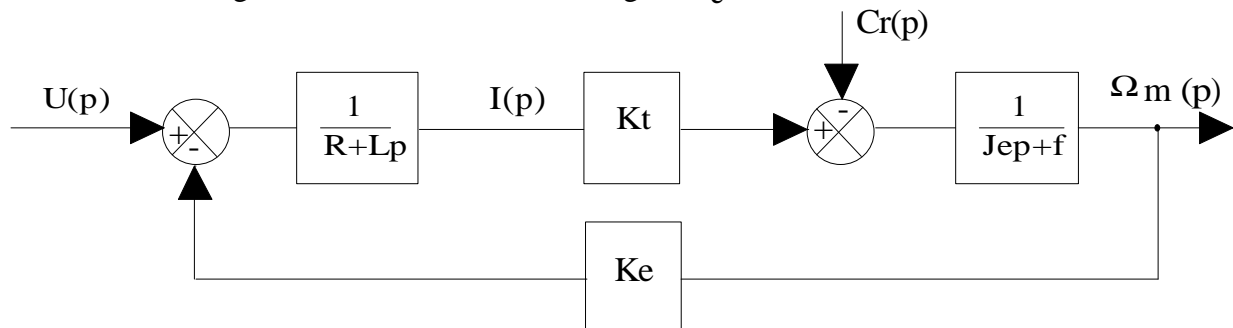


Fig.1-6: Modèle classique du moteur CC.

On remarque que la structure fonctionnelle du moteur C.C. est celle d'un système asservi en vitesse, soumis à une perturbation C_r et l'on peut affirmer que, si le couple résistant est nul ou constant, la vitesse obtenue sera une image fidèle de la tension de commande. Pourquoi alors asservir un tel moteur en vitesse ? Pour plusieurs raisons :

- * Le couple résistant, et en particulier sa composante due aux frottements secs, varie dans la plupart des applications : le système est toujours perturbé.
- * La modélisation que nous avons effectuée concerne un moteur parfait alors que certains paramètres ne sont pas tout à fait constants : par exemple, la résistance interne R varie avec la température.
- * D'autre part, le bouclage va augmenter les performances dynamiques.

1-4. MODÈLE DU SECOND ORDRE.

Les équations obtenues précédemment ne sont pas sous forme canonique. Suivant les hypothèses retenues, le transfert en vitesse d'un moteur à courant continu se présentera sous la forme d'un transfert du premier ou du second ordre.

1-4-1 FONCTION DE TRANSFERT EN VITESSE DU MOTEUR CHARGÉ.

Reprenons l'équation (1-10) :
$$\Omega_m(p) = \frac{K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{[K_t K_e + (J_e p + f)(R + Lp)]}$$

Le dénominateur est un polynôme du second degré que nous allons mettre sous sa forme canonique. (1-10) devient :

$$\Omega_m(p) = \frac{K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{[K_t K_e + (J_e p + f)(R + Lp)]} = \frac{\frac{K_t U(p) - (R + Lp)C_r(p)}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{(RJ_e + Lf)}{(K_t K_e + Rf)} p + \frac{LJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p^2\right]}$$

Que l'on peut également écrire : (1-11)

$$\Omega_m(p) = \left[\frac{K_t}{(K_t K_e + Rf)} \right] U(p) - \left[\frac{(R + Lp)}{(K_t K_e + Rf)} \right] C_r(p) \cdot \left[\frac{1}{1 + \frac{(RJ_e + Lf)}{(K_t K_e + Rf)} p + \frac{LJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p^2} \right]$$

Il s'agit d'un transfert du second ordre en $U(p)$ et en $C_r(p)$

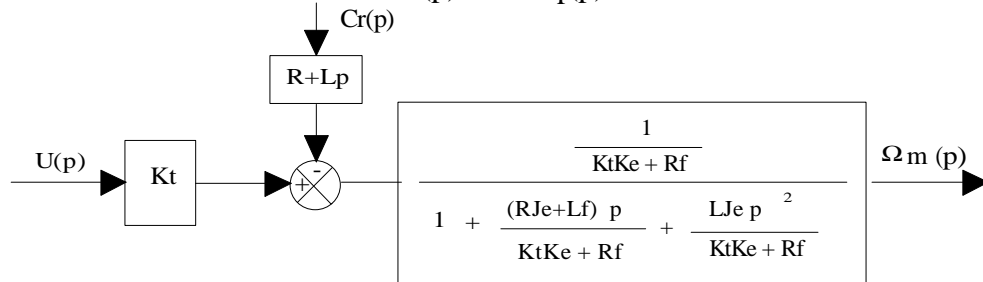


Fig.1-7: Modèle du second ordre du moteur CC.

En l'absence de perturbation $C_r(p) = 0$, la fonction de transfert est du second ordre de la forme :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + R_f)}}{\left[1 + \frac{(R J_e + L f)}{(K_t K_e + R_f)} p + \frac{L J_e}{(K_t K_e + R_f)} p^2 \right]} = \frac{K_m}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad (1-12)$$

avec: $K_m = \frac{K_t}{K_t K_e + R_f}$ $\omega_n = \sqrt{\frac{K_t K_e + R_f}{L J_e}}$ $z = \frac{R J_e + L f}{2 \sqrt{L J_e (K_t K_e + R_f)}}$

1-4-2 CAS DU MOTEUR CHARGE SANS FROTTEMENTS VISQUEUX.

Dans le cas où l'on peut négliger les frottements visqueux, $f = 0$. (1-11) s'écrit maintenant :

$$\Omega_m(p) = \left[\frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R J_e}{K_t K_e} p + \frac{L J_e}{K_t K_e} p^2} \right] U(p) - \left[\frac{\frac{K_t K_e}{(R + L p)}}{1 + \frac{R J_e}{K_t K_e} p + \frac{L J_e}{K_t K_e} p^2} \right] C_r(p) \quad (1-13)$$

En l'absence de perturbation $C_r(p) = 0$, la fonction de transfert est :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{R J_e}{K_t K_e} p + \frac{L J_e}{K_t K_e} p^2 \right]} U(p) \quad (1-14)$$

second ordre avec : $K_m = \frac{1}{K_e}$ $\omega_n = \sqrt{\frac{K_t K_e}{L J_e}}$ $z = \frac{R J_e}{2 \sqrt{L J_e K_t K_e}}$

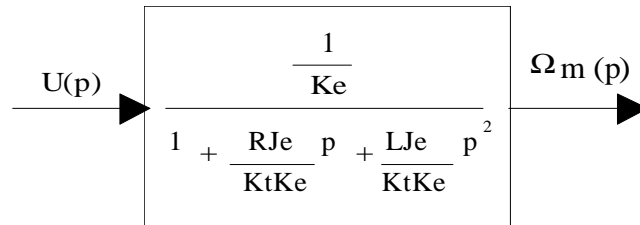


Fig.1-8: Modèle du second ordre du moteur CC sans frottements visqueux et sans perturbations.



Nous avons déjà observé que, exprimées en unités SI, les constantes K_e et K_t sont égales. Certains auteurs posent $K_e = K_t = K_m$. Il faut faire attention au fait que, avec cette notation, la constante K_m n'est plus le gain statique du moteur, mais bien son inverse. Cette confusion est très courante : elle est due à la formulation de la fonction de transfert suivant l'équation (1-14) dont le numérateur est égal à K_t mais dont le dénominateur n'est pas sous sa forme standard. On peut vérifier que, le moteur étant dans notre cas une machine à transformer une tension en vitesse, son gain statique s'exprime en $\text{rad.s}^{-1}/\text{Volt}$ alors que la constante K_e s'exprime en $\text{V}/\text{rad.s}^{-1}$. Nous poserons par la suite : Gain statique du moteur = $K_m = 1/K_e = 1/K_t$

1-5. MODÈLE DU PREMIER ORDRE.

La modélisation du premier ordre d'un moteur à courant continu repose sur l'hypothèse que l'inductance de l'induit L est négligeable. ATTENTION: ce modèle n'est pas toujours licite et entraîne souvent une FTBO d'ordre inférieur ou égal à 2 qui ne rend pas compte de l'instabilité éventuelle (pour un système bouclé réel, l'augmentation du gain conduit systématiquement à l'instabilité).

Le modèle du premier ordre est très intéressant pour les raisons suivantes :

- * Les comportements temporel et fréquentiel de nombreux moteurs C.C. peuvent être décrits d'une manière satisfaisante par cette modélisation simplifiée. Dans les autres cas, ce modèle fournit des indications suffisantes pour un avant-projet.

- * Les calculs sont simplifiés.

- * Les performances sont aisément prévisibles.

1-5-1 TRANSFERT EN VITESSE DU MOTEUR CHARGE.

L'équation (1-10) devient :

$$\Omega_m(p) = \frac{K_t}{[K_t K_e + R(J_e p + f)]} U(p) - \frac{R}{[K_t K_e + R(J_e p + f)]} C_r(p) \quad (1-15)$$

et l'équation (1-15) devient :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p\right]} U(p) - \frac{\frac{R}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p\right]} C_r(p) \quad (1-16)$$

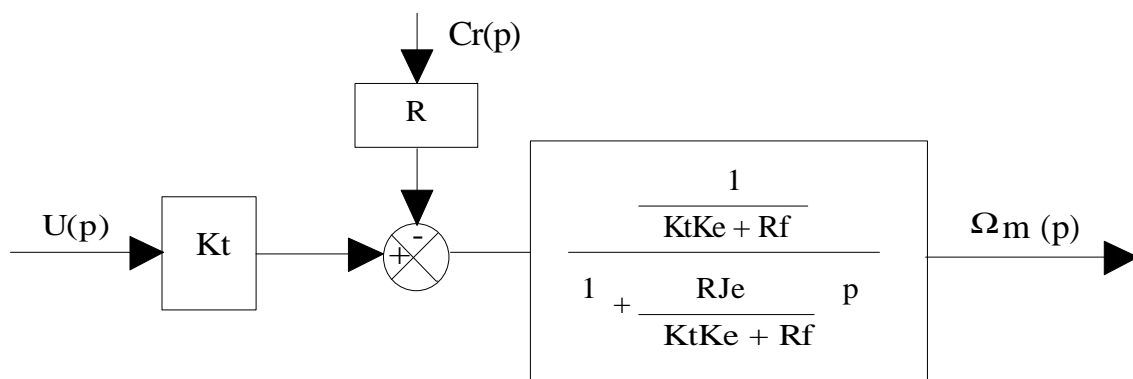


Fig.1-9: Modèle du premier ordre du moteur CC.

Si l'on néglige le couple résistant C_r , la fonction de transfert s'écrit :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p\right]} = \frac{K_m}{1 + T_m p} \quad (1-17)$$

La constante T_m est appelée constante de temps mécanique et exprimée en secondes. Le gain K_m est le gain statique du moteur qui est évidemment identique à celui du modèle du second ordre.

on peut vérifier que :

- * Le temps de réponse à 5% de ce système du premier ordre est égal à $3T_m$:
- * Le moteur chargé possède un temps de réponse plus élevé que le moteur à vide car dans ce cas J_m est inférieur à J_e .
- * Le gain statique, et donc la vitesse du moteur pour une tension de commande donnée, diminue lorsque les frottements visqueux augmentent.
- * La bande passante du moteur est $BP = 1/T_m$ en rad/s.

1-5-2 CAS DU MOTEUR CHARGÉ SANS FROTTEMENTS VISQUEUX.

En négligeant les frottements visqueux, (1-16) s'écrit :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} U(p) - \frac{\frac{R}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} C_r(p) \quad (1-18)$$

En l'absence de couple résistant, l'écriture se simplifie encore :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} = \frac{K_m}{1 + T_m p} \quad (1-19)$$

REMARQUE : l'écriture précédente est celle que l'on rencontre le plus souvent pour sa simplicité.



Il faut prendre garde au fait que la constante de temps mécanique du moteur T_m est différente s'il est chargé ou non. C'est le terme inertiel qui varie : J_m pour le moteur seul et J_{eq} pour le moteur chargé. On vérifie que J_{eq} étant supérieure à J_m , la constante de temps du moteur chargé sera plus grande et son temps de réponse $T_r 5\% = 3T_m$ plus grand également.

1-6. MODÈLE DU SECOND ORDRE AVEC CONSTANCE DE TEMPS.

Ce modèle est utilisé principalement par les électriciens. Il consiste à définir :

- Une constante de temps électrique $T_e = \frac{L}{R}$ indépendante du chargement.
- Une constante de temps mécanique qui est celle du premier ordre correspondant au type de chargement.

pour le moteur à vide : $T_m = \frac{RJ_m}{K_e K_t + RK_d}$ En pratique, la constante de temps du moteur à vide est donnée par le constructeur : il est donc inutile de la recalculer.

pour le moteur chargé : $T_m = \frac{RJ_e}{K_e K_t + Rf}$ ou $T_m = \frac{RJ_e}{K_e K_t}$ en négligeant les frottements visqueux.

Mettons-nous dans le cas usuel du moteur chargé en négligeant le couple de frottement visqueux. Le transfert du moteur s'écrit suivant (1-13) ou (1-14), le dénominateur étant égal à :

$$D(p) = \left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2 \right] \quad z = \frac{RJ_e}{2\sqrt{LJ_e K_t K_e}} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_t K_e}{LJ_e}}$$

En remarquant que les coefficients du polynôme en p s'écrivent de manière simple en fonction de T_m et de T_e : $\frac{RJ_e}{K_e K_t} = T_m$ et $\frac{LJ_e}{K_e K_t} = T_e T_m$ On peut réécrire $D(p)$ de la manière suivante:

$$D(p) = [1 + T_m p + T_e T_m p^2] \quad z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_e}} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_e T_m}}$$

Dans de nombreux cas de figure, la constante de temps électrique est petite devant la constante de temps mécanique de sorte que l'on peut poser: $T_m \approx T_e + T_m$. Le dénominateur s'écrit alors:

$$D(p) \approx [1 + (T_e + T_m)p + T_e T_m p^2] = (1 + T_m p)(1 + T_e p)$$

et le transfert du moteur devient:

$$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} U(p) - \frac{RK_m^2(1 + T_e p)}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} C_r(p) \quad (1-20)$$

$$\text{ou: } \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} \quad \text{dans le cas } C_r = 0 \quad \text{avec: } K_m = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_t} \quad (1-21)$$

Cette notation permet l'expression rapide de la fonction de transfert du moteur à partir de sa documentation technique qui fournit T_e par la division L/R et K_m par la division $1/K_e$. T_m doit être calculée par ailleurs, en prenant en compte l'inertie globale du moteur et du mécanisme entraîné.

D'autre part, si l'on néglige L , T_e est nulle et l'on retrouve un premier ordre de constante de temps T_m qui est bien celle des expressions (1-25) et (1-30).



D'une manière rigoureuse, cette écriture est valide si le facteur d'amortissement z est supérieur ou égal à 1. Dans le cas contraire ($z < 1$), la décomposition de $D(p)$ en éléments simples donne des racines complexes. En reprenant l'expression de $z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_e}}$, on en déduit qu'il faut satisfaire la condition $T_e < 4 T_m$. Cette condition, suffisante pour autoriser la factorisation dans les Réels, ne l'est pas pour poser $T_m \approx T_e + T_m$. En pratique, on se donnera comme critère que le rapport entre les deux constantes de temps doit être d'au moins un ordre de grandeur : $T_e < 0.1 T_m$

1-7. TRANSFERTS EN POSITION.

Les transferts en position s'obtiennent directement à partir des transferts en vitesse par intégration, ce qui correspond à une division par p en notation de Laplace. L'ordre de la fonction de transfert augmente d'une unité: par exemple, l'expression (1-22) en vitesse devient en position:

$$\frac{\Theta(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + R_f)}}{p \left[1 + \frac{R J_e}{(K_t K_e + R_f)} p \right]} = \frac{K_m}{p(1 + T_m p)} \quad (1-22)$$

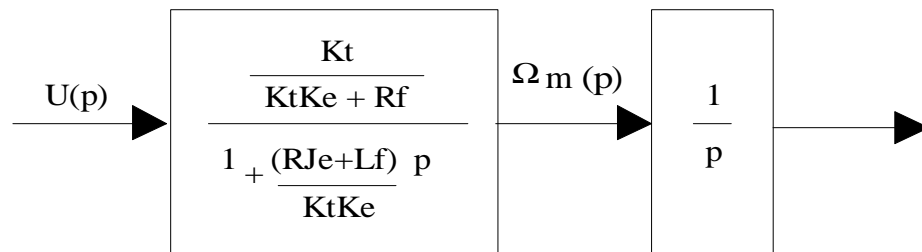


Fig.1-10: Modèle en position du moteur CC sans perturbation.

1-8. TABLEAUX DES TRANSFERTS EN VITESSE.

Les tableaux de la page suivante récapitulent les différentes formes des relations de transfert en vitesse du moteur à courant continu, suivant les hypothèses retenues.

FORME	MODÈLES DU SECOND ORDRE
non canonique complète	$\Omega_m(p) = \frac{K_t}{[K_t K_e + (R + Lp)(J_e p + f)]} U(p) - \frac{R}{[K_t K_e + (R + Lp)(J_e p + f)]} C_r(p)$
Canonique complète	$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{(RJ_e + Lf)}{(K_t K_e + Rf)} p + \frac{LJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p^2\right]} U(p) - \frac{\frac{(R + Lp)}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{(RJ_e + Lf)}{(K_t K_e + Rf)} p + \frac{LJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p^2\right]} C_r(p)$
Canonique sans frottements	$\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2\right]} U(p) - \frac{\frac{(R + Lp)}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2\right]} C_r(p)$
Canonique sans couple résistant et sans frottements	$\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2\right]} U(p)$

FORME	MODÈLES DU PREMIER ORDRE
Non canonique	$\Omega_m(p) = \frac{K_t}{[K_t K_e + R(J_e p + f)]} U(p) - \frac{R}{[K_t K_e + R(J_e p + f)]} C_r(p)$
Canonique	$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p\right]} U(p) - \frac{\frac{R}{(K_t K_e + Rf)}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{(K_t K_e + Rf)} p\right]} C_r(p)$
Canonique sans frottements	$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} U(p) - \frac{\frac{R}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} C_r(p)$
Canonique sans couple résistant sans frottements	$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{K_t K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p\right]} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$

FORME	MODÈLES AVEC CONSTANTES DE TEMPS
Complète	$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} U(p) - \frac{RK_m^2(1 + T_e p)}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} C_r(p)$
Sans couple résistant	$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$
Sans couple résistant et $L = 0$	$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m p)}$

Chapitre 2

LE MOTEUR A COURANT CONTINU.

2: Performances.

2-1. PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT DISCOÏDAL (1kW).

Prenons pour exemple le moteur à courant continu PARVEX de type AXEM : Il s'agit d'un moteur à entrefer plan avec un bobinage lamellaire (rotor) et à inducteur constitué d'aimants fondus ALNICO (stator). Le fait que le rotor possède une forme de disque confère à ce type de moteur une inertie très faible, inférieure à celle d'un moteur à induit bobiné de puissance équivalente, et donc des caractéristiques dynamiques élevées. De plus, cela permet d'obtenir une forme aplatie et un encombrement axial faible. Pour ces deux raisons, ces moteurs sont principalement destinés à la motorisation d'axes de robots et ce, depuis plus de 25 ans. Sans faire preuve d'un chauvinisme exacerbé, on citera le fait que le moteur à induit discoïdal est une invention française, due à M. Henry Baudot, conçue au départ pour équiper des périphériques d'ordinateurs. La licence a été rachetée par CEM PARVEX, entreprise qui, depuis, est entrée dans le giron de GEC ALSTHOM.

Sur la photo Fig 2-1, on distingue très nettement le rotor discoïdal ainsi que les aimants permanents fixés sur la carcasse.

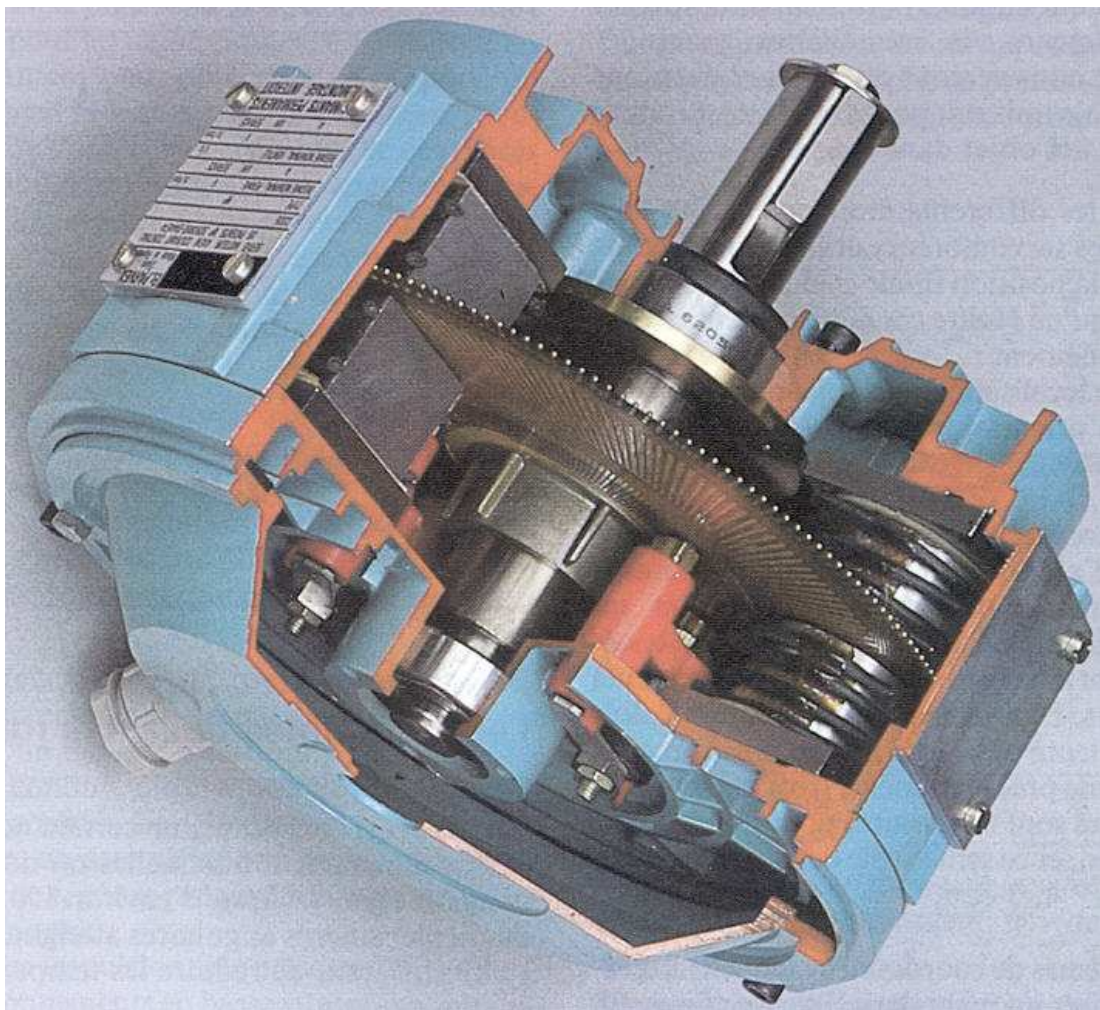


Fig. 2-1: Moteur AXEM MC19 S (Document GEC ALSTHOM)

Les caractéristiques générales de ces moteurs sont fournies par le constructeur dans le tableau ci-dessous.

Type de servomoteur	Couple nominal	Vitesse nominale	Courant nominal	Tension nominale	Puissance utile nominale	Couple impulsionnel maximum (1)	Vitesse maximale à couple nul	Résistance aux bornes à 25°C	Couple par ampère	F.E.M. par ktr/min	Self induction du rotor	Moment d'inertie du rotor	Constante de temps mécanique	Masse
Motor Type	Rated torque	Rated speed	Rated current	Rated voltage	Rated power output	Maximum impulse torque (1)	Maximum speed at zero torque	Terminal resistance at 25°C	Torque per ampere	E.M.F. per 1000 r.p.m.	Rotor inductance	Rotor moment of inertia	Mechanical time constant	Weight
Symbole	C _n	N _n	I _n	U _n	P _n	C _{imp}	N _{max}	R	K _T	K _E	L	J	τ	
Unité	N.m	tr/min r.p.m.	A	V	W	N.m	tr/min r.p.m.	Ω	Ncm/A	ktr/min k r.p.m.	μ H	kg.cm ²	ms	kg
F 9 M 4 R	0,14	4800	6,4	22	70	1,15	9000	1,1	2,96	3,1	< 100	0,35	39,6	1,1
F 9 M 2	0,282	3000	11	14	88	1,73	8500	0,43	2,96	3,1	< 25	0,29	13,2	2,3
F 9 M 4	0,346	3000	6,7	26	108	3,45	8000	1,1	5,92	6,2	< 100	0,35	10,2	2,3
F 9 M 4 H	0,537	3000	6,5	35	168	4,9	8000	1,1	8,8	9,2	< 100	0,34	4,5	2,8
F 12 M 4 R	0,42	4800	8	37	210	2,9	9000	0,93	5,9	6,2	< 100	1,5	37,6	2,9
F 12 M 2	0,61	3000	11,7	24	190	4,3	6000	0,47	5,73	6	< 25	1,05	14	3,85
F 12 M 4	0,77	3000	7,7	43	240	8,6	5000	0,93	11,46	12	< 100	1,5	10	3,85
F 12 M 4 H	1,1	3000	7,2	61	345	13	5000	0,93	17,2	18	< 100	1,6	4,7	5
MD 11 HS	0,73	3000	7,7	41	230	3,5	5000	1,2	10	10,5	< 50	1,1	13,1	3,4
MD 13 S	1,27	3000	7,9	64	390	8,5	6000	1,5	16,7	17,5	< 80	2,35	12,6	5,25
MD 15 HS	1,9	3000	8,25	88	600	9	4000	1,25	24,8	26	< 80	4,23	8,2	6,5
MD 17 CS	2,7	3000	10	100	850	13	4000	1	28,6	30	< 100	8,15	10	7,5
MD 17 HS	3,18	3000	10	116	1000	15,5	4000	1	33,6	35,2	< 100	8,15	7,2	6,5
MC 13 S	1,27	3000	8	65	400	8,5	6000	1,5	16,7	17,5	< 80	2,35	12	4
MC 17 H	1,9	3000	7,3	105	600	14	5000	1,8	28,6	30	< 200	7,9	17,2	6,5
MC 17 B	1,2	3200	24	24	400	12	3900	0,175	5,75	6	< 100	7,9	40	6,5
MC 19 P	3,2	3000	14,4	83	1000	24,4	5000	0,46	24,4	25,5	< 100	10	7,4	9,7
MC 19 P Ventilated*	5,1	3000	22,2	87	1600	24,4	5000	0,46	24,4	25,5	< 100	10	7,4	9,7
MC 19 S	3,2	3000	7,2	164	1000	24,4	5000	1,6	48,8	51	< 400	10	6,5	9,7
MC 19 S Ventilated*	5,1	3000	11,1	171	1600	24,4	5000	1,6	48,8	51	< 400	10	6,5	9,7
MC 19 B	3,2	3000	51,5	24	1000	24,4	5500	0,05	6,7	7	< 3	10	11	9,7
MC 23 S	7	3000	14,8	172	2200	50	5000	0,9	50,6	53	< 250	23	8	17
MC 23 S Ventilated*	10,5	3000	21,8	178	3300	50	5000	0,9	50,6	53	< 250	23	8	17
MC 24 P	9,6	3000	25	140	3000	84	4000	0,285	41,5	43,5	< 100	32	5,1	23
MC 24 P Ventilated*	16	3000	40	145	5000	84	4000	0,285	41,5	43,5	< 100	32	5,1	23
MC 27	14,32	3000	32,8	150	4500	115	4300	0,18	46,1	48,3	< 100	74	6	35
MC 27 Ventilated*	22,9	3000	52	154	7200	115	4300	0,18	46,1	48,3	< 100	74	6	35
MC 26 D Ventilated**	28,5	3000	37,5	272	9000	162	4000	0,5	80,2	85	< 200	73	5,5	58

Fig.2-2 Caractéristiques générales des moteurs AXEM (document GEC ALSTHOM).

2-1-1 Caractéristiques du moteur AXEM MC19 S.

Extrayons du tableau précédent les valeurs des caractéristiques du moteur MC19 S et regroupons les dans le tableau Fig.2-2 (les caractéristiques signalées par un astérisque sont rajoutées).

Caractéristique	Symbole	Unité constructeur	Valeur	Unité SI	Valeur en unités SI
Couple nominal	Cn	N.m	3.2	-	-
Vitesse nominale	Nn	tr/min	3000	Rad/s	314
Tension nominale	Un	V	164	-	-
Courant nominal	In	A	7.2		
Puissance nominale	Pn	W	1000	-	-
Couple impulsionnel maximum	Cimp	N.m	24.4	-	-
Courant en rotation lente	CrI	A	8.5	-	-
Vitesse maximale à couple nul	Nmax	tr/min	5000	Rad/s	523.6
Résistance induit (à 25°)	R	Ω	1.6	-	-
Couple par ampère (à 25°)	K _t	Ncm/A	48.8	Nm/A	0.488
F.E.M. par ktr/min (à 25°)	K _e	V/1000tr/mn	51	V/rad/s	0.488
Inductance	L	μ H	400	H	4 10 ⁻⁴
Inertie	J	kgcm ²	10	kgm ²	10 ⁻³
Constante de temps mécanique	T _m	ms	6.5	s	6.5 10 ⁻³
Constante de temps thermique *	T _{dc}	s	64	-	-
Constante de couple visqueux *	Kd	N.cm/ktr/mn	8	N.m/rad/s	7.64 10 ⁻⁴
Couple de frottement sec *	Tf	N.cm	10	N.m	0.1
Masse	M	kg	9.7	-	-

Fig.2-2 Caractéristiques du moteur AXEM MC19 S.



Les constructeurs fournissent les valeurs des caractéristiques dans des unités qui ne sont pas toujours les unités SI. Il est impératif de convertir en unités SI les grandeurs sur lesquelles on désire effectuer des calculs pour pouvoir utiliser les lois de la physique. la conversion a été effectuée lorsque c'était nécessaire dans les deux dernières colonnes du tableau Fig 2-1

D'une manière théorique, la vitesse d'un moteur à courant continu n'est pas limitée. D'une manière pratique, certains phénomènes vont limiter malgré tout la vitesse du moteur:

- * effets vibratoires et centrifuges à haute vitesse.
- * usure rapide et effet d'étincelle sur les balais.
- * augmentation trop importante de la température à fort couple (intensité de courant importante)

Les constructeurs définissent donc de manière expérimentale les limites d'échauffement pour chaque moteur. Ces limites forment une courbe dans le plan Couple/Vitesse, qui est la frontière de la zone de fonctionnement permanent (zone grisée sur la Fig.2-2).

Le couple nominal est défini comme étant le couple permanent (ou en valeur moyenne) maximum disponible à la vitesse nominale, sans dépasser la limite d'échauffement du moteur. $C_n = 3.2 \text{ N.m}$

La puissance nominale est le produit de la vitesse nominale par le couple nominal. On vérifie que: $P_n = C_n \Omega_n = 3.2 \times 314 = 1004 \text{ W} \approx 1000 \text{ W}$

Le courant nominal est le courant consommé par le moteur pour fournir le couple nominal à la vitesse nominale: c'est le courant limite d'échauffement. Le couple moteur est relié au courant d'induit par la relation $C_m = K_t I$. En prenant les valeurs données par le constructeur, on trouve: $C_m = 0.488 \times 7.2 = 3.51 \text{ N.m}$ Ce couple est supérieur au couple nominal annoncé ce qui est dû aux pertes par frottement visqueux et par frottement sec. Le couple de pertes par frottement visqueux à la vitesse nominale est égal à $K_d \Omega_n = 7.64 \cdot 10^{-4} \times 314 = 0.24 \text{ N.m}$ Le couple de pertes par frottement sec est constant, $T_f = 0.1 \text{ N.m}$ Finalement le couple utile est égal au couple moteur diminué des deux couples de pertes (frottement sec et visqueux): Dans le cas du couple nominal, on a : $C_n = C_m - K_d \Omega_n - T_f = 3.51 - 0.24 - 0.1 = 3.17 \text{ N.m}$ proche de la valeur annoncée.

La tension nominale est la tension d'induit telle que le moteur tourne à la vitesse nominale pour le couple nominal. $U_n = 164 \text{ V}$ En régime permanent (vitesse constante et couple constant), les dérivées de la vitesse et du couple s'annulent. En utilisant les relations (1-1) à (1-3) du § 1-2-5:

$$(1-3) \Rightarrow C_n = K_t I_n \quad \text{avec } I_n \text{ constant}$$

$$(1-1) \Rightarrow U_n = R I_n + E \Leftrightarrow E = U_n - R I_n$$

$$(1-2) \Rightarrow \Omega_n = \frac{E}{K_e} \quad \text{et finalement: } \Omega_n = \frac{E}{K_e} = \frac{U_n - R I_n}{K_e}$$

On peut vérifier dans notre cas que: $\Omega_n = \frac{U_n - R I_n}{K_e} = \frac{164 - 1.6 \times 7.2}{0.488} = 312 \text{ rad/s}$ proche de la valeur annoncée.

Le couple impulsif maximal est le couple maximal que peut fournir le moteur d'une manière transitoire. Ce couple est en général très supérieur au couple nominal et il permet, par exemple, d'obtenir une accélération importante au démarrage. $C_{imp} = 24.4 \text{ N.m} \gg C_n$

Le courant en rotation lente est le courant maximal que peut supporter le moteur en régime permanent à basse vitesse. $I_{rl} = 8.5 \text{ A}$. On en déduit le couple en rotation lente en négligeant les frottements visqueux: $C_{rl} = K_t I_{rl} - T_f = 0.488 \times 8.5 - 0.1 = 4.05 \text{ N.m}$

L'inductance est très faible de par l'absence de fer dans le rotor. Nous verrons par la suite que ceci entraîne une constante de temps électrique négligeable et donc un comportement du premier ordre pour ce type de moteur.

La constante de temps thermique: Il s'agit ici de la constante de temps thermique du rotor dont la valeur est proche de 2 minutes. On considère généralement que le comportement de montée en température du moteur (carcasse ou disque) est celui d'un premier ordre. Le constructeur fournit la constante de temps thermique qui représente le temps nécessaire pour atteindre 63% de l'échauffement stabilisé, le moteur étant en régime permanent. Cette constante de temps donne une bonne idée de la capacité du moteur à résister à l'échauffement et donc aux surcharges. La température stabilisée est atteinte au bout de trois fois T_{dc} ce qui fait 6 minutes dans notre cas. Il est ainsi possible de vérifier par un modèle simple que le cycle de fonctionnement prévu est supportable par le moteur. Pour les cas délicats on fait appel au constructeur qui dispose de modèles informatiques du comportement thermique du moteur.

REMARQUE: L'utilisation d'un moteur au delà de sa zone de fonctionnement permanente est systématique en commande d'axe: cela permet d'obtenir des accélérations très élevées pendant un temps court mais suffisant dans la plupart des applications.

2-1-2 Courbe caractéristique.

Elle est représentée dans le plan Couple/Vitesse qui est équivalent au plan Courant/tension dans le cas du moteur à courant continu à aimants permanents.



La courbe caractéristique des moteurs à courant continu est inversée par rapport à celle des autres actionneurs tels que les moteurs asynchrones, pas à pas, auto synchrones ou hydrauliques pour lesquels on représente la vitesse en abscisse et le couple en ordonnée. Il s'agit d'un usage consacré et non d'une erreur. Toutefois, certains constructeurs présentent des caractéristiques non inversées dans leurs documentations techniques les plus récentes: c'est justement le cas de GEC ALSTHOM pour les moteurs AXEM à partir de 1995.

Le constructeur a défini expérimentalement la zone de fonctionnement permanent (zone grisée sur la courbe Fig 2-2) et une zone de fonctionnement intermittent (non fournie ici). Dans le cas des moteurs AXEM, le point de fonctionnement nominal est le point pour lequel la puissance développée par le moteur en régime permanent est maximale. Nous savons que, dans le plan Couple/Vitesse, une puissance donnée est représentée par une hyperbole. Le point de fonctionnement nominal sera donc le point de tangence entre le domaine permanent et l'hyperbole de puissance maximale $\Omega = \frac{P_n}{C}$ qui définira la puissance nominale. Dans notre exemple le point de

fonctionnement nominal est F_n par lequel passe l'hyperbole: $\Omega = \frac{P_n}{C} = \frac{1000}{C}$. On lit en abscisse et en ordonnée la vitesse nominale N_n et le couple nominal C_n . On constate que, pour ce type de moteur, le couple nominal est disponible en régime permanent quelle que soit la vitesse, tant que cette dernière est inférieure à la vitesse nominale. Inversement, à haute vitesse, le couple disponible sur l'arbre moteur est faible.

Pour une tension de commande donnée, la vitesse atteinte par le moteur en régime permanent dépend du couple à fournir. On peut, par exemple, le montrer en partant du transfert (1-17) avec frottements visqueux négligés pour simplifier les calculs. Le système est soumis à une entrée constante U_0 et à une perturbation constante C_{r0} de transformées de Laplace respectivement:

$\frac{U_0}{p}$ et $\frac{C_{r0}}{p}$ Le transfert (1-17) devient :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{p \left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2 \right]} U_0 - \frac{\frac{(R + Lp)}{K_t K_e}}{p \left[1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2 \right]} C_{r0}$$

La réponse temporelle est donnée par transformation inverse de Laplace (voir tableau 2 § 5-3-4 dans "Outils mathématiques"). Seule la partie en régime permanent $\Omega_m(t) = \Omega_o$ nous intéresse, donc seuls les gains statiques sont à prendre en compte, le terme différentiel en L s'annulant. Finalement, la vitesse en régime permanent est définie par la relation suivante:

$$\Omega_o = \frac{1}{K_e} U_o - \frac{R}{K_t K_e} C_{r0}$$

Pour une tension de commande constante U_o , la vitesse de rotation du moteur en régime permanent varie linéairement avec le couple résistant suivant une droite de pente négative.



On rappelle que ces diverses courbes représentent le comportement du moteur en régime permanent et non en régime transitoire. Si le couple résistant varie brusquement pour une tension de commande donnée et une vitesse de rotation stabilisée, la vitesse va évoluer suivant les lois de la dynamique jusqu'à une autre valeur. Ce qui est linéaire est la loi décrivant la valeur de la vitesse stabilisée par rapport au couple résistant (supposé constant) et non la loi décrivant l'évolution de la vitesse de sa valeur d'origine à la nouvelle.

Le comportement du moteur en vitesse peut donc se représenter par un faisceau de droites parallèles, chacune correspondant à une tension de commande d'induit. Deux d'entre elles sont tracées sur la courbe caractéristique Fig 2-3 dont l'une correspondant à la tension nominale. On remarque que l'application à l'induit de la tension nominale à couple résistant nul entraîne le moteur à une vitesse d'environ $\Omega_o = \frac{1}{K_e} U_o = \frac{1}{0.488} \times 164 = 336 \text{ rad/s} = 3209 \text{ tr/mn}$ supérieure à la vitesse

nominale. On retrouve ici l'aspect perturbateur du couple résistant évoqué au § 1-3-1

.

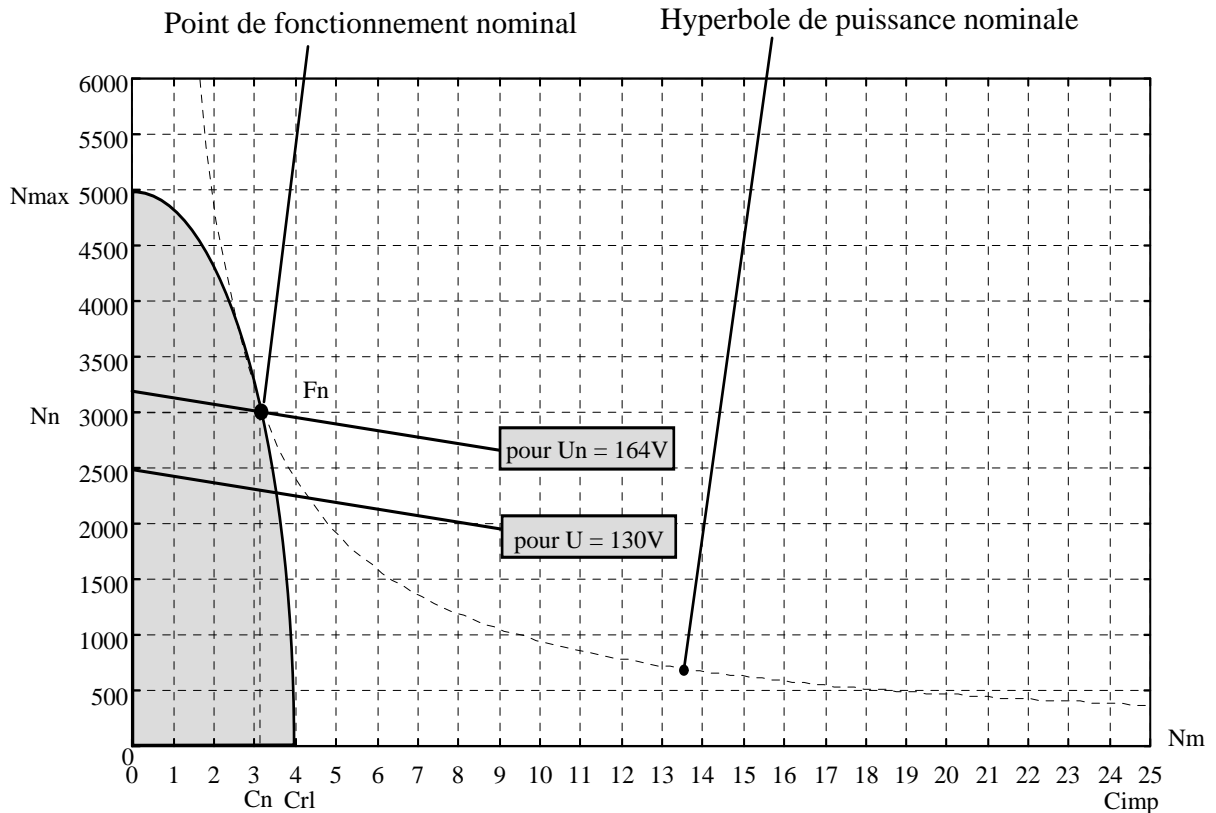


Fig.2-3: Courbe caractéristique du moteur AXEM MC19 S (avant 1995).

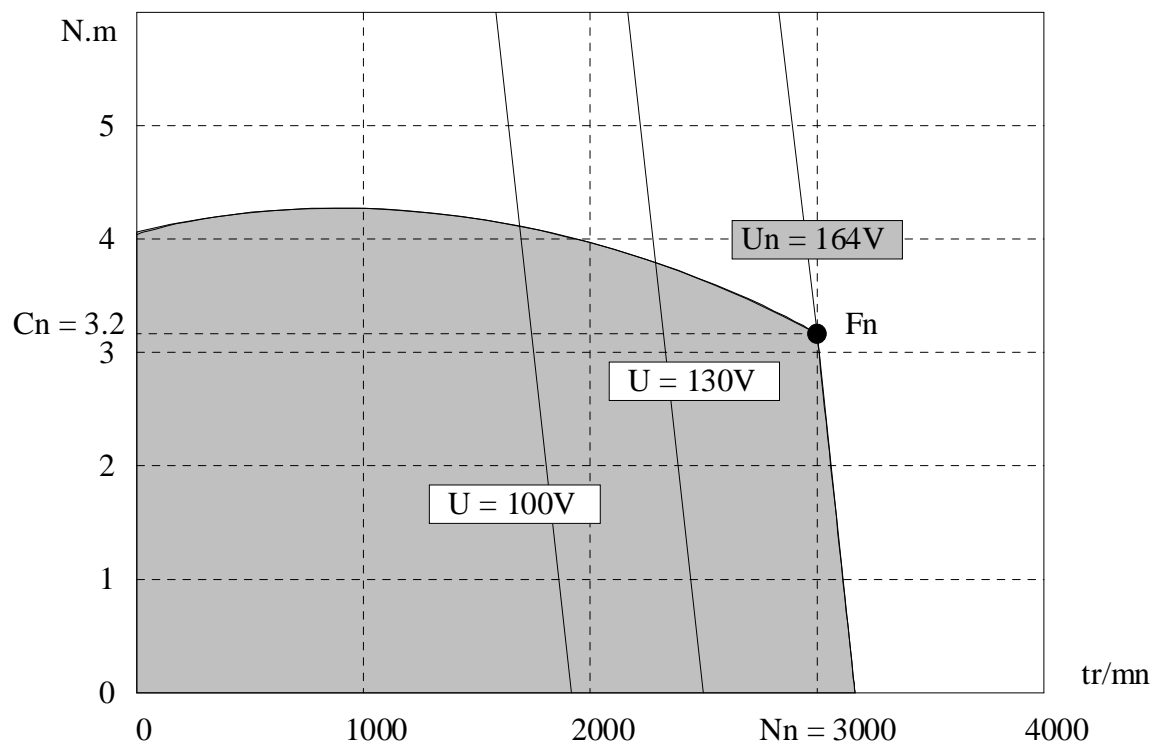


Fig.2-4: Courbe caractéristique du moteur AXEM MC19 S (actuellement).

La seconde courbe caractéristique (Fig.2-4) est quantitativement identique à la première mais la zone correspondant à un pilotage à une tension supérieure à la tension nominale a été tronquée. La disponibilité du couple nominal à toutes les vitesses est bien mise en évidence.

2-1-3 étude de la fonction de transfert du second ordre dans le cas du moteur à vide.

Reprenons l'expression la plus générale dans ce cas, qui est le transfert du second ordre (1-19):

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + R K_d)}}{\left[1 + \frac{(R J_m + L K_d)}{(K_t K_e + R K_d)} p + \frac{L J_m}{(K_t K_e + R K_d)} p^2\right]} U(p) - \frac{\frac{(R + L p) T_f}{(K_t K_e + R K_d)}}{\left[p \left[1 + \frac{(R J_m + L K_d)}{(K_t K_e + R K_d)} p + \frac{L J_m}{(K_t K_e + R K_d)} p^2\right]\right]}$$

Il suffit maintenant de remplacer les coefficients par leurs valeurs et l'on obtient:

$$\begin{aligned} \Omega_m(p) &= \frac{\frac{0.488}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})}}{\left[1 + \frac{(1.6 \times 0.001 + 410^{-4} \times 7.6410^{-4})}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})} p + \frac{410^{-4} \times 0.001}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})} p^2\right]} U(p) \\ &\quad - \frac{\frac{(1.6 + 410^{-4} p) \times 0.1}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})}}{\left[p \left[1 + \frac{(1.6 \times 0.001 + 410^{-4} \times 7.6410^{-4})}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})} p + \frac{410^{-4} \times 0.001}{(0.488^2 + 1.6 \times 7.6410^{-4})} p^2\right]\right]} \\ \Omega_m(p) &= \frac{2.038}{\left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p + 1.67 \cdot 10^{-6} p^2\right]} U(p) - \frac{0.668 + 1.671 \cdot 10^{-4} p}{p \left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p + 1.67 \cdot 10^{-6} p^2\right]} \quad (2-1) \end{aligned}$$

Dans le cas où l'on néglige les frottements visqueux, on obtient:

$$\begin{aligned} \Omega_m(p) &= \frac{\frac{1}{0.488}}{\left[1 + \frac{1.6 \times 0.001}{(0.488)^2} p + \frac{410^{-4} \times 0.001}{(0.488)^2} p^2\right]} U(p) - \frac{\frac{(1.6 + 410^{-4} p) \times 0.1}{(0.488)^2}}{\left[p \left[1 + \frac{1.6 \times 0.001}{(0.488)^2} p + \frac{410^{-4} \times 0.001}{(0.488)^2} p^2\right]\right]} \\ \Omega_m(p) &= \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p + 1.679 \cdot 10^{-6} p^2\right]} U(p) - \frac{0.671 + 1.679 \cdot 10^{-4} p}{p \left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p + 1.679 \cdot 10^{-6} p^2\right]} \quad (2-2) \end{aligned}$$

Dans le cas ou l'on néglige les frottements secs, on obtient:

$$\Omega_m(p) = \frac{2.038}{\left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p + 1.67 \cdot 10^{-6} p^2\right]} U(p) \quad (2-3)$$

Dans le cas ou l'on néglige les frottements secs et les frottements visqueux, on obtient:

$$\Omega_m(p) = \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p + 1.679 \cdot 10^{-6} p^2\right]} U(p) \quad (2-4)$$

En utilisant l'expression du transfert à partir des constantes de temps (voir § 1-6):

$$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} U(p) - \frac{RK_m^2(1 + T_e p)T_f}{p(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$$

$$\text{avec: } K_m = \frac{K_t}{(K_t K_e + RK_d)} = \frac{0.488}{(0.488)^2 + 1.6 \times 7.64 \cdot 10^{-4}} = 2.038 \text{ rad.s}^{-1} / \text{V}$$

$$T_m = \frac{RJ_m}{K_e K_t + RK_d} = \frac{1.6 \times 0.001}{(0.488)^2 + 1.6 \times 7.64 \cdot 10^{-4}} = 6.68 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T_e = \frac{L}{R} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1.6} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{2.038}{(1 + 6.68 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} U(p) - \frac{0.671 + 1.679 \cdot 10^{-4} p}{p(1 + 6.68 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} \quad (2-5)$$

En négligeant les frottements visqueux:

$$K_m = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{0.488} = 2.049 \text{ rad.s}^{-1} / \text{V} \quad \text{et} \quad T_m = \frac{RJ_m}{K_e K_t} = \frac{1.6 \times 0.001}{(0.488)^2} = 6.71 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{2.049}{(1 + 6.71 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} U(p) - \frac{0.671 + 1.679 \cdot 10^{-4} p}{p(1 + 6.71 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} \quad (2-6)$$

$$\text{En négligeant les frottements secs: } \Omega_m(p) = \frac{2.038}{(1 + 6.68 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} U(p) \quad (2-7)$$

$$\text{En négligeant les deux: } \Omega_m(p) = \frac{2.049}{(1 + 6.71 \cdot 10^{-3} p)(1 + 2.5 \cdot 10^{-4} p)} U(p) \quad (2-8)$$

Bilan: en négligeant le couple de frottement sec, on obtient des fonctions de transfert du second ordre dont on peut déterminer les coefficients de la forme standard: $\frac{K_m}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$

Pour une FT de la forme: $\frac{K}{1 + ap + bp^2}$ $K_m = K$ $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{b}}$ $z = \frac{a}{2\sqrt{b}}$

Pour une FT de la forme: $\frac{K}{(1 + T_m p + T_e T_m p^2)}$ $K_m = K$ $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_e T_m}}$ $z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_e}}$

Après calcul, on obtient les valeurs suivantes:

		Second ordre avec frottements visqueux	Second ordre sans frottements visqueux	Constantes de temps avec frottement visqueux:	Constantes de temps sans frottement visqueux:
K_m	rad.s ⁻¹ / V	2.038	2.049	2.038	2.049
ω_n	rad / s	773.8	771	773.8	772.1
z	-	2.586	2.59	2.58	2.59

Comme on peut immédiatement le constater, le calcul effectué en négligeant les frottements visqueux donne un résultat proche du calcul complet. D'autre part l'expression à partir des constantes de temps donne un résultat satisfaisant. Ceci est dû au fait que la constante de temps

électrique $T_e = \frac{L}{R} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1.6} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ est petite devant la constante de temps mécanique

$T_m = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

hypothèse nécessaire et suffisante à l'utilisation de ce modèle.

2-1-4 étude de la fonction de transfert du premier ordre dans le cas du moteur à vide.

Il est possible de choisir des hypothèses encore plus restrictives en posant que l'inductance L est négligeable, ce qui entraîne que la constante de temps électrique est nulle. Comme nous allons le voir, cette hypothèse donne des résultats acceptables dans la plupart des cas et elle conduit à des calculs plus simples.

L'expression la plus générale (1-19) devient:

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + RK_d)}}{\left[1 + \frac{(RJ_m)}{(K_t K_e + RK_d)} p\right]} U(p) - \frac{\frac{RT_f}{(K_t K_e + RK_d)}}{p \left[1 + \frac{(RJ_m)}{(K_t K_e + RK_d)} p\right]}$$

$$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{2.038}{\left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p\right]} U(p) - \frac{0.668}{p \left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p\right]} \quad (2-9)$$

En négligeant les frottements visqueux: $\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_m}{K_t K_e} p\right]} U(p) - \frac{\frac{RT_f}{K_t K_e}}{p \left[1 + \frac{RJ_m}{K_t K_e} p\right]}$

$$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p\right]} U(p) - \frac{0.671}{p \left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p\right]} \quad (2-10)$$

En négligeant le couple de frottement sec:

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(K_t K_e + RK_d)}}{\left[1 + \frac{(RJ_m)}{(K_t K_e + RK_d)} p\right]} U(p) = \frac{2.038}{\left[1 + 6.685 \cdot 10^{-3} p\right]} U(p) \quad (2-11)$$

En négligeant les deux: $\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_m}{K_t K_e} p\right]} U(p) = \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p\right]} U(p) \quad (2-12)$

La différence est faible entre les coefficients obtenus en tenant compte du frottement visqueux et ceux obtenus en le négligeant.

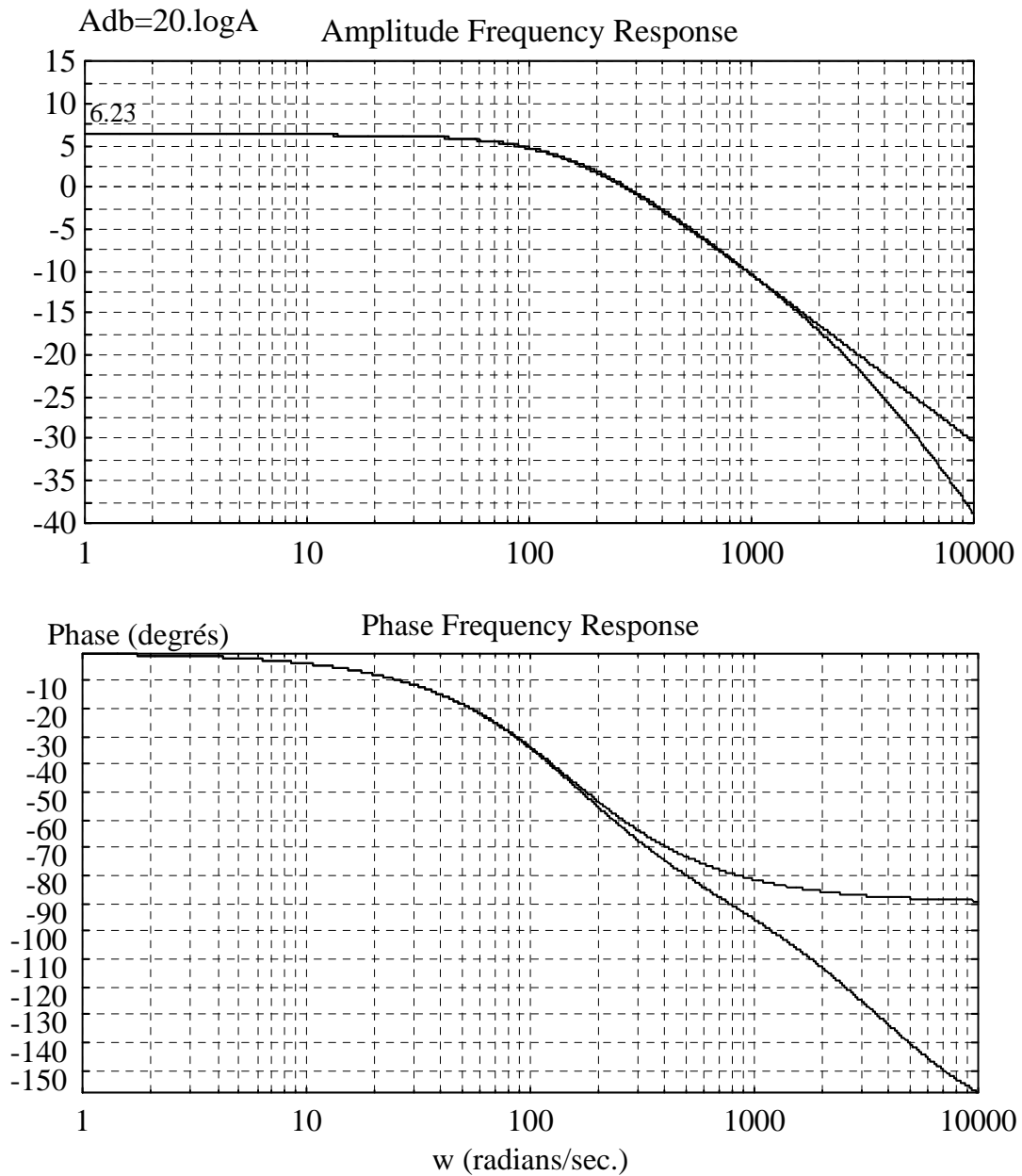
2-1-5 Tracé des fonctions de transfert du premier et du second ordre.

Nous nous limiterons au diagrammes de Bode et de Black pour les modèles du premier et du second ordre obtenu en négligeant les frottements secs et visqueux (équations (2-5) et (2-6)).

La Fonction de transfert du second ordre est : $\Omega_m(p) = \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p + 1.679 \cdot 10^{-6} p^2\right]} U(p)$

et celle du premier ordre: $\Omega_m(p) = \frac{2.049}{\left[1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p\right]} U(p)$

DIAGRAMME DE BODE:

Fig.2-5: Diagramme de Bode du moteur AXEM MC19 S (1^{er} et second ordre).

L'amplitude statique est égale à $K_{dB} = 20\log K = 20\log(2.049) = 6.23\text{dB}$. L'évolution de l'amplitude et de la phase est quasi identique dans les deux cas tant que la pulsation est inférieure à 500 rad/s pour des fréquences supérieures les diminutions d'amplitude et de phase sont plus rapides pour le modèle du second ordre (respectivement -40dB/décade et jusqu'à -180°) que pour le premier ordre (respectivement -20dB/décade et jusqu'à -90°)

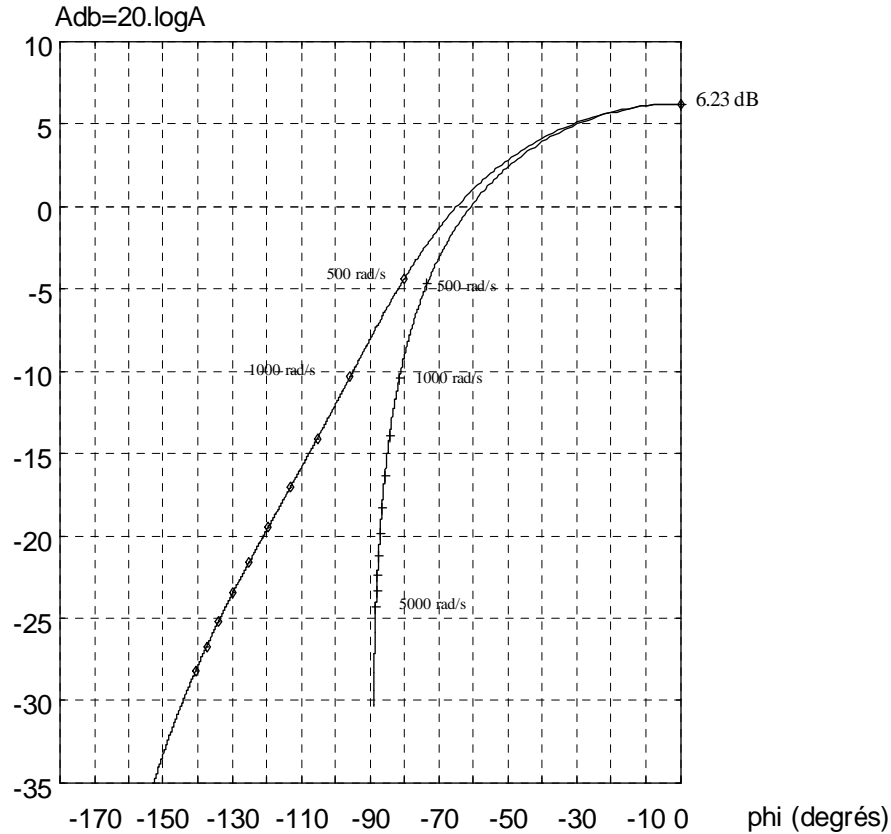


Fig.2-6: Diagramme de Black du moteur AXEM MC19 S (1^{er} et second ordre).

La bande passante est, pour le modèle du premier ordre, $BP = \frac{1}{T_m} = 1.58 \text{ rad/s} = 24.5 \text{ Hz}$

Pour le modèle du second ordre : $BP = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{\omega_n \sqrt{1 - 2z^2} + \sqrt{1 + (1 - 2z^2)^2}}{2\pi} = 24.5 \text{ Hz}$

Conclusion : dans le cas d'un moteur de ce type, possédant une constante de temps électrique faible devant la constante de temps mécanique, le modèle simplifié du premier ordre est tout à fait valide pour décrire le comportement fréquentiel du moteur, tout au moins pour des fréquences suffisamment faibles. Les bandes passantes calculées correspondent.

2-1-6 Tracé de la réponse indicielle.

Nous allons maintenant étudier la réponse temporelle du moteur à un échelon de tension d'amplitude nominale : $U_n = 164V$. La transformée de Laplace du signal d'entrée est :

$$U(p) = \frac{U_n}{p} = \frac{164}{p}$$

$$\text{Avec le modèle du premier ordre : } \Omega_m(p) = \frac{2.049}{(1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p)} U(p) = \frac{336}{p(1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p)}$$

Par transformation inverse, on déduit la réponse temporelle :

$$\omega_m(t) = 336 \left[1 - e^{\frac{-t}{6.718 \cdot 10^{-3}}} \right] \text{ en rad/s} \qquad \omega_m(t) = \frac{336 \times 30}{\pi} \left[1 - e^{\frac{-t}{6.718 \cdot 10^{-3}}} \right] \text{ en tr/min}$$

Avec le modèle du second ordre, le facteur d'amortissement z étant supérieur à 1, la réponse est apériodique :

$$\Omega_m(p) = \frac{2.049}{(1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p)(1 - 2.5 \cdot 10^{-4} p)} U(p) = \frac{336}{p(1 + 6.718 \cdot 10^{-3} p)(1 - 2.5 \cdot 10^{-4} p)}$$

Par transformation inverse, on déduit la réponse temporelle :

$$\omega_m(t) = 336 \left[1 + \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-4} - 6.71 \cdot 10^{-3}} \left(6.71 \cdot 10^{-3} e^{\frac{-t}{6.718 \cdot 10^{-3}}} - 2.5 \cdot 10^{-4} e^{\frac{-t}{2.5 \cdot 10^{-4}}} \right) \right] \text{ en rad/s}$$

$$\omega_m(t) = \frac{336 \times 30}{\pi} \left[1 + \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-4} - 6.71 \cdot 10^{-3}} \left(6.71 \cdot 10^{-3} e^{\frac{-t}{6.718 \cdot 10^{-3}}} - 2.5 \cdot 10^{-4} e^{\frac{-t}{2.5 \cdot 10^{-4}}} \right) \right] \text{ en tr/min}$$

Le tracé de ces deux réponses est donné fig. 2-7 (premier ordre en pointillés) : elles sont pratiquement superposées, ce qui confirme que le modèle du premier ordre est suffisant pour décrire la réponse temporelle de ce moteur. On peut négliger la constante de temps électrique.



Les calculs effectués dans ce chapitre concernent le moteur à vide en chaîne directe : ils ne décrivent pas le comportement du moteur chargé qui est différent suivant la charge et suivant la structure d'une éventuelle boucle d'asservissements. Malgré ceci, ils permettent la comparaison entre moteurs

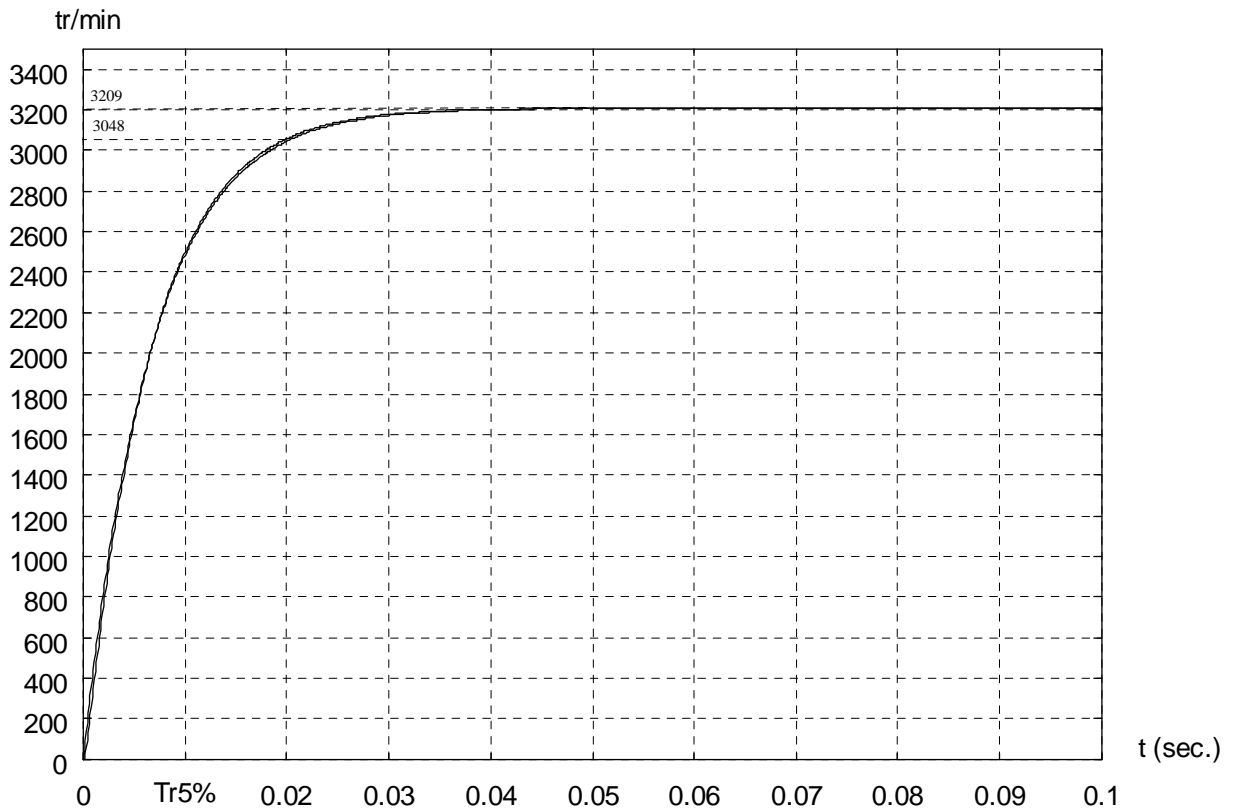


Fig.2-7: Réponse indicielle du moteur AXEM MC19S (1^{er} et second ordre).

La vitesse obtenue en régime permanent est : $\omega_m(t) = \frac{336 \times 30}{\pi} = 3209 \text{ tr/min}$

Le temps de réponse à 5% est, pour le modèle du premier ordre, $Tr_{5\%} = 3T_m = 19.5 \text{ ms}$

Pour le modèle du second ordre, on lit sur la courbe de temps de réponse (voir § 5-3-3 du cours) :

$$Tr\omega_n \approx 16 \text{ pour } z = 2.6 \Rightarrow Tr_{5\%} = \frac{16}{771} = 0.02 \text{ s}$$

Que ce soit pour la réponse harmonique ou pour la réponse indicielle, les résultats obtenus en appliquant un modèle du premier ou du second ordre sont proches.

Pour un moteur à courant continu dont la constante de temps électrique est faible devant la constante de temps mécanique (ce qui correspond mathématiquement à un facteur d'amortissement z supérieur à 1), le modèle du premier ordre en vitesse donne des résultats satisfaisants.

$$T_e \ll T_m \Rightarrow H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

2-2. PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT BOBINE.

Prenons pour exemple le moteur à courant continu PARVEX RS : c'est un moteur à induit cylindrique bobiné et à inducteur constitué d'aimants terres rares (Samarium-Cobalt) possédant à ce titre des caractéristiques élevées, et destiné à la robotique.

CARACTÉRISTIQUES (40 ° C ambiant) Facteur de forme ≤ 1.02	Couple permanent en rotation lente	Vitesse nominale	Puissance nominale	Tension nominale	Courant permanent en rotation lente	Courant maximal en rotation lente	F.E.M par 1000 min ⁻¹ (25 °C)	Couple par ampère (25 °C)	Résistance Induit (25 °C)	Inductance	Inertie	Constante de temps mécanique	Constante de temps thermique	Charge axiale admissible	Charge radiale admissible à m-longueur de l'arbre	Masse
SYMBOLE	Co	Nn	Pn	Un	Io	I max	KE	KT	R	L	J	τ_m	τ_{th}	Fa*	Fr*	M
UNITE	Nm	min ⁻¹	W	V	A	A	V	Nm/A	ohm	mH	kgm ² . 10 ⁻⁵	ms	min	daN	daN	kg
RS 110 M	0.055	3000	16	22	1.70	4.9	3.85	0.0368	4.8	1.6	0.24	8.5	3.4	3	6	0.29
RS 120 G	0.10	3000	30	21	2.60	8.1	4.5	0.043	2.3	1.1	0.41	5.1	6.5	3	6	0.39
RS 130 E	0.14	3000	40	23	2.95	9.7	5.4	0.0516	1.9	1	0.58	4.1	9.2	3	6	0.49
RS 210 L	0.12	3000	35	23	2.7	10.5	5	0.048	2.3	1.1	1.3	13	4	10	18	0.53
RS 220 F	0.233	3000	70	24	4.3	17.5	6	0.057	1.1	0.65	1.95	6.5	8	10	18	0.7
RS 220 K	0.235	3000	69	37	2.8	11	9.2	0.088	2.6	1.53	1.95	6.5	8	10	18	0.7
RS 230 C	0.32	3000	95	23	5.8	24.4	6	0.057	0.66	0.42	2.6	5.2	11.5	10	18	0.87
RS 240 B	0.41	3000	120	26	6.2	24.2	7.15	0.068	0.64	0.45	3.25	4.5	14	10	18	1.04
RS 310 N	0.29	3000	86	48	2.7	10.7	12.3	0.117	3.09	4.4	5.4	12.1	7	15	28	0.96
RS 320 H	0.55	3000	157	48	4.5	19	13.3	0.127	1.35	2.2	8.25	6.9	11	15	28	1.34
RS 330 E	0.76	3000	213	49	5.8	25	14.3	0.137	0.89	1.65	11.1	5.3	15	15	28	1.72
RS 340 C	1	3000	255	51	6.8	25	15.3	0.146	0.7	1.4	14	4.6	19	15	28	2.1
RS 410 R	0.53	3000	172	61	3.9	14.2	15.6	0.149	2.21	4.2	13.7	13.6	7.3	20	40	1.58
RS 420 J	1	3000	314	60	6.6	28.4	16.8	0.16	0.8	1.9	22.5	7	10.5	20	40	2.18
RS 430 H	1.46	3000	439	77	7.1	31	22.5	0.215	0.82	2.2	31.3	5.6	12.7	20	40	2.78
RS 430 F	1.43	3000	439	62	9	34	17.5	0.167	0.56	1.33	31.3	5.6	12.7	20	40	2.78
RS 440 G	1.9	3000	549	90	7.8	35	26.8	0.256	0.78	2.2	40	4.8	15	20	40	3.38
RS 510 L	2.2	2700	475	83	9	55	26.6	0.254	0.74	3.6	100	11.5	20	23	70	5.1
RS 520 G	3.6	2700	735	94	12.5	65	31	0.3	0.4	2.3	135	6.2	25	23	70	6.3
RS 530 E	4.6	2700	945	99	15	72	33.2	0.32	0.28	1.7	170	4.8	29	23	70	7.5
RS 540 C	5.7	2700	1145	105	17	80	36	0.35	0.22	1.5	205	3.8	34.5	23	70	8.7
RS 610 L	5.3	2400	890	99	15.3	60	37.5	0.36	0.276	3.26	380	8.2	25	26	80	9.1
RS 620 G	8	2400	1085	100	22.3	82	38.5	0.368	0.155	1.78	530	6.1	30	26	80	11.5
RS 630 F	10.8	2000	1280	99	25	90	46.1	0.44	0.136	1.62	680	4.8	35	26	80	13.9
RS 640 E	13	2000	1420	105	28	90	49	0.47	0.118	1.38	830	4.5	36	26	80	16.3

Fig.2-8: Caractéristiques générales des moteurs RS.

2-2-1 Caractéristiques du moteur PARVEX RS 530 E.

Choisissons un moteur de puissance équivalente à celui traité dans le chapitre précédent (environ 1 kW) et regroupons dans le tableau ci-dessous les valeurs des caractéristiques.

Caractéristique	Symbole	Unité constructeur	Valeur	Unité SI	Valeur en unités SI
Couple permanent en rotation lente	C_o	Nm	4.6	-	-
Vitesse nominale	N_n	min^{-1}	2700	Rad/s	282
Puissance nominale	P_n	W	945	-	-
Tension nominale	U_n	V	99	-	-
F.E.M. par 1000 mn^{-1} (à 25°)	K_e	V/1000tr/mn	33.2	V/rad/s	0.32
Couple par ampère (à 25°)	K_t	Nm/A	0.32	-	-
Courant permanent en rotation lente	I_o	A	15	-	-
Courant maximal en rotation lente	I_{\max}	A	72	-	-
Inductance	L	mH	1.7	H	$1.7 \cdot 10^{-3}$
Résistance induit	R	Ω	0.28	-	-
Inertie	J	$\text{kgm}^2 \cdot 10^{-5}$	170	kgm^2	$1.7 \cdot 10^{-3}$
Constante de temps thermique	T_h	mn	29	s	1740
Constante de temps mécanique	T_m	ms	4.8	s	$4.8 \cdot 10^{-3}$
Masse	M	kg	7.5	-	-

Fig.2-9: Caractéristiques du moteur RS 530E.

REMARQUE: Le fait que la valeur de l'inductance soit égale à celle de l'inertie est le fruit du hasard.

Couple permanent en rotation lente: Le couple de définition de ce moteur n'est pas le couple nominal mais le couple en rotation lente qui est le couple maximal disponible en fonctionnement permanent. On peut vérifier sa valeur à partir du courant maximal en rotation lente: $C_o = K_t I_o - T_f \approx K_t I_o = 15 \times 0.32 = 4.8 \text{ N.m}$ proche de la valeur annoncée (4.6 N.m). Il faut prendre garde au fait que ce couple n'est pas disponible sur toute la gamme de vitesse du moteur.

Couple nominal: la notice ne fournit pas sa valeur, mais on peut la calculer à partir de la puissance

et de la vitesse nominales: $C_n = \frac{P_n}{N_n} = \frac{945}{282} = 3.35 \text{ N.m}$

Couple maximal en rotation lente: couple maximal disponible en fonctionnement impulsif. Il permet d'obtenir une accélération importante pendant un temps court, au démarrage par exemple.

La notice ne fournit pas sa valeur, mais on peut la calculer à partir du courant maximal en rotation lente: $C_{rl} = K_t I_{\max} - T_f \approx K_t I_{\max} = 72 \times 0.32 = 23 \text{ N.m}$

2-2-2 Courbe caractéristique: On retrouve les trois zones de fonctionnement du moteur dans le plan Couple/Vitesse:

* La zone ombrée dans laquelle il est possible de fonctionner en permanence sans provoquer d'échauffement exagéré du moteur.

* La zone de fonctionnement impulsif dans laquelle on accepte un échauffement plus important à condition que la durée de travail dans cette zone soit faible: comme nous l'avons signalé précédemment, les servomécanismes travaillent beaucoup en régime transitoire et exploitent donc au maximum la possibilité de ces moteurs en les faisant travailler dans la zone de fonctionnement impulsif.

* Le reste du plan qui est interdit. L'utilisation du moteur dans cette zone entraînerait un risque important de détérioration du moteur.

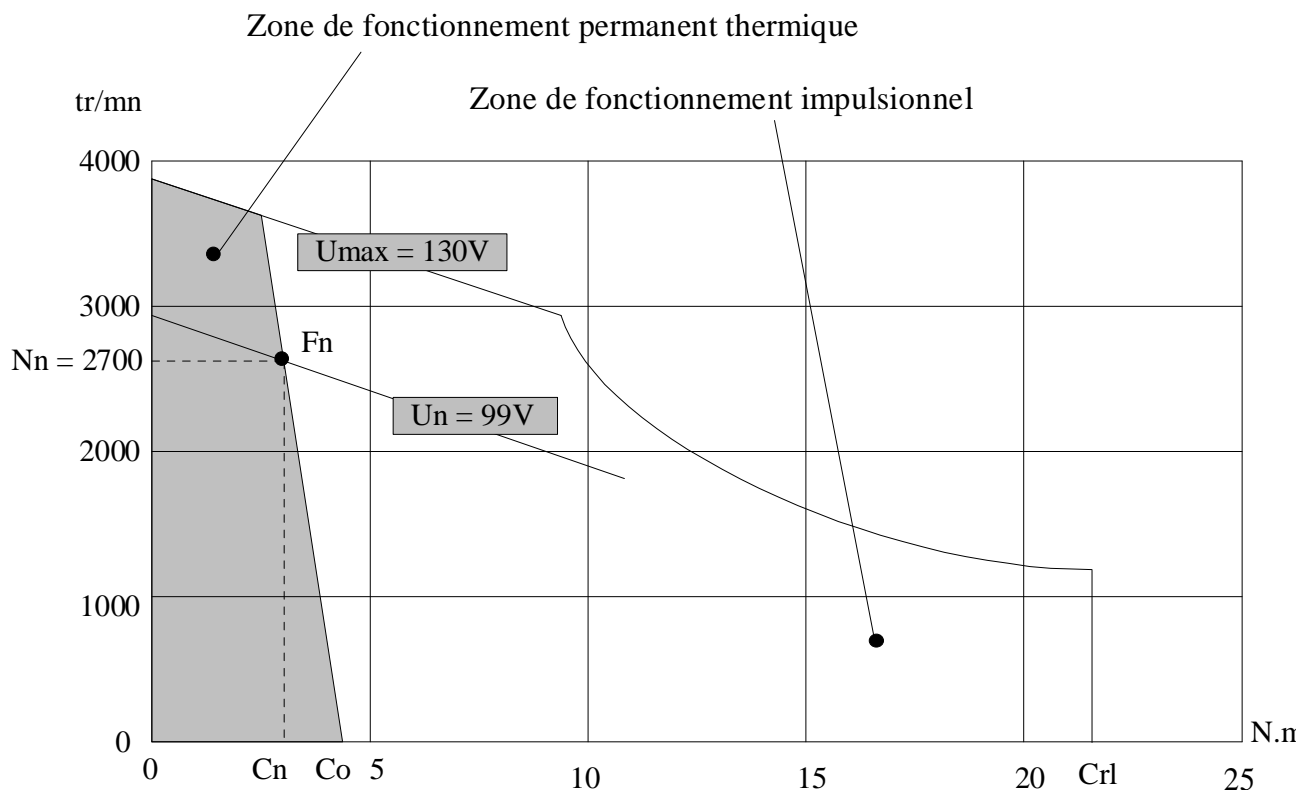


Fig.2-10: Courbe caractéristique du RS 530E.

2-2-3 étude de la fonction de transfert dans le cas du moteur à vide.

Nous avons vu lors de l'étude du moteur AXEM, que l'influence des coefficients de frottements sec et visqueux est faible. Il en va de même pour ce type de moteur et nous négligerons T_f et K_d

Expression du transfert à partir du modèle du second ordre:

le transfert en vitesse du moteur non chargé est l'équation (1-22):

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_m}{K_t K_e} p + \frac{LJ_m}{K_t K_e} p^2\right]} = \frac{\frac{1}{0.32}}{\left[1 + \frac{0.28 \times 1.7 \cdot 10^{-3}}{0.32 \times 0.32} p + \frac{1.7 \cdot 10^{-3} \times 1.7 \cdot 10^{-3}}{0.32 \times 0.32} p^2\right]} = \frac{3.125}{1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p + 2.82 \cdot 10^{-5} p^2}$$

$$\text{avec: } K_m = \frac{1}{K_e} = 3.125 \text{ rd.s}^{-1} / \text{V} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_t K_e}{LJ_m}} = 188.3 \text{ Rad / s} \quad z = \frac{RJ_m}{2\sqrt{LJ_m K_t K_e}} \approx 0.43$$

Ce moteur possède une réponse indicielle oscillante car $z < 1$, ainsi qu'une résonance sur la réponse harmonique car $z < 0.7$

Expression du transfert à partir des constantes de temps:

$$\text{Constantes de temps: } T_m = \frac{RJ_m}{K_t K_e} = 4.65 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad \text{et} \quad T_e = \frac{L}{R} = 6.07 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Les deux constantes de temps ont des valeurs proches: on ne peut donc pas écrire que:

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m p + T_e T_m p)} \approx \frac{K_m}{[1 + (T_e + T_m)p + T_e T_m p]} = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$$

et numériquement:

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{3.125}{(1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p)(1 + 6.07 \cdot 10^{-3} p)} = \frac{3.125}{(1 + 1.07 \cdot 10^{-2} p + 2.82 \cdot 10^{-5} p^2)}$$

cette écriture conduirait à un facteur d'amortissement $z = \frac{1.07 \cdot 10^{-2}}{2\sqrt{2.82 \cdot 10^{-5}}} = 1.007$ ne correspondant pas du tout à la valeur obtenue par le modèle classique.

Expression du transfert à partir du modèle du premier ordre:

Ce modèle repose sur l'hypothèse que la valeur de l'inductance (et donc de la constante de temps électrique) est négligeable, ce qui n'est pas le cas ici. Le modèle du premier ordre ne montrera pas la nature oscillante de la réponse harmonique ni la nature résonante de la réponse harmonique.

Le calcul du transfert donne:
$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left[1 + \frac{RJ_m}{K_t K_e} p\right]} = \frac{\frac{1}{0.32}}{\left[1 + \frac{0.28 \times 1.7 \cdot 10^{-3}}{0.32 \times 0.32} p\right]} = \frac{3.125}{1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p}$$

2-2-4 Tracé des réponses harmoniques dans le cas du moteur à vide (1^{er} et 2^d ordre).

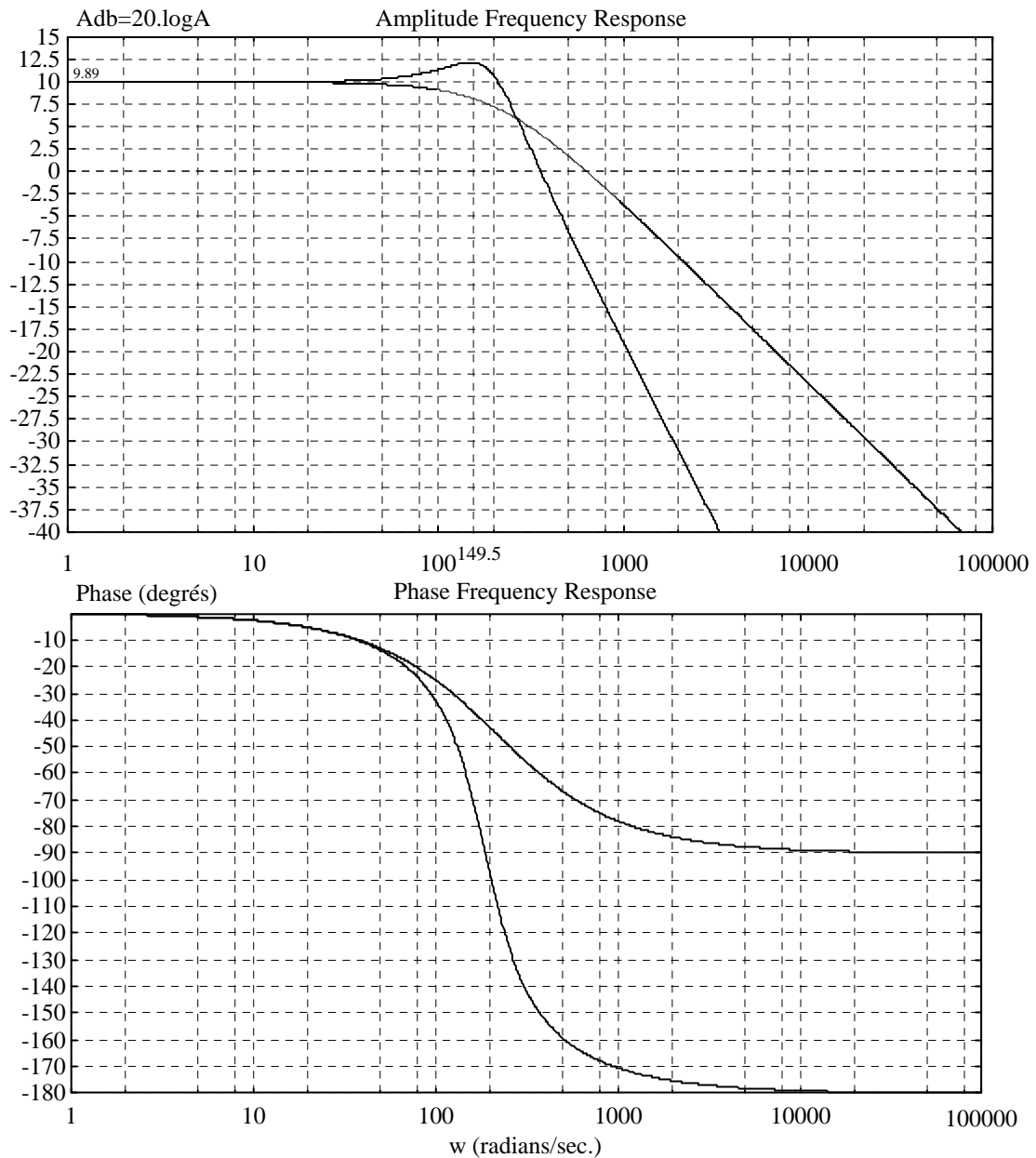


Fig.2-11: Diagramme de Bode du moteur RS 330E.

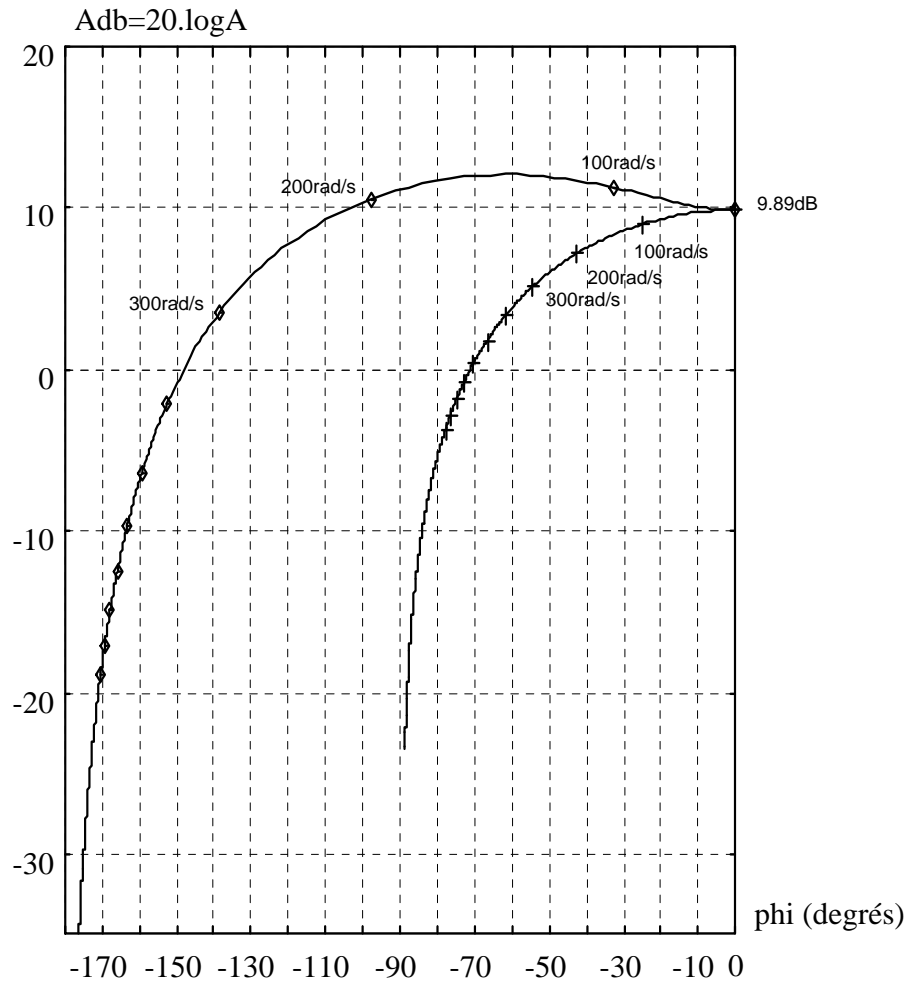


Fig.2-12: Diagramme de Black du moteur RS 330E.

Ces deux diagrammes mettent bien en évidence le fait que, pour ce type de moteur, le modèle du premier ordre est insuffisant. L'écart entre les deux modèles est important à partir de 200rad/s tant pour l'amplitude que pour la phase.

* L'amplitude statique est $20\log(K_m) = 20\log(3.12) = 9.89\text{dB}$

* La résonance a lieu aux alentours de 150rad/s.

Plus précisément: $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2z^2} = 188.3 \sqrt{1 - 2 \times (0.43)^2} = 149.5 \text{ rad / s}$

La bande passante est: $BP = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{\omega_n \sqrt{1 - 2z^2} + \sqrt{1 + (1 - 2z^2)^2}}{2\pi} = 40.34 \text{ Hz} = 253.5 \text{ rad / s}$

(pour le modèle du premier ordre: $BP = \frac{1}{T_m} = 215.05 \text{ rad / s} = 34.2 \text{ Hz}$, plus faible.)

2-2-5 Tracé de la réponse à un échelon de tension nominale dans le cas du moteur à vide (1^{er} et 2^d ordre).

On procède comme au § 2-1-6 en appliquant un échelon de tension nominale $U_n = 99V$

La transformée de Laplace du signal d'entrée est : $U(p) = \frac{U_n}{p} = \frac{99}{p}$

Avec le modèle du premier ordre: $\Omega_m(p) = \frac{3.125}{[1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p]} U(p) = \frac{309}{p[1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p]}$

Par transformation inverse, on déduit la réponse temporelle:

$$\omega_m(t) = 309 \left[1 - e^{\frac{-t}{4.65 \cdot 10^{-3}}} \right] \quad \text{en rad / s} \qquad \omega_m(t) = \frac{309 \times 30}{\pi} \left[1 - e^{\frac{-t}{4.65 \cdot 10^{-3}}} \right] \quad \text{en tr / mn}$$

Avec le modèle du second ordre, le facteur d'amortissement z étant inférieur à 1 la réponse est périodique:

$$\Omega_m(p) = \frac{3.125}{1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p + 2.82 \cdot 10^{-5} p^2} U(p) = \frac{309}{(1 + 4.65 \cdot 10^{-3} p + 2.82 \cdot 10^{-5} p^2)}$$

Par transformation inverse, on déduit la réponse temporelle:

$$\omega_m(t) = \frac{309 \times 30}{\pi} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - (0.43)^2}} e^{-256t} \sin\left(\omega_n \sqrt{1 - (0.43)^2} t + 1.126\right) \right] \quad \text{en tr / min}$$

La vitesse atteinte en régime permanent est $\omega_m = \frac{309 \times 30}{\pi} = 2950 \text{ tr / min}$ Elle est supérieure à la vitesse nominale annoncée par le constructeur car elle suppose un couple résistant nul (alors que la vitesse nominale est obtenue à couple nominal). Cette vitesse correspond à l'intersection de l'axe vertical (couple nul) avec la droite de tension nominale ($U_n = 99V$) sur la courbe caractéristique Fig 2-10.

Pour le modèle du second ordre, le temps de réponse est calculé à partir de la courbe de temps de réponse sur laquelle on lit (Voir le cours §5-3-3): $Tr\omega_n \approx 7$ pour $z = 0.43$ Finalement, $Tr5\% \approx 37ms$ Le temps de réponse calculé à partir du modèle du premier ordre est $Tr5\% = 14ms$, résultat beaucoup plus faible. La constante de temps T_m fournie par le constructeur est, malgré ceci, utilisable car elle fournit un ordre d'idée de la valeur du temps de montée.

Le dépassement est important: 650tr/mn correspondant à 22% pour $z = 0.43$ (voir cours § 5-3-4)

De même que pour la réponse harmonique, le modèle du premier ordre est insuffisant et ne décrit pas de manière satisfaisante le comportement du moteur que ce soit qualitativement ou quantitativement (dépassement, oscillations, temps de réponse, etc...)

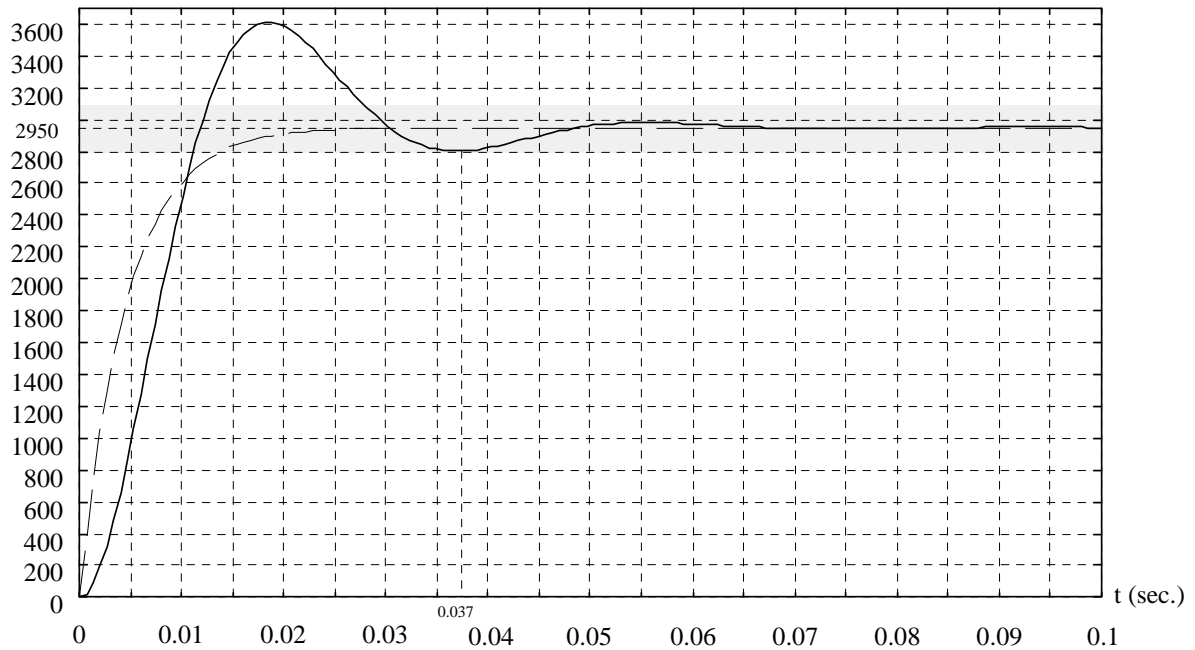


Fig.2-13: Réponse du moteur RS 330E à un échelon de tension nominale (1^{er} et 2^d ordre).

Pour un moteur à courant continu dont la valeur de la constante de temps électrique est proche de celle de la constante de temps mécanique (ce qui correspond mathématiquement à un facteur d'amortissement z inférieur à 1), il est nécessaire d'utiliser un modèle du second ordre en vitesse pour obtenir une description satisfaisante:

$$T_e \approx T_m \Rightarrow H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p + T_e T_m p^2}$$

On peut toutefois se limiter au modèle du premier ordre pour obtenir une évaluation approximative des performances en avant projet.

2-3. PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT BOBINE CLASSIQUE.

Prenons pour exemple le moteur à courant continu PARVEX TF : c'est un moteur à induit cylindrique bobiné et à inducteur constitué d'aimants ferrites.

TYPES	Couple de définition en rotation lente Moteur fermé IP 55	Vitesse maximale pour tension d'alimentation de :			Courant correspondant au couple de définition	FEM par 1000 tr/min (à 25° C)	Couple électro- magnétique par Ampère (à 25° C)	Couple de frottement sec	Résistance du bobinage (à 25° C)	Inductance de l'induit (à 25° C)	Moment d'inertie du rotor	Accélération maximale théorique	Constante de temps mécanique (à 25° C)	Constante de temps thermique N = 0	Charge maximale admissible sur l'arbre à 1500 RPM	
		110 V	N	140 V	200 V										Radiant seule (a)	Axiale seule (a)
TYPE	Rated torque at 1000 rpm Motor totally enclosed, Protection IP 55	Max motor speed for supply voltage of :			Current at rated torque	Back EMF per 1000 rpm at 25° C	Torque per Ampere at 25° C	Friction Torque	Winding Resistance at 25° C	Winding inductance at 25° C	Rotor Inertia	Maximum Theoretical Acceleration	Mechanical Time Constant (at 25° C)	Thermal Time Constant N = 0 RPM	Maximum Speed Loading Pure radial (a)	Pure Axial
SYMBOL	Co	N	tr/min rpm	tr/min rpm	tr/min rpm	A	Nm/A	T _F	R	L	J	α	τ _m	τ _{th}	Fr	Fa
UNIT	Nm							Nm	Ω	mH	10 ⁻³ kg.m ²	rd/s ²	ms	min	daN	daN
T 4 F 1 B	1.2	1850	2450			2.8	0.45	0.08	4.80	18.4	1.1	7700	26.1	37	65	54
C	1.2	1550	2050	3100		2.4	0.53	0.08	6.70	25.5	1.1	7700	26.2	37	65	54
D	1.2	1250	1700	2600		2.1	0.62	0.08	9.30	35.6	1.1	7700	26.7	37	65	54
T 4 F 2 B	2.3	1900	2500			5.2	0.46	0.08	1.45	6.5	1.8	9500	12.3	48	65	54
C	2.3	1650	2100	3050		4.3	0.55	0.08	2.15	9.6	1.8	9500	12.7	48	65	54
D	2.3	1250	1750	2600		3.6	0.66	0.08	3.00	13.3	1.8	9500	12.3	48	65	54
T 4 F 3 B	3.5	1450	1850	2700		5.8	0.62	0.08	1.60	7.5	2.5	10200	10.3	62	65	54
C	3.5	1250	1600	2350		5.0	0.72	0.08	2.10	10	2.5	10200	10.2	62	65	54
D	3.5	950	1250	1850		3.9	0.91	0.08	3.40	16.1	2.5	10200	10.2	62	65	54
T 4 F 4 B	4	1600	2050	3000		7.0	0.58	0.08	0.95	5.2	3.4	10000	9.8	62	65	54
C	4	1300	1700	2450		5.8	0.71	0.08	1.45	7.7	3.4	10000	9.8	62	65	54
D	4	1100	1400	2050		4.9	0.84	0.08	2.05	10.8	3.4	10000	9.8	62	65	54
T 5 F 2 B	3.5	1750	2300	3400		7.4	0.5	0.20	1.08	3.6	4	8800	17.3	63	85	80
C	3.5	1350	1800	2700		5.9	0.63	0.20	1.70	5.7	4	8800	17.1	63	85	80
D	3.5	950	1250	1900		4.3	0.87	0.20	3.40	11	4	8800	18	63	85	80
T 5 F 3 B	5	1600	2100	3100		9.5	0.55	0.20	0.71	2.2	4.9	9900	11.5	69	85	80
C	5	1200	1600	2350		7.1	0.73	0.20	1.30	3.9	4.9	9900	12	69	85	80
D	5	950	1250	1850		5.7	0.92	0.20	2.06	6.1	4.9	9900	12	69	85	80
T 5 F 4 B	8	1600	2100	3100		14.9	0.55	0.20	0.45	1.6	7.1	10700	10.6	77	85	80
C	8	1100	1400	2050		9.9	0.83	0.20	0.96	3.6	7.1	10700	10	77	85	80
D	8	750	1000	1500		7.5	1.1	0.20	1.80	6.4	7.1	10700	10.6	77	85	80

Fig.2-14: Caractéristiques générales des moteurs TF.

2-3-1 Caractéristiques du moteur T5 F 2B.

Extrayons de la documentation du constructeur les valeurs des caractéristiques du moteur T5 F 2B et regroupons les dans le tableau Fig.2-15

Caractéristique	Symbole	Unité constructeur	Valeur	Unité SI	Valeur en unités SI
Couple permanent en rotation lente	Co	N.m	3.5	-	-
Vitesse maximale pour U = 220 V	Nmax	tr/min	3400	Rad/s	356
Courant en rotation lente	Cr1	A	7.4	-	-
Résistance induit (à 25°)	R	Ω	1.08	-	-
F.E.M. par ktr/min (à 25°)	K_e	V/1000tr/mn	52	V/rad/s	0.496
Couple par ampère (à 25°)	K_t	Nm/A	0.5	-	-
Inductance	L	mH	3.6	H	$3.6 \cdot 10^{-3}$
Inertie	J	10^{-3} kgm^2	4	kgm^2	$4 \cdot 10^{-3}$
Constante de temps mécanique	T_m	ms	17.3	s	$17.3 \cdot 10^{-3}$
Masse	M	kg	16	-	-

Fig.2-15 Caractéristiques du moteur T5 F 2B.

Ce type de moteur est moins performant que le précédent, ce qui se remarque en comparant les constantes de temps mécaniques: $T_m = 17.3 \text{ ms}$ pour ce moteur contre 4.8 ms pour le précédent de puissance équivalente.

Le facteur d'amortissement est égal à:
$$z = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{J_m}{LK_t K_e}} = \frac{1.08}{2} \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{3.6 \cdot 10^{-3} \times 0.5 \times 0.5}} \approx 1.14$$

Constante de temps électrique: $T_e = \frac{L}{R} = \frac{3.6 \cdot 10^{-3}}{1.08} = 3.33 \text{ ms}$ environ 5 fois plus petite que T_m .

Finalement, le comportement de ce moteur sera celui d'un second ordre bien amorti, modèle que l'on pourra simplifier en premier ordre (L'étude est équivalente à celle du moteur AXEM § 2-1).

2-4. PERFORMANCES D'UN MOTEUR AUTOSYNCHRONE.

2-4-1 Principe de fonctionnement.

La constitution d'un moteur autosynchrone est différente de celle d'un moteur à courant continu: en effet, les aimants permanents sont fixés sur le rotor tandis que le stator est constitué par un bobinage triphasé. Le stator est alimenté en courant alternatif, ce qui génère un champ magnétique tournant. Les aimants permanents fournissent un champ magnétique constant qui tourne à la même vitesse que le rotor. Un capteur permet de connaître en permanence la position du rotor et donc du champ magnétique généré par ce dernier. Une électronique de commande pilote les bobinages statoriques de telle manière que le déphasage entre les deux champs tournants soit optimal ($\sim 90^\circ$), ce qui permet d'obtenir un couple maximal à tout instant.

Un moteur autosynchrone est indissociable de son électronique de commande.

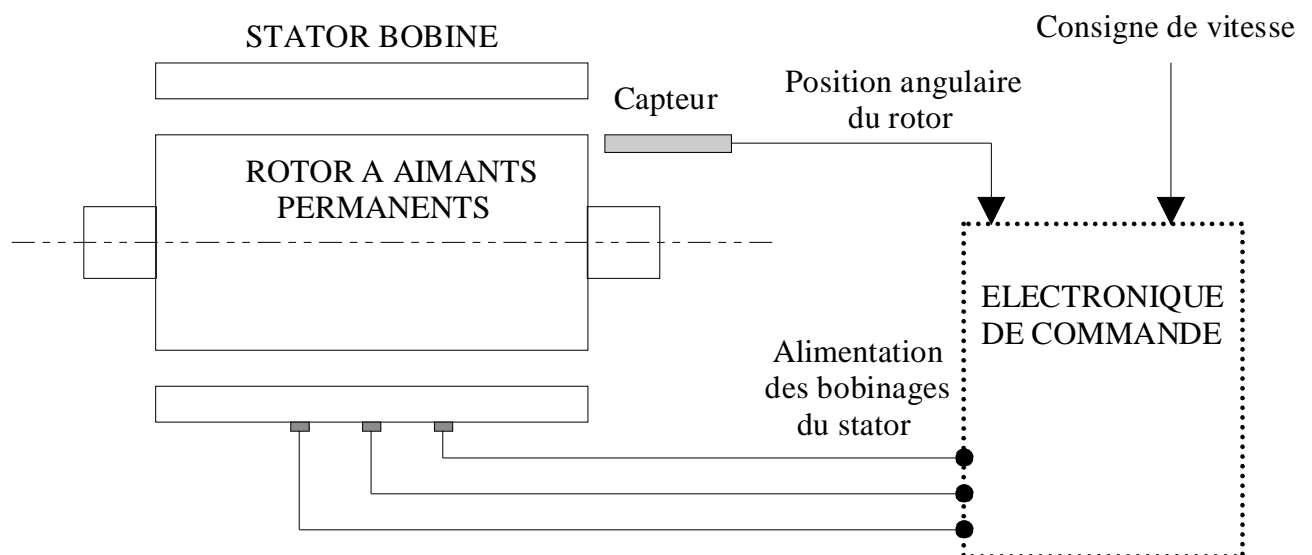


Fig.2-16 Moteur autosynchrone.

La réalisation "sans balais" (BRUSHLESS) confère à ce type de moteur une fiabilité supérieure à celle des moteurs à courant continu et une durée de vie uniquement limitée par celle des roulements (environ le double de celle d'un moteur CC)

La position angulaire du rotor est fournie par un capteur qui est:

- * soit un capteur à effet hall
- * soit un codeur incrémental
- * soit un resolver.

La disposition des aimants sur le stator est optimisée par CAO et évoque la forme de tuiles (voir Fig.2-16). L'aspect tubulaire de cette disposition confère au rotor une faible inertie qui permet d'obtenir un temps de montée très faible (petite constante de temps).

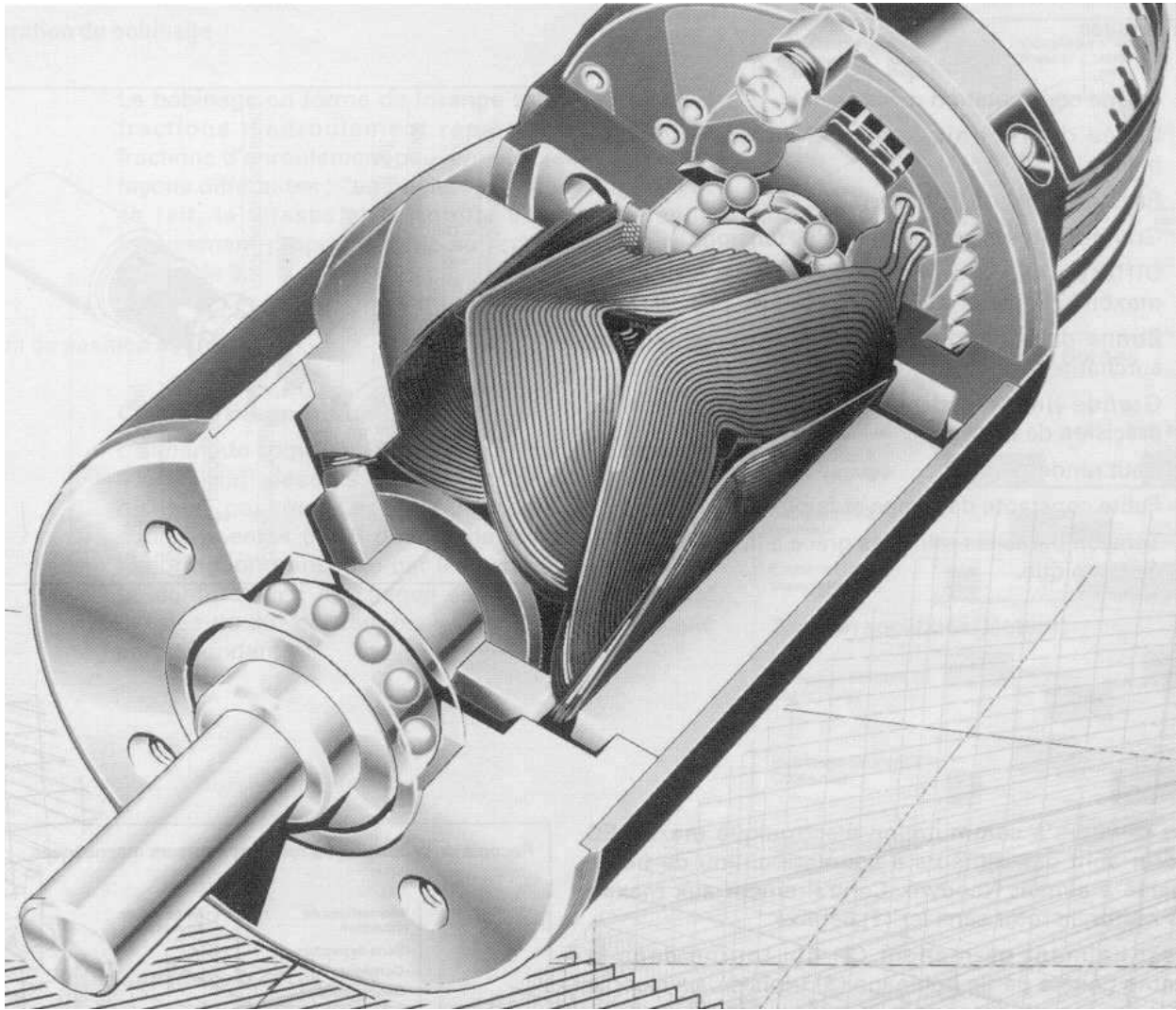


Fig.2-17 Structure des enroulements "tuiles" (Doc. MAXON)

En pratique, on considèrera que le modèle de comportement de ce type de moteur est identique à celui du moteur à courant continu. Ceci n'est qu'une approximation, mais elle est suffisante dans la plupart des cas d'application.

On utilise un moteur autosynchrone lorsque l'on désire:

- * un couple massique élevé (moteur embarqué)
- * un couple disponible sur toute la gamme de vitesse (c'est à dire la possibilité d'obtenir une accélération maximale quelle que soit la vitesse actuelle)
- * des performances générales élevées (rapidité-bande passante, taux de montée en puissance, etc.)
- * une fiabilité élevée.

2-4-2 Caractéristiques des moteurs BRUSHLESS FENWICK USASEM.

M O T E U R S : Type USASEM-							
		02A3	03A3	05A3	08A3	15A3	30A3
Puissance nominale	W	150	310	460	800	1500	3000
Couple nominal	Nm	0.49	0.98	1.47	2.45	4.90	9.80
Couple crête	Nm	1.47	4.02	2.94	7.35	13.7	29
Vitesse nominale	tr/min	3000	3000	3000	3000	3000	3000
Courant nominal	Arms	2.1	3.0	4.2	5.3	10.4	19.9
Facteur de puissance	kW/sec	18.5	18.9	28.9	21	74	167
Vitesse maximum	tr/min	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Inertie	kg.cm ²	0.13	0.51	0.75	2.85	3.3	5.74
Constante de couple	Nm / A	0.25	0.35	0.37	0.51	0.5	0.52
Constante mécanique	ms	1.8	2.2	1.8	1.9	0.7	0.4
Constante électrique	ms	1.5	2.7	3.1	6.2	13	26
Classe d'isolement		B	B	B	F	F	F
Dimensions							
Longueur	mm	134	148.5	170.5	199	259	296
Diamètre	mm	65	80	80	120	130	180
Poids	kg	1.4	2.6	3.3	6	11	24
V A R I A T E U R S : SERVOPACK CACR-SR							
Type CACR-SR-		02BE13S	03BE13S	05BE13S	10BE13S	15BE13S	30BE13S
Spécifications communes	Sortie courant continu	A	2.1	3	4.2	5.3	19.9
	Courant Max. de sortie	A	6	8.5	11	15.6	56.5
	Alimentations	Principale	3-phases 200 à 230 VAC 50/60 Hz + 10% - 15%				
		Contrôle	1-phase 200 à 230 VAC 50/60 Hz + 10% - 15%				
	Méthode de contrôle		PWM 3 phases sinusoïdales				
	Rétroaction		Encodeur optique (2048 pulses)				
	Conditions d'environnement	Température ambiante	0 à + 55°C (Servomoteur = 0 à + 40°C)				
		Température de stockage	- 20°C à + 85°C				
		Ambiance de stockage	90% ou moins (non condensé) en humidité				
		Vibration/résistance choc	0.5 G / 2 G				
	Structure de montage		Mural				
	Poids approx.	kg	6	6	6	6	6
Dimensions							
Largeur	mm	140	140	140	140	140	140
Hauteur	mm	350	350	350	350	350	350
Profondeur	mm	166	166	166	166	166	166
Fonctions de base	Inertie maxi. de la charge		Jusqu'à 5 fois l'inertie du rotor				
	Protection fin de course		Intégrée (P-OT, N-OT)				
	Protections internes en cas de :		Mauvais branchement moteur, Surtension (OV), surcharge (OL), survitesse (OS) Perte du codeur (PG), chute tension (UV), CPU-régénération (RG)				
Vitesse	Plage de dynamique		1 : 5000				
	Régulation	En charge (0 à 100%)	- 0,01% à 3000 tr/min				
		En tension (de + 10% à - 15%)	0%				
		En température (de 25 à ± 25°C)	± 0,1%				
Signaux de commande	Réponse en fréquence		100 Hz à 1 charge = 1 rotor				
	Référence de vitesse	Tension	± 6 VDC à 3000 tr/min (sens horaire pour tension positive) *				
		Impédance d'entrée	Environ 30 kOhms				
		Constante d'entrée	Environ 70 microsecondes				
	Référence auxiliaire	Référence en tension	± 2 à ± 10 VDC à 3000 tr/min (marche avant pour tension positive) *				
		Impédance d'entrée	Environ 5 k Ohms par volt				
		Constante de temps	Environ 22 microsecondes				
Signaux entrée/sortie	Alimentation interne disponible		± 12 V CC ± 5% 30mA				
	Sortie codeur		Incrémental 2048 impulsions / tour ampli de ligne et collecteur ouvert pour phase ABC				
	Entrées		5 entrées opto-isolées (24 V - 5 mA / entrée) voir page 5				
	Sortie codeur programmable		2048 à 1 impulsion / tour				
Autres fonctions	Sorties standard (collecteur ouvert < 30 V et < 100 mA)		Survitesse - Limite du courant - Servo prêt - Alarme Code alarme sur 3 bits				
	Consignes limite de courant		Dans chaque sens de rotation (3 V = 100% du courant)				
Visualisation	Frein dynamique		Arrête le moteur en cas de défaut ou si Servo-ON est ouvert, si alimentation coupée, si sur course				
	7 segments LED sur 5 digits		Renseigne sur : Alarme, Paramètres, Etats internes				

Fig.2-18 Caractéristiques des moteurs BRUSHLESS USASEM.

2-4-3 Caractéristiques du moteur FENWICK USASEM 08A3.

Extrayons de la documentation du constructeur les valeurs des caractéristiques du moteur 08A3

Caractéristique	Unité constructeur	Valeur	Unité SI	Valeur en unités SI
Puissance nominale	W	800	-	-
Couple nominal	N.m	2.45	-	-
Couple crête	N.m	7.35	-	-
Vitesse nominale	tr/min	3000	Rad/s	314
Courant nominal	A	5.3	-	-
Facteur de puissance	kW/s	21	W/s	21000
Vitesse maximale	tr/min	4000	Rad/s	416
Inertie	kgcm ²	2.85	kgm ²	2.85 10 ⁻⁴
Constante de couple	Nm/A	0.51	-	-
Constante de temps mécanique	ms	1.9	s	1.9 10 ⁻³
Constante de temps électrique	ms	6.2	s	6.2 10 ⁻³
Masse	kg	6	-	-

Fig.2-19 Caractéristiques du moteur BRUSHLESS USASEM 08A3.

Le constructeur définit un point de fonctionnement nominal. De même que pour les moteurs AXEM, le couple nominal n'est pas disponible en régime établi pour une vitesse supérieure à la vitesse nominale. Par contre, comme on peut le voir sur la courbe caractéristique (Fig. 2-20), le couple impulsif est disponible sur toute la gamme de vitesses.

Le facteur de puissance (ou puissance transitoire ou facteur de mérite ou "power rate") représente l'augmentation de puissance possible pendant un intervalle de temps. Dans le cas du moteur 08A3, la puissance du moteur s'accroît de 21 W toutes les millisecondes.

La constante de temps électrique est très faible: $T_m = 1.9$ ms. Ceci est lié à la faible inertie du rotor ainsi qu'à l'optimisation du déphasage des champs tournants.

La constante de temps électrique est fournie par le constructeur: $T_e = 6.2$ ms. Elle est supérieure à la constante de temps mécanique T_m ce qui nous fait prévoir un comportement de second ordre oscillant. En effet, $z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_e}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.9}{6.2}} = 0.27$ et le système est peu amorti.

Courbe caractéristique:

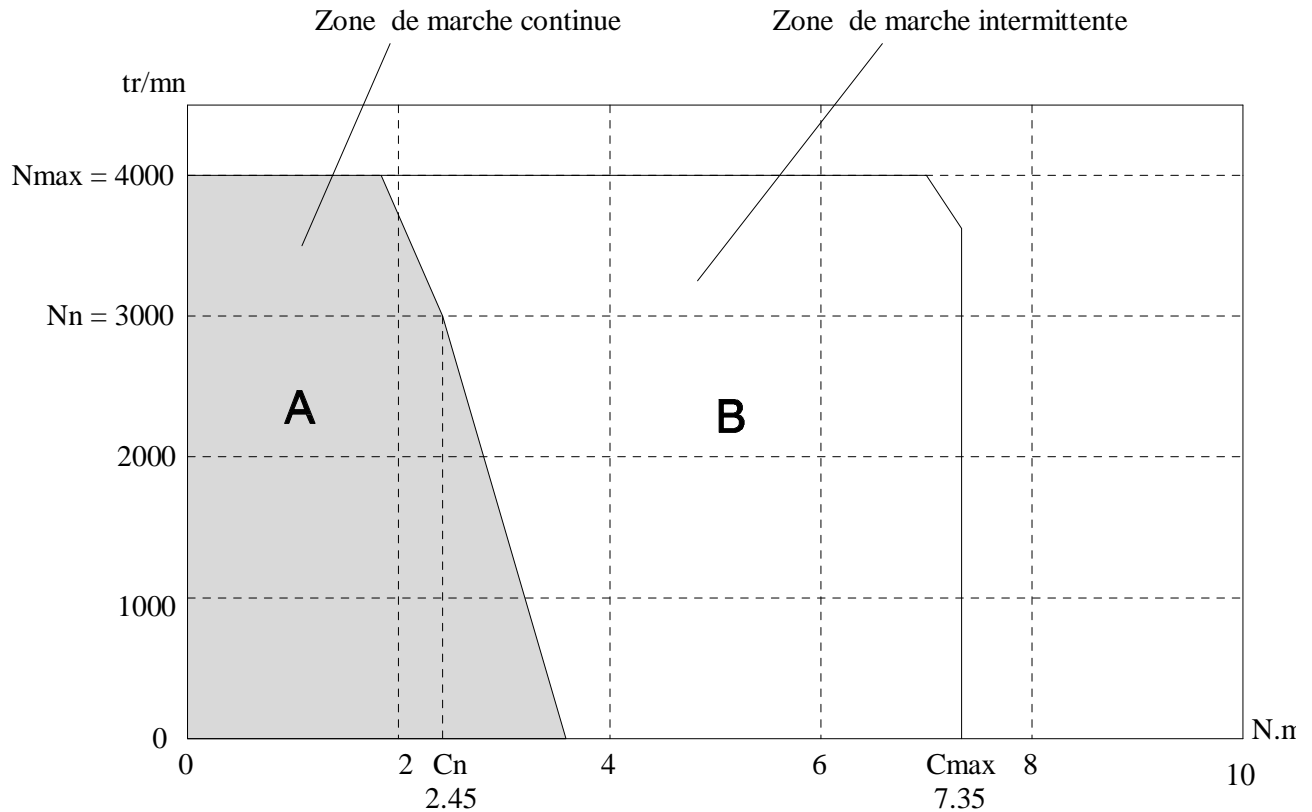


Fig.2-20: Courbe caractéristique du moteur BRUSHLESS USASEM 08A3.

Cette courbe est typique d'un moteur autosynchrone: la caractéristique en régime transitoire est verticale, ce qui signifie que le couple impulsif maximal, qui vaut environ le triple du couple nominal, est disponible à toutes les vitesses. C'est une performance dont sont incapables les moteurs CC.

REMARQUE: la caractéristique de ce moteur en régime permanent est légèrement inclinée. Dans de nombreux cas (moteurs PARVEX série H, par exemple) la caractéristique est verticale de sorte que la courbe caractéristique est simplement constituée de deux rectangles.

2-5. BILAN.

Nous avons plus ou moins détaillé l'étude de quatre types de moteurs à courant continu:

Moteur à induit discoïdal (PARVEX AXEM).

Moteur à induit bobiné hautes performances (PARVEX RS).

Moteur à induit bobiné classique type (PARVEX TF).

Moteur autosynchrone ou Brushless (FENWICK USASEM).

Le comportement de ces moteurs varie notablement: le tableau suivant fait le point sur les performances.

	Pn (W)	Cn (N.m)	Co (N.m)	Nmax (tr/min)	Jm (kg.m ²)	Tm (ms)	Pm (kW/kg)	z
AXEM MC19S	1000	3.2		5000	$1 \cdot 10^{-3}$	6.5	0.103	2.6
RS530E	945	-	4.6	3900	$1.7 \cdot 10^{-3}$	4.8	0.126	0.43
T5 F 2B	1000	-	3.5	3400	$4 \cdot 10^{-3}$	17.3	0.062	1.14
USASEM 08A3	800	2.45	-	4000	$0.28 \cdot 10^{-3}$	1.9	0.133	0.27

Couple de définition: Suivant le type de moteur, le couple de définition est soit le couple nominal disponible à la vitesse nominale, soit le couple permanent en rotation lente défini à basse vitesse. Les couples maximaux disponibles sur les moteurs actuels sont d'environ:

- * 30 Nm pour les moteurs AXEM,
- * 50 Nm pour les moteurs à induit bobinés hautes performances,
- * 200 Nm pour les moteurs à induit bobiné classiques,
- * 50 Nm pour les moteurs autosynchrones.

REMARQUE: pour les moteurs autosynchrone, la courbe caractéristique est quasiment verticale, ce qui fait que le couple en rotation lente est disponible sur toute la gamme de vitesses.

Constantes de temps mécaniques: elles donnent une bonne idée du temps de réponse du moteur non chargé en faisant l'hypothèse d'un comportement du premier ordre. Le moteur autosynchrone est, de loin, le plus performant.

Puissance massique: ce critère est important lorsqu'il s'agit d'embarquer le moteur (en robotique en particulier). La puissance massique des moteurs autosynchrones est la plus élevée. Toutefois, la technologie hydraulique reste irremplaçable lorsqu'il faut atteindre des puissances massiques très élevées (jusqu'à 5kW/kg).

Amortissement:

Moteurs AXEM: ils sont toujours bien amortis ($z > 1.8$)

Moteurs RF: L'amortissement diminue lorsque la puissance augmente ($0.3 < z < 2.5$) de telle manière que certains moteurs ont un comportement oscillant et d'autres sont bien amortis.

Moteurs TF: idem, mais dans une fourchette plus réduite ($0.6 < z < 1.3$) de telle manière que ces moteurs sont correctement amortis.

Moteurs Autosynchrone USASEM: ils sont toujours oscillants ($z < 0.5$)

REMARQUE 1: Ces comparaisons ne sont valables que pour des moteurs non chargés. Or, tous ces moteurs sont destinés à entraîner des mécanismes qui possèdent une inertie propre qui va s'ajouter à celle de l'arbre moteur et qui introduisent des frottements parfois importants. En conséquence le facteur d'amortissement va être modifié (diminution, en général), parfois de manière importante.

REMARQUE 2: Lorsque le moteur fait partie d'un axe asservi, la réponse temporelle en vitesse est celle de la boucle complète. Le facteur d'amortissement dépend alors du gain K de la boucle: le réglage du gain va permettre l'obtention d'un amortissement optimal .

Chapitre 3

LES SYSTEMES HYDRAULIQUES.

3-1. NOTIONS DE MECANIQUE DES FLUIDES.

Notion de pression.

Une pression est le quotient d'une force par une surface : $P = \frac{F}{S}$ exprimée en Pascals (1 Pa = 1 N/m²)

On rencontre également le bar : 1 bar = 100 000 Pa = 0.1 MPa = 1 daN/cm²

Les pressions varient entre 50 et 500 bars (200 bars usuels) en hydraulique industrielle soit 5 MPa à 50 MPa

REMARQUE: les mécaniciens ont longtemps utilisé le kgf/cm² comme unité de pression. En effet, en posant $g = 10\text{m/s}^2$, $1\text{kgf/cm}^2 = 1\text{ bar}$. (les garagistes "mettent 1.6 kilos" dans les pneus avant.) Cette unité n'a plus cours dans le système SI.

On peut également considérer la pression comme une énergie par unité de volume (équation aux dimensions $\frac{ML^2}{T^2}$ pour une énergie et $\frac{M}{LT^2}$ pour une pression).

3-1-1 Hydrostatique.

Soit un liquide à la pression P, en équilibre dans un récipient, et en contact avec une surface plane S. Ce liquide exerce sur cette surface des efforts dont la résultante F est normale à la surface et égale à P.S

3-1-1-1 Principe fondamental de l'hydrostatique :

Lorsqu'un fluide en équilibre est soumis à la seule action de la pesanteur, la différence de pression entre deux niveaux de ce fluide est mesurée par le poids d'une colonne de fluide ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur la différence de niveau.

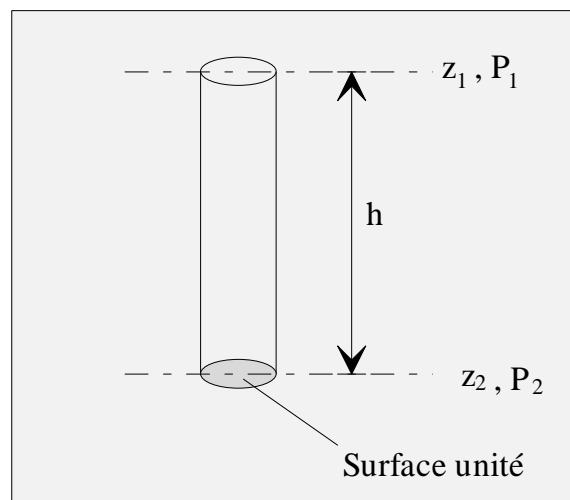


Fig.3-1: Pression hydrostatique.

La pression hydrostatique est donc la même en tous les points d'un plan horizontal appelé surface de niveau ou surface isobare. Elle est indépendante de la forme du contenant. L'expérience du tonneau de Pascal montre qu'une colonne verticale de liquide très mince mais suffisamment haute suffit à faire exploser un tonneau cerclé.

Le principe fondamental de l'hydrostatique peut se formuler de différentes manières :

$$\Delta p = \rho g h \quad (3-1)$$

$$\rho g z_1 - \rho g z_2 = p_2 - p_1 \quad (3-2)$$

$$\rho g z_1 + p_1 = \rho g z_2 + p_2 \quad (3-3)$$

avec : ρ : masse volumique du liquide,
 g : accélération de la pesanteur,
 h : hauteur de la colonne d'eau.

3-1-1-2 Théorème de Pascal :

Toute variation de pression en un point d'un liquide en équilibre entraîne la même variation en tous ses points.

La pression au point A est donc la somme de la pression due au poids de la colonne d'eau et de la pression extérieure. $P_1 = P_0 + \rho g h'$. Dans le cas usuel où la pression extérieure est la pression atmosphérique $P_{\text{atm}} \approx 1\text{bar}$ et $P_1 = 1 + \rho g h'$ en bars.

P_1 est appelée la pression absolue et $\rho g h'$ est la pression relative.

REMARQUE: la pression atmosphérique correspond environ à la pression exercée par une colonne de 10m d'eau

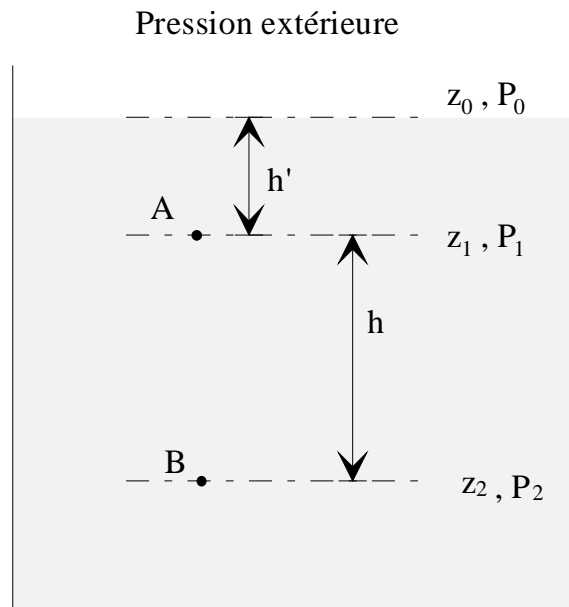


Fig.3-2: transmission de la pression.

3-1-1-3 Application : multiplication des efforts :

Considérons le système simple représenté Fig. 3-3 dont les sections sont circulaires respectivement de diamètre d_1 et d_2 et de surface S_1 et S_2 . Le piston 1 est soumis à une force F_1 . Les déplacements sont supposés nuls.

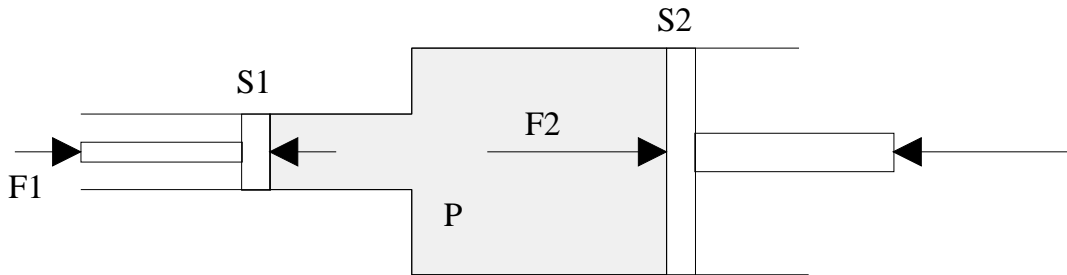


Fig.3-3: Système multiplicateur d'efforts.

Isolons le piston 1 en négligeant les actions de frottement et de la pesanteur et en le supposant indéformable : il est soumis à deux forces égales, de même direction (horizontale) et de sens opposé. La force exercée par le fluide sur le piston est donc égale en module à F_1 . On en déduit la pression au sein du fluide : $P = \frac{F_1}{S_1}$. D'après le théorème de Pascal la pression est intégralement

transmise par le fluide (supposé parfait). L'effort exercé par le fluide sur le piston 2 est égal à.

L'augmentation de l'effort est proportionnelle au rapport des sections, ce qui permet d'obtenir simplement des amplifications très importantes : dans le cas d'un piston 2 de diamètre 10 fois plus grand que le piston 1, l'effort F_1 sera théoriquement amplifié d'un facteur 100, (un peu moins en réalité, le rendement étant inférieur à 1). Cette propriété justifie à elle seule l'emploi de la technologie hydraulique dans toutes les industries lourdes.

REMARQUE: Le travail fourni par la force F_1 est proportionnel au déplacement du piston 1. Le travail fourni par la force F_2 devant être identique, on en déduit que le déplacement du piston 2 est $\frac{S_2}{S_1}$ fois plus faible que celui du piston 1. L'amplification de la force s'est effectuée au prix d'une diminution du déplacement (même principe que le levier mécanique).

3-1-2 Hydrodynamique.

3-1-2-1 Débit. On peut considérer deux types de débit :

Le débit volumique $Q = \frac{dV}{dt}$ utilisé préférentiellement en hydraulique industrielle.

Le débit massique $D = \frac{dM}{dt}$

Ces deux grandeurs sont liées par la relation Masse/volume : $M = \rho V$. Lorsque la masse volumique

ρ est constante, on a $D = \frac{dM}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho Q$

Fluide parfait : Fluide dont la viscosité est nulle, ne générant pas de frottements lors de son déplacement.

Ecoulement permanent : La vitesse des particules de fluide est invariante dans le temps.

3-1-2-2 Principe fondamental de l'hydrodynamique :

En considérant un fluide *parfait incompressible en écoulement permanent*, on peut écrire la relation de Bernoulli qui exprime la conservation d'énergie au sein d'un fluide en mouvement.

$$\underbrace{\rho \frac{v^2}{2}}_{\text{énergie cinétique}} + \underbrace{\rho g z}_{\substack{\text{énergie potentielle} \\ \text{due à la pression}}} + \underbrace{p}_{\substack{\text{énergie potentielle} \\ \text{due à la pesanteur}}} = \text{Energie totale par unité de volume}$$

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2 = C^{\text{te}} \quad (3-4)$$

$$\text{On écrit également : } \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) + (p_2 - p_1) + \rho g (z_2 - z_1) = 0 \quad (3-5)$$

REMARQUE: on retrouve le principe fondamental de l'hydrostatique (voir équation 3-3) en annulant les termes en v

En divisant l'expression (3-4) par ρg , on obtient une autre forme de l'équation de Bernoulli :

$$\underbrace{\frac{v^2}{2g}}_{\substack{\text{Hauteur due à} \\ \text{la vitesse}}} + \underbrace{z}_{\substack{\text{cote du point} \\ \text{considéré}}} + \underbrace{\frac{p}{\rho g}}_{\text{Hauteur piézométrique}} = \text{hauteur totale}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = C^{\text{te}} \quad (3-6)$$

La conservation de l'énergie se traduit ici par une conservation de la hauteur totale, appelée charge totale.

* La hauteur due à la vitesse est la hauteur d'où devrait tomber le fluide en chute libre dans le vide pour acquérir la vitesse v

* La hauteur piézométrique est la hauteur d'une colonne de fluide créant la pression p

$$\text{On écrit également : } \frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho g} (p_2 - p_1) + (z_2 - z_1) = 0 \quad (3-7)$$

La loi de Bernoulli exprime le fait que toute variation de la vitesse d'écoulement entraîne une variation dans le sens inverse de la pression.

L'équation de Bernoulli peut se simplifier lorsque l'on considère des systèmes de faibles dimensions verticales dans lesquels le fluide se déplace à grande vitesse sous des pressions élevées, ce qui est souvent le cas des systèmes industriels. L'influence de la pesanteur est alors négligeable et l'expression (3-4) s'écrit :

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 = C^{te} \quad (3-8)$$

Il existe de très nombreuses applications pratiques du théorème de Bernoulli. L'une d'elles concerne les restrictions de section dans des canalisations sous pression (voir Fig.3-4). En écrivant que la masse se conserve entre les points A et B, les débits massiques sont égaux. Si la masse volumique est constante, il en va de même pour les débits volumiques et $Q_a = Q_b$

Le débit en A est $Q_a = v_a S_a$, égal au débit en B $Q_b = v_b S_b \Rightarrow v_b = v_a \frac{S_a}{S_b}$

La vitesse en B est plus grande que la vitesse en A

Comme nous venons de le remarquer, l'influence de la pesanteur peut être négligée dans ce cas et l'on applique (3-8) : $\rho \frac{v_a^2}{2} + p_a = \rho \frac{v_b^2}{2} + p_b = C^{te}$

$$\text{On en déduit : } p_b = p_a + \rho \frac{v_a^2 - v_b^2}{2} = p_a + \frac{\rho v_a^2}{2} \left[1 - \frac{S_a^2}{S_b^2} \right]$$

La pression en B est plus faible que la pression en A : C'est le principe de Venturi.

$$\text{On en déduit également que : } v_a = \frac{\sqrt{2(p_b - p_a)}}{\sqrt{\rho \left[1 - \frac{S_a^2}{S_b^2} \right]}}$$

Cette relation montre qu'il faut nécessairement une différence de pression entre A et B ($p_a - p_b \neq 0$) pour qu'il y ait mouvement (v_a et $v_b \neq 0$). Cette différence de pression joue le même rôle que la différence de potentiel dans le cas des circuits électriques.

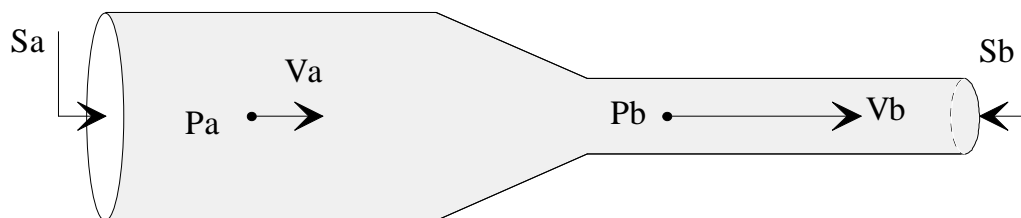


Fig.3-4: Effets d'une restriction.



Une démarche intuitive ou de " bon sens " conduit souvent à penser que la pression augmente dans une restriction alors que c'est précisément le contraire qui se passe.

3-1-3 Cas des fluides réels.

Nous avons jusqu'alors considéré des fluides parfaits en écoulement permanent. En réalité :

- * Les fluides réels sont compressibles : leur masse volumique n'est donc pas constante ;
- * Les écoulements ne sont pas toujours laminaires : l'écoulement est alors turbulent et le mouvement d'un élément de fluide ne se limite plus à celui de son centre de gravité.
- * Les fluides ne sont pas parfaits : les filets de fluide exercent des efforts de frottements sur les surfaces en contact ou sur les filets voisins, efforts tangentiels au déplacement.

3-1-3-1 Module de compressibilité :

Le fluide étant compressible, son volume diminue lorsque la pression augmente. On définit un module de compressibilité (B) jouant le même rôle que le module d'élasticité en compression (E) pour les solides. $B \approx 15000 \text{ bars} \approx 1500 \text{ MPa}$ pour le fluide hydraulique standard à 20° , environ 100 fois moins rigide qu'un acier dont le module d'élasticité est $E = 200\,000 \text{ MPa}$ et environ 100 fois plus rigide que l'air.

La relation de compressibilité s'écrit : $\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{B}$

C'est à dire que pour une variation dP de la pression, la variation de volume sera : $dV = -\frac{V}{B}dP$

En écrivant la définition de la masse volumique $\rho = \frac{M}{V}$, on a $V = \frac{M}{\rho}$ puis $\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$

La relation de compressibilité devient : $\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{B} = -\frac{d\rho}{\rho}$ (3-9)

REMARQUE: dans le cas des problèmes d'hydraulique industrielle courante, on pourra considérer que la masse volumique ρ est constante. Par exemple, on peut calculer la variation de masse volumique d'un fluide hydraulique usuel pour un accroissement de pression de 200 bars en utilisant l'expression (3-9) :

$$\frac{\Delta P}{B} = \frac{\Delta \rho}{\rho} \Rightarrow \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{\Delta P}{B} \right)$$

A.N. $B = 15000 \text{ bars}$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{200}{15000} \right) = 1.013\rho_0 \quad \text{la variation est d'environ 1\%}.$$

3-1-3-2 Nombre de Reynolds.

Ecoulement laminaire : Les molécules voisines possèdent des vecteurs vitesse parallèles.

Ecoulement turbulent : Les trajectoires des molécules voisines ne sont pas parallèles, des tourbillons apparaissent.

On peut déterminer le type d'écoulement dans un organe d'après la valeur du nombre de Reynolds,

nombre sans dimension défini par : $R_e = \frac{vL}{\nu}$ (3-10)

avec: R_e : nombre de Reynolds

v : vitesse d'écoulement du fluide

L : longueur caractéristique de l'organe considéré.

ν : viscosité cinématique du fluide.

On compare ensuite le nombre de Reynolds à un nombre de Reynolds critique R_{ec} correspondant à l'organe considéré.

* si $R_e < R_{ec}$ alors l'écoulement est laminaire.

* si $R_e > R_{ec}$ alors l'écoulement est turbulent.

REMARQUE: Dans les systèmes hydrauliques industriels, l'écoulement est généralement turbulent.

3-1-3-3 Pertes de charge - équation de Bernoulli généralisée.

La relation de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie entre deux points d'un fluide en mouvement. Dans le cas d'un fluide réel, les efforts de frottement dissipent de l'énergie sous forme de chaleur et la charge du fluide diminue. L'équation de Bernoulli généralisée s'écrit :

soit à partir de (3-5) , la perte de charge étant exprimée en pression.

$$\frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + (p_1 - p_2) + \rho g(z_1 - z_2) = \underbrace{(\Delta p)_1}_{\text{perte de charge.}} \quad (3-10)$$

perte de charge.

soit à partir de (3-7), la perte de charge étant exprimée en hauteur.

$$\frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho g}(p_2 - p_1) + (z_2 - z_1) = \underbrace{(\Delta z)_1}_{\text{perte de charge.}} \quad (3-11)$$

perte de charge.

Les pertes de charge sont dues à deux causes principales :

* Les modifications brutales de forme des canalisations (restrictions, coudes, etc.) provoquant des pertes de charge dites localisées ou singulières.

* Les canalisations de longueur importante provoquant des pertes de charge dites réparties.

Pertes de charge localisées :

En négligeant les effets de la pesanteur (fluide à haute pression dans un circuit de petites dimensions verticales), (3-10) s'écrit : $\frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + (p_1 - p_2) = (\Delta p)_1^2$

Dans une restriction, par exemple, l'écoulement est principalement turbulent et la vitesse des molécules de fluide possède une composante normale à la direction de l'écoulement. Cette composante, qui ne participe pas au mouvement de l'écoulement, possède une énergie cinétique qu'elle a empruntée à l'énergie de pression du fluide et qui sera finalement dissipée en chaleur. On exprime alors la perte de charge (qui est une perte de pression avec la formulation (3-10)) sous la même forme que les pressions dues aux vitesses (terme correspondant à l'énergie cinétique), soit :

$$(\Delta p)_1^2 = \Delta p = \frac{1}{2} \xi \rho v^2 \quad (3-12)$$

avec: ξ coefficient de pertes de charges localisées.

v : vitesse moyenne du fluide dans l'organe considéré.

Sachant que la vitesse est reliée au débit par la relation : $v = \frac{Q}{S}$, (3-12) devient :

$$\Delta p = \frac{1}{2} \xi \rho \frac{Q^2}{S^2} \quad (3-13)$$

Pertes de charge réparties :

Celles ci apparaissent par exemple dans un tube. Elles sont définies par une expression tenant compte du diamètre D et de la longueur L de l'élément :

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{S^2} \quad (3-14)$$

avec: λ coefficient de pertes de charges réparties.

Pertes de charge globales dans un circuit hydraulique :

La perte de charge totale est la somme des pertes de charge provoquées par chaque organe. Connaissant les coefficients ξ et λ de chaque organe, on effectue la somme

$$\Delta p_{\text{totale}} = \xi_i \frac{\rho_i}{2} v_i^2 + \lambda_j \frac{L_j}{D_j} \frac{\rho_j}{2} v_j^2 \quad (3-15)$$

Dans le cas où l'on considère un fluide hydraulique industriel de masse volumique $\rho = 0.8$ sensiblement constante, évoluant à une vitesse moyenne v elle aussi sensiblement constante, on peut écrire :

$$\Delta p_{\text{totale}} = 0.4 \left[\xi_i + \lambda_j \frac{L_j}{D_j} \right] v^2 = \xi_{\text{totale}} \times 0.4 v^2 \quad (3-16)$$

3-1-4 Calcul des débits dans le cas des fluides réels.

Le calcul du débit défini au § 3-1-2 s'applique aux fluides incompressibles se déplaçant dans des enceintes infiniment rigides et étanches. En réalité :

- * le fluide est compressible.
- * Les enveloppes dans lesquelles circule le fluide sont déformables : leur volume varie.
- * Elles ne sont pas parfaitement étanches : une partie du fluide part en fuite.

Considérons un organe hydraulique de volume V tel que celui représenté fig. 3-5. Il est alimenté par une (ou des) source(s) fournissant un débit massique entrant D_e . Le débit sortant est D_s (il inclut les fuites).

La loi de conservation de la masse impose la relation suivante : *Par unité de temps, la différence entre la masse de fluide qui sort et la masse de fluide qui entre dans l'organe est égale à la variation de masse contenue dans l'organe.* Cette différence est appelée débit de transfert D_t avec la relation : $D_t = D_s - D_e$

On peut donc écrire : $D_t = \frac{dM}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt}$ La masse volumique du fluide pouvant varier, la dérivée de la masse va comporter deux termes : $D_t = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt}$

En considérant que ρ est sensiblement constante (voir remarque § 3-3-1-1), l'expression des débits volumiques s'obtient en divisant par ρ : $Q_t = \frac{D}{\rho} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$

En remplaçant $\frac{d\rho}{dt}$ par son expression en (3-9), il vient : $Q_t = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B} \frac{dp}{dt}$ (3-17)

Le fluide se comprimant, tout se passe comme si une partie du volume avait disparu. Le débit volumique est alors la somme du débit de déformation de l'organe $\frac{dV}{dt}$ (pour un fluide incompressible) et d'un débit appelé débit de compressibilité égal à $Q_c = \frac{V}{B} \frac{dp}{dt}$.

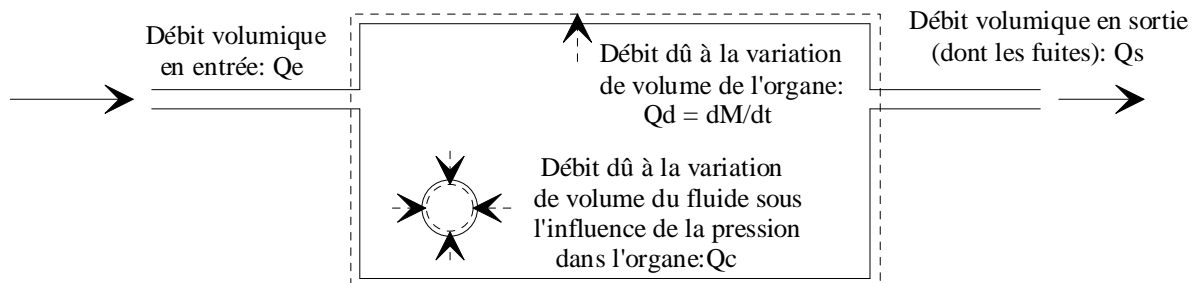


Fig.3-5: Débits volumiques dans un organe hydraulique.

Débit de déformation :

Ce débit peut être dû à une cause fonctionnelle (déplacement du piston d'un vérin) ou à une cause parasite (déformation des enveloppes).

Dans le cas d'un vérin de section S dont le piston se déplace d'une distance dx , le débit de

$$\text{déformation sera : } Q_d = \frac{dV}{dt} = S \frac{dx}{dt}$$

Dans le second cas, le débit de déformation correspondra à la variation du volume de l'enveloppe :

$$Q_d = \frac{dV}{dt} \quad \text{Cette déformation sera proportionnelle à la pression si le matériau constituant}$$

l'enveloppe possède un comportement élastique. On aura alors : $Q_d = k \frac{dp}{dt}$

Débit de fuites :

D'une manière générale, les fuites augmentent avec la pression. Le modèle le plus simple consiste donc à écrire que le débit de fuites augmente linéairement avec la pression et à définir un coefficient de fuite linéaire F tel que : $Q_f = Fp$

Expression des débits dans un organe :

Elle va dépendre du type d'organe et des hypothèses simplificatrices effectuées. Par exemple, l'expression des débits pour un vérin (organe déformable) rigide, avec fuites et fluide compressible

$$\text{sera : } Q_t = Q_e - Q_f = S \frac{dx}{dt} + \frac{V}{B} \frac{dp}{dt}$$

3-2. SCHEMAS HYDRAULIQUES DE PRINCIPE.**3-2-1 Structure générale d'une chaîne de commande hydraulique.**

Qu'il s'agisse d'un système asservi ou non, une chaîne de commande hydraulique comporte systématiquement les éléments suivants dont l'intégration est parfois très poussée :

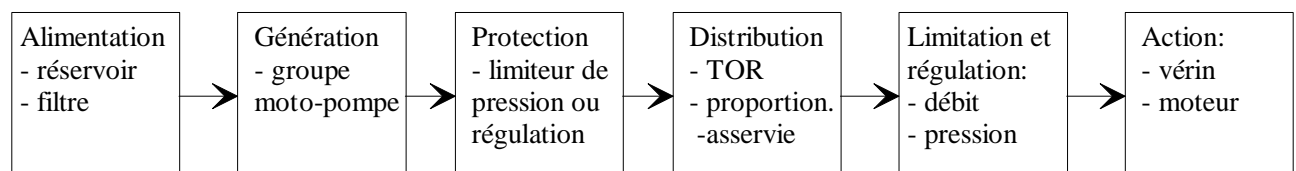


Fig.3-6: Chaîne de commande hydraulique.

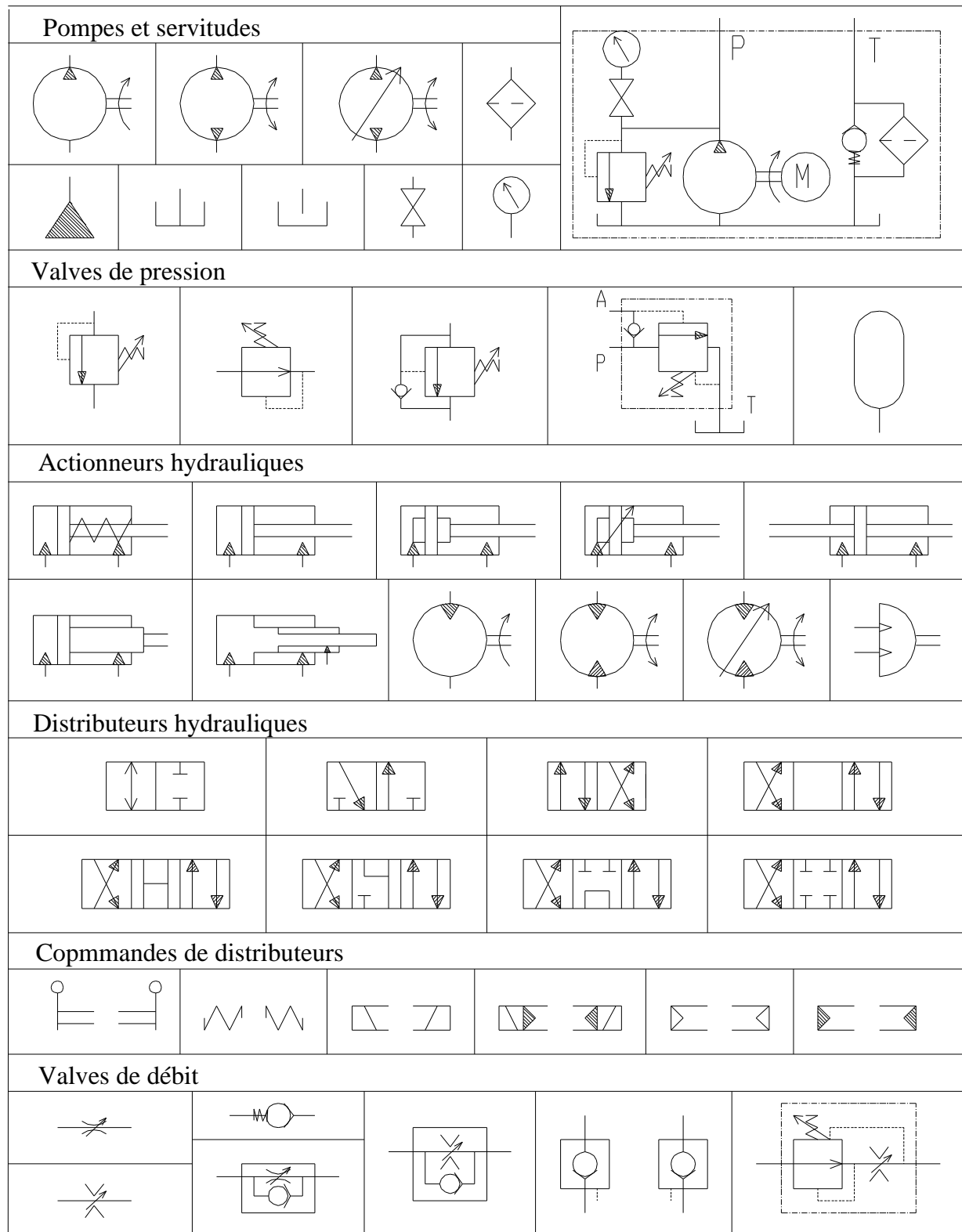
3-2-2 Symboles usuels :

Fig.3-7: Symbolisation normalisée des éléments hydrauliques courants.

3-2-3 Schéma d'un système simple avec vérin hydraulique.

Un système simple et typique de commande de vérin est le suivant :

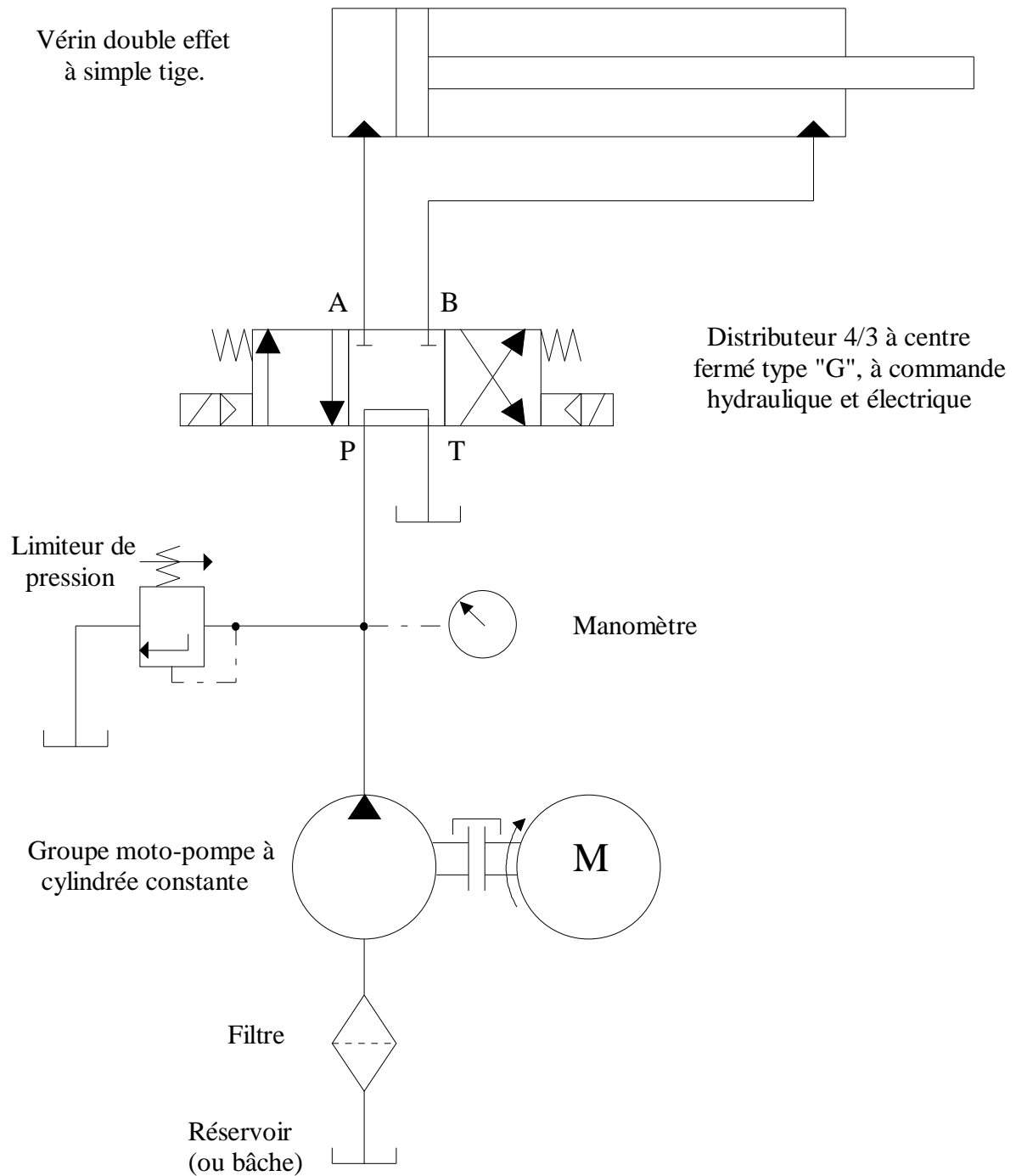


Fig.3-8: Schéma hydraulique de principe.

REMARQUE: ce schéma ne préjuge pas du fait que le vérin sera asservi ou non.

Il est constitué d'un vérin double effet simple tige alimenté par un distributeur 4/3 à centre fermé. Ce distributeur (qui est une servovalve dans le cas d'un système asservi) est piloté électriquement.

La source de pression est une pompe à cylindrée constante entraînée par un moteur (électrique ou thermique suivant les cas) qui puise le fluide hydraulique dans un réservoir appelé aussi "bâche". Un filtre permet de retenir les diverses impuretés contenues dans l'huile.

Fonctionnement:

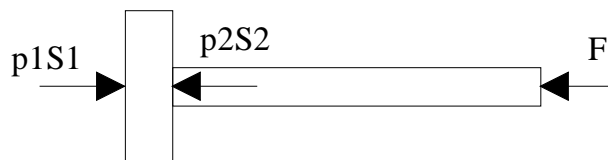
En l'absence de commande, le distributeur est rappelé en position centrale, bloquant la circulation d'huile en A et B : le vérin est alors immobilisé dans sa position courante. Toutefois cette immobilisation n'est pas parfaite car, en cas d'efforts importants sur la tige, les fuites en A et B vont provoquer une dérive. De l'autre côté, la pompe débite directement vers la bâche à une pression correspondant aux pertes de charge dans les conduites (quelques bars), donc à faible puissance.

Lorsque le distributeur est piloté à gauche, l'orifice A est relié à la source de pression et l'orifice B à la bâche (pression atmosphérique). La tige du vérin se déplace vers la droite. Lorsque le distributeur est piloté à droite, c'est l'orifice B qui est relié à la source de pression tandis que l'orifice A est relié à la bâche : la tige rentre. Dans le cas où la pression devient trop forte dans le circuit (vérin bloqué par exemple), un composant appelé limiteur de pression, taré à une valeur choisie P_0 débite vers la bâche. La pression reste stable à cette valeur limite dans le circuit.

Une analyse un peu plus fine du fonctionnement va démontrer que le limiteur possède une autre fonction, elle aussi importante. Isolons la tige du vérin et écrivons le PFD :

$$Ma = P_1 S_1 - P_2 S_2 - F - \sum f_i$$

avec $\sum f_i$: somme des efforts de frottement (non représentés sur le schéma)



On en déduit l'accélération :
$$a = \frac{1}{M} [P_1 S_1 - P_2 S_2 - F - \sum f_i]$$

En phase de démarrage, la pression P_1 est sensiblement constante et égale à la valeur de tarage du limiteur, soit P_0 . En effet, la pompe fournit un débit constant qui ne peut être immédiatement utilisé par le vérin dont la vitesse est faible. Le débit inutilisé passe alors par le limiteur de pression tandis que le débit utile, faible au départ, entraîne le piston. Le débit utile étant faible, on peut négliger les pertes de charge dans le distributeur et écrire $P_0 \approx P_1$. En considérant, toujours en phase de démarrage, que la contre pression, l'effort résistant et les frottements sont sensiblement constants, l'expression de l'accélération devient :
$$a \approx \frac{1}{M} [P_0 S_1 - C^{\text{te}}]$$

L'accélération au démarrage est proportionnelle à la pression de tarage du limiteur de pression.

Dès que la vitesse du vérin est suffisante pour absorber la totalité du débit Q de la pompe, le limiteur se referme. La vitesse nominale du vérin en sortie de tige est : $V_{\max} = \frac{Q}{S_1}$

La pression en sortie de pompe est celle nécessaire pour vaincre les efforts résistants et compenser les pertes de charge du circuit.

REMARQUE: Si l'on désire un réglage de la vitesse de sortie du vérin, il faut installer un régulateur de débit en sortie de la chambre 2. Ce régulateur permet de faire varier la perte de charge dans cette portion de circuit par laminage de l'huile, ce qui entraîne une augmentation de la contre pression P_2 . La vitesse de la tige va diminuer, provoquant une augmentation de P_1 et la mise en service du limiteur de pression. Une partie du débit de la pompe retournant à la bêche via le limiteur, le débit provoquant le déplacement du vérin est inférieur à Q : la vitesse de sortie de tige a diminué.

Ce type de fonctionnement implique parfois un système de refroidissement : en effet, une partie de la puissance de la pompe est transformée en chaleur par laminage de l'huile dans le limiteur.

Finalement:

La cylindrée de la pompe détermine la vitesse nominale du vérin.

La pression de tarage du limiteur détermine l'accélération au démarrage.

3-2-4 Schéma avec blocage en position centrale du vérin hydraulique.

Comme nous venons de le remarquer, le blocage d'un vérin en position centrale implique qu'il n'y ait pas de fuite et que le volume d'huile concerné soit minimal car l'huile va se comprimer sous l'effet des efforts (voir au chapitre suivant le calcul de la raideur hydraulique d'un vérin). Pour ce faire, on utilise deux clapets pilotés, un exemple étant représenté fig. : 3-10.

Il s'agit d'une presse hydraulique, le vérin étant piloté par un distributeur à centre fermé d'un type différent du précédent. La source de pression n'est pas représentée sur ce schéma.

Fonctionnement:

Lorsque le distributeur est piloté à droite, la pression dans le circuit de droite vient piloter le clapet de gauche, autorisant la sortie de la tige. Le régulateur de débit gauche lamine l'huile, permettant un contrôle de la vitesse de sortie de tige. La pression dans le circuit est contrôlée par un limiteur de pression proportionnel dont la valeur de tarage est pilotée par le circuit de commande. Un capteur de pression fournit à la commande une tension image de la pression, la pression de tarage du limiteur proportionnel étant pilotée de manière à obtenir la pression désirée dans la chambre du vérin.

Lorsque le distributeur n'est pas piloté, les deux chambres sont mises à la bêche : la pression est alors faible dans les deux circuits et les clapets se referment, bloquant le vérin en position. On n'utilise pas de distributeur identique à celui de l'exemple précédent car la fermeture des deux orifices A et B ralentirait la fermeture des clapets. Les clapets pilotés sont montés au plus près du vérin (ils sont souvent associés dans un seul composant) pour limiter le volume d'huile en compression à l'arrêt.

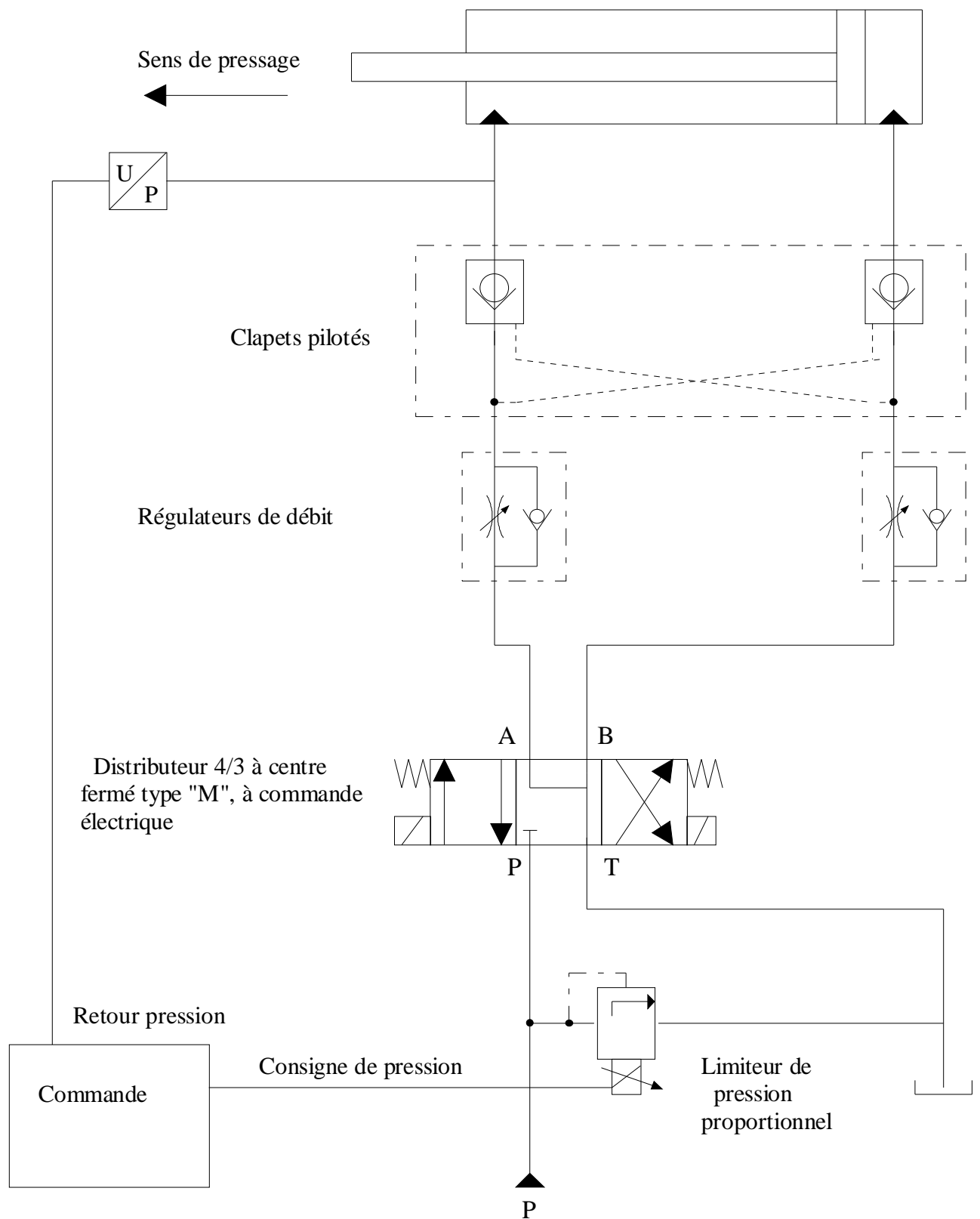


Fig.3-10: Schéma hydraulique d'un système de compression.

3-2-5 Schéma avec moteur hydraulique et système de ré alimentation.

La figure 3-11 représente l'alimentation d'un moteur hydraulique avec un système de ré alimentation.

On retrouve le système motopompe + filtre + limiteur de pression ainsi que le distributeur à centre fermé du premier exemple. Le moteur est protégé par un bloc de sécurité constitué de deux limiteurs de pression empêchant cette dernière de dépasser pendant le fonctionnement une valeur limite au-delà de laquelle le moteur pourrait être endommagé.

Un système de ré alimentation (ne pas confondre avec le gavage) fonctionne de la manière suivante :

Lorsque le distributeur est en position centrale, le moteur est théoriquement bloqué. En pratique, les moteurs hydrauliques possèdent des fuites non négligeables, la lubrification entre les pièces en mouvement étant assurée par le fluide hydraulique. Ces fuites sont collectées et retournent à la bêche, ceci étant symbolisé par le trait en pointillés sous le moteur. Ces fuites vont entraîner une rotation lente du moteur par transfert de l'huile d'une chambre vers l'autre. Pour remédier à cet inconvénient, on alimente les deux chambres du moteur en huile sous une pression définie par la pression de tarage du clapet de retour à la bêche (une dizaine de bars). Cette ré alimentation est réalisée par le distributeur qui fait débiter la pompe de P vers T : tant que la pression est suffisante (c'est à dire supérieure à la pression de tarage du clapet de retour) dans les deux chambres du moteur, les billes restent collées et la pompe débite vers la bêche via le clapet de retour taré. Si la pression diminue dans l'une des deux chambres et devient inférieure à la pression de tarage du clapet de retour, la bille du clapet correspondant se décolle de son siège permettant la remise en pression de cette chambre par le circuit de ré alimentation.

REMARQUE: La pression de tarage du limiteur de pression est beaucoup plus élevée que celle du clapet de retour : l'huile n'empreinte donc pas ce trajet.

3-2-6 Circuit hydrostatique.

Ce genre de circuit se rencontre beaucoup sur les systèmes embarqués comme les directions assistées par exemple. La pompe débite vers le moteur qui renvoie l'huile vers la pompe. Il n'y a pas de bêche à proprement parler mais juste une réserve d'huile permettant de compenser les fuites et les asymétries. Pour éviter les problèmes évoqués précédemment ainsi que la cavitation, le moteur est ré alimenté par une pompe auxiliaire entraînée par le même moteur que la pompe principale mais de cylindrée plus faible, appelée pompe de gavage.

L'étude de ces circuits est beaucoup plus complexe et sort du cadre de l'Agrégation interne.

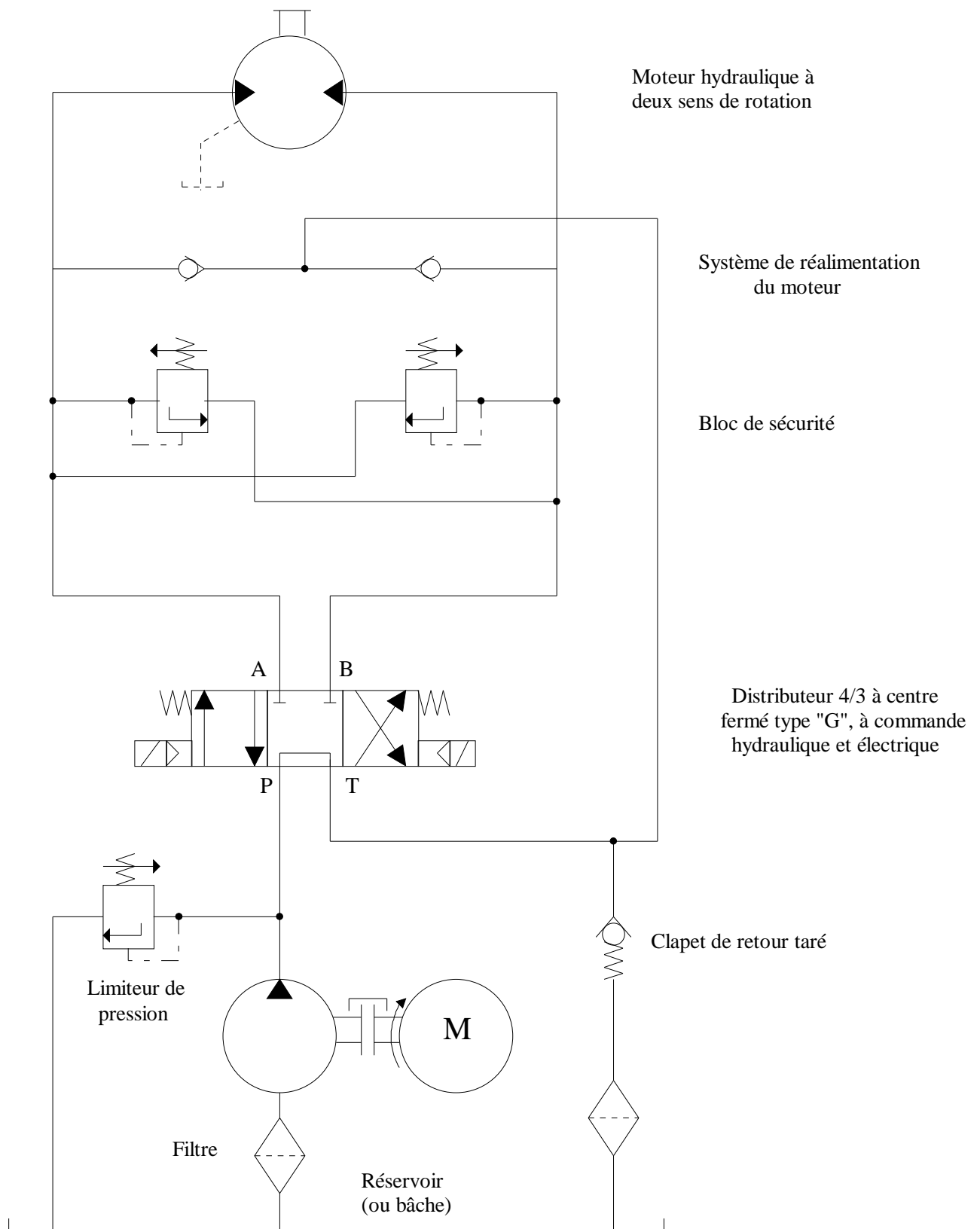


Fig.3-11: Schéma de principe d'alimentation d'un moteur hydraulique.

3-3. NOTION DE RAIDEUR HYDRAULIQUE.

3-3-1 Définition et calcul de la raideur hydraulique.

Considérons le vérin double effet bloqué en position centrale par un dispositif analogue à celui décrit au chapitre précédent et supposons que la tige de ce vérin est soumise à un effort F . Le fluide hydraulique contenu dans la chambre 1 étant compressible, cette force va provoquer un déplacement de la tige jusqu'à ce que l'augmentation de la pression p_1 soit suffisante pour équilibrer F . Par analogie avec les ressorts mécaniques, on définit une grandeur appelée raideur hydraulique qui est le rapport de la variation d'effort dF à la variation de déplacement de la tige dx soit :

$$r_h = -\frac{dF}{dx} \text{ exprimée en N/m.}$$

Le signe négatif indique que la force exercée par le système hydraulique s'oppose à F .

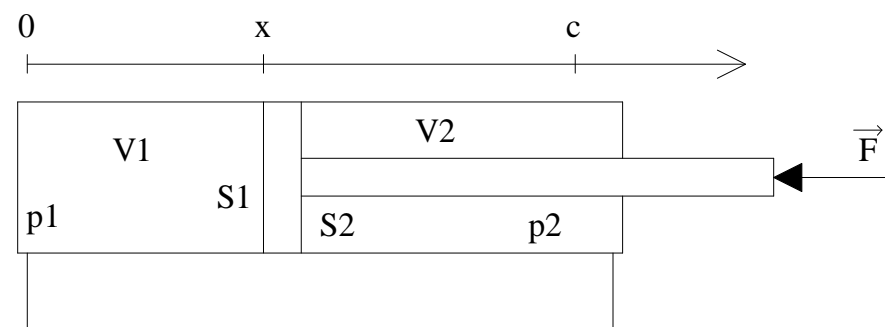


Fig. 3-12 : Schématisation du vérin bloqué en position.

Soient:

- V_1 et V_2 les volumes respectifs des chambres 1 et 2
- p_1 et p_2 les pressions.
- S_1 et S_2 les sections actives du piston.
- c la course totale du piston
- x la position courante du piston avec : $0 \leq x \leq c$
- F l'effort instantané exercé sur la tige du vérin
- V_{1r} et V_{2r} les volumes résiduels dans chaque chambre pour les positions extrêmes du piston (voir Fig.3-12). Ces volumes correspondent à l'huile résiduelle dans les chambres et à celle contenue dans les canalisations.
- Par commodité, on introduira en cours de calcul : $\alpha = \frac{S_2}{S_1}$ rapport des sections.

On effectuera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- absence de fuites : système de fermeture des canalisations parfait et étanchéité entre les chambres 1 et 2 (réalisée par le joint du piston) parfaite.
- pas de frottements secs ni visqueux entre les parties mobiles.

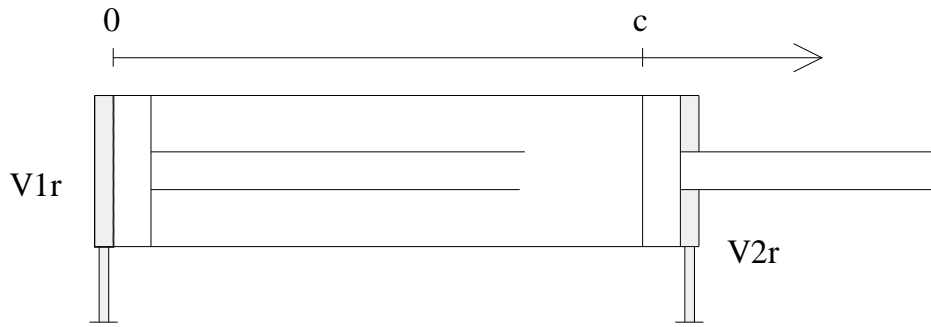


Fig. 3-13 : Volumes résiduels dans les deux positions extrêmes.

Pour un déplacement virtuel dx du piston, les variations de volume dans les chambres sont :

$$dV_1 = S_1 dx \quad \text{et} \quad dV_2 = S_2 dx$$

Dans chacune des chambres, parfaitement fermées, le débit de transfert est nul. En utilisant la relation (3-17), et en l'annulant : $Q_t = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B} \frac{dp}{dt} = 0$

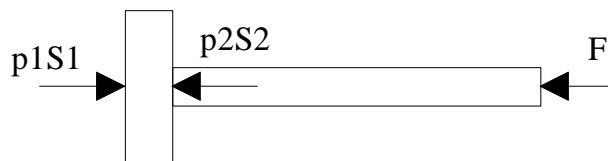
Pour la chambre 1 : $dp_1 = -B \frac{dV_1}{V_1}$

Pour la chambre 2 : $dp_2 = -B \frac{dV_2}{V_2}$

En utilisant l'expression des variations de volume, on obtient :

$$dp_1 = -B \frac{S_1}{V_1} dx \quad \text{et} \quad dp_2 = B \frac{S_2}{V_2} dx$$

Appliquons maintenant le principe fondamental de la statique au piston, en projection sur x :

$$F = p_1 S_1 - p_2 S_2$$


En différentiant : $dF = S_1 dp_1 - S_2 dp_2 = -\frac{BS_1^2}{V_1} dx - \frac{BS_2^2}{V_2} dx = -\left[\frac{BS_1^2}{V_1} + \frac{BS_2^2}{V_2} \right] dx$

et finalement : $r_h = -\frac{dF}{dx} = \left[\frac{BS_1^2}{V_1} + \frac{BS_2^2}{V_2} \right]$

$$r_h = \frac{BS_1^2}{V_1} + \frac{BS_2^2}{V_2}$$

(3-18)

On comprend intuitivement que la raideur hydraulique dépend de la position du piston : en effet, dans le cas d'une force F orientée vers la gauche, la raideur sera d'autant plus importante que le piston sera en position rentrée avec un maximum pour la position extrême.

Dans le cas où le volume résiduel serait nul, la raideur hydraulique serait infinie (le corps du vérin supportant directement l'effort F).

Ceci s'exprime formellement en remplaçant les expressions des volumes des chambres dans (3-18)

$$r_h = \frac{BS_1^2}{V_1} + \frac{BS_2^2}{V_2} = \frac{BS_1^2}{V_{1r} + S_1 x} + \frac{BS_2^2}{V_{2r} + S_2(c - x)}$$

La raideur tend vers l'infini lorsque l'on arrive en bout de course ($x = 0$ ou $x = c$).

Dans le cas d'un vérin compact, la course est suffisamment grande pour pouvoir négliger les volumes

$$\text{résiduels: } r_h = \frac{BS_1}{x} + \frac{BS_2}{(c - x)}$$

Dans le cas d'un vérin symétrique, la section est identique des deux cotés soit : $S_1 = S_2 = S$

$$r_h = BS \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{(c - x)} \right)$$

Dans le cas d'un vérin symétrique au point milieu, on a : $x = \frac{c}{2}$ et $r_h = \frac{4BS}{c}$

3-3-2 calcul de la raideur minimale :

La raideur étant maximale pour les positions extrêmes, il existe nécessairement une position intermédiaire x_m pour laquelle la raideur est minimale.

$$x_m \text{ est tel que : } \left(\frac{dr_h}{dx} \right)_{x=x_m} = 0$$

$$\text{La dérivée de la raideur s'écrit : } \left(\frac{dr_h}{dx} \right) = BS_1^2 \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{V_{1r} + S_1 x} \right) \right] + BS_2^2 \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{V_{2r} + S_2(c - x)} \right) \right]$$

$$\text{qui est une fonction de la forme } 1/u \text{ avec : } \left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dr_h}{dx} \right) = \frac{BS_1^3}{(V_{1r} + S_1 x)^2} - \frac{BS_2^3}{[V_{2r} + S_2(c - x)]^2} = \frac{BS_1^3(V_{2r} + S_2(c - x))^2 - BS_2^3(V_{1r} + S_1 x)^2}{(V_{1r} + S_1 x)^2(V_{2r} + S_2(c - x))^2}$$

$$\left(\frac{dr_h}{dx} \right) = 0 \Rightarrow S_1^3(V_{2r} + S_2(c - x))^2 - S_2^3(V_{1r} + S_1 x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (V_{2r} + S_2(c - x))^2 = \frac{S_2^3}{S_1^3} (V_{1r} + S_1 x)^2$$

En utilisant la notation $\alpha = \frac{S_2}{S_1}$, on a :

$$(V_{2r} + S_2(c - x))^2 = \alpha^3 (V_{1r} + S_1 x)^2$$

α étant positif, on cherche la solution de :

$$V_{2r} + S_2(c - x) = \varepsilon \cdot \alpha^{\frac{3}{2}} (V_{1r} + S_1 x) \text{ avec } \varepsilon = \pm 1$$

La solution avec ε négatif conduit à des valeurs de x supérieures à c : solutions impossibles.

$$\begin{aligned} V_{2r} + S_2(c - x) &= \alpha^{\frac{3}{2}} (V_{1r} + S_1 x) \\ \Leftrightarrow V_{2r} + S_2 c - S_2 x &= \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r} + \alpha^{\frac{3}{2}} S_1 x \\ \Leftrightarrow \left(\alpha^{\frac{3}{2}} S_1 + S_2 \right) x &= V_{2r} + S_2 c - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r} \\ \Leftrightarrow S_1 \left(\alpha^{\frac{3}{2}} + \alpha \right) x &= V_{2r} + \alpha S_1 c - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r} \\ \Leftrightarrow x_m &= \frac{V_{2r} + \alpha S_1 c - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{S_1 \left(\alpha^{\frac{3}{2}} + \alpha \right)} = \frac{V_{2r} + \alpha S_1 c - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{S_1 \alpha (1 + \sqrt{\alpha})} \end{aligned}$$

et finalement :
$$x_m = \frac{c}{(1 + \sqrt{\alpha})} + \frac{V_{2r} - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{S_1 \alpha (1 + \sqrt{\alpha})}$$

Le volume correspondant dans la chambre 1 est :

$$\begin{aligned} V_1(x_m) &= V_{1r} + S_1 x_m = V_{1r} + \frac{S_1 c}{(1 + \sqrt{\alpha})} + \frac{V_{2r} - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{\alpha (1 + \sqrt{\alpha})} = \frac{1}{(1 + \sqrt{\alpha})} \left[V_{1r} (1 + \sqrt{\alpha}) + S_1 c + \frac{V_{2r}}{\alpha} - \frac{\alpha^{\frac{3}{2}}}{\alpha} V_{1r} \right] \\ \Rightarrow V_1(x_m) &= \frac{1}{(1 + \sqrt{\alpha})} \left[V_{1r} + \frac{V_{2r}}{\alpha} + c S_1 \right] \end{aligned}$$

En posant : $V_t = \left[V_{1r} + \frac{V_{2r}}{\alpha} + c S_1 \right]$ volume total équivalent : $V_1(x_m) = \frac{V_t}{(1 + \sqrt{\alpha})}$

REMARQUE: Le volume total équivalent est différent du volume total des deux chambres car ce dernier varie avec la valeur de x (à cause du volume occupé par la tige) :

$$V_{\text{total}} = [V_{1r} + V_{2r} + S_1 x + S_2(c - x)]$$

Le volume correspondant dans la chambre 2 est :

$$\begin{aligned}
 V_2(x_m) &= V_{2r} + S_2(c - x_m) = V_{2r} + S_2c - \frac{S_2c}{(1 + \sqrt{\alpha})} - S_2 \left[\frac{V_{2r} - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{S_1 \alpha (1 + \sqrt{\alpha})} \right] \\
 \Rightarrow V_2(x_m) &= \frac{1}{(1 + \sqrt{\alpha})} \left[V_{2r}(1 + \sqrt{\alpha}) + S_2c(1 + \sqrt{\alpha}) - S_2c \frac{S_2 V_{2r}}{S_1 \alpha} + \frac{S_2 \sqrt{\alpha} V_{1r}}{(1 + \sqrt{\alpha})} \right] \\
 \Rightarrow V_2(x_m) &= \frac{1}{(1 + \sqrt{\alpha})} [V_{2r} \sqrt{\alpha} + S_2c \sqrt{\alpha} + \alpha \sqrt{\alpha} V_{1r}] \\
 \Rightarrow V_2(x_m) &= \frac{\alpha \sqrt{\alpha}}{(1 + \sqrt{\alpha})} \left[\frac{V_{2r}}{\alpha} + S_1c + V_{1r} \right] \\
 \text{et finalement : } V_2(x_m) &= \frac{\alpha \sqrt{\alpha}}{(1 + \sqrt{\alpha})} V_t
 \end{aligned}$$

La raideur correspondante est :

$$\begin{aligned}
 r_{hm} &= \frac{BS_1^2}{(V_1)_{xm}} + \frac{BS_2^2}{(V_2)_{xm}} = BS_1^2 \frac{(1 + \sqrt{\alpha})}{V_t} + BS_2^2 \frac{(1 + \sqrt{\alpha})}{\alpha \sqrt{\alpha} V_t} \\
 \Rightarrow r_{hm} &= \frac{B(1 + \sqrt{\alpha})}{V_t} \left[S_1^2 + \frac{S_2^2}{\alpha \sqrt{\alpha}} \right] = \frac{BS_1^2(1 + \sqrt{\alpha})}{V_t} \left[1 + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}} \right]
 \end{aligned}$$

et finalement :

$$\boxed{r_{hm} = \frac{BS_1^2}{V_t} (1 + \sqrt{\alpha})^2} \quad (3-19)$$

Exemple: calculons la raideur du vérin utilisé dans le sujet de l'Agrégation interne de mécanique session 1995 :

$$\begin{aligned}
 B &= 1500 \text{ Mpa} \\
 S_1 &= 17671 \text{ mm}^2 \\
 S_2 &= 9817 \text{ mm}^2 \\
 c &= 3400 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Les volumes résiduels sont négligés.

On calcule $\alpha \approx 0.56$

$$\text{La fonction raideur est : } r_h = \frac{BS_1}{x} + \frac{BS_2}{(c - x)} = \frac{1500 \cdot 10^6 \times 0.017671}{x} + \frac{1500 \cdot 10^6 \times 0.09817}{3.4 - x}$$

Le tracé de la fonction raideur est effectué Fig.3-13. Les volumes résiduels étant négligés, la raideur tend vers l'infini lorsque x prend les valeurs 0 (tige rentrée) et c (tige sortie).

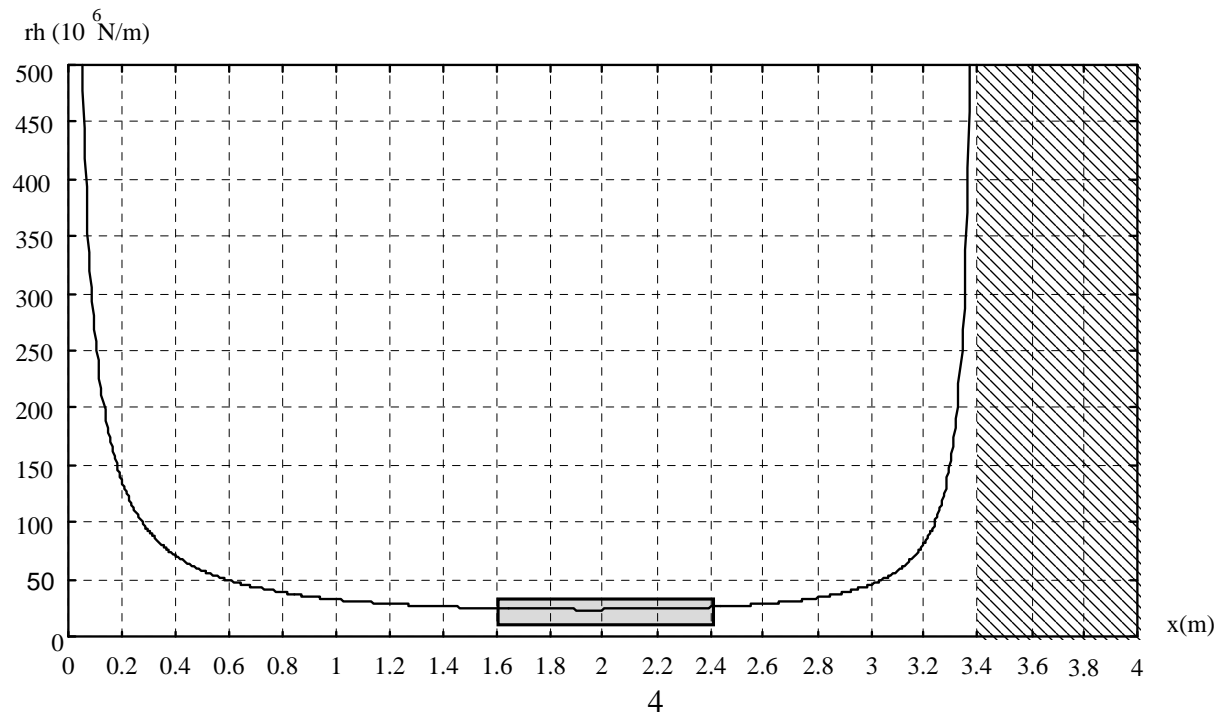


Fig. 3-13 : Tracé de la fonction raideur $r_h(x)$.

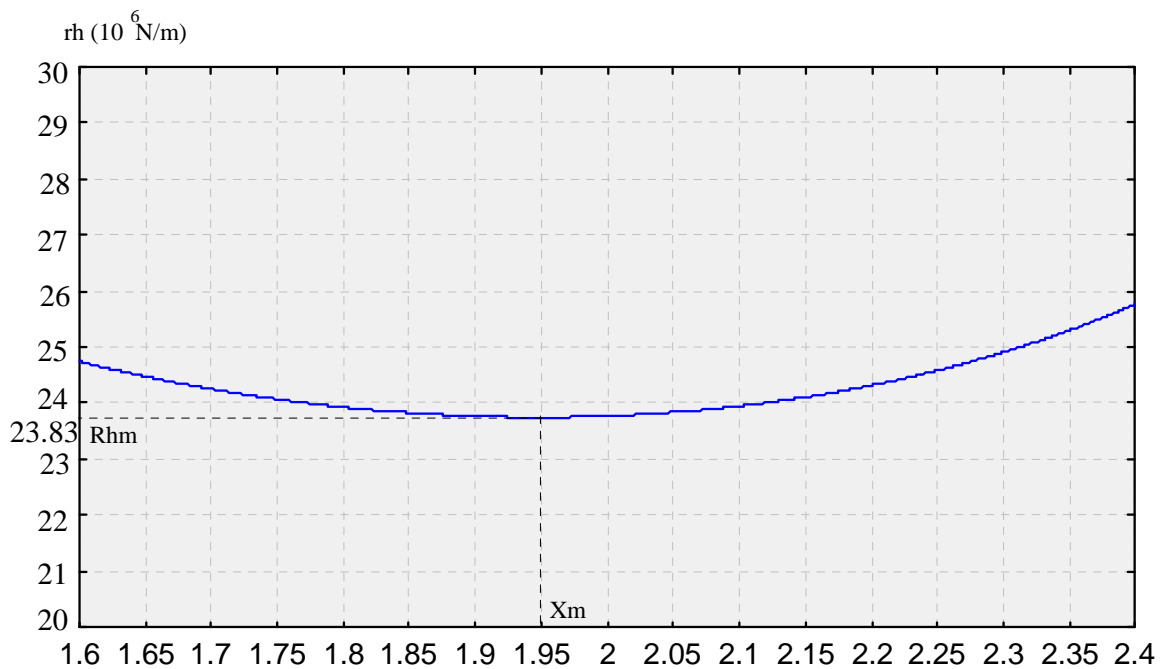


Fig. 3-14 : Zoom sur le minimum de $r_h(x)$.

Le calcul nous donne

$$r_{hm} = \frac{BS_1^2}{\left[V_{1r} + \frac{V_{2r}}{\alpha} + cS_1 \right]} (1 + \sqrt{\alpha})^2 = \frac{1500 \times (0.017671)^2}{0.017671 \times 3.4} (1 + \sqrt{0.56})^2 = 23.83 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

Pratiquement, cela signifie qu'il faut appliquer une masse équivalente supérieure à 2 tonnes en bout de tige pour déplacer cette dernière de 1mm.

$$\text{Pour une valeur de } x : x_m = \frac{c}{(1 + \sqrt{\alpha})} + \frac{V_{2r} - \alpha^{\frac{3}{2}} V_{1r}}{S_1 \alpha (1 + \sqrt{\alpha})} = \frac{3.4}{1 + \sqrt{0.56}} = 1.95 \text{ m}$$

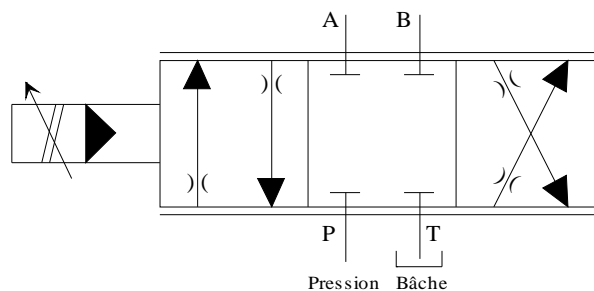
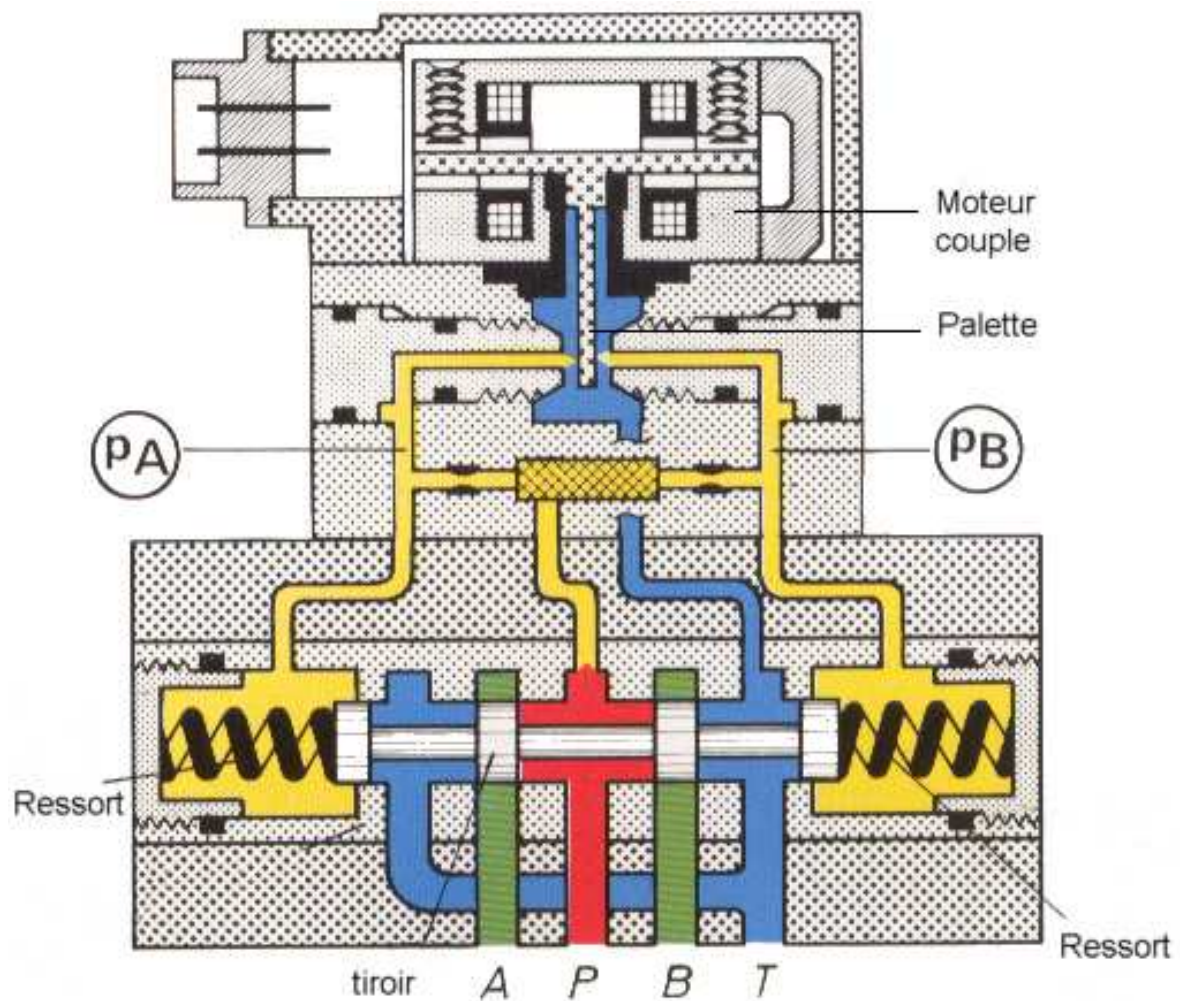
Tableau de synthèse : Les différentes expressions de la raideur hydraulique sont résumées dans le tableau suivant :

cas de figure	Expression de la raideur hydraulique.	Raideur minimale.
Cas général :	$r_h = \frac{BS_1^2}{V_{1r} + S_1 x} + \frac{BS_2^2}{V_{2r} + S_2 (c - x)}$	$r_{h\min} = \frac{BS_1^2 (1 + \sqrt{\alpha})^2}{V_{1r} + \frac{V_{2r}}{c} + cS_1}$
Vérin compact : $V_{1r} = V_{2r} \approx 0$	$r_h = \frac{BS_1}{x} + \frac{BS_2}{(c - x)}$	$r_{h\min} = \frac{BS_1 (1 + \sqrt{\alpha})^2}{c}$
vérin symétrique : $S_1 = S_2 = S$	$r_h = BS \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{(c - x)} \right)$	$r_{h\min} = \frac{BS^2 (1 + \sqrt{\alpha})^2}{V_{1r} + \frac{V_{2r}}{c} + cS}$
vérin symétrique au point milieu : $x = \frac{c}{2}$	$r_h = \frac{4BS}{c}$	-

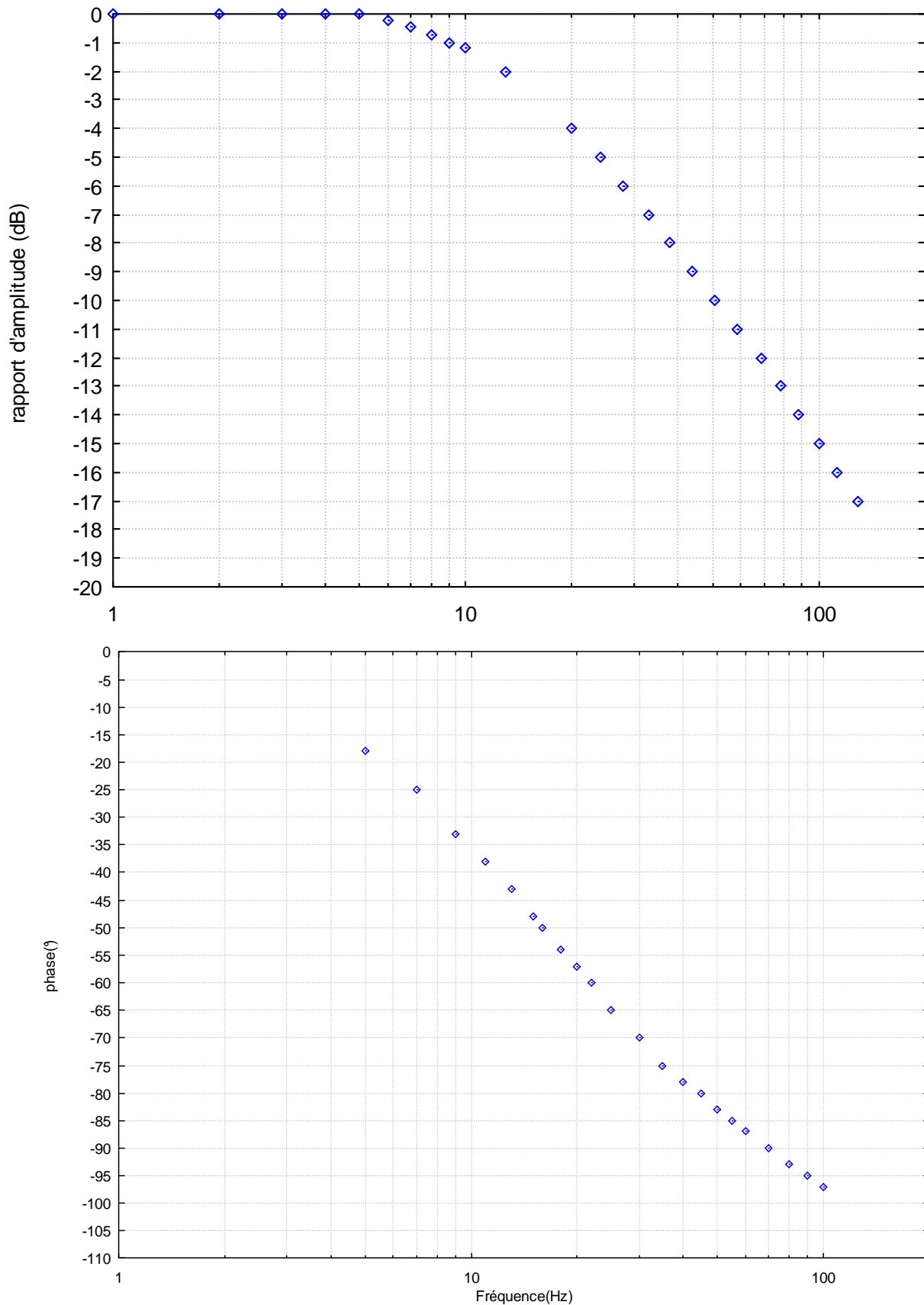
3-3-3 Application : calcul d'un actionneur à la raideur. Un exemple de calcul de vérin à la raideur est fourni par C.Merlaud dans son poly "la commande d'axe".

3-4. SERVOVALVE HYDRAULIQUE MOOG.

Fonctionnement : un courant $i(t)$ alimentant le moteur couple provoque une rotation de la palette. Dans le cas d'une rotation horaire, la pression P_a va augmenter (le gicleur est partiellement obturé) tandis que la pression P_b diminue pour la raison inverse. Cette différence de pression entraîne le déplacement du tiroir vers la droite jusqu'à une position d'équilibre dépendant de la position de la palette. L'orifice B est mis à la pression P avec une ouverture proportionnelle au déplacement du tiroir, le débit q variant de la même manière. Simultanément, l'orifice A est mis à la bêche.



Le constructeur MOOG fournit la courbe débit/courant de la servovalve F 062-233 ainsi que son diagramme de Bode expérimental.



Réponse en fréquence d'un servovalve MOOG 062-233 alimentée sous 70 bars

Chapitre 4

ASSERVISSEMENTS HYDRAULIQUES.

4-1. CHAINES ASSERVIES DE COMMANDE HYDRAULIQUE .

4-1-1 Intérêt de la technologie hydraulique pour les systèmes asservis.

Avantages:

- * Très grande puissance massique (jusqu'à 10kW/kg), supérieure à celle des moteurs autosynchrones les plus performants.
- * Excellentes performances dynamiques: mobilisation de 10kW en 10ms contre 50ms pour les meilleurs moteurs autosynchrones.
- * Très forts couples au démarrage et à basse vitesse (jusqu'à 1000N.m).
- * Evacuation des calories par le fluide.
- * Possibilité de fonctionnement en ambiance sévère.
- * Grande souplesse d'utilisation: adaptation de puissance, adaptation de vitesse et protection des surcharges au moyen de composants standard.
- * obtention directe de mouvements linéaires.
- * Maintien en position de l'actionneur simple à réaliser.

Inconvénients:

- * Modélisation du fonctionnement assez difficile (non linéaire).
- * Rendement global (alimentation + actionneur) faible: 0,2 à 0,5.
- * Fonctionne mal à basse température.
- * Nécessite de générer la puissance hydraulique à partir de l'énergie électrique ou thermique (groupe motopompe)
- * Filtration soignée du fluide hydraulique.
- * Actionneurs coûteux.
- * Technologie peu enseignée en France.

Domaines privilégiés d'utilisation.

- * Efforts et couples élevés à basse vitesse (engins de chantier, pelleteuses, grues, treuils, etc.)
- * Commandes embarquées (aéronautique, automobile, etc.)
- * Industrie lourde (extrudeuses, etc.)
- * Applications asservies de très grande bande passante.

Domaines où le choix est difficile entre actionneurs hydrauliques et électriques.

* Il s'agit principalement de la robotique, dans une gamme de puissance de 5 à 10kW. Les développements récents des moteurs, en particulier autosynchrones, ayant permis une augmentation notable des performances dynamiques et de la puissance massique en technologie électrique, on les préfère généralement pour leur plus grande facilité de commande et d'asservissement, pour la simplicité de leur mise en oeuvre, ainsi que pour leur meilleur rendement. On rencontre actuellement des robots de manutention « 500 kg ».

4-1-2 Structure générale d'une chaîne de commande hydraulique.

La figure 4-1 montre les différents types d'asservissements que l'on rencontre en hydraulique: position, vitesse, force, pression.

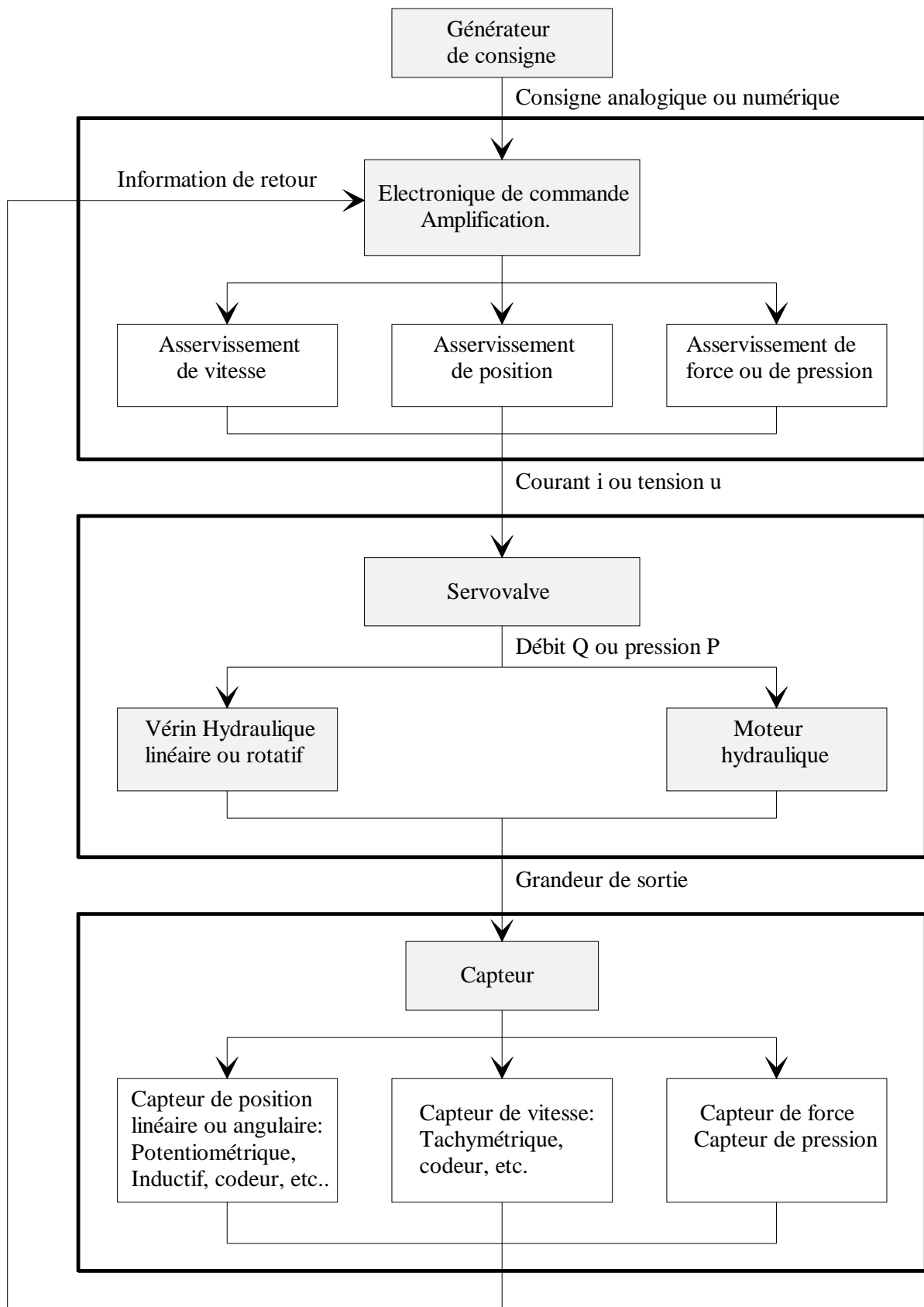


Fig.4-1: Différents types de chaînes de commandes hydrauliques asservies.

4-2. MISE EN EQUATION DE L'ENSEMBLE VERIN-DISTRIBUTEUR.

Considérons l'ensemble vérin-distributeur suivant:

En traits pleins: phase de sortie de tige.

En traits pointillés: phase de rentrée de tige.

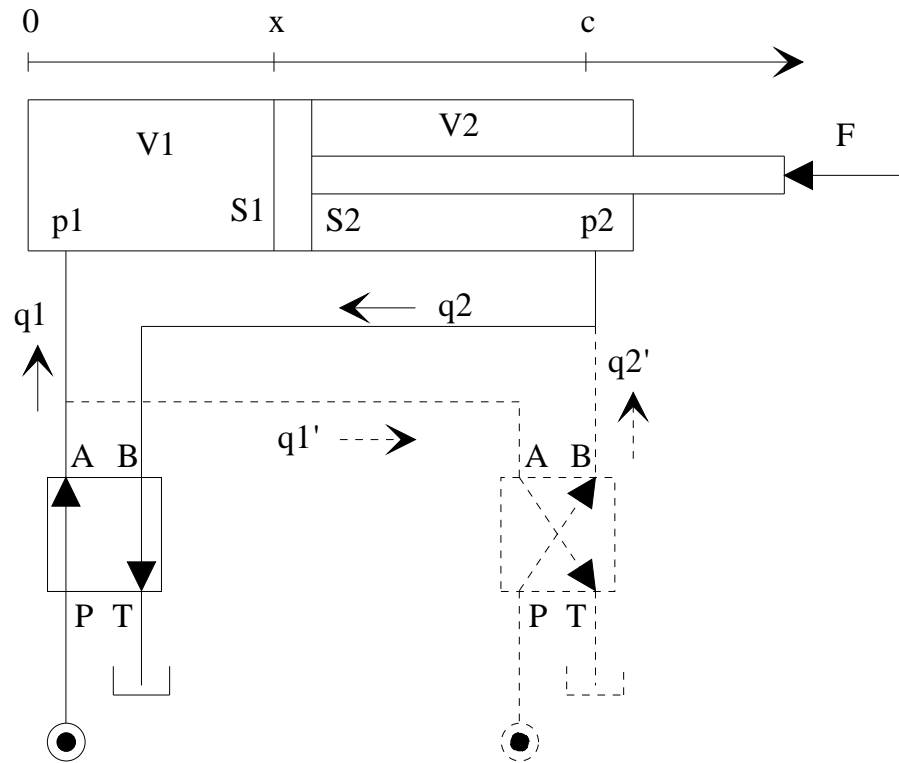


Fig. 4-2: Paramétrage de l'ensemble vérin-distributeur.

On pose:

- V_1 et V_2 : les volumes respectifs des chambres 1 et 2
- p_1 et p_2 : les pressions respectives dans les chambres 1 et 2
- p_p et p_t : les pressions respectives d'alimentation et de retour du distributeur.
- S_1 et S_2 : les sections actives du piston.
- q_1 et q_2 : les débits
- c : la course totale du piston
- x : la position courante du piston avec: $0 \leq x \leq c$
- F : l'effort instantané exercé sur la tige du vérin
- f : le coefficient de frottement visqueux entre le piston et le cylindre
- B : le module de compressibilité du fluide
- λ : le coefficient de fuites entre les chambres
- Δp_n : la perte de charge nominale par voie du distributeur.
- i : le courant de commande de la servovalve.

Hypothèses:

- Tige et corps du vérin indéformables.
- pas de frottements secs.
- fuites linéaires.

4-2-1 Mise en équation dans le cas général.

Nous savons que les pertes de charges localisées (cas de la restriction du distributeur) s'expriment

$$\text{sous la forme: } \Delta p = \frac{1}{2} \xi \rho \frac{Q^2}{S^2} \quad (3-13)$$

$$\text{On en tire la forme du débit: } Q = \frac{S}{\sqrt{2\xi\rho}} \sqrt{\Delta p} = K\sqrt{\Delta p}$$

Par définition, le débit nominal est: $Q_n = k_D i_n \sqrt{\Delta p_n}$

On a également: $Q_1 = k_D i \sqrt{p_P - p_A} = k_D i \sqrt{p_P - p_1}$

et: $Q_2 = k_D i \sqrt{p_B - p_T} = k_D i \sqrt{p_2 - p_T}$

Finalement l'expression des débits en phase de sortie de tige est:

$$Q_1 = \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_P - p_1}{\Delta p_n}} \quad (4-1)$$

$$Q_2 = \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_2 - p_T}{\Delta p_n}} \quad (4-2)$$

en phase de rentrée de tige on a:

$$Q_1 = \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_1 - p_T}{\Delta p_n}} \quad (4-3)$$

$$Q_2 = \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_P - p_2}{\Delta p_n}} \quad (4-4)$$

Débits dans le vérin:

Le débit Q_1 rentrant dans la chambre 1 sert à compenser:

- le débit de déformation dû au déplacement du piston $Q_d = S_1 \frac{dx}{dt}$
- le débit de compressibilité dû à la variation de pression $Q_c = \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt}$
- le débit de fuites $Q_f = \lambda(p_1 - p_2)$ la pression p_1 étant supérieure à p_2

En phase de sortie de tige:

$$Q_1 = S_1 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) + \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt} \quad (4-5)$$

De même pour Q_2

$$Q_2 = S_2 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) - \frac{V_2}{B} \frac{dp_2}{dt} \quad (4-6)$$

On remarque le signe négatif de la contribution du débit de déformation: si la pression augmente dans la chambre 2, le fluide se contracte et le débit Q_2 en sortie diminue.

En phase de rentrée de tige:

$$Q_1 = S_1 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_2 - p_1) - \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt} \quad (4-7)$$

$$Q_2 = S_2 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_2 - p_1) + \frac{V_2}{B} \frac{dp_2}{dt} \quad (4-8)$$

Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble mobile:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = p_1 S_1 - p_2 S_2 - f \frac{dx}{dt} - F \quad (4-9)$$

REMARQUE: dans le cas où l'on tiendrait compte de la raideur mécanique (pas d'hypothèse de solides indéformables) l'équation (4-9) s'écrirait:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = p_1 S_1 - p_2 S_2 - f \frac{dx}{dt} - F - r_{me} x \quad \text{avec: } r_{me} \text{ raideur mécanique.}$$

Expression des volumes des chambres:

$$V_1 = V_{1r} + S_1 x \quad (4-10)$$

$$V_2 = V_{2r} + S_2 (c - x) \quad (4-11)$$

On obtient finalement un système de 7 équations dont:

- deux sont non linéaires: (4-1) et (4-2)
- deux sont à variables non séparables: (4-5) et (4-6)
- par ailleurs, ces quatre équations varient lors du changement de sens de mouvement de la tige.

Système d'équations pour la sortie de tige:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_P - p_1}{\Delta p_n}} \\ Q_2 &= \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_2 - p_T}{\Delta p_n}} \\ Q_1 &= S_1 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) + \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt} \\ Q_2 &= S_2 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) - \frac{V_2}{B} \frac{dp_2}{dt} \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= p_1 S_1 - p_2 S_2 - f \frac{dx}{dt} - F \\ V_1 &= V_{1r} + S_1 x \\ V_2 &= V_{2r} + S_2 (c - x) \end{aligned} \right\}$$

Système d'équations pour la rentrée de tige:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_1 - p_T}{\Delta p_n}} \\ Q_2 &= \frac{i}{i_n} Q_n \sqrt{\frac{p_P - p_2}{\Delta p_n}} \\ Q_1 &= S_1 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_2 - p_1) - \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt} \\ Q_2 &= S_2 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_2 - p_1) + \frac{V_2}{B} \frac{dp_2}{dt} \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= p_1 S_1 - p_2 S_2 - f \frac{dx}{dt} - F \\ V_1 &= V_{1r} + S_1 x \\ V_2 &= V_{2r} + S_2 (c - x) \end{aligned} \right\}$$

La résolution générale n'est pas possible par des méthodes formelles. Il reste donc deux solutions:

- Méthodes numériques
- Hypothèses simplificatrices.

Nous allons mettre en oeuvre la seconde.

4-2-2 Modèle des petits déplacements.

On considère le vérin en phase terminale de déplacement: les mouvements ont une amplitude négligeable autour du point actuel: Ceci correspond en pratique à la phase d'approche d'un asservissement de position à la valeur visée.

Conséquences: les volumes V_1 et V_2 sont constants.

les variations de débit sont négligeables et les débits sont constants: $Q_1 = Q_{1m}$
et $Q_2 = Q_{2m}$



Le fait que l'on néglige l'amplitude des déplacements autour d'un point n'implique pas qu'il faille négliger les vitesses auxquelles s'effectuent ces petits déplacements. En effet, les variations de position peuvent être brutales malgré leur faible amplitude. En d'autres termes, le fait de négliger une fonction n'oblige pas nécessairement à négliger sa dérivée.

Il reste alors trois équations sur les sept de notre système, les deux équations de débit et les deux équations de volume n'ayant plus de signification: ce système est linéaire.

$$\left. \begin{aligned} Q_{1m} &= S_1 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) + \frac{V_1}{B} \frac{dp_1}{dt} \\ Q_{2m} &= S_2 \frac{dx}{dt} + \lambda(p_1 - p_2) - \frac{V_2}{B} \frac{dp_2}{dt} \\ M \frac{d^2x}{dt^2} &= p_1 S_1 - p_2 S_2 - f \frac{dx}{dt} - F \end{aligned} \right\}$$

On peut maintenant appliquer la transformation de Laplace à ce système, en posant les conditions initiales nulles:

$$\left. \begin{aligned} Q_{1m}(p) &= S_1 p X(p) + \lambda(P_1(p) - P_2(p)) + \frac{V_1}{B} p P_1(p) \\ Q_{2m}(p) &= S_2 p X(p) + \lambda(P_1(p) - P_2(p)) - \frac{V_2}{B} p P_2(p) \\ M p^2 X(p) &= S_1 P_1(p) - S_2 P_2(p) - f p X(p) - F(p) \end{aligned} \right\}$$

Ce système comporte six fonctions: $X(p)$, $P_1(p)$, $P_2(p)$, $Q_{1m}(p)$, $Q_{2m}(p)$, $F(p)$

Les trois équations étant linéairement indépendantes, on peut éliminer deux de ces fonctions et exprimer une des quatre restantes en fonction des trois autres. Suivant le type d'asservissement considéré, on cherchera à exprimer la position, la vitesse (par dérivation), la pression ou la force.

4-3. FONCTION DE TRANSFERT EN POSITION ET EN VITESSE.

4-3-1 Modèle des petits déplacements - cas général.

La fonction qui nous intéresse est la position $X(p)$ que l'on exprimera en fonction des débits $Q_{1m}(p)$, $Q_{2m}(p)$ et de $F(p)$. Pour ce faire, il faut prendre $X(p)$, $P_1(p)$, $P_2(p)$ comme vecteur inconnue. Le système devient:

$$\left. \begin{aligned} Q_{1m}(p) &= S_1 p X(p) + \left[\lambda + \frac{V_1}{B} p \right] P_1(p) - \lambda P_2(p) \\ Q_{2m}(p) &= S_2 p X(p) + \lambda P_1(p) - \left[\lambda + \frac{V_2}{B} p \right] P_2(p) \\ F(p) &= -[Mp^2 - fp] X(p) + S_1 P_1(p) - S_2 P_2(p) \end{aligned} \right\}$$

Ce système peut se mettre sous forme matricielle. En notant implicitement les fonctions, on a:

$$\begin{bmatrix} S_1 p & \lambda + \frac{V_1}{B} p & -\lambda \\ S_2 p & \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) \\ -(Mp^2 + fp) & S_1 & -S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{1m} \\ Q_{2m} \\ F \end{bmatrix}$$

système de CRAMER (trois équations linéairement indépendantes à trois inconnues) dont la solution X qui nous intéresse est:

$$\frac{\begin{vmatrix} Q_{1m} & \lambda + \frac{V_1}{B} p & -\lambda \\ Q_{2m} & \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) \\ F & S_1 & -S_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_1 p & \lambda + \frac{V_1}{B} p & -\lambda \\ S_2 p & \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) \\ -(Mp^2 + fp) & S_1 & -S_2 \end{vmatrix}} = \frac{N}{D}$$

En développant D , il vient:

$$D = S_1 p \begin{vmatrix} \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p\right) \\ S_1 & -S_2 \end{vmatrix} - S_2 p \begin{vmatrix} \left(\lambda + \frac{V_1}{B} p\right) & -\lambda \\ +S_1 & -S_2 \end{vmatrix} - (Mp^2 + fp) \begin{vmatrix} \left(\lambda + \frac{V_1}{B} p\right) & -\lambda \\ \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p\right) \end{vmatrix}$$

$$D = S_1 p \left[-\lambda S_2 + S_1 \left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) \right] - S_2 p \left[\left(\lambda + \frac{V_1}{B} p \right) S_2 + \lambda S_1 \right] + (Mp^2 + fp) \left[\left(\lambda + \frac{V_1}{B} p \right) \left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) - \lambda^2 \right]$$

$$D = +p \left[\lambda (S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 S_2) + \frac{1}{B} (S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1) p \right] - (Mp^2 + fp) \left[\frac{V_1 V_2}{B^2} p^2 + \frac{\lambda}{B} (V_1 + V_2) p \right]$$

$$D = +p \left[\lambda (S_1 - S_2)^2 + \frac{V_1 V_2}{B^2} \underbrace{\left(\frac{BS_1^2}{V_1} + \frac{BS_2^2}{V_2} \right)}_{r_h} p \right] + (Mp^2 + fp) \left[\frac{V_1 V_2}{B^2} p^2 + \frac{\lambda}{B} (V_1 + V_2) p \right]$$

En remarquant que: $V_1 + V_2 = V_1 V_2 \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)$ on a:

$$\frac{\lambda}{B} (V_1 + V_2) = \frac{\lambda}{B} V_1 V_2 \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) = \frac{V_1 V_2}{B^2} \left[\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]$$

et en remplaçant r_h , l'expression de D devient:

$$D = + \frac{V_1 V_2}{B^2} p \left[\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2)^2 + (mp^2 + fp + r_h) p + \lambda B (Mp^2 + fp) \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]$$

Le développement de N donne de la même manière:

$$N = Q_{1m} \begin{vmatrix} \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p\right) \\ S_1 & -S_2 \end{vmatrix} - Q_{2m} \begin{vmatrix} \left(\lambda + \frac{V_1}{B} p\right) & -\lambda \\ +S_1 & -S_2 \end{vmatrix} + F \begin{vmatrix} \left(\lambda + \frac{V_1}{B} p\right) & -\lambda \\ \lambda & -\left(\lambda + \frac{V_2}{B} p\right) \end{vmatrix}$$

$$N = Q_{1m} \left[-\lambda S_2 + S_1 \left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) \right] + Q_{2m} \left[\left(\lambda + \frac{V_1}{B} p \right) S_2 - \lambda S_1 \right] - F \left[\left(\lambda + \frac{V_1}{B} p \right) \left(\lambda + \frac{V_2}{B} p \right) - \lambda^2 \right]$$

$$N = +Q_{1m} \left[\lambda (S_1 - S_2) + \frac{S_1 V_2}{B} p \right] + Q_{2m} \left[\lambda (S_2 - S_1) + \frac{S_2 V_1}{B} p \right] - F p \left[\frac{V_1 V_2}{B^2} p + \frac{\lambda}{B} (V_1 + V_2) \right]$$

$$N = \frac{V_1 V_2}{B^2} \left[\left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2) + \frac{BS_1}{V_1} p \right) Q_{1m} + \left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_2 - S_1) + \frac{BS_2}{V_2} p \right) Q_{2m} - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) p F \right) \right]$$

Le transfert de $X(p)$ s'écrit finalement:

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{\left[\left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2) + \frac{BS_1}{V_1} p \right) Q_{1m}(p) + \left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_2 - S_1) + \frac{BS_2}{V_2} p \right) Q_{2m}(p) - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) p F(p) \right) \right]}{p \left[\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2)^2 + (Mp^2 + fp + r_h) p + \lambda B (Mp^2 + fp) \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]}$$

Fonction d'ordre 4 et de classe 1

Le transfert en vitesse s'obtient immédiatement en multipliant par p :

$$\frac{dX(p)}{dt} = \frac{\left[\left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2) + \frac{BS_1}{V_1} p \right) Q_{1m}(p) + \left(\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_2 - S_1) + \frac{BS_2}{V_2} p \right) Q_{2m}(p) - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) p F(p) \right) \right]}{\left[\frac{\lambda B^2}{V_1 V_2} (S_1 - S_2)^2 + (Mp^2 + fp + r_h) p + \lambda B (Mp^2 + fp) \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]}$$

Fonction d'ordre 3 et de classe 0

4-3-2 Modèle des petits déplacements - cas du vérin symétrique.

Le vérin symétrique possède une double tige et les surfaces S_1 et S_2 sont égales. Le transfert s'écrit maintenant:

$$X(p) = \frac{\left[\left(\frac{BS_1}{V_1} p \right) Q_{1m}(p) + \left(\frac{BS_2}{V_2} p \right) Q_{2m}(p) - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) p F(p) \right) \right]}{p \left[(Mp^2 + fp + r_h) p + \lambda B (Mp^2 + fp) \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]}$$

$$X(p) = \frac{\left[BS \left(\frac{Q_{1m}(p)}{V_1} + \frac{Q_{2m}(p)}{V_2} \right) p - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) p F(p) \right) \right]}{p \left[\left[Mp^3 + \left[f + M\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right] p^2 + \left[r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right] p \right] \right]}$$

et finalement:

$$X(p) = \frac{\left[BS \left(\frac{Q_{1m}(p)}{V_1} + \frac{Q_{2m}(p)}{V_2} \right) - \left(p + \lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) F(p) \right) \right]}{p \left[\left[Mp^2 + \left[f + M\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right] p + \left[r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right] \right] \right]}$$

Fonction du troisième ordre et de classe 1

La mise sous forme standard de cette fonction s'effectue en divisant par: $\left[r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right]$

Le dénominateur devient:
$$D(p) = p \left[1 + \frac{f + M\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)}{r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)} p + \frac{M}{r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)} p^2 \right]$$

de la forme: $p \left(1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)$

D'où on tire:
$$\omega_n = \sqrt{\frac{r_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)}{M}} \quad \text{et} \quad z = \frac{1}{2} \left[\frac{f + M\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)}{\sqrt{Mr_h + f\lambda B \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)}} \right]$$

4-3-3 Modèle des petits déplacements - cas du distributeur symétrique et du vérin symétrique au point milieu.

On a: $V_1 = V_2 = \frac{V_t}{2}$ et: $Q_{1m} = Q_{2m} = Q$

Le transfert calculé avec le modèle des petits déplacements devient:

$$X(p) = \frac{\left[BS \left(\frac{2Q(p)}{V_t} + \frac{2Q(p)}{V_t} \right) - \left(p + \lambda B \left(\frac{2}{V_t} + \frac{2}{V_t} \right) F(p) \right) \right]}{p \left[\left[Mp^2 + \left[f + M\lambda B \left(\frac{2}{V_t} + \frac{2}{V_t} \right) \right] p + \left[r_h + f\lambda B \left(\frac{2}{V_t} + \frac{2}{V_t} \right) \right] \right] \right]}$$

$$X(p) = \frac{\left[\frac{4QBS}{V_t} - \left(p + \frac{4\lambda B}{V_t} \right) F(p) \right]}{p \left[\left[Mp^2 + \left(f + \frac{4M\lambda B}{V_t} \right) p + \left(r_h + \frac{4f\lambda B}{V_t} \right) \right] \right]}$$

En remarquant que: $r_h = \frac{4BS^2}{V_t}$ et en multipliant l'expression de $X(p)$ par $\frac{V_t}{4BS^2}$ on obtient:

$$X(p) = \frac{\frac{Q}{S} - \frac{1}{S^2} \left(\lambda + \frac{V_t}{4B} fp \right) F(p)}{p \left[\left(\frac{MV_t}{4BS^2} p^2 + \left(\frac{fV_t}{4BS^2} + \frac{M\lambda}{S^2} \right) p + \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right) \right) \right]}$$

La mise sous forme standard s'obtient en divisant le tout par: $\left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)$

$$X(p) = \frac{\frac{1}{S \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}}{p \left(1 + \frac{\left(\frac{fV_t}{4B} + M\lambda \right)}{S^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)} p + \frac{MV_t}{4BS^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)} p^2 \right)} Q(p) - \frac{\frac{\left(\lambda + \frac{V_t}{4B} fp \right)}{S^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}}{p \left(1 + \frac{\left(\frac{fV_t}{4B} + M\lambda \right)}{S^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)} p + \frac{MV_t}{4BS^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)} p^2 \right)} F(p)$$

Le gain en débit est: $K_d = \frac{1}{S \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}$

La pulsation propre est: $\omega_n = \sqrt{\frac{4BS^2 \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}{MV_t}} = \sqrt{\frac{r_h \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}{M}}$

Le facteur d'amortissement est: $z = \frac{1}{2} \left[\frac{f + \frac{4BM\lambda}{V_t}}{\sqrt{Mr_h \left(1 + \frac{f\lambda}{S^2} \right)}} \right]$

4-3-4 Modèle des petits déplacements - cas du vérin standard sans fuites. On a: $\lambda = 0$

Le transfert calculé avec le modèle des petits déplacements devient:

$$X(p) = \frac{\left[\left(\frac{BS_1 Q_{1m}(p)}{V_1} + \frac{BS_2 Q_{2m}(p)}{V_2} \right) - pF(p) \right]}{p(Mp^2 + fp + r_h)}$$

$$X(p) = \frac{\left[\frac{BS_1}{r_h V_1} Q_{1m}(p) + \frac{BS_2}{r_h V_2} Q_{2m}(p) + \frac{p}{r_h} F(p) \right]}{p \left(\frac{M}{r_h} p^2 + \frac{f}{r_h} p + 1 \right)}$$

$$\omega_m = \sqrt{\frac{r_h}{M}}$$

$$z = \frac{1}{2} \frac{f}{\sqrt{r_h}}$$

4-4. EXEMPLES DE CALCULS

Il est assez difficile de trouver dans la littérature des exemples qui ne soient pas réservés à des spécialistes, l'hydraulique restant une discipline confidentielle en France tout au moins. Le plus simple consiste à travailler les anciens sujets des Agrégations internes (voire externes) de mécanique et de génie mécanique, parmi lesquels :

Agrégation externe de mécanique : sujets 1995 et 2000 ;

Agrégation interne de mécanique : sujet 1995

Agrégation interne de génie mécanique : pas d'hydraulique depuis la création jusqu'en 2000 inclus.

Chapitre 5

APPLICATION 1 : PINCE DE SOUDAGE ROBOTISEE.

GENERALITES.

La fabrication d'une carrosserie automobile moderne requiert la réalisation de plusieurs milliers de points de soudure. Le soudage robotisé, qui existe depuis une vingtaine d'années, est actuellement une technique bien maîtrisée, fiable et rentable. Une chaîne de fabrication peut comporter une centaine de cellules de soudage qui travaillent en parallèle.

Le système considéré est une cellule de soudage robotisée dont la fonction est de réaliser le soudage par points de tôles automobiles, en l'occurrence la partie latérale droite d'une carrosserie de Renault Mégane. Cette cellule est installée sur une chaîne linéaire, le transfert d'une cellule à l'autre s'effectuant au moyen de tables élévatrices à rouleaux.

La cellule comporte :

- * une table élévatrice à rouleaux supportant la pièce à pointer et permettant son transfert ;
- * deux robots ABB 6 axes équipés chacun d'une pince MFB de soudage ;
- * deux systèmes EXROD de rodage et de changement d'électrodes usagées ;
- * les armoires de commande et la connectique associée (non représentées).

Les opérations étant achevées sur toutes les cellules, les transferts des pièces d'une cellule à la suivante s'effectuent alors simultanément. Les durées des opérations sur les différentes cellules sont optimisées, la cellule la plus lente imposant son rythme à l'ensemble de la chaîne.

Les schémas suivants montrent l'ensemble de la cellule avec les trajectoires de chacun des deux robots (pointillés en rouge)

La soudure par points est effectuée par fusion autogène sous pression de deux pièces métalliques, obtenue par effet Joule sous l'action d'un fort courant électrique traversant les pièces à assembler. La pression, réalisée par l'application d'un effort aux extrémités des électrodes de la pince, permet l'interpénétration des métaux en fusion.

Cycle de fonctionnement :

la pince est commandée successivement de deux manières différentes :

a) Phase synchronisée : Pendant les mouvements du robot, la pince est gérée comme un septième axe du robot, synchronisé avec les six autres. Les consignes de position de la pince sont calculées par la commande numérique du robot de telle manière que les sept axes commencent et terminent simultanément leurs mouvements.

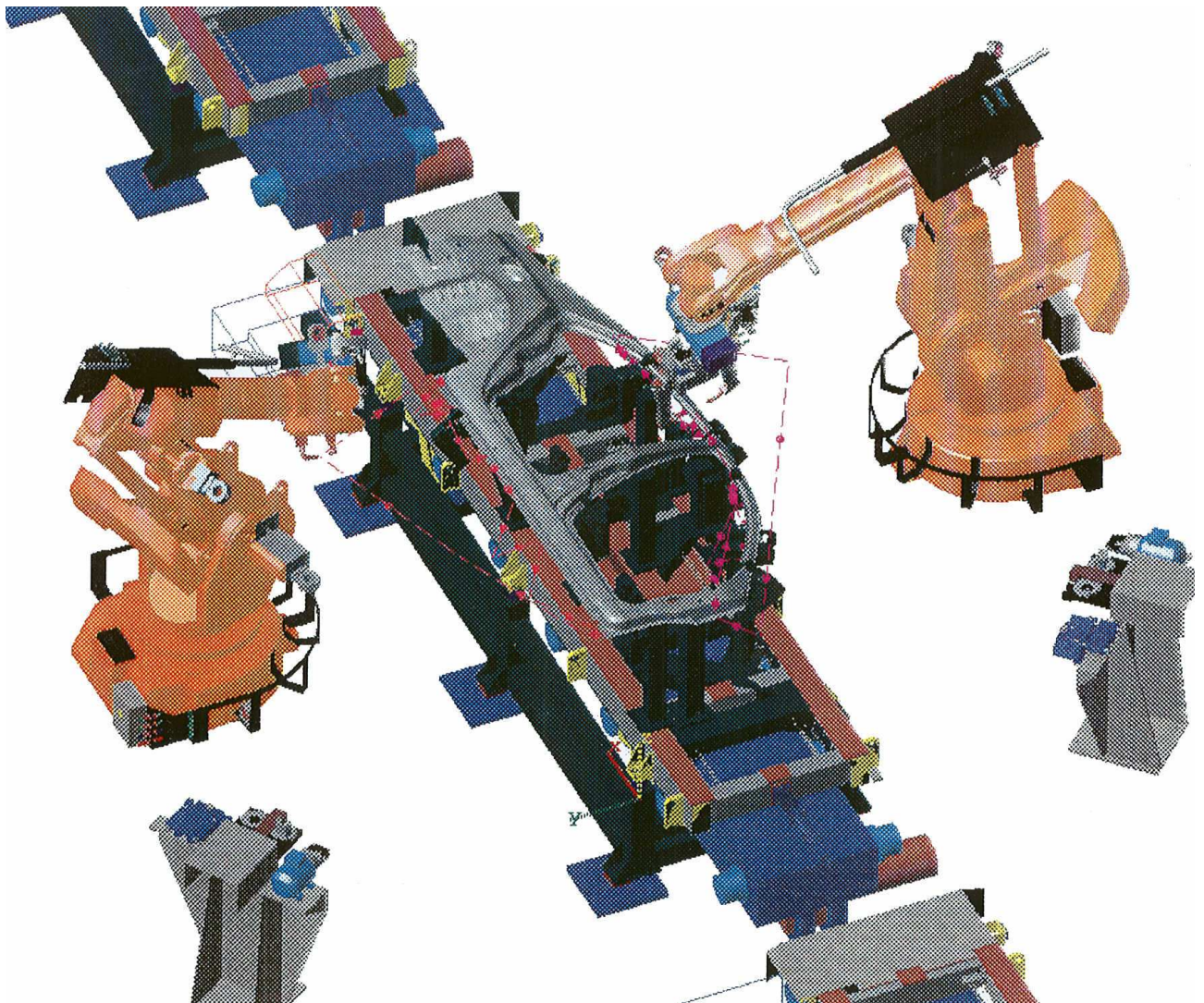
b) Phase autonome : Dès que le robot a amené la pince au droit d'un point à souder, la commande de la pince est prise en charge par une carte de soudage assurant durant cette phase un asservissement autonome, indépendant de la commande des 6 axes du robot. La phase autonome dure une seconde au maximum, un point de soudure étant réalisé en trois étapes :

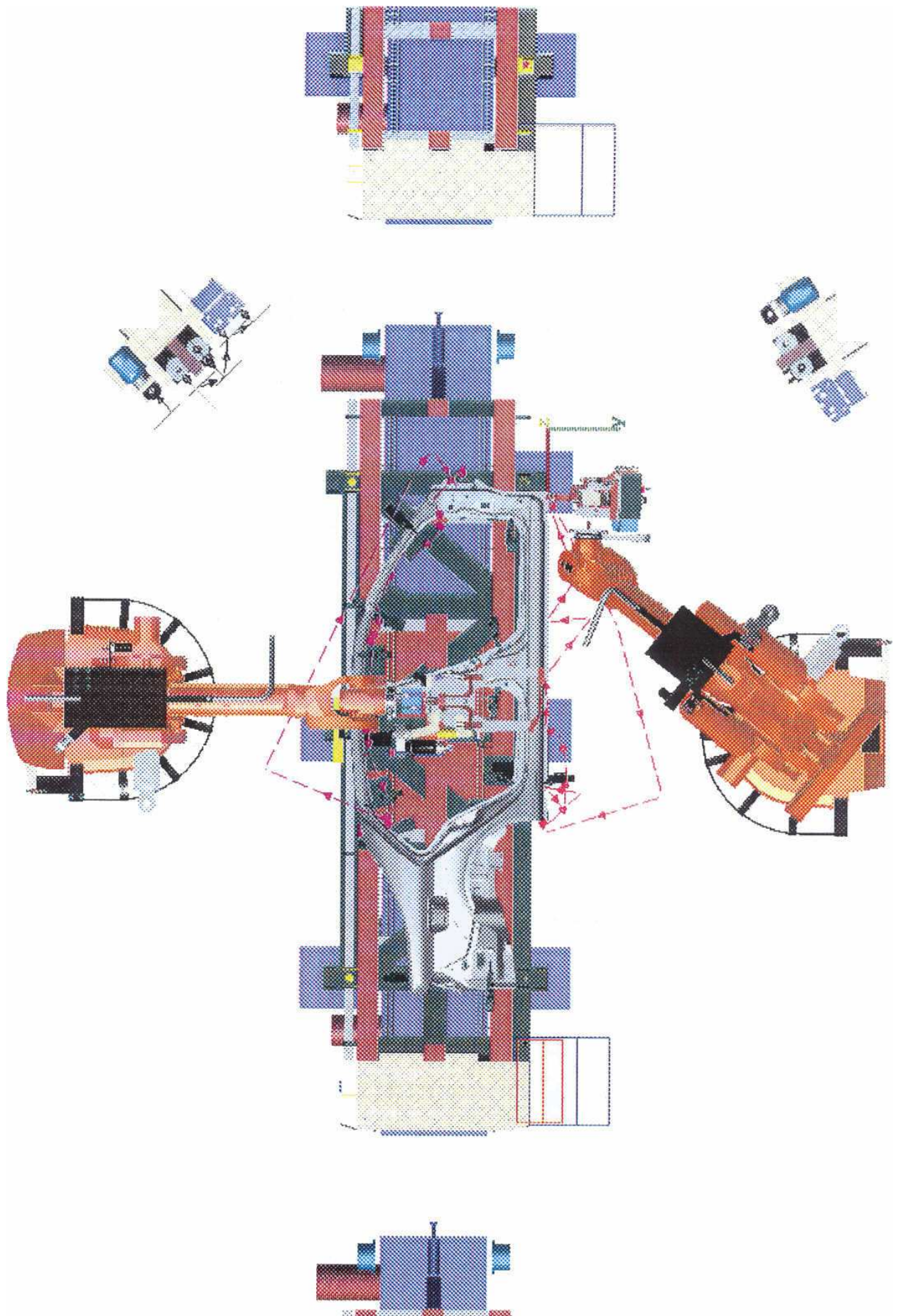
* Accostage des deux électrodes avec les deux pièces à pointer (fermeture pince). La pince est *asservie en position*.

* Etablissement d'un effort permettant la mise en contact des deux pièces et l'établissement d'un circuit électrique. Soudage des deux pièces par application d'un courant électrique (8000 à 16000 A) pendant environ 20ms, l'élévation de température restant localisée et créant un bain de soudure. Forgeage par maintien d'un effort de pression (jusqu'à 450daN) après le soudage, afin de permettre l'interpénétration des métaux. La pince est *asservie en effort* durant toute cette étape.

* Ouverture de la pince jusqu'à la position d'ouverture initiale de la phase autonome. La pince est *asservie en position*.

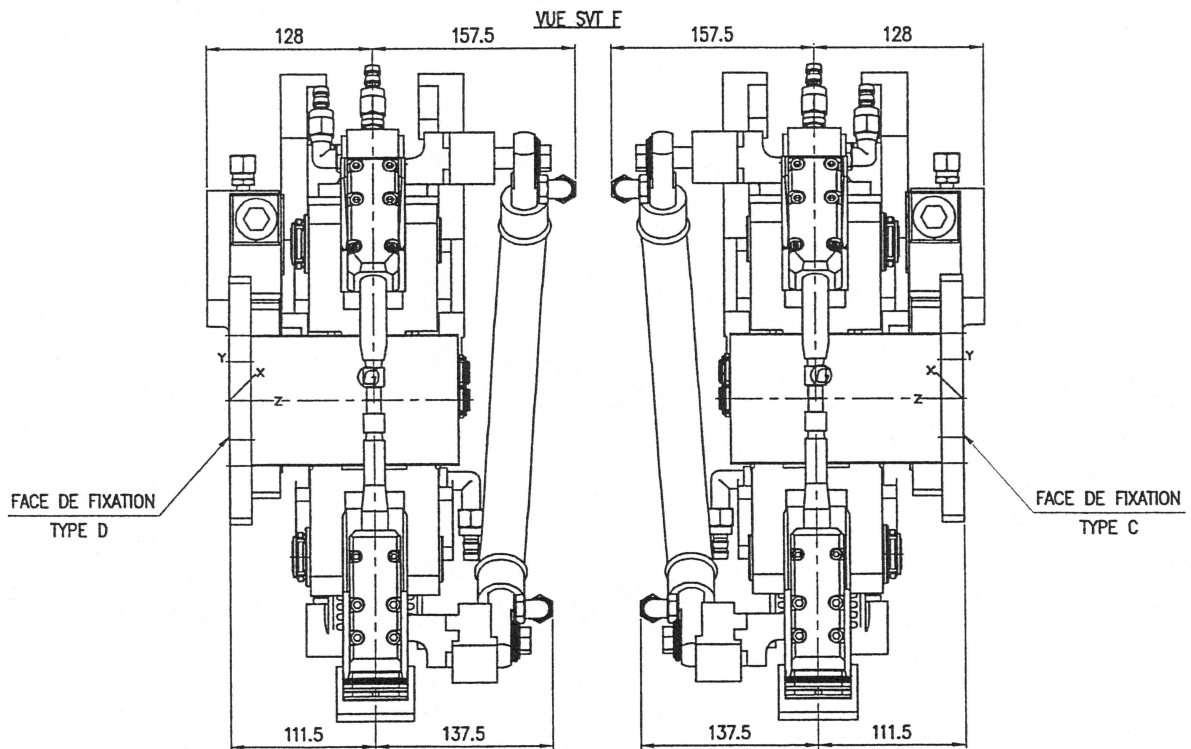
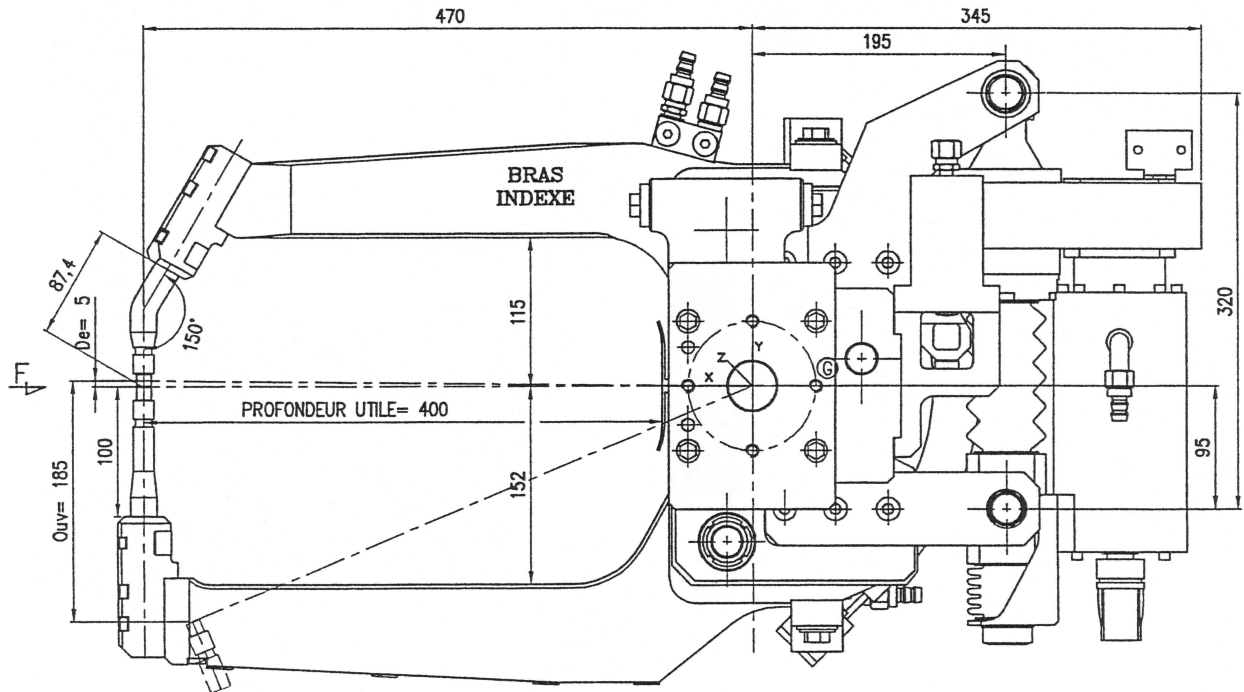
Après soudage, retour en phase synchronisée et déplacement du robot vers le point de soudure suivant, éventuellement via un (ou des) point(s) de passage afin d'éviter les collisions.





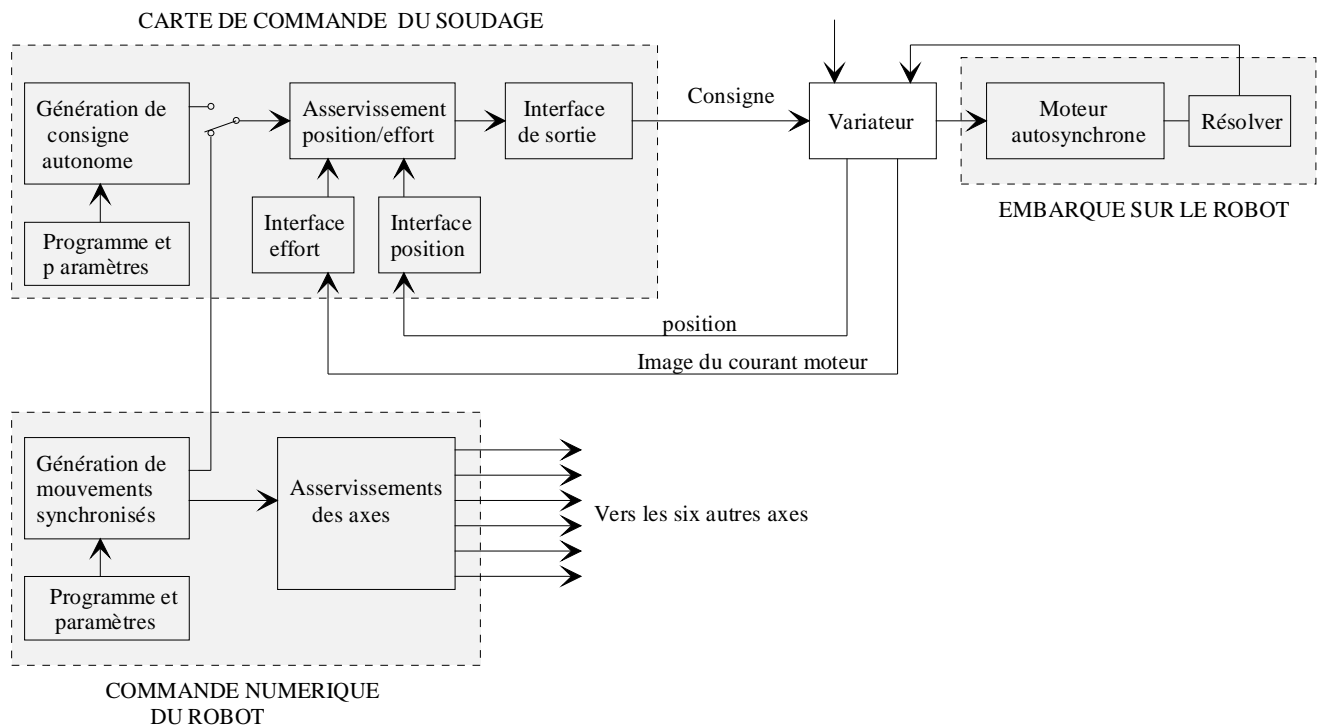
PRESENTATION DE LA PINCE DE SOUDAGE

Il s'agit d'une pince qui peut être montée sur un robot six axes afin d'effectuer la soudure par points de pièces mises en position sur un outillage fixé au sol ou mobile sur des tables à rouleaux (cas de la cellule de soudage).



La structure de la commande retenue pour gérer la ligne de production étudiée est la suivante :

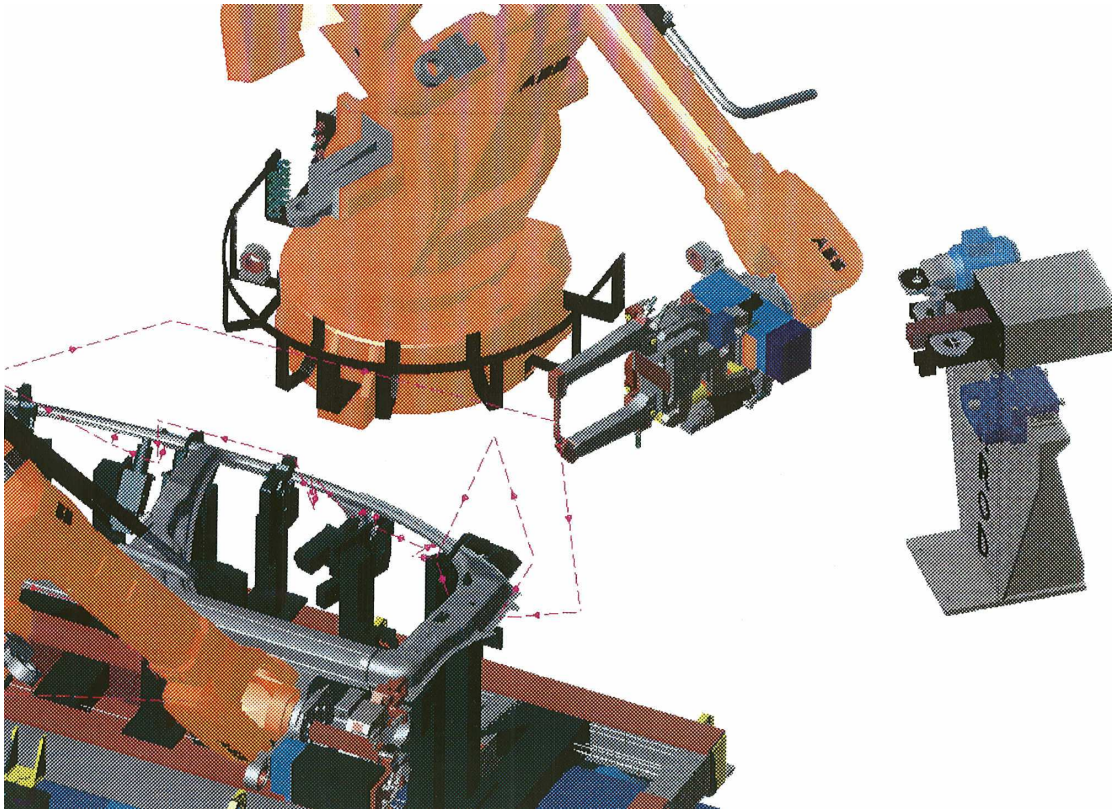
- Une partie commande locale (PCL) par cellule, gérant les cycles de soudage par points ainsi que les rodages et les changements d'électrodes.
- Une partie commande de niveau supérieur (PCH), donnant une autorisation de fonctionnement à chaque cellule après avoir fourni l'information de fin de transferts simultanés et recevant le compte-rendu de la PCL "cellule prête".



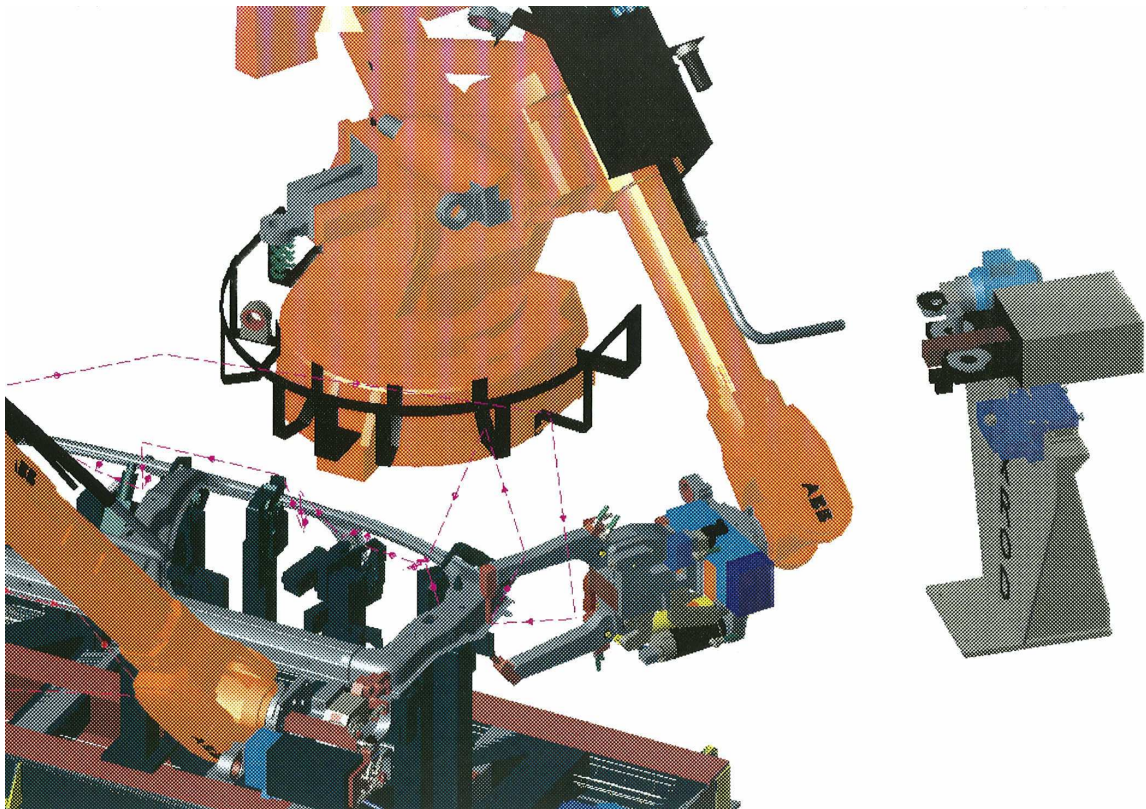
A1. CYCLE DE FONCTIONNEMENT DE LA CELLULE :

Les phases principales du cycle de fonctionnement de la cellule sont les suivantes :

- **Transferts simultanés :** Toutes les tables élévatrices de la ligne sont pilotées simultanément, provoquant les transferts des pièces de la cellule précédente à la cellule suivante. Lors de la descente des tables élévatrices, les pièces se calent précisément en s'indexant par gravité sur des systèmes à cônes. Les transferts effectués et les pièces en position sur leur support dans chaque cellule, les cycles de pointage peuvent commencer (l'information "autorisation de fonctionnement" provenant de la partie commande de niveau supérieur est indispensable pour le départ des cycles). Durant la phase de transferts simultanés les robots sont en position de référence (figure suivante).

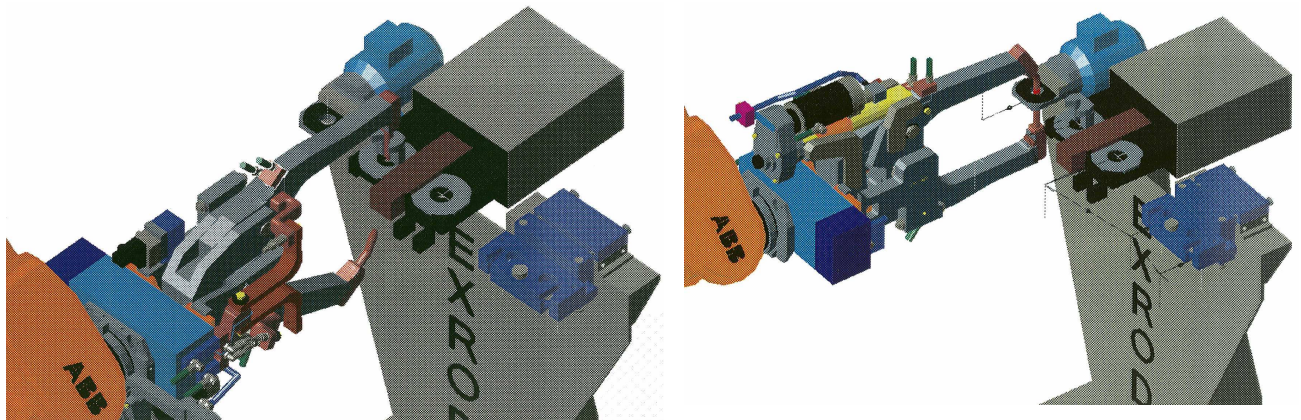


- **Cycle de soudage par points** : Les deux robots, partant de leur position de référence, effectuent chacun leur cycle de manière indépendante, les trajectoires étant disjointes. Le robot 1 effectue 9 points de soudure et le robot 2 (représenté sur les schémas) en effectue 6. Lorsque toutes les cellules ont achevé leur cycle, les transferts simultanés peuvent avoir lieu.



- **Rodage des électrodes** : les phénomènes électriques et physico-chimiques au contact de la pièce provoquent une détérioration rapide de l'état de la surface des électrodes qui entraîne une diminution de la qualité de la soudure. Pour restaurer la surface en bout d'électrode on procède à un rodage, chaque rodage enlevant environ 0,5mm de matière sur l'électrode. La procédure de rodage est lancée automatiquement au bout de 90 points de soudure. Sa description simplifiée est la suivante :

- Déplacement de la pince du robot vers la meule du système EXROD (voir figure suivante, le robot 2 en phase de meulage) ;
- meulage successif des deux électrodes (Points P1 et P2) ;
- retour du robot en position de référence (Point Pref) ;



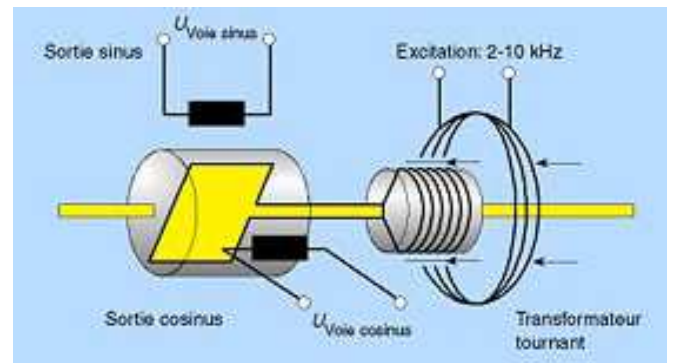
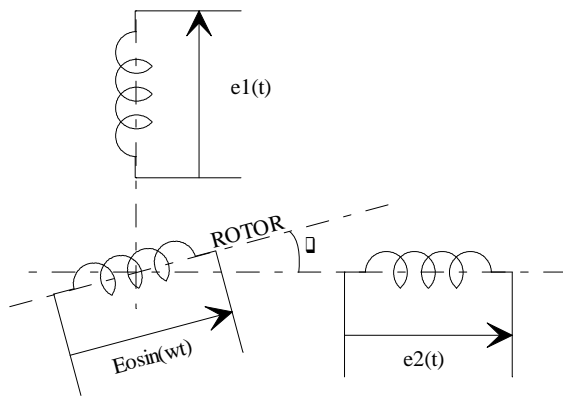
Après chaque rodage, il est nécessaire d'effectuer une prise d'origine des pinces, la longueur des électrodes ayant été modifiée.

- **Changement d'électrodes** : lorsqu'une électrode est usée (soit après 10 rodages en tout par électrode) il faut procéder au changement des électrodes. De la même manière que pour le rodage, une procédure de changement d'électrodes est lancée automatiquement. La description de cette procédure sera détaillée dans la partie A2 du sujet. Après chaque changement d'électrodes, il est nécessaire d'effectuer une prise d'origine des pinces.
- **Prise d'origine pince** : Le robot étant en position de référence (point Pref), le cycle est le suivant :
 - fermeture pince en vitesse lente ;
 - montée en effort jusqu'à une valeur F_{init} ;
 - initialisation de la mesure de position ;
 - ouverture pince en vitesse rapide.

La position des électrodes est mesurée par un resolver monté sur l'arbre du moteur de la pince. Ce capteur ne fournit une information absolue que sur un tour du moteur qui correspond à un petit déplacement des électrodes. Un comptage des tours permet de connaître la position des électrodes mais nécessite une prise d'origine à chaque mise en service ou à chaque modification de longueur des électrodes (par rodage ou changement d'électrodes).

A-1-1) Expliquer le principe de fonctionnement d'un capteur du type RESOLVER, en précisant la ou les grandeurs physiques qu'il permet de mesurer.

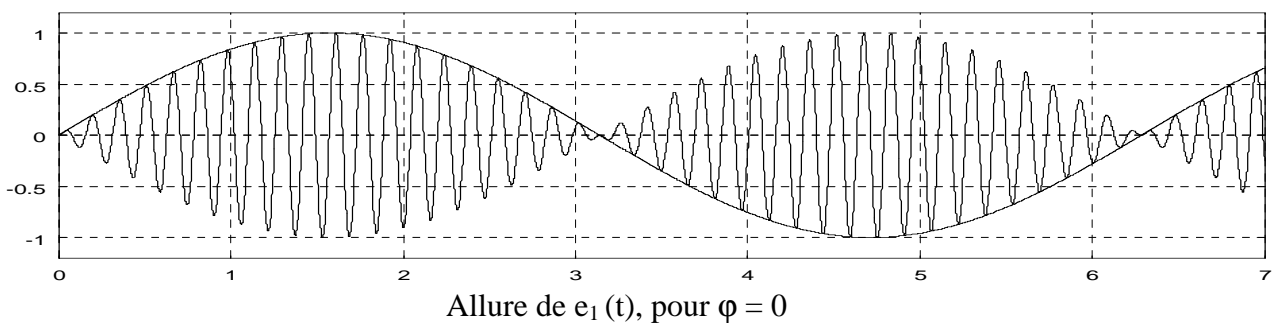
Un résolver (aussi appelé synchro-resolver) est une machine électrique tournante dont la fonction est de convertir un angle de rotation θ en un signal électrique fonction de cet angle. Le rotor, constitué d'un bobinage inducteur, est excité par un signal sinusoïdal de la forme $e_0(t) = E_0 \sin \omega t$ de fréquence égale à quelques kilo-Hertz. Le stator constitué de deux bobinages induits (il existe des machines à plusieurs paires de pôles, le principe restant identique) positionnés en quadrature sur les enroulements desquels on récupère deux tensions sinusoïdales dont l'amplitude est fonction de la position angulaire θ du stator : $e_1(t) = KE_0 \sin \theta \sin(\omega t + \varphi)$ et $e_2(t) = KE_0 \cos \theta \sin(\omega t + \varphi)$.



(Source Siemens)

Traitement: Il est effectué par une électronique complexe dont le coût, prohibitif par le passé, est actuellement en baisse grâce à la mise au point de circuits intégrés spécialisés.

- L'amplitude des deux signaux $e_1(t)$ et $e_2(t)$ permet de connaître la valeur de l'angle θ sur un tour (mesure absolue sur un tour).
- Le comptage des sinusoïdes enveloppes de $e_1(t)$ permet une mesure relative sur n tours.
- La fréquence des sinusoïdes enveloppes de $e_1(t)$ est l'image de la vitesse de rotation.



Le resolver permet donc de mesurer :

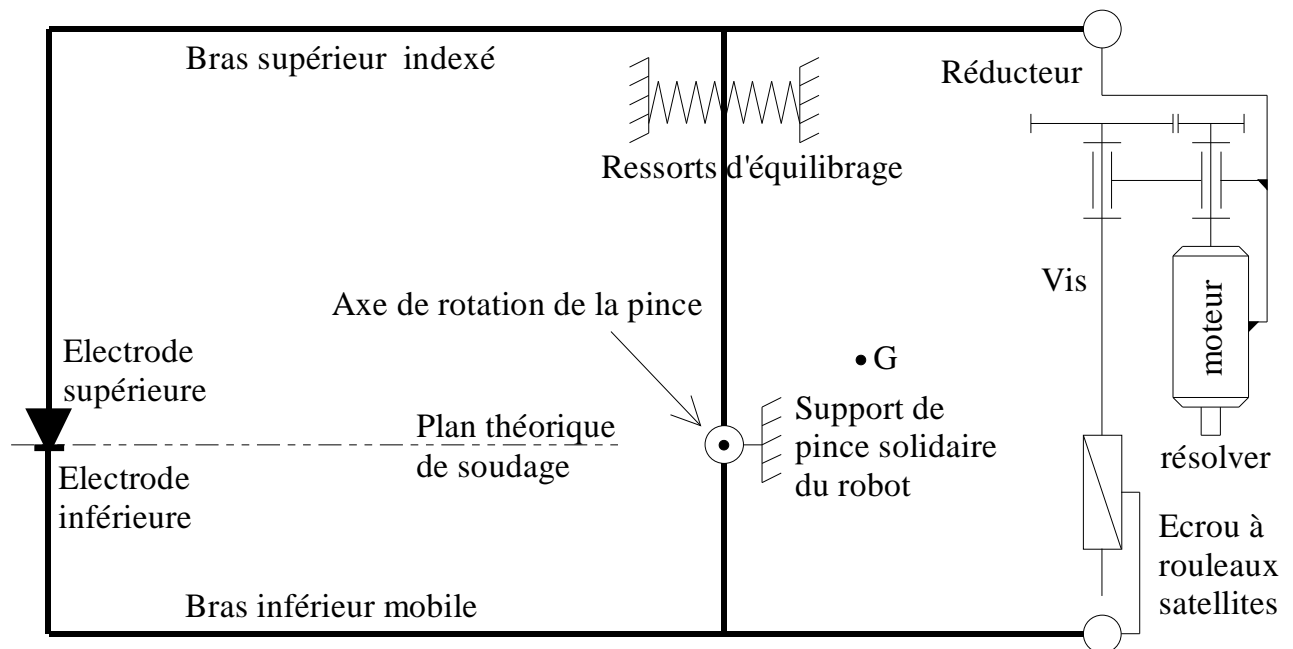
- Une position angulaire en mesure semi-absolue ;
- Une vitesse de rotation.

REMARQUE : le resolver utilisé dans cette application fournit 4096 « points » par tour.

ETUDE DE CAPABILITE DE LA PINCE.

Structure cinématique de la pince

Cette pince est mue par un moto-réducteur électrique entraînant un système vis écrou ancré aux deux extrémités des bras de la pince (voir figures suivantes). La rotation de l'arbre moteur provoque ainsi l'ouverture ou la fermeture de la pince, les électrodes étant normales au plan théorique de soudage en position fermée. Le plan théorique de soudage n'étant pas nécessairement placé idéalement par rapport à la pince (écarts de mise en position du robot et de l'assemblage à souder), la pince est compliant autour de l'axe $O\vec{Z}$ de son support de fixation. Le centre de gravité G de l'ensemble de la pince étant éloigné de l'axe de rotation, deux ressorts agissent sur le bras supérieur pour éviter tout basculement et centrer les électrodes autour du plan théorique de soudage. Par ailleurs, un système d'indexage non représenté et qui ne sera pas étudié ici, permet de verrouiller la compliance pour éviter les chocs dus aux accélérations du robot pendant les déplacements durant la phase synchronisée. L'indexage est déverrouillé pendant la phase autonome pour rendre sa compliance à la pince.



Notations:

θ : angle de rotation de l'arbre moteur autour de son axe ;

α : angle de rotation du bras mobile autour de $O\vec{Z}$: $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}')$. Le repère galiléen $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est fixe ; $\alpha = 0$ lorsque la pince est fermée, électrodes en contact ;

β : angle de rotation de la vis autour de $B\vec{z}$; $\beta = 0$ lorsque la pince est fermée, électrodes en contact.

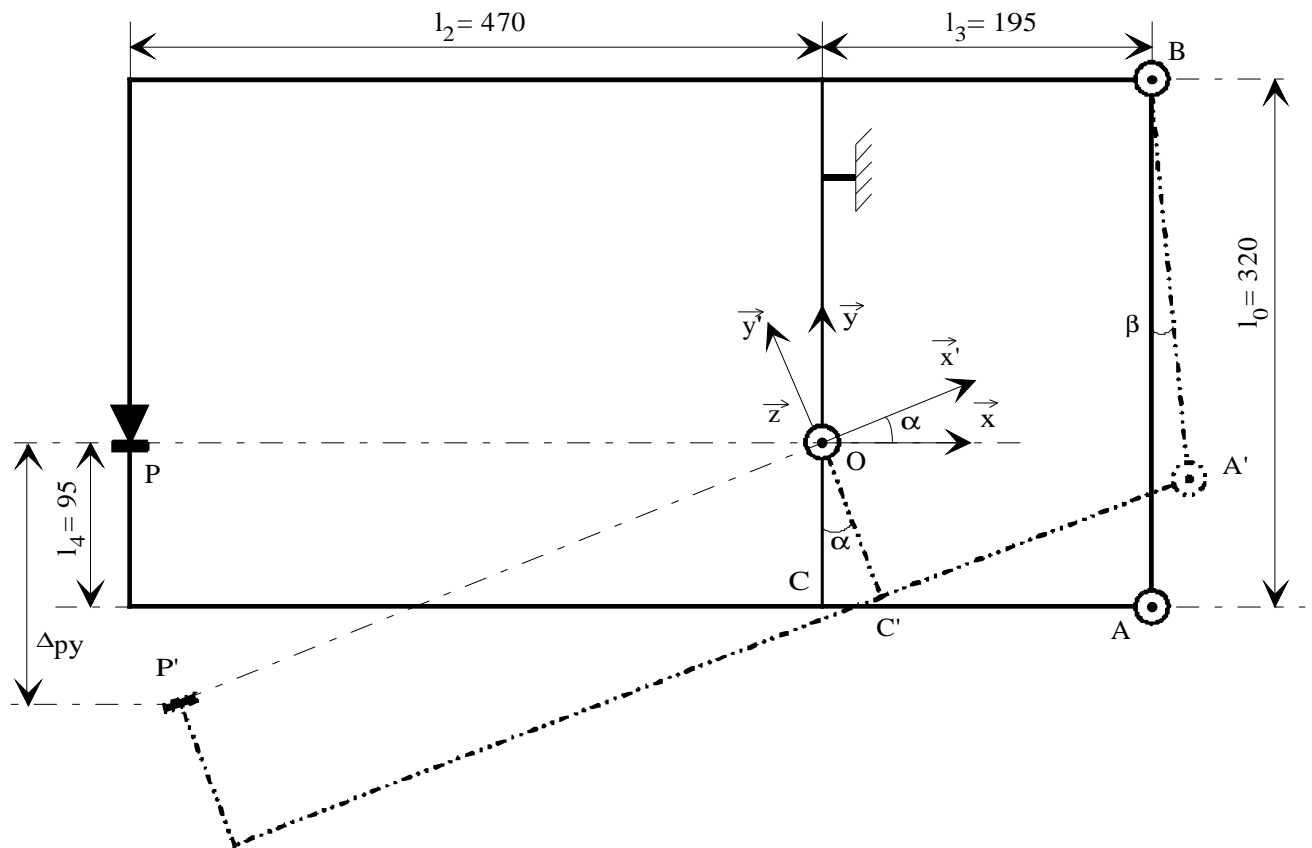
$OA = l_1$;

Δp_y : ouverture verticale en extrémité de pince.

Géométrie de la pince.

En position fermée (pince serrée, électrode contre électrode), les angles α et β sont nuls et la longueur de la barre AB est égale à l_0 . La rotation de l'arbre moteur provoque une variation Δl de l'entraxe entre les points d'ancrage, entraînant une rotation d'angle α du bras inférieur de la pince et un déplacement

Δp du point P d'extrémité de l'électrode inférieure. On considérera uniquement le déplacement suivant y (Δp_y) qui détermine l'ouverture de la pince. L'ouverture maximale imposée par le cahier des charges est : $\Delta p_{y\max} = 185\text{mm}$.



Données:

Z_a : nombre de dents du pignon de l'arbre moteur = 33 dents ;

Z_v : nombre de dents du pignon de la vis = 54 dents ;

p : pas de la vis = 8mm (vis à un seul filet) ;

J_m : inertie du rotor du moteur par rapport à son axe de rotation ; $J_m = 3,45 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$;

J_r : inertie du réducteur par rapport à l'axe de rotation du pignon moteur ; $J_r = 2,74 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$;

J_v : inertie de la vis par rapport à son axe de rotation ; $J_v = 10^{-4} \text{ kg.m}^2$;

J_b : inertie du bras inférieur mobile de la pince par rapport à l'axe $O\vec{z}$; $J_b = 0,4 \text{ kg.m}^2$;

B-1) VERIFICATION DU MOTEUR EN PHASE STATIQUE ET DYNAMIQUE.

Lors de la phase de soudage, un effort permanent et constant est appliqué par les électrodes sur l'assemblage à souder. En négligeant l'épaisseur des tôles à souder, la pince est en position serrée ($\alpha = 0$), et cet effort est vertical et noté F_{py} .

Hypothèses:

- dans toute la suite du sujet on supposera que la raideur des ressorts est infinie, le bras supérieur étant alors fixe dans la phase autonome. De plus, on considérera que le mouvement de la pince s'effectue dans le plan (O, \bar{x}, \bar{y}) , plan de symétrie de la pince ;
- les liaisons sont considérées parfaites, le rendement du mécanisme est égal à 1 ;
- les solides sont considérés indéformables ;
- les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligeables ;
- en début de phase autonome, l'ouverture de la pince est faible ($\Delta py = 30\text{mm}$) et les angles α et β sont petits : on pourra faire l'hypothèse de petits déplacements aux environs de la position "pince serrée" ;
- la vitesse de rotation de l'ensemble moto-réducteur autour de l'axe $B\bar{z}$ est négligeable.

B-1-1) Exprimer l'effort vertical F_{py} au point P en fonction du couple moteur C_m pendant la phase statique de soudage. En déduire le couple moteur C_{ms} nécessaire, sachant que l'on désire un effort de serrage $F_{py} = 450\text{daN}$

Deux méthodes sont envisageables pour répondre à cette question :

- Isoler le bras mobile dans la phase statique en prenant $\alpha = 0$: on obtient une relation entre l'effort de serrage désiré et l'effort exercé par l'écrou sur le bras mobile. Puis appliquer le principe de la conservation de l'énergie à la chaîne cinématique moteur-réducteur-vis-écrou : on obtient la relation entre le couple moteur et l'effort exercé par le bras mobile sur l'écrou. Cette méthode n'est pas très rigoureuse, les vitesses étant nulles en phase statique.
- Utiliser le principe des travaux virtuels :

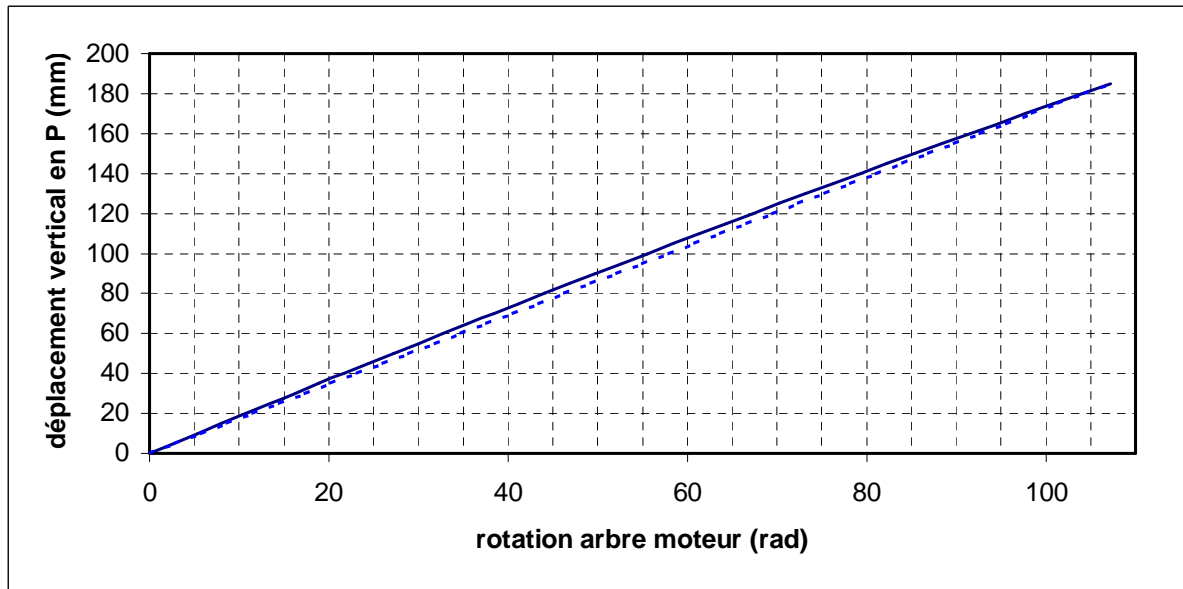
Pendant la phase de soudage et avec les hypothèses effectuées, le mécanisme est immobile : on utilise donc le principe des travaux virtuels en faisant coïncider le champ de déplacements virtuel avec le champ réel (soit une rotation θ_m^* de l'arbre moteur). Le mécanisme est soumis aux actions suivantes :

- L'action du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur : le travail correspondant est égal à $C_m \theta_m^*$
- L'action de la pièce à souder sur les électrodes : le travail correspondant est égal à $F_{py} \Delta_{py}^*$
- L'action des forces de pesanteur sur les diverses pièces : négligeable d'après les hypothèses ;
- L'action du support sur la pince : son déplacement étant nul, le travail correspondant est nul.
- L'action des différentes pièces constitutives du mécanisme les unes sur les autres par le biais des liaisons : ces dernières étant considérées parfaites, le travail est nul.

Le bilan donne : $F_{py} \Delta_{py}^* = C_m \theta_m^* \Rightarrow C_m = F_{py} \frac{\Delta_{py}^*}{\theta_m^*}$

Il faut déterminer le rapport $\frac{\Delta_{py}^*}{\theta_m^*} = \frac{\Delta_{py}}{\theta_m}$

REMARQUE : Ce rapport n'est pas constant : en effet, l'axe de la vis tourne d'un angle β autour du point B pendant le mouvement. Pour un déplacement Δl de l'entraxe entre les points d'ancrage A et B', la rotation α induite du bras mobile dépend de la valeur de l'angle β . En pratique, le calcul aboutissant à des équations non linéaires, il est préférable d'utiliser un outil logiciel pour faire apparaître la variation de ce rapport. Dans la figure ci dessous, on constate bien que la droite pleine, qui représente le déplacement vertical en P en fonction de l'angle de rotation de l'arbre moteur, est légèrement incurvée par rapport à la droite de référence pointillée.



En se plaçant dans le cas particulier α et β nuls, l'écriture est beaucoup plus simple : Une rotation θ_m du moteur provoque un déplacement linéaire Δl de l'écrou avec la relation : $\Delta l = \frac{p}{2\pi} \frac{z_a}{z_v} \theta_m$ (1)

D'autre part, pour $\alpha \approx 0$:

$$\Delta p_y = l_2 \sin \alpha$$

$$\Delta l = l_3 \sin \alpha$$

En divisant ces deux expressions l'une par l'autre, on obtient la relation entre Δ_{py} et Δl , soit :

$$\Delta l = \frac{l_2}{l_3} \Delta_{py} \quad (2)$$

En plongeant (2) dans (1), il vient : $\frac{\Delta_{py}}{\theta_m} = \frac{l_2}{l_3} \frac{p}{2\pi} \frac{z_a}{z_v}$

et finalement :

$$C_{ms} = \frac{l_2}{l_3} \frac{p}{2\pi} \frac{z_a}{z_v} F_{py}$$

$$\text{A.N. } C_{ms} = \frac{470 \times 10^{-3}}{195 \times 10^{-3}} \frac{8 \times 10^{-3}}{2\pi} \frac{33}{54} \times 4500 = 8,41 \text{ N.m}$$

REMARQUE : le signe du couple, sans importance pour ce calcul, n'a pas été pris en compte.

B-1-2) Justifier la variation de mesure de position $\Delta\theta$ lors de l'application de l'effort de serrage au cours du cycle de soudage (voir figure 10).

La variation de la mesure de position indique que l'arbre moteur tourne alors que la position « électrodes en contact avec les tôles » est atteinte.

- On peut éliminer la possibilité que cette position ne soit pas réellement atteinte : Le système asservi en position est suffisamment précis d'une part et une prise d'origine pinces est effectuée après chaque meulage pour tenir compte de l'usure des électrodes d'autre part.
- La compliance de la pince, qui entraîne un mouvement global de cette dernière, ne provoque pas de déplacement du capteur et ne peut donc être la cause de la variation de mesure.
- L'influence de jeux éventuels dans la chaîne cinématique est peu vraisemblable, les mouvements d'approche et de serrage ayant lieu dans le même sens. D'autre part, le rattrapage des jeux provoquerait une évolution brutale de la mesure.
- On peut également éliminer la déformation des tôles par fusion du métal pendant la phase de soudage puisque la variation de mesure a lieu avant le soudage.

Finalement, la variation de mesure est due principalement aux déformations élastiques des éléments de la pince, et en particulier des bras. Pour s'en convaincre il suffit de regarder le dessin de la pince figure 2 : les deux bras ont une allure de poutre élancée soumise à un effort en bout de 450 daN.

REMARQUE : Cette explication nécessitait la remise en cause des hypothèses de calcul proposées.

La productivité requise pour ce système de soudage impose des temps de déplacements très faibles et donc des accélérations importantes, en particulier pour le serrage et le desserrage de la pince.

B-1-3) Exprimer l'inertie équivalente J_e ramenée à l'arbre moteur de l'ensemble des pièces en mouvement lors du serrage ou du desserrage de la pince. Effectuer l'application numérique.

Le concept d'inertie équivalente, pratique en avant projet, consiste à imaginer un solide virtuel en rotation autour de l'axe moteur et dont l'énergie cinétique est identique à celle de la totalité du mécanisme. L'inertie de ce solide virtuel est appelée inertie équivalente ou inertie ramenée à l'arbre moteur. On écrit donc la somme des énergies cinétiques des pièces en mouvement et on l'égalise avec celle du solide virtuel en rotation autour de l'axe moteur.

Dans notre cas, les pièces en mouvement sont le moteur, le réducteur, la vis autour de son axe, et le bras mobile (on néglige la masse de l'écrou). D'après les hypothèses proposées dans l'énoncé, le bras supérieur est considéré fixe, la rotation globale par compliance de la pince autour de l'axe Oz est négligée ainsi que le mouvement de rotation de la vis autour du point B, dont la vitesse est faible.

En exprimant les vitesses de rotation par rapport à celle du moteur, on obtient :

$$\frac{1}{2} J_e \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_r \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_v \left(\frac{z_a}{z_v} \right)^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_b \left(\frac{z_a}{z_v} \frac{p}{2\pi} \frac{1}{l_3} \right)^2 \omega_m^2$$

et finalement :

$$J_e = J_m + J_r + J_v \left(\frac{z_a}{z_v} \right)^2 + J_b \left(\frac{z_a}{z_v} \frac{p}{2\pi} \frac{1}{l_3} \right)^2$$

REMARQUE : comme cela a déjà été signalé, le rapport des vitesses entre l'arbre moteur et le bras mobile n'est pas constant et dépend de α . La relation précédente est vraie pour $\alpha = 0$ uniquement.

$$\text{A.N. } J_e = 3.45 \times 10^{-4} + 2.74 \times 10^{-4} + 10^{-4} \left(\frac{33}{54} \right)^2 + 0.4 \times \left(\frac{33 \cdot 10^{-3}}{54 \cdot 10^{-3}} \frac{8 \cdot 10^{-3}}{2\pi} \frac{1}{195 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = 6,63 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

La contribution du bras mobile à l'inertie totale, soit $6.36 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$, est petite devant les trois autres termes ; ceci se justifie par la faible vitesse de rotation de ce bras.

REMARQUE : ce résultat est légèrement inférieur à la valeur donnée par le constructeur, qui était proposée dans la partie C : $J_e = 6.74 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

B-1-4) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déduire l'expression du couple dynamique C_{md} que doit fournir le moteur pour obtenir une accélération angulaire donnée a .

Le théorème de l'énergie cinétique stipule que « pour un ensemble de solides, la dérivée de l'énergie cinétique est égale à la somme des puissances développées par les forces extérieures (P_e) et des puissances développées par les forces intérieures (P_i) ». L'hypothèse des liaisons parfaites permet d'écrire, pour le solide virtuel :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_e \omega_m^2 \right) = \underbrace{C_m \omega_m}_{P_e} + \underbrace{0}_{P_i} = C_m \omega_m$$

et finalement, l'inertie J_e étant considérée constante (si ce n'est pas le cas, il faut utiliser la formule de dérivation d'un produit de fonctions) :

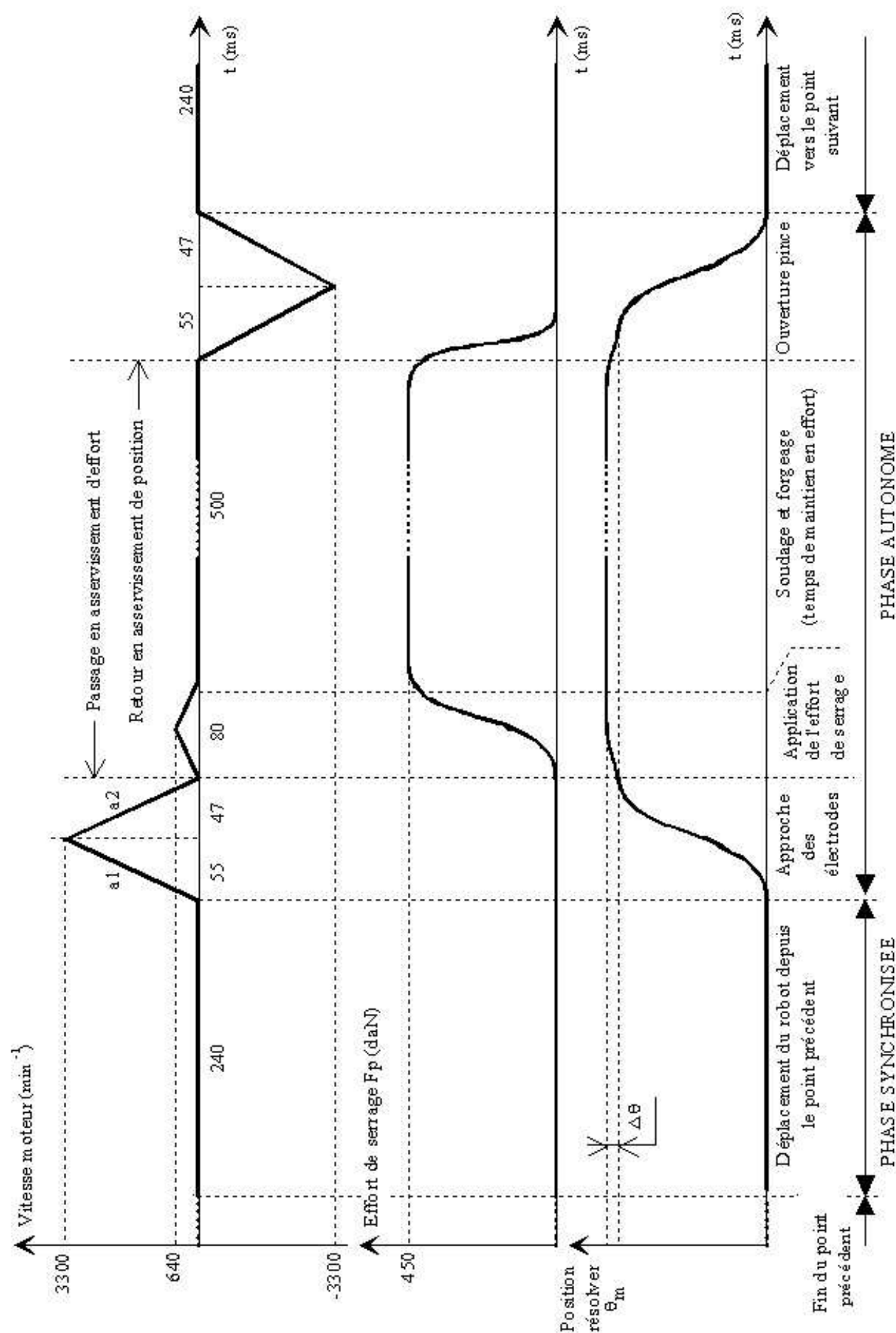
$$C_{md} = J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} = J_e a$$

B-1-5) En utilisant la loi de commande de vitesse figure suivante, calculer C_{md} en se plaçant dans le cas le plus défavorable.

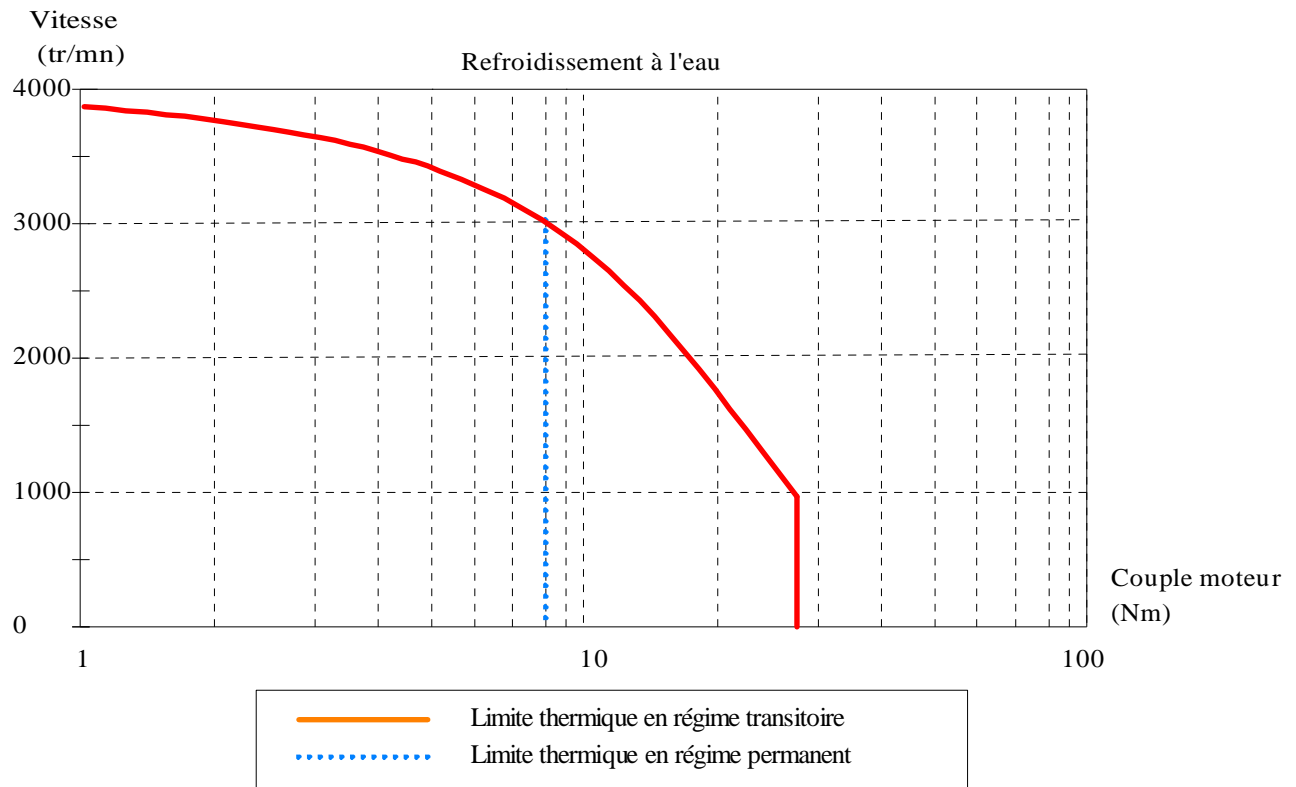
La valeur d'accélération la plus importante apparaît dans la phase d'approche des électrodes (décélération a_2). Son module est égal à $a_2 = \frac{3300 \times \pi}{30 \times 0.047} = 7352,55 \text{ rad/s}^2$

$$\text{D'où on calcule : } C_{md} = 7352,55 \times 6,63 \cdot 10^{-4} \approx 4,88 \text{ Nm}$$

L'allure détaillée du cycle de soudage est donnée page suivante.



Les figures suivantes fournissent les limites de fonctionnement et les caractéristiques du moteur autosynchrone (il s'agit d'un moteur RAGONOT).



Limites de fonctionnement du moteur autosynchrone

N_n	Vitesse nominale	tr/min	3000
C_n	Couple nominal à la vitesse nominale	Nm	8
I_n	Courant nominal	A	10,2
K_t	Constante de couple	Nm/A	0,82
K_e	Constante de f_{cem}	V/rad/s	0,49
C_{th}	Couple thermique permanent	Nm	8,1
I_{pm}	Courant permanent	A	10,2
C_{max}	Couple maximal pour $I = I_{max} = 20A$	Nm	16
L	Inductance	H	$2,56 \cdot 10^{-3}$
R	résistance	Ω	2,4
T_e	Constante de temps électrique	s	$5,2 \cdot 10^{-3}$
T_m	Constante de temps mécanique	s	$1,4 \cdot 10^{-3}$
J_m	moment d'inertie avec résolver	kg.m ²	$3,45 \cdot 10^{-4}$

Caractéristiques du moteur autosynchrone

B-1-6) Comparer la valeurs du couple statique (C_{ms}) déterminé en B-1-1 avec les caractéristiques fournies par le constructeur en tenant compte du mode de fonctionnement de la pince.

Un moteur autosynchrone (comme un moteur à courant continu) peut fournir un couple important pendant une durée de temps limitée par l'échauffement du moteur. Dans notre cas, le couple de serrage maximal déterminé en B-1-1 est $C_{ms} = 8,41 \text{ N.m}$: il est légèrement au-delà du couple thermique permanent ($C_{th} = 8.1 \text{ N.m}$) défini par le constructeur. Il s'agit d'un cas limite qui, ajouté à la particularité de cette application (travail majoritairement statique du moteur), impose une étude complémentaire en déterminant un couple thermique équivalent fonction des cycles de travail du moteur. Ces chiffres justifient l'utilisation d'un moteur refroidi par circulation d'eau.

REMARQUE : le couple maximal supportable par le moteur est d'environ 27Nm d'après le diagramme figure 7, obtenu pour un courant d'induit d'environ 33A. Par ailleurs, le tableau figure 8 indique un couple maximal de 16Nm. Ceci s'explique par le fait que, en pratique, le variateur impose une limite de courant (20A dans ce cas) inférieure à celle théoriquement supportable par le moteur. Un variateur de calibre supérieur ($I_{max} = 33 \text{ A}$) permettrait d'atteindre le couple maximal, mais ceci ne présente pas grand intérêt dans cette application.

B-1-7) Comparer la valeur du couple dynamique (C_{md}) déterminé en B-1-5 avec les caractéristiques fournies par le constructeur.

La figure 7 montre que le couple dynamique calculé $C_{md} = 4.88 \text{ N.m}$ est disponible en régime permanent à toutes les vitesses du moteur.

B-1-8) Conclusion : peut-on valider le choix de ce moteur avec ces éléments ?

La validation n'est pas faisable, le couple de serrage maximal étant légèrement au-delà du couple thermique permanent, alors même que l'on s'est placé dans le cas d'un rendement = 1. Il faut effectuer une étude complémentaire en déterminant un couple thermique équivalent, qui fait l'objet de la partie B2.

B-2) CAPABILITE DE LA PINCE.

Les cycles de soudage sont très variés, tant en durée qu'en effort. Le moteur est alors plus ou moins sollicité suivant l'enchaînement des phases de serrage et de repos. On définit un cycle équivalent auquel on fait correspondre un point que l'on place sur un diagramme de capacité pour valider ou non la pince. Le constructeur définit ce diagramme qui représente les limites mécaniques et thermiques du système pince + moteur + variateur associé, pour chaque type de pince. Ces limites sont données en fonction de la cadence de soudage (en points par minute) et de l'effort équivalent F_{eq} exprimé en daN.

Le principe de détermination de l'effort équivalent est le suivant : chaque cycle est composé de n points successifs, chaque point i étant réalisé avec un effort F_i pendant un temps t_i . On ramène ce cycle à un cycle équivalent de n points identiques réalisés avec un effort F_{eq} pendant un temps t_{eq} de telle manière que :

$$\sum_{i=1,n} F_i^2 t_i = n F_{eq}^2 t_{eq}$$

Le temps équivalent étant arbitrairement choisi à 400ms (20 cycles de 20 ms), on obtient la relation

$$F_{eq} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1,n} F_i^2 t_i}{n t_{eq}}}$$

La pince sera validée si trois conditions sont réunies :

- L'effort équivalent est inférieur à la limite thermique du moteur pour la cadence considérée.
- L'effort maximal est inférieur à la limite mécanique de la pince (limite de l'élément le plus faible)
- L'effort maximal en phase transitoire est inférieur aux limites imposées par le variateur par saturation du courant d'induit.

Le cycle de soudage demandé, de durée totale = 45 secondes , est le suivant :

Nombre de points	F_i (daN)	t_i (ms)
4	400	600
8	250	300
5	300	500
12	350	540

REMARQUE: ce cycle est différent de celui étudié dans la partie A. Il correspond au cycle le plus éprouvant que la pince aura à subir.

B-2-1) En utilisant le diagramme suivant, déterminer si la pince étudiée est capable, pour le cycle de soudage demandé.

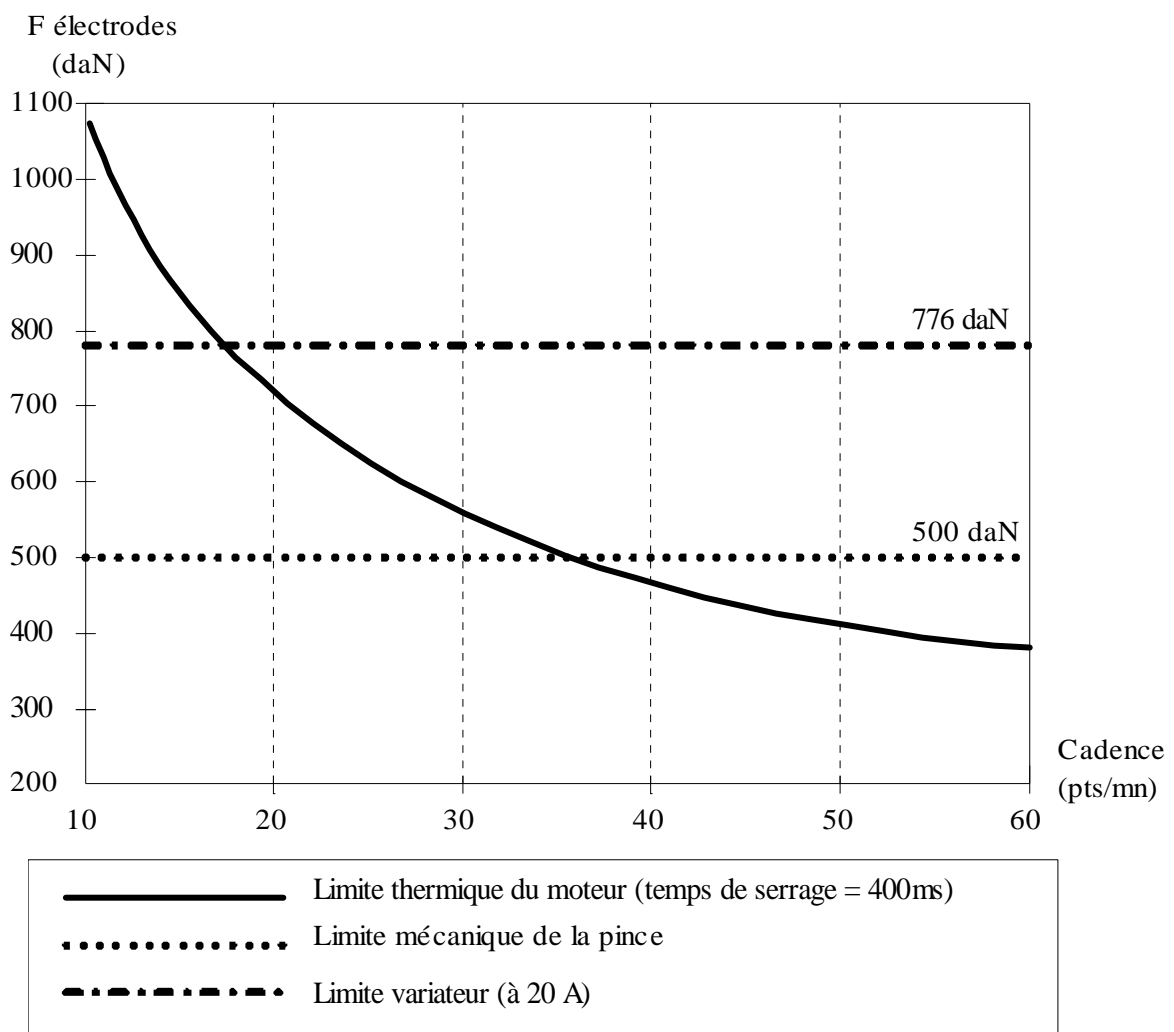


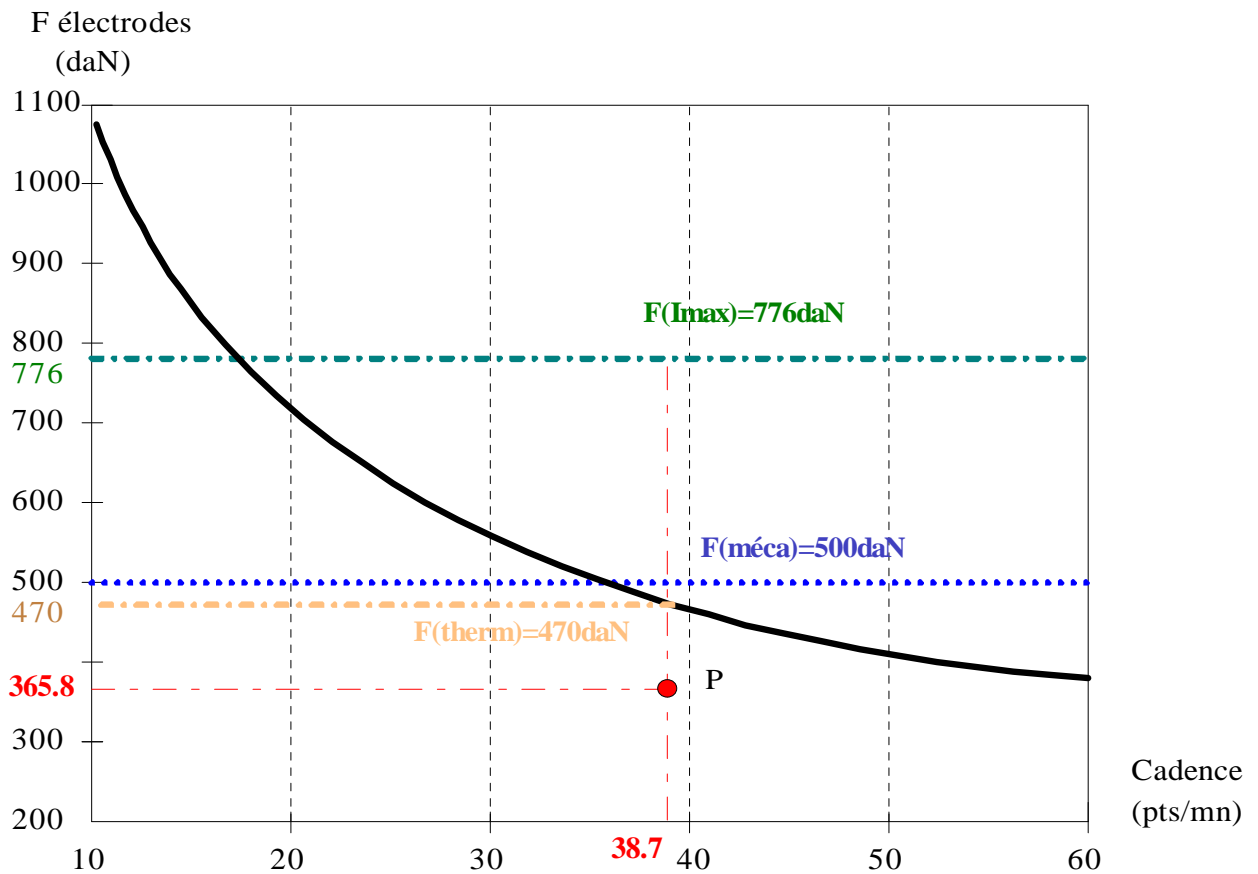
Figure 9 : Diagramme de fonctionnement de la pince

Le nombre de points total est de 29 et le temps équivalent est de 400ms. On applique la relation fournie :

$$F_{eq} = \sqrt{\frac{4 \times 400^2 \times 600 + 8 \times 250^2 \times 300 + 5 \times 300^2 \times 500 + 12 \times 350^2 \times 540}{29 \times 400}} = 365,8 \text{ daN}$$

D'autre part, la cadence indiquée est de 29pts en 45s, donc de 38.66pts/min.

En reportant L'effort équivalent et la cadence sur le diagramme figure 11, on obtient le point de fonctionnement P.



Pour cette cadence :

- * L'effort maximal de la gamme (400daN) est inférieur à la limite mécanique de la pince (500daN)
- * L'effort maximal dans tous les cas de gamme (450daN) est également inférieur à la limite mécanique de la pince
- * La limite thermique du moteur est de 470Nm pour cette cadence, supérieure à l'effort équivalent.
- * la limite provoquée par le variateur par saturation du courant d'induit (776daN) ne sera jamais atteinte.

Conclusion: la pince est capable pour cette gamme.

ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE POSITION DE LA PINCE.

Le moteur de la pince est un moteur autosynchrone (aussi appelé "brushless") équipé d'un resolver monté sur son arbre. La structure de la commande a été présentée en début de texte : Le moteur est piloté par un variateur de vitesse qui reçoit sa consigne soit de la commande numérique du robot en mode synchronisé, soit d'une carte électronique spécifique en phase autonome. La structure fonctionnelle est donnée figure suivante. Le passage du mode autonome au mode synchronisé est effectué par un sélecteur Sa/s et le passage du mode position au mode effort est effectué par un sélecteur Sp/e. Ces deux sélecteurs sont commutés en temps utile par la partie commande séquentielle.

Hypothèses:

- * L'échantillonnage s'effectue à une fréquence suffisamment grande devant la constante de temps du système : en première approximation, on utilisera un modèle continu.
- * Le moteur autosynchrone se comporte de manière identique à un moteur à courant continu classique.
- * Les angles α et β sont petits (asservissement en fin de fermeture de la pince) : le gain en position de la chaîne cinématique $\delta = \frac{\Delta p_y}{\Delta \theta_m}$ est considéré comme étant constant.

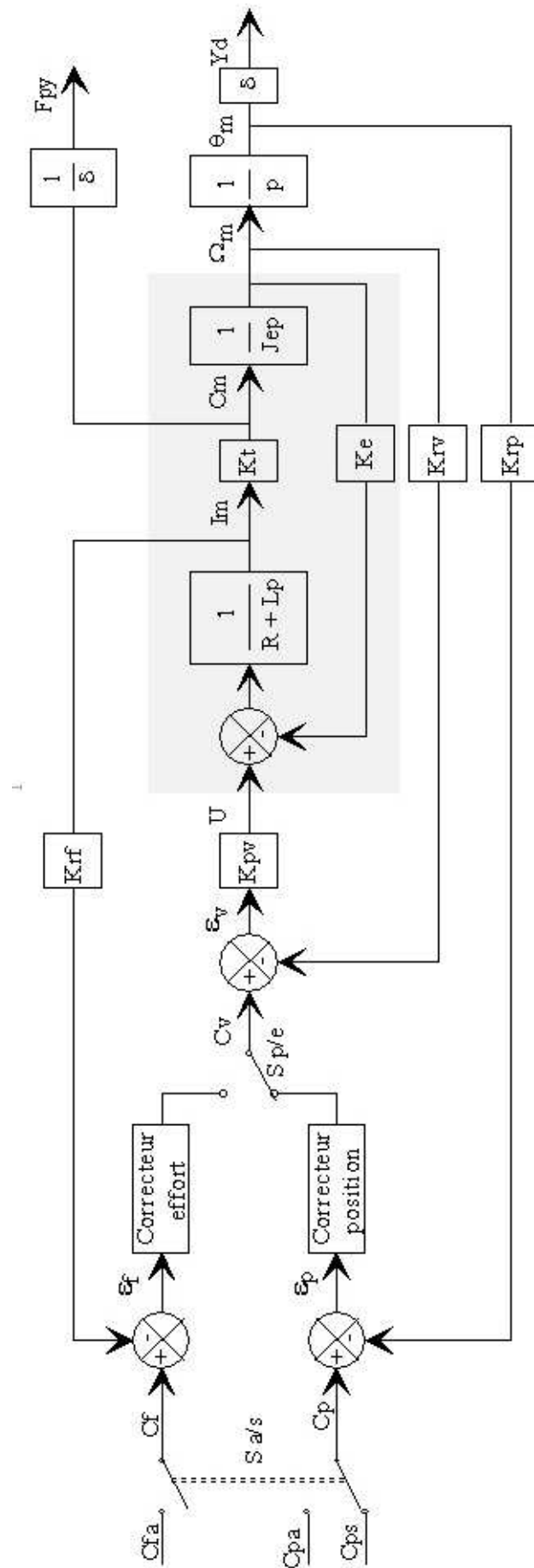
Notations:

- * la variable p est la variable de Laplace, les fonctions de p étant notées en majuscules ;
- * ω_{ni} est la pulsation propre non amortie d'une fonction du second ordre $H_i(p)$;
- * z_i est le facteur d'amortissement réduit d'une fonction du second ordre $H_i(p)$;
- * K_i est le gain statique d'une fonction de transfert $H_i(p)$ d'ordre quelconque.

Les caractéristiques du moteur sont fournies dans le tableau de la question B-15

Données:

$J_e = 6.74 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur de l'ensemble des pièces en mouvement lors du serrage ou du desserrage de la pince.



C_{fa} : consigne d'effort en mode autonome ;

C_{pa} : consigne de position en mode autonome ;

C_{ps} : consigne de position en mode synchrone ;

Sa/s : sélecteur de mode autonome/synchrone ;

S/p/e : sélecteur de mode d'asservissement position/effort ;

Cf: consigne d'effort;

C_n : consigne de position;

C_v : consigne de vitesse ;

K_{pv} : gain du correcteur proportionnel de vitesse ;

K_{eff} : gain de la boucle de retour en effort;

K_{rv} : gain de la boucle de retour en vitesse ;

K_{rp} : gain de la boucle de retour en position ;

U : tension de commande d'induit (V) ;

I_m : courant d'induit moteur (A) ;

 C_m : couple moteur (Nm);

Ω_{rm} : vitesse de rotation du moteur (rad/s);

Y_d: position du doigt inférieur de la pince (m);

F_{mv} : effort en bout de doigt mobile (N) ;

J_e : inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur (kg.m^2);

δ : gain en position arbre moteur-extrémité du doigt mobile (m/rad) ;

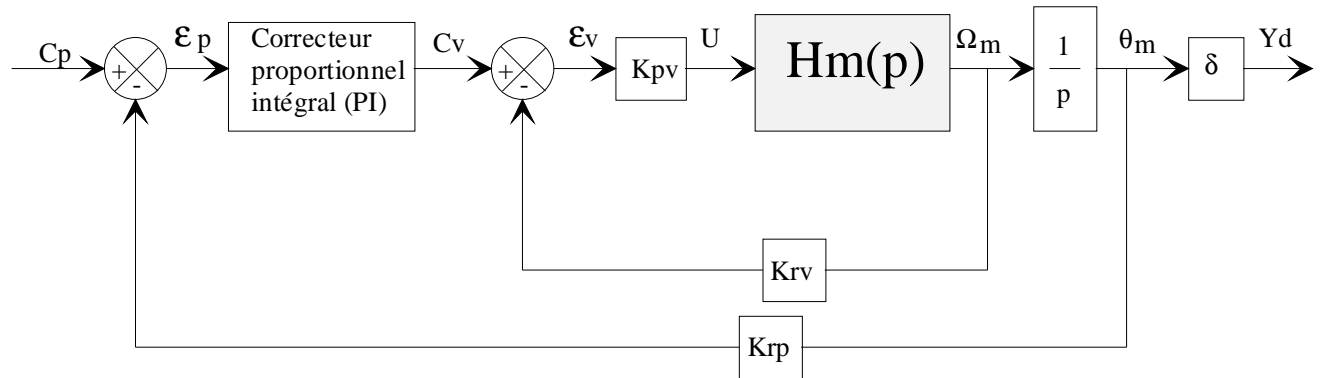
R: résistance d'induit (Ω);

L: inductance moteur (H) :

K_t : constante de couple (Nm/A):

K_a : constante de force contre électromotrice (V/rad/s)

Dans toute la suite de cette partie on se placera dans le cas de l'asservissement de position en mode autonome, la structure de la boucle de position étant représentée ci dessous.



C-1 FONCTION DE TRANSFERT DU MOTEUR AUTOSYNCHRONE.

C-1-1) Déterminer la fonction de transfert du moteur $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$

Il s'agit de la fonction de transfert classique d'un moteur à courant continu en vitesse :

$$FTBO_m(p) = \frac{K_t K_e}{(R + Lp)J_e p}$$

La FTBF se calcule par : $FTBF_m(p) = H_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(R + Lp)J_e p}}{1 + \frac{K_t K_e}{(R + Lp)J_e p}} = \frac{K_t}{(R + Lp)J_e p + K_t K_e}$

REMARQUE : il était inutile de rappeler les quatre équations du moteur à courant continu, le schéma bloc détaillé «structure fonctionnelle de l'asservissement » permettant le calcul direct.

C-1-2) Mettre cette fonction sous la forme canonique standard d'un système linéaire du second ordre et déterminer ses paramètres ω_{nm} , z_m , et K_m .

Sous forme canonique, on obtient : $H_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{RJ_e}{K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{K_t K_e} p^2} = \frac{K_m}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}} p + \frac{1}{\omega_{nm}^2} p^2}$

C-1-3) Effectuer l'application numérique pour les trois paramètres ; Commenter l'influence de ces trois paramètres sur le comportement du système.

Par identification, on obtient :

$$z_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2 J_e}{L K_t K_e}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2,4)^2 \times 6,74 \cdot 10^{-4}}{2,56 \cdot 10^{-3} \times 0,82 \times 0,49}} = 0,98$$

$$\omega_{nm} = \sqrt{\frac{K_t K_e}{L J_e}} = \sqrt{\frac{0,82 \times 0,49}{2,56 \cdot 10^{-3} \times 6,74 \cdot 10^{-4}}} = 482,56 \text{ rad/s}$$

$$K_m = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{0,49} = 2,04 \text{ rad / s / V}$$

Commentaires:

Le facteur d'amortissement est à la limite du non-dépassement, et il va encore diminuer lors du bouclage en vitesse. Ceci ne posera pas de problème en asservissement de vitesse ou l'on recherche un z égal à 0.7 en général.

Le gain n'appelle aucun commentaire puisqu'il s'agit d'un gain en chaîne directe qui ne permet donc pas de prévoir les performances de la boucle fermée.

La pulsation propre non amortie ω_n est égale à 482 rad/s. En considérant, en première approximation, qu'elle correspond à la bande passante à 3dB, on obtient une bande passante

$$BP \approx \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{482}{2\pi} = 76 \text{ Hz}$$

Elevée (plus précisément, pour $z \approx 1$, $BP \approx 0,6 \frac{\omega_n}{2\pi} = 0,6 \frac{482}{2\pi} = 46 \text{ Hz}$). La performance en vitesse

du système est liée à la bande passante en boucle fermée. Cette dernière sera d'autant plus importante que la bande passante des composants de la boucle (et donc du moteur) sera grande, le composant le plus lent « filtrant » les fréquences élevées.

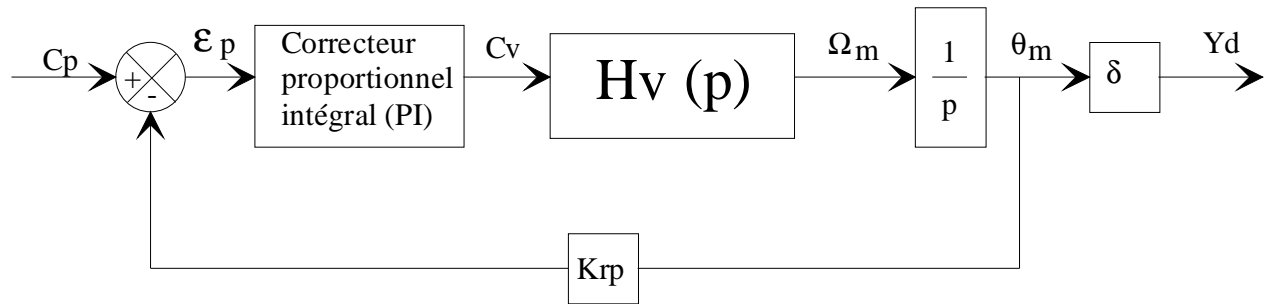
C-2 ETUDE DE LA BOUCLE DE VITESSE.

La boucle de vitesse est réglée par un correcteur proportionnel de gain K_{pv} . Le gain du retour en vitesse est noté K_{rv} .

Soit $H_v(p)$ la fonction de transfert définie par $H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_v(p)}$

C-2-1) Déterminer $H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_v(p)}$ et la mettre sous la forme canonique d'un système linéaire du second ordre.

On peut faire apparaître $H_v(p)$ sur le schéma-bloc de l'asservissement de position en le modifiant légèrement :



Les calculs peuvent être conduits en utilisant l'une ou l'autre des formes de la fonction de transfert

du moteur : $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2}p^2}$ ou bien : $H_m(p) = \frac{K_t}{(R + Lp)J_e p + K_t K_e}$

En utilisant la première forme, on écrit : $FTBO_v(p) = \frac{K_m K_{pv} K_{rv}}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2}p^2}$

La FTBF se calcule par :

$$FTBF_v(p) = H_v(p) = \frac{\frac{K_m K_{pv}}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2}p^2}}{1 + \frac{K_m K_{pv} K_{rv}}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2}p^2}} = \frac{K_m K_{pv}}{K_m K_{pv} K_{rv} + 1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2}p^2}$$

Mise sous forme canonique :

$$H_v(p) = \frac{\frac{K_m K_{pv}}{(1 + K_m K_{pv} K_{rv})}}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{nm}(1 + K_m K_{pv} K_{rv})}p + \frac{1}{\omega_{nm}^2(1 + K_m K_{pv} K_{rv})}p^2} = \frac{K_v}{1 + \frac{2z_v}{\omega_{nv}}p + \frac{1}{\omega_{nv}^2}p^2}$$

Le calcul à partir de $H_m(p) = \frac{K_t}{(R + Lp)J_e p + K_t K_e}$ conduisait à la forme :

$$H_v(p) = \frac{\frac{K_{pv}}{K_e + K_{pv} K_{rv}}}{1 + \frac{RJ_e}{K_t(K_e + K_{pv} K_{rv})}p + \frac{LJ_e}{K_t(K_e + K_{pv} K_{rv})}p^2} = \frac{K_v}{1 + \frac{2z_v}{\omega_{nv}}p + \frac{1}{\omega_{nv}^2}p^2}$$

C-2-2) En faisant l'hypothèse d'un retour unitaire ($K_{rv} = 1$), déterminer la valeur de K_{pv} de manière à ce que la boucle de vitesse soit la plus rapide possible. Effectuer l'application numérique.

On déduit de l'expression précédente que : $z_v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2 J_e}{LK_t(K_e + K_p K_{rv})}}$

$$\text{d'où on tire : } K_{pv} = \frac{1}{K_{rv}} \left[\frac{1}{4z_v^2} \frac{R^2 J_e}{LK_t} - K_e \right]$$

$$\text{Avec l'hypothèse du retour unitaire, } K_{rv} = 1 \text{ et : } K_{pv} = \left[\frac{1}{4z_v^2} \frac{R^2 J_e}{LK_t} - K_e \right]$$

Pour un système du second ordre, la rapidité maximale est obtenue pour $z = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$ et finalement :

$$K_{pv} = \left[\frac{1}{2} \frac{R^2 J_e}{LK_t} - K_e \right]$$

A.N.

$$K_{pv} = \left[\frac{(2.4)^2 6.74 \cdot 10^{-4}}{2 \times 2.56 \cdot 10^{-3} \times 0.82} - 0.49 \right] = 0.434 \text{ V / rad / s}$$

C-2-3) Comparer la pulsation propre ω_{nv} obtenue avec celle du moteur ω_{nm} . Commenter en quelques lignes.

La relation entre les deux pulsations est la suivante : $\omega_{nv} = \omega_{nm} \sqrt{1 + K_m K_p K_{rv}}$

Dans ce cas, le facteur multiplicateur est égal à $\sqrt{1 + K_m K_p K_{rv}} = \sqrt{1 + K_m K_p} = 1.37$, ce qui conduit à une pulsation $\omega_{nv} \approx 662 \text{ rad / s}$. Les coefficients K_i étant tous positifs, le bouclage provoque une augmentation notable de la pulsation propre non amortie et donc de la bande passante ainsi que de la rapidité. On retrouve une propriété classique, à savoir que l'accroissement du gain de la boucle (par augmentation de la valeur du gain K_p du correcteur proportionnel) provoque une amélioration de la rapidité.

Parallèlement, l'amortissement diminue puisque : $z_v = \frac{z_m}{\sqrt{1 + K_m K_p K_{rv}}}$

C-3 ETUDE DE LA BOUCLE DE POSITION.

La boucle de position est réglée par un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert

$$\frac{C_v(p)}{\varepsilon_p(p)} = \frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p}, \text{ le gain du retour en position étant noté } K_{rp}.$$

La fonction de transfert de l'asservissement de position est la suivante :

$$H_p(p) = \frac{Y_d(p)}{C_p(p)} = \frac{(1 + T_i p)}{1 + T_i p + \frac{T_i}{\delta K_i K_v K_{rp}} p^2 + \frac{2z_v T_i}{\omega_{nv} \delta K_i K_v K_{rp}} p^3 + \frac{T_i}{(\omega_{nv})^2 \delta K_i K_v K_{rp}} p^4}$$

C-3-1) Donner l'ordre et la classe de cette fonction.

Fonction de transfert d'ordre 4 et de classe 0.

REMARQUE : La présence d'un intégrateur dans la boucle conduit à une fonction de transfert de classe 1 en boucle ouverte mais de classe 0 en boucle fermée.

C-3-2) Le système est-il précis ? Le démontrer.

On soumet le système à un échelon de position unitaire $C_{pa}(p) = \frac{1}{p}$

La sortie est $Y_d(p) = H_p(p)C_{pa}(p) = \frac{H_p(p)}{p}$

Le théorème de la valeur finale nous donne $\lim_{t \rightarrow \infty} y_d(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_d(p) = \lim_{p \rightarrow 0} H_p(p) = 1$

Le système est précis, ce qui était prévisible, eu égard au correcteur employé.

C-3-3) Le système est-il stable, conditionnellement stable ou instable ? Justifier en quelques lignes sans effectuer de calculs.

La fonction de transfert étant d'ordre 4, la stabilité est conditionnelle : elle dépend de la valeur des paramètres et en particulier des gains K_i et K_{rp} . L'application du critère de Routh ou l'utilisation d'un abaque de Black permettraient de lever le doute.

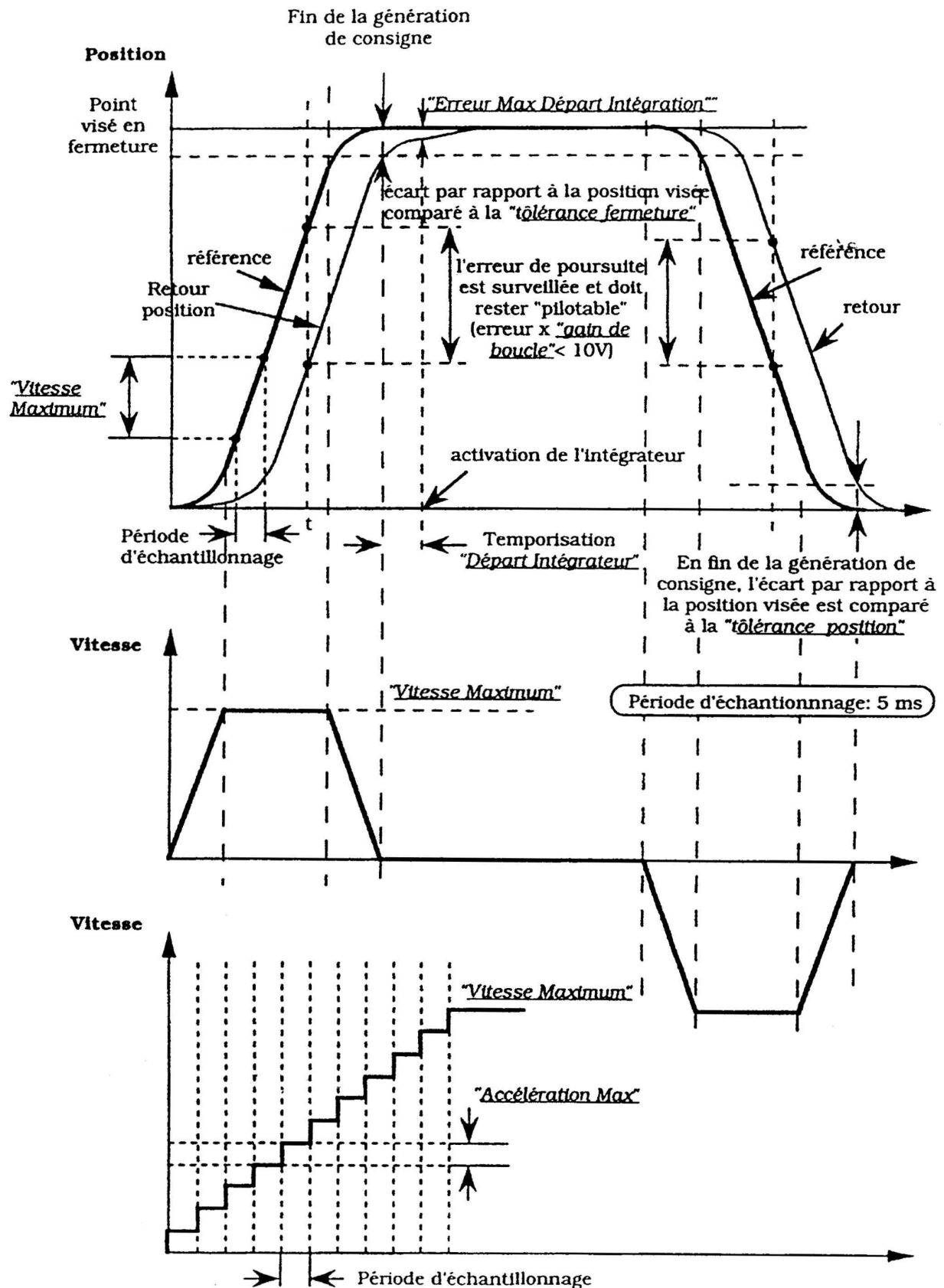
REMARQUE : le fait que les coefficients du polynôme dénominateur soient tous positifs n'est pas un critère de stabilité pour une fonction d'ordre 4.

C-4 FONCTIONNEMENT REEL.

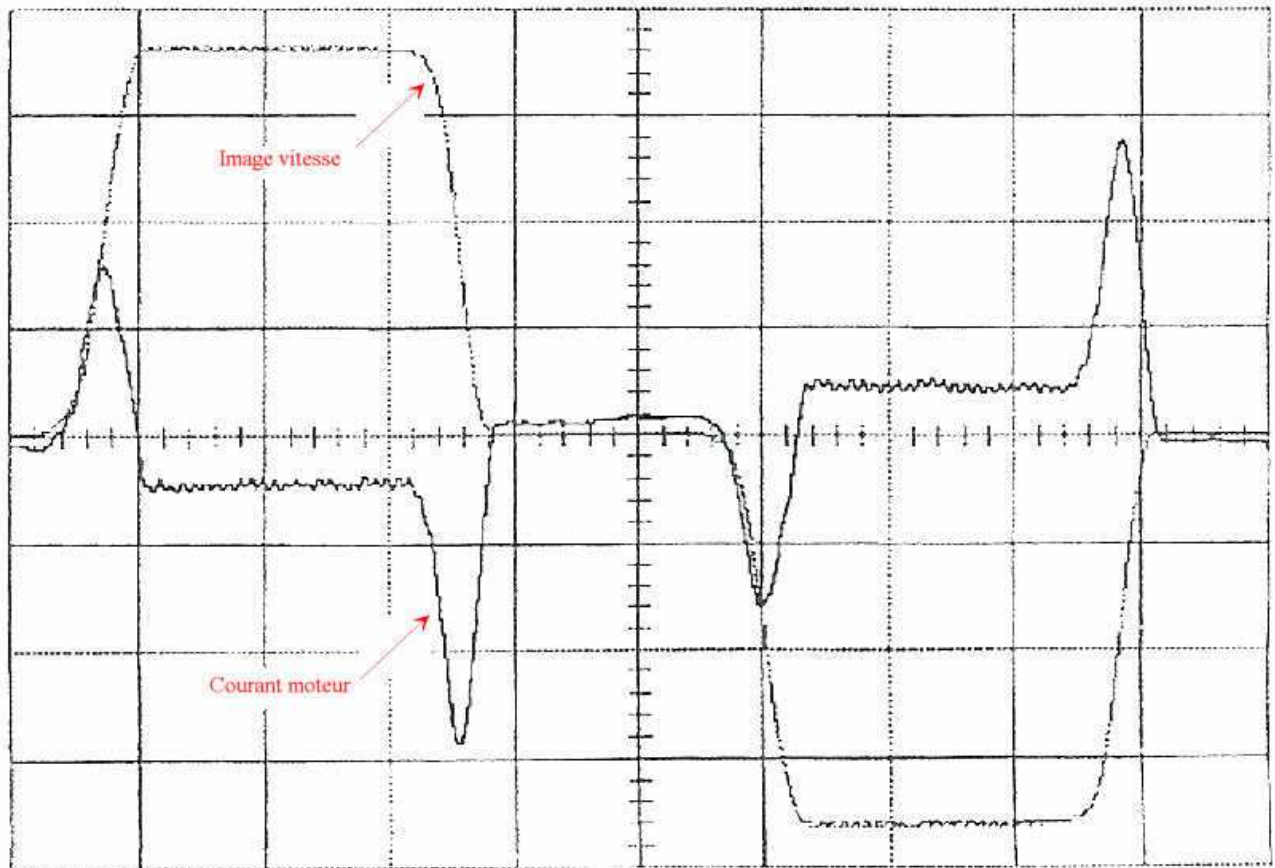
La commande en position de la pince est un peu différente, en particulier pour ce qui concerne la correction intégrale. La figure suivante (document Renault) met en évidence les différents paramètres pris en compte. On remarque que la correction intégrale n'est pas active en permanence : elle se déclenche à la fin d'une temporisation lancée en fin de la génération de la consigne de position, la temporisation permettant de prendre en compte le retard de la position réelle sur la position visée (écart de poursuite). Cette stratégie est extrêmement répandue en commande d'axes, en particulier sur les commandes numériques de machines outils : on fait varier les paramètres de l'asservissement, y-compris les gains de boucle, en fonction des circonstances.

On remarque également une période d'échantillonnage assez grande de 5 ms. L'asservissement en effort, qui est mis en action dès la consigne de position atteinte, est échantillonné à 2ms.

De la même manière que sur les commandes numériques de machines outils, l'écart de poursuite est surveillé en permanence : s'il dépasse une valeur limite (dite de pilotage), le système se met en défaut.



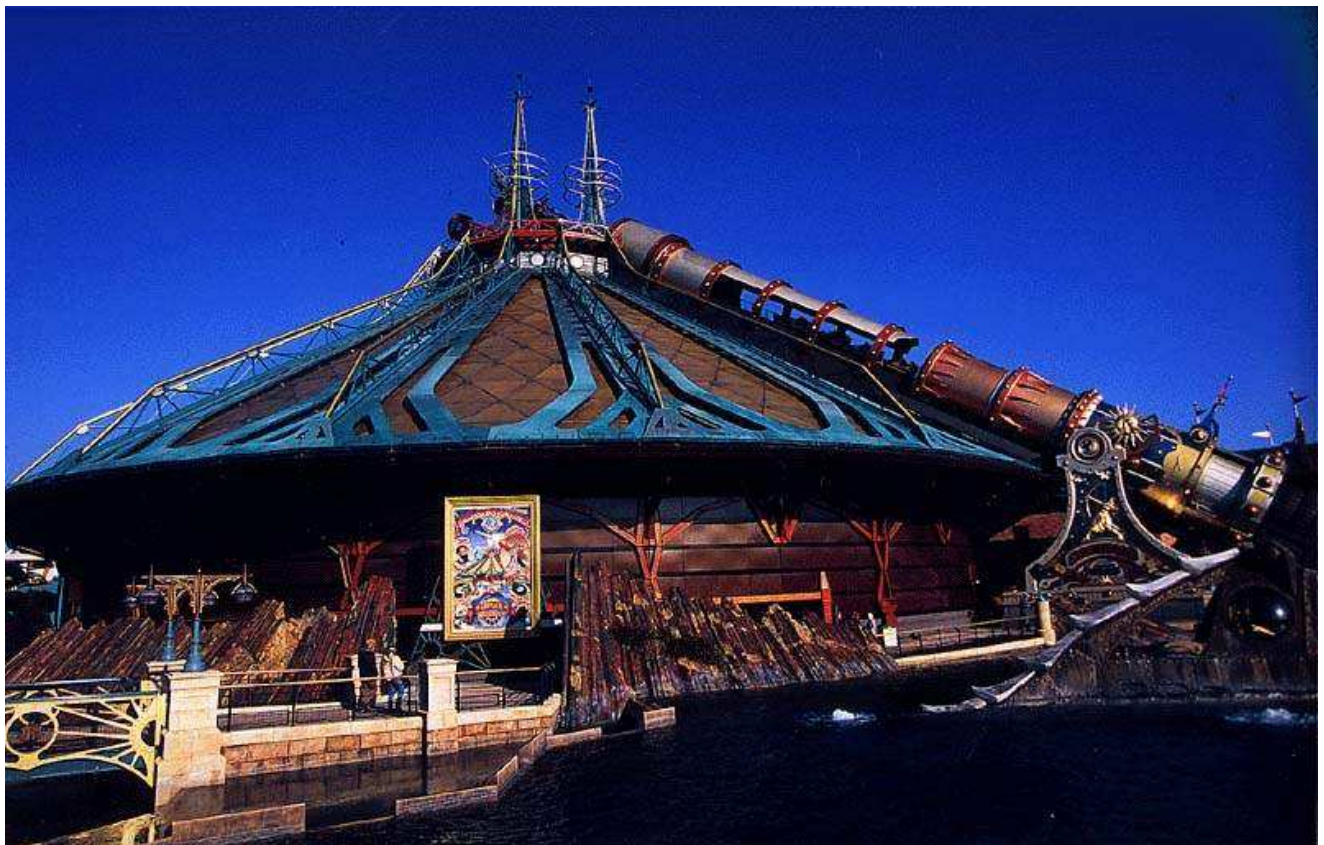
La figure suivante montre l'évolution mesurée des retours vitesse et courant pour un cycle à vide.



Chapitre 6

APPLICATION 2 : LANCEUR DU SPACE MOUNTAIN.

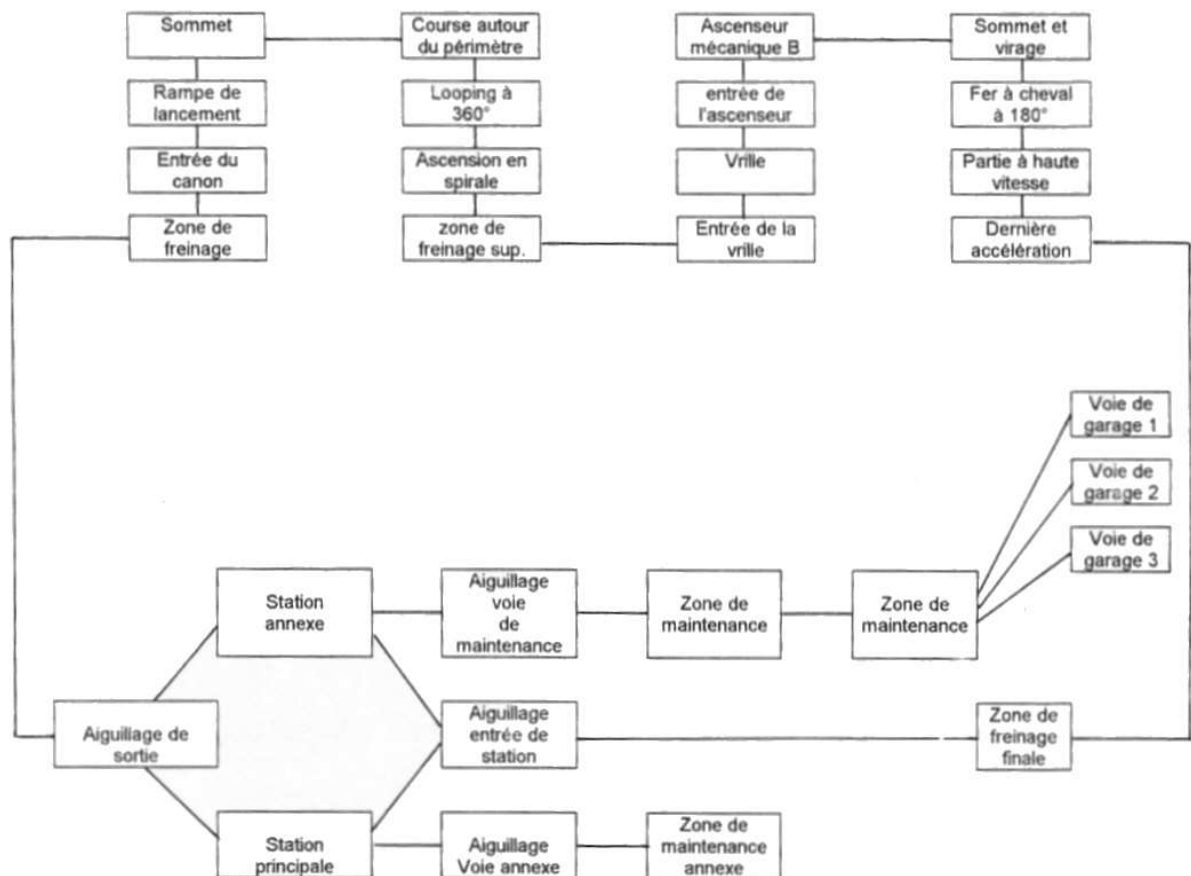
Cette attraction se présente sous la forme d'un chapiteau de 62 m de diamètre et de 36 m de hauteur, renfermant un manège du type montagne russe à grande vitesse. Les passagers peuvent faire l'expérience d'un voyage évoquant l'histoire du roman de Jules Verne « De la terre à la lune », illustrée par des décors spatiaux et une sonorisation en synchronisation avec le circuit. Le système de lancement, évoquant un canon, est en fait une catapulte à propulsion électrique. Les photos suivantes donnent un aperçu de l'ensemble.



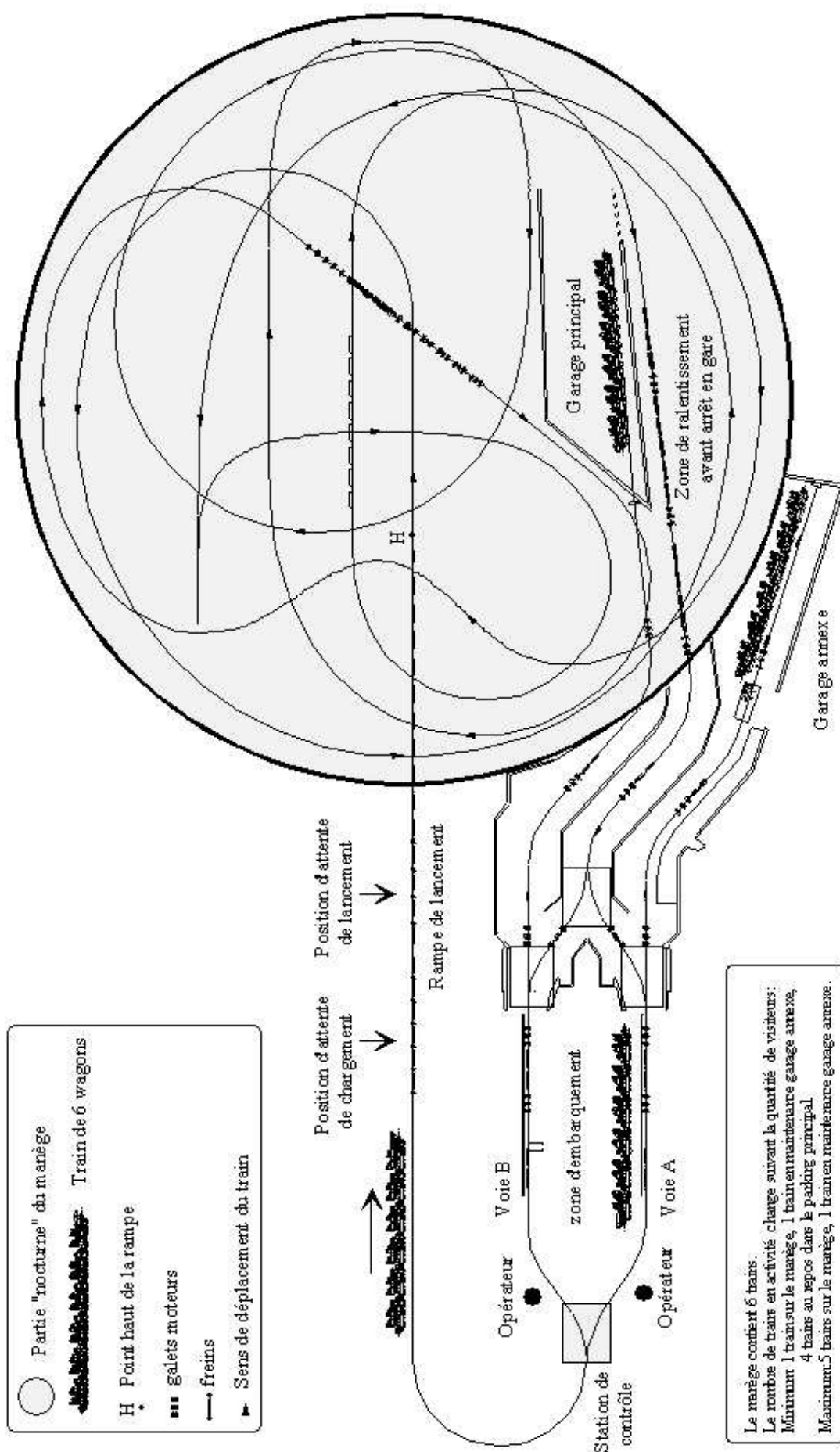
Fiche technique :

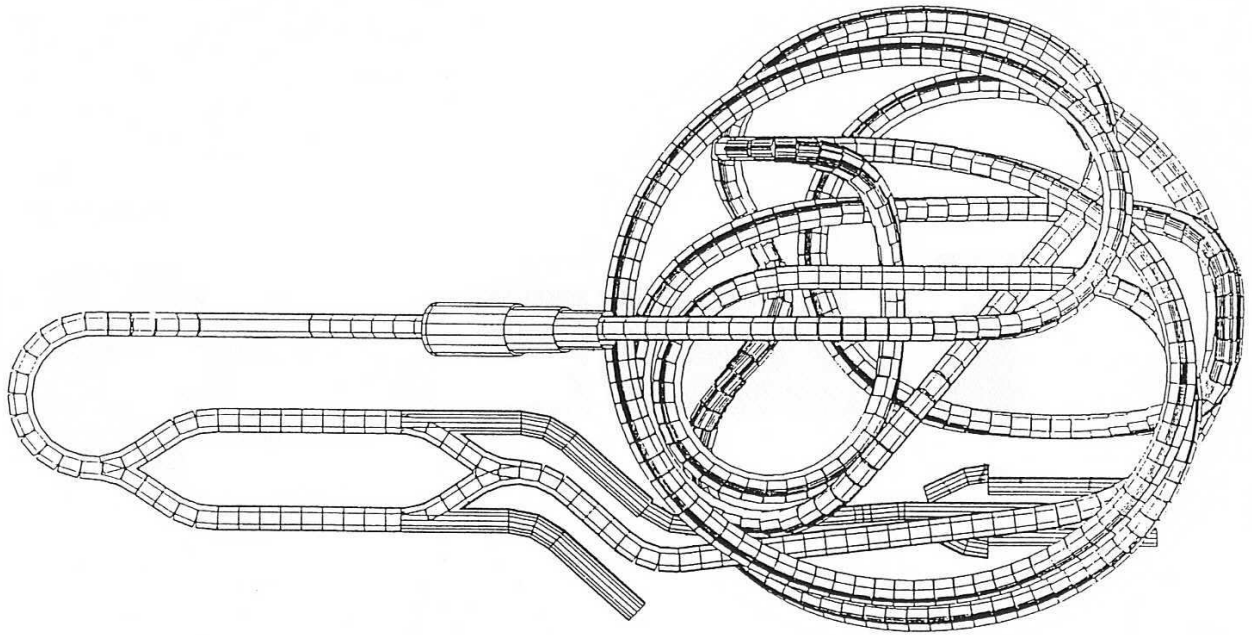
Concepteur :	Walt Disney Imagineering
Coût étude et construction :	600 millions de francs (90 Millions d'Euros)
Date de construction :	Mars 1993 à mars 1995
Longueur du circuit :	1 km
Vitesse de pointe :	70 km/h
Particularités :	trois renversements complets (vrille, looping et fer à cheval)
Système de contrôle :	6 ordinateurs + API + 1300 capteurs répartis
Capacité de chaque vaisseau :	6 voitures de 4 passagers, soit 24 passagers
Accélération au lancement :	8 m/s^2 sur une rampe inclinée à 32°
Capacité de lancement :	1 vaisseau toutes les 36 secondes

Description du parcours :



Une vue d'ensemble du circuit (ride) en projection plane est donnée page suivante





Les véhicules :

Chaque train ou vaisseau est constitué par 6 véhicules de 4 passagers chacun. Chaque siège est équipé de 6 haut-parleurs afin de reproduire la bande sonore digitale en synchronisation avec le circuit. Les voitures sont guidées sur des rails tubulaires métalliques de forte section.

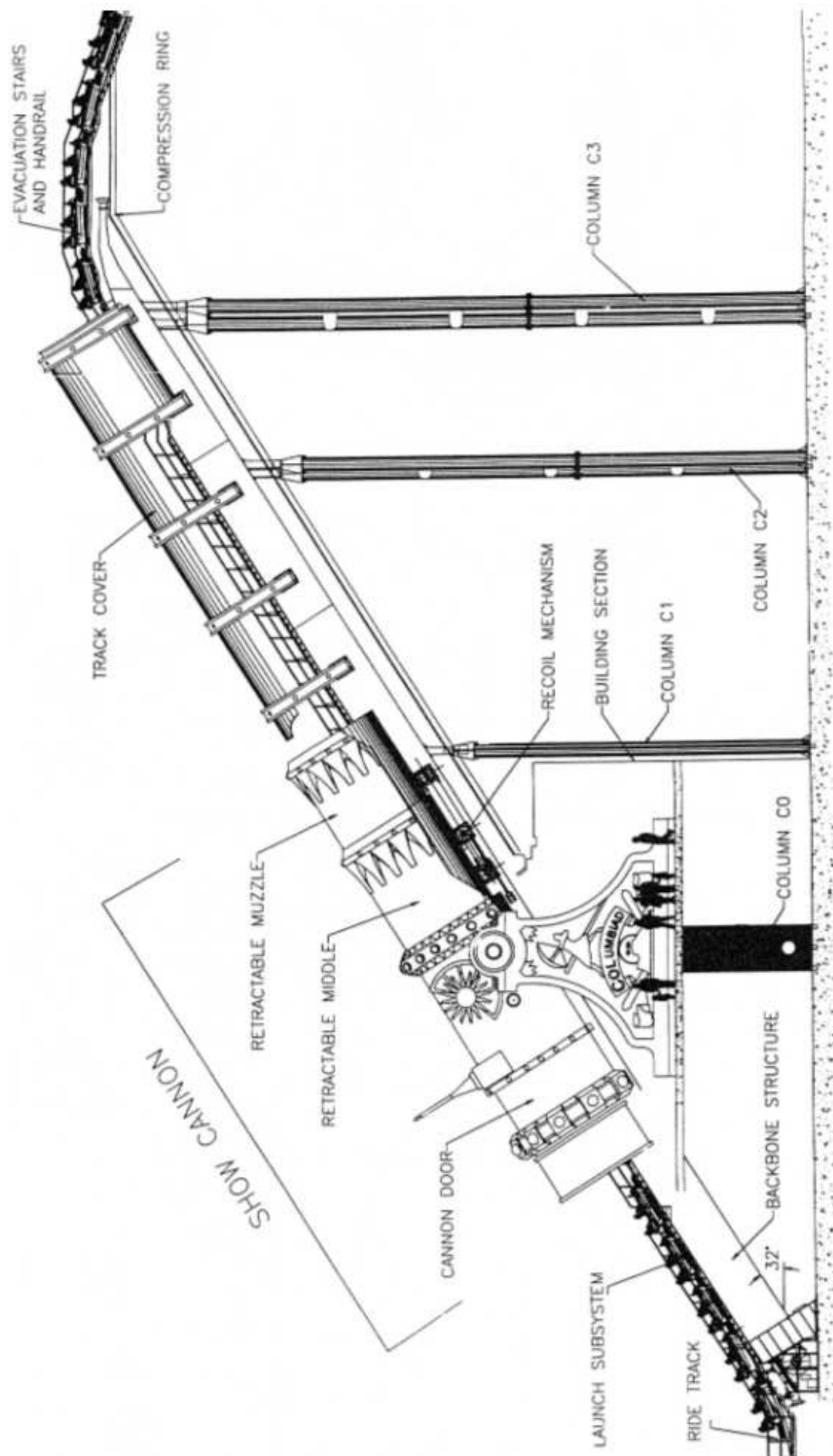


Le canon catapulte :

Le canon est constitué d'un fût cylindrique de 5 m de diamètre et de longueur 50 m environ. L'extérieur du canon est conçu de manière à donner l'illusion d'un véritable lancement : recul d'un fût mobile, ouverture d'une porte latérale, rotation d'un soleil stylisé, émission d'un nuage de vapeur et d'un bang sonore. L'intérieur du canon contient uniquement la rampe de lancement

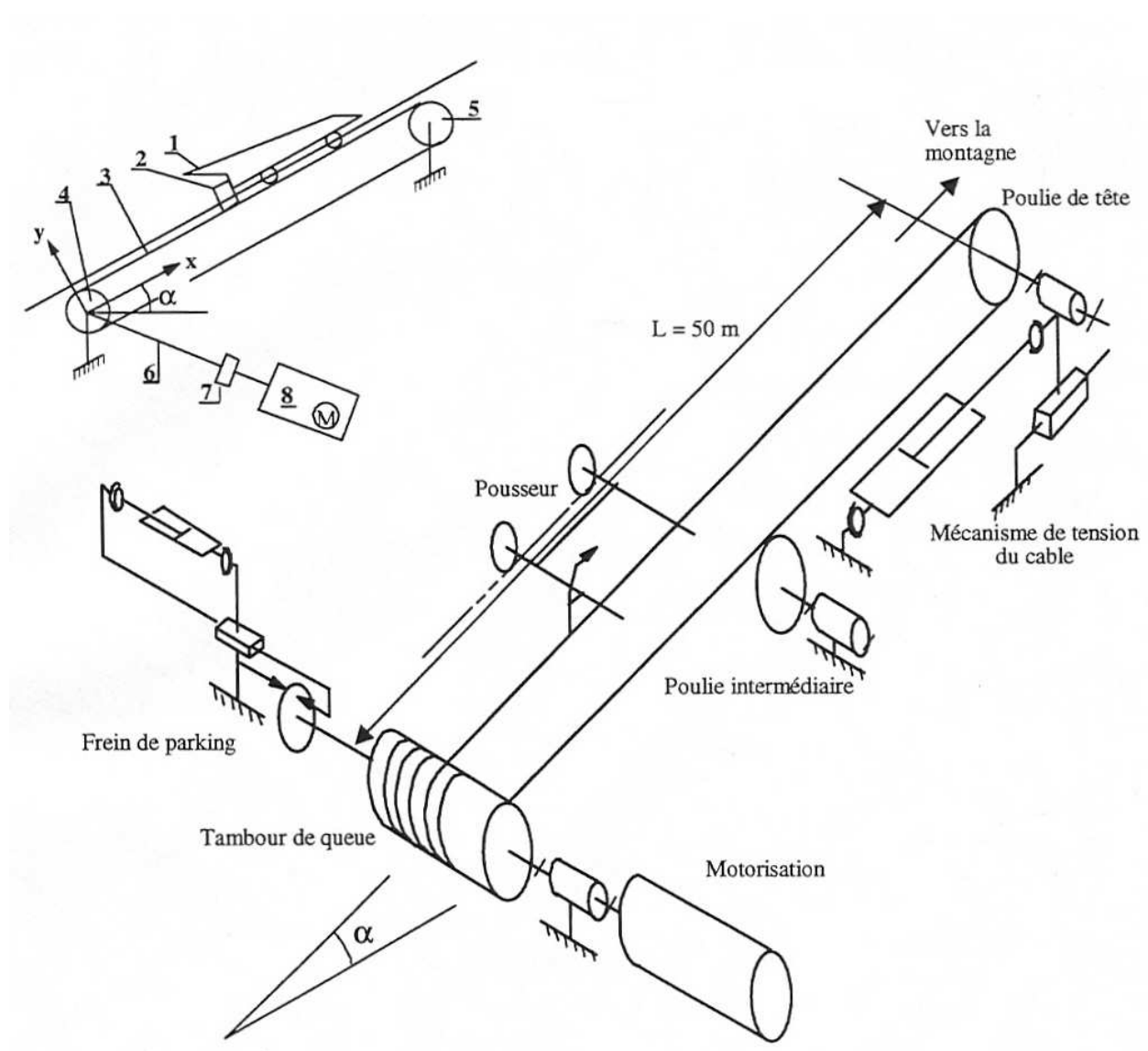


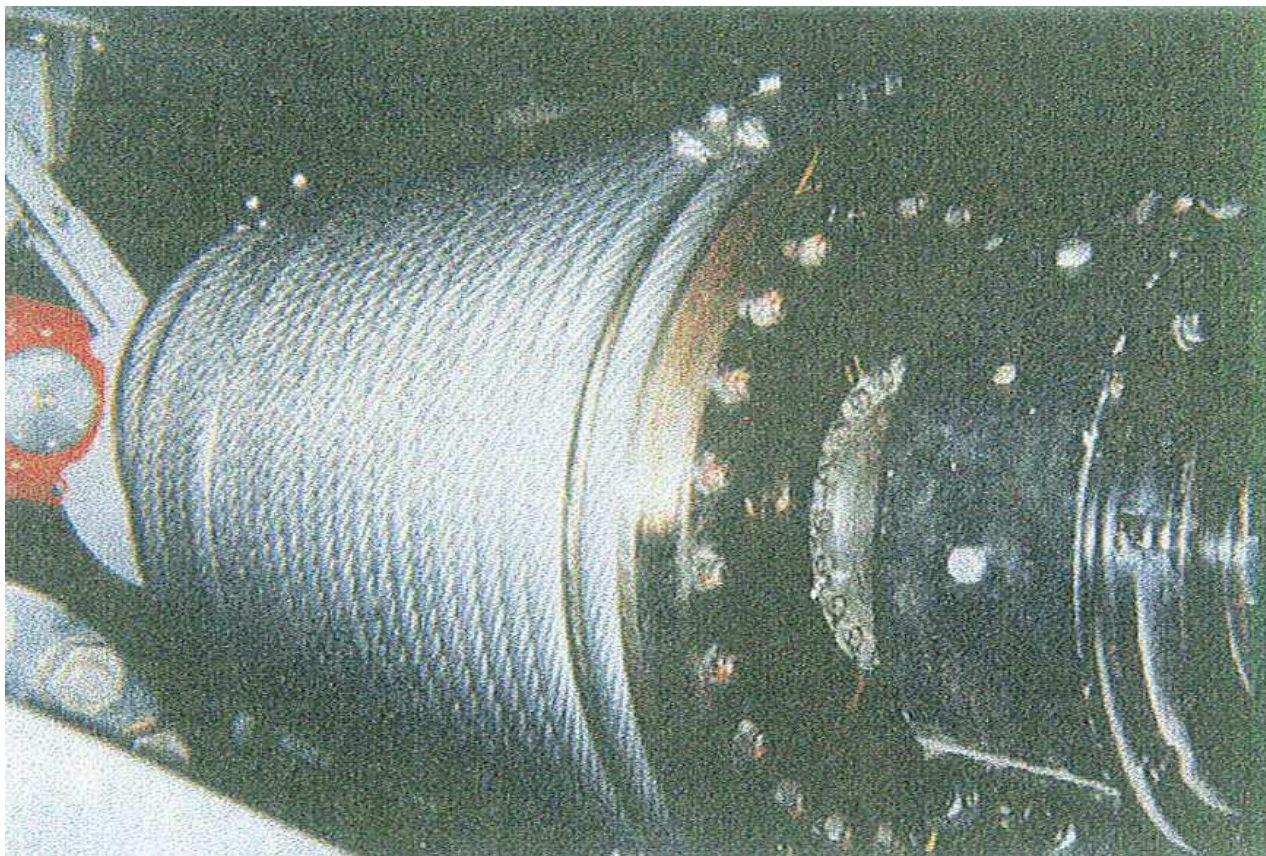
Vue intérieure du canon : rampe de lancement



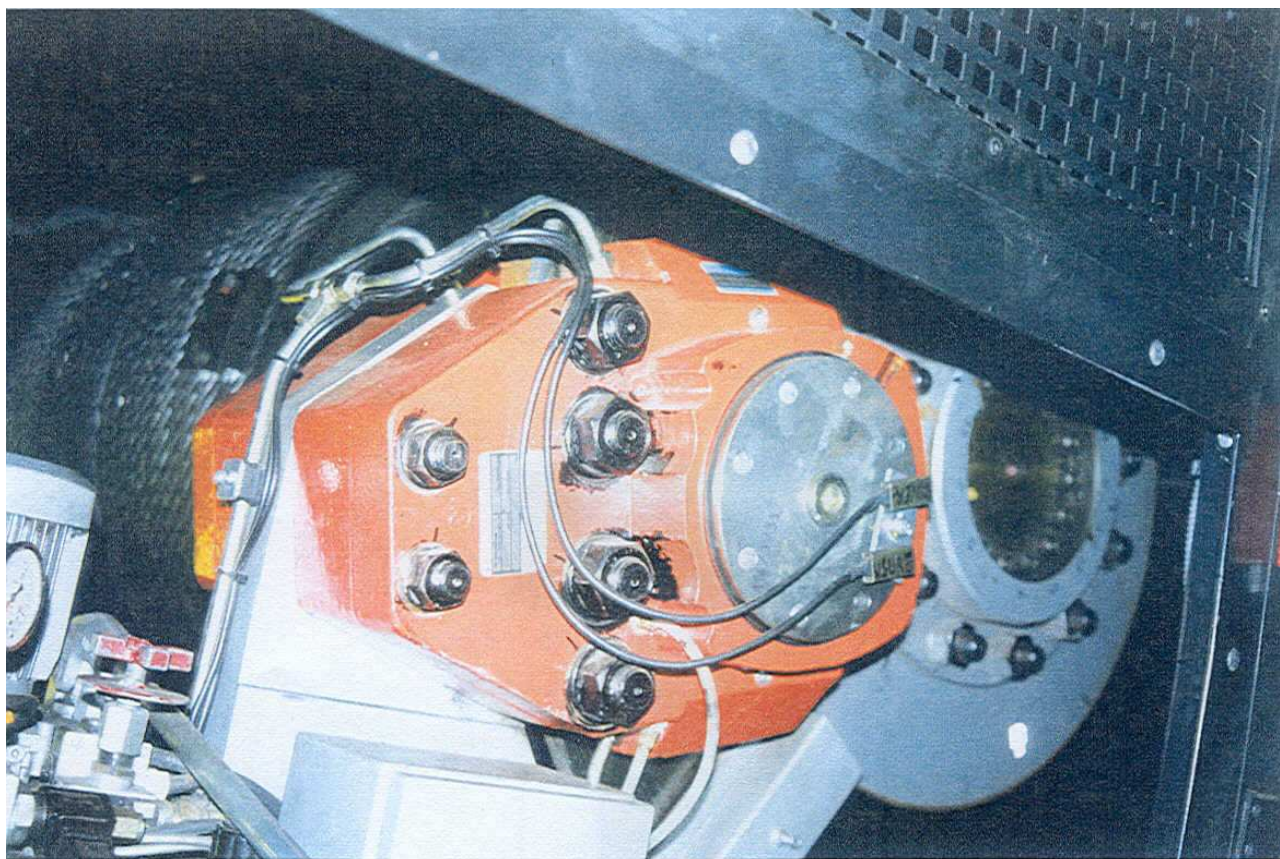
Description du système de lancement : Le système de lancement proprement dit comporte :

- Une rampe de lancement intégrée au canon catapulte et disposée selon la génératrice du bâtiment de forme conique. L'inclinaison est de 32° ;
- Une chaîne fonctionnelle d'entraînement du pousseur (2) : ce dernier est lié à un câble (3) dont le déplacement est assuré par un tambour enrouleur-dérouleur (4), entraîné par une motorisation de très forte puissance (6, 7, 8) et une poulie de tête (5). Il est à noter que le pousseur n'est en contact avec le train que par sa plaque escamotable : les guidages du pousseur sont assurés par des rails distincts ;
- Une chaîne fonctionnelle de tension du câble associée à la poulie de tête (5) : il s'agit d'un système à deux vérins à vis actionnés par un moteur électrique permettant d'asservir la tension du câble pendant les différentes phases de fonctionnement, afin de garantir une flèche maximale de 0.015 m en milieu de câble. L'effort de tension est compris entre 110 000 N et 120 000 N ;
- Un frein de parking hydraulique permet d'assurer le blocage du tambour d'entraînement : C'est un frein à disque hydraulique de diamètre 1200 mm et de couple de serrage 60 000 Nm, qui est serré au repos au moyen d'un système à rondelles de type « Belleville ».





Tambour moteur

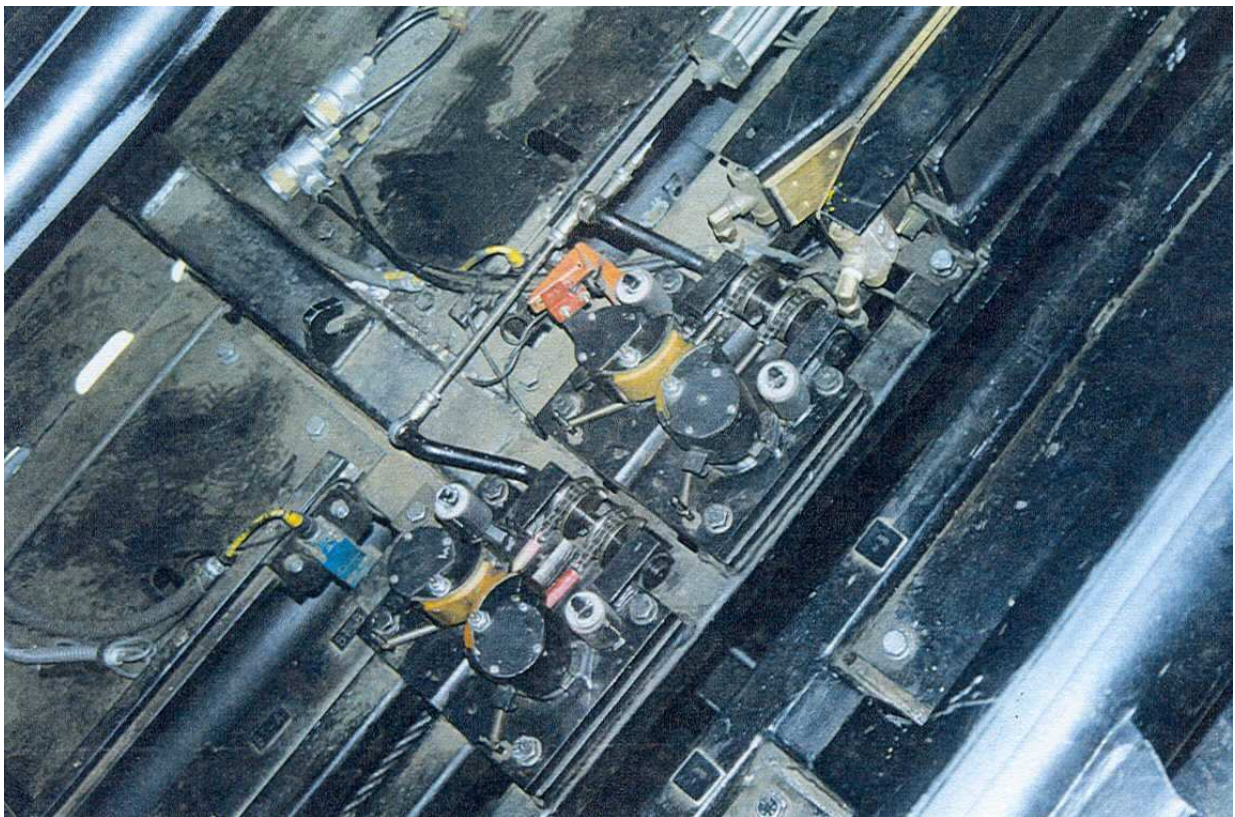


Frein à disque hydraulique « de parking » sur tambour moteur

Description du cycle de fonctionnement

a- Opération préliminaire : chargement des passagers et aménagement du train à l'entrée du canon (masse maximale en charge = 7500kg).

Une fois chargé de ses passagers et sur ordre d'un opérateur, chaque train composé de six wagonnets quitte la station par un tronçon de voie incliné qui le conduit jusqu'au pied de la rampe de lancement. Le train est alors freiné par des patins de serrage situés entre les rails, chaque wagonnet possédant une lame centrale prévue à cet effet. Les freins sont relâchés dès que le convoi est immobilisé, ce dernier venant se bloquer par gravité sur des cames appelées ARB (Anti Roll Back) qui se coincent par paires sur la lame centrale de chaque wagonnet. Pendant ce temps, le pousseur achève sa redescente jusqu'à sa position basse, de telle manière qu'il croise le train en mouvement (la plaque d'appui située sur le troisième wagonnet s'escamote dans ce sens pour laisser passer le pousseur).



Cames anti roll back (ARB) et patins de serrage sur la rampe de lancement

b- Phase 0 : Engagement du pousseur.

Le cycle du pousseur débute, à partir de sa position basse, par l'accostage avec le train à la hauteur du deuxième wagonnet, son aileron venant rencontrer la plaque d'appui prévue à cet effet. Pendant cette opération d'engagement du pousseur, qui dure 5 secondes au maximum, le train reste fixe. A la fin de l'engagement, le train est immobile en attente d'une autorisation de lancement. La durée de l'attente est notée t_0 . Des effets spéciaux sont associés à cette phase d'attente : la porte latérale du canon s'ouvre et simultanément les rayons du soleil tournent dans le sens anti-horaire.

c- Phase 1 : Chargement dans le canon.

Cette phase permet un test dynamique du système de lancement : le pousseur monte le train dans le canon. Le train de passagers subit une accélération de 2.5 m/s^2 pour l'amener à une vitesse de 3 m/s , vitesse qui est maintenue pendant 5 s . Un freinage à décélération constante de 3 m/s^2 jusqu'à la vitesse nulle termine le cycle de chargement dans le canon. Durant cette phase et dès que la tête du train est engagée dans le canon, la porte latérale du canon se referme (même durée que l'ouverture) et les rayons du soleil tournent dans le sens horaire.

En fin de phase de chargement, une attente de durée t_4 est alors imposée avant de débiter la phase de lancement. La porte latérale du canon termine son mouvement ainsi que les rayons du soleil, avant la fin de cette phase d'attente.

d- Phase 2 : Lancement du train.

Le train est lancé par l'intermédiaire du pousseur avec une accélération de 8 m/s^2 jusqu'à une vitesse de 14 m/s . Lorsque cette vitesse est atteinte, le pousseur se désolidarise du train. Le train, qui se déplace sur un axe parallèle à la surface du toit conique, termine son ascension sur sa lancée à une vitesse d'apogée de 4 m/s au minimum. Il rentre alors dans un virage vertical pour entamer un plongeon dans la montagne russe.

Les effets spéciaux associés à cette phase débutent au moment précis du lancement : émission de jets de vapeur par des buses situées à l'embase du canon, émission sonore d'un « Bang », et recul des deux fûts mobiles du canon par un système de deux vérins hydrauliques. Dès que les fûts sont reculés, ils effectuent leur retour, l'aller-retour durant 5 secondes . L'émission de vapeur cesse en fin de retour des fûts mobiles.

e- Phase 3 : Décélération du pousseur et retour en position d'origine.

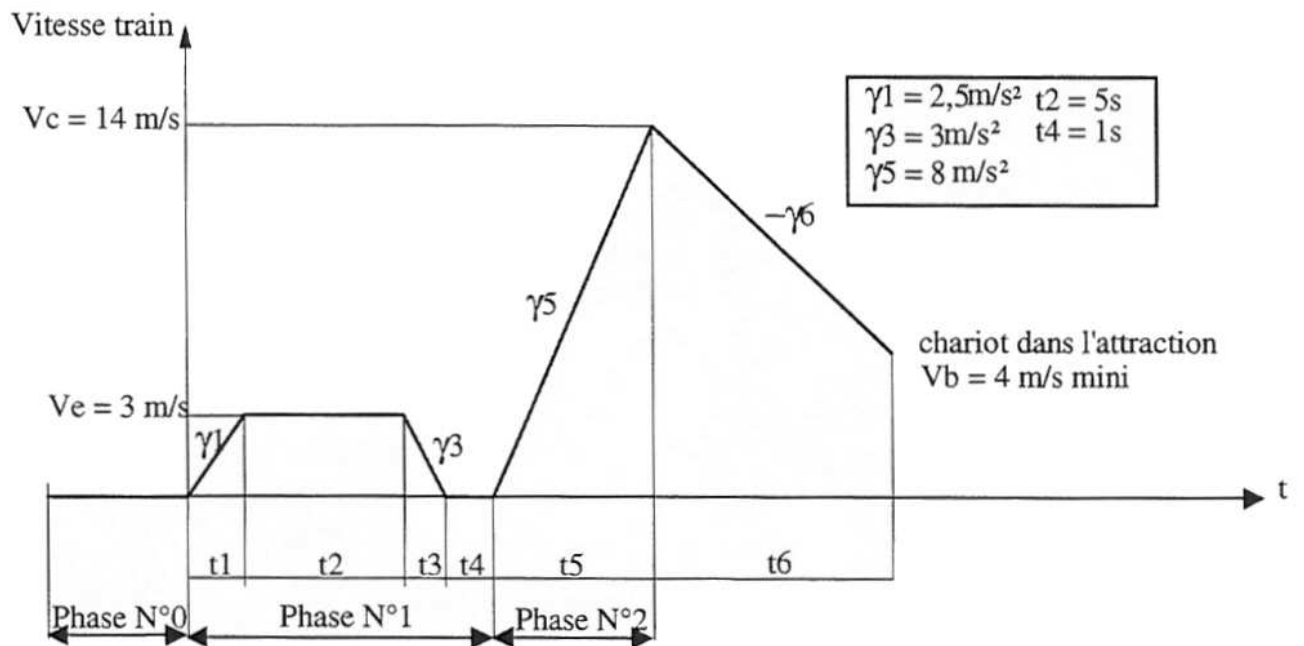
Le pousseur se dégage du train en freinant alors que le train poursuit sur sa lancée. Un dispositif de sécurité pour arrêter le pousseur est installé environ deux mètres avant le point limite de dégagement. Le freinage obtenu, le pousseur revient en position initiale en croisant le train suivant à l'entrée du canon, en bas de la rampe de lancement.

cycle de lancement

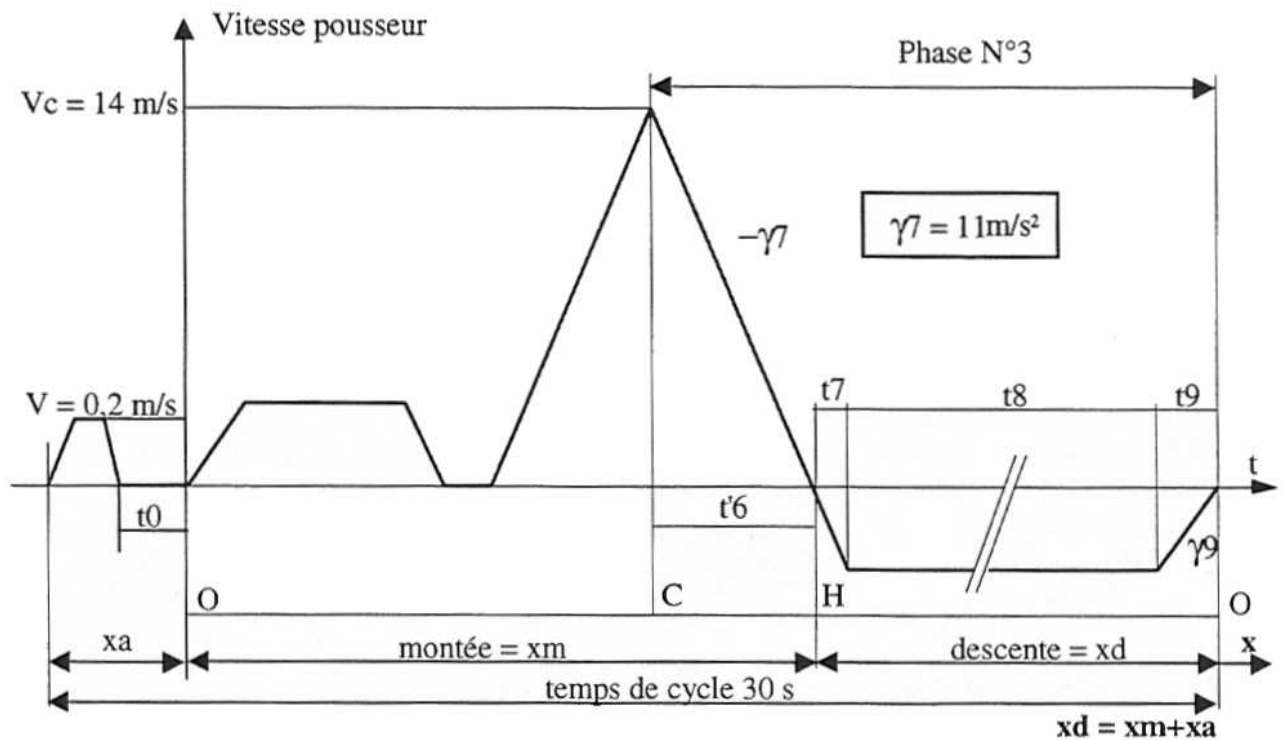
Durant le temps de cycle, il est nécessaire de faire descendre les passagers du train qui arrive en station, puis de faire monter les suivants. Ces deux opérations prennent environ une minute alors que l'intervalle de temps maximal autorisé entre deux lancements est de 36 secondes , ce qui conduit à une impossibilité. La solution retenue consiste à utiliser alternativement deux voies A et B dans la gare, le train $i+1$ étant en cours de déchargement voie A, pendant que le train i est prêt à partir voie B. De ce fait, les trains se succèdent, le train i étant amené à l'entrée du canon dès que la place est libre, c'est à dire à la fin du chargement du train $i-1$ dans le canon. D'autre part, et pour des raisons de sécurité, il est indispensable que les trains ne se suivent pas de trop près dans le manège (un écart inférieur ou égal à 20 secondes déclenche un arrêt d'urgence de l'ensemble du manège).

Ces deux raisons (confort et sécurité) conduisent à accroître le temps de cycle actuel (30 s) et à choisir le temps de cycle maximal autorisé par le cahier des charges, soit 36 secondes : les opérateurs disposent alors de 72 secondes pour faire descendre les passagers et monter les suivants. La remise en cause des phases dynamiques du cycle étant hors de question, il sera nécessaire de jouer sur les temps d'attente en les équilibrant au mieux.

chronogramme "train" (phase 1 et 2 du lancement)



chronogramme "pousseur" (phase 0 à 3)



Système de commande du lanceur

Le synoptique général simplifié de la commande est donné page suivante. Cette commande est organisée en trois niveaux hiérarchiques :

- * Niveau RCS : deux automates programmables ALLEN-BRADLEY (~1000 entrées sorties chacun) sur bus avec procédure de vote et un automate de commande des effets spéciaux SIEMENS S100 (~100 entrées-sorties).

- * Niveau CCS : deux micro-ordinateurs VME 80486 avec procédure de vote.

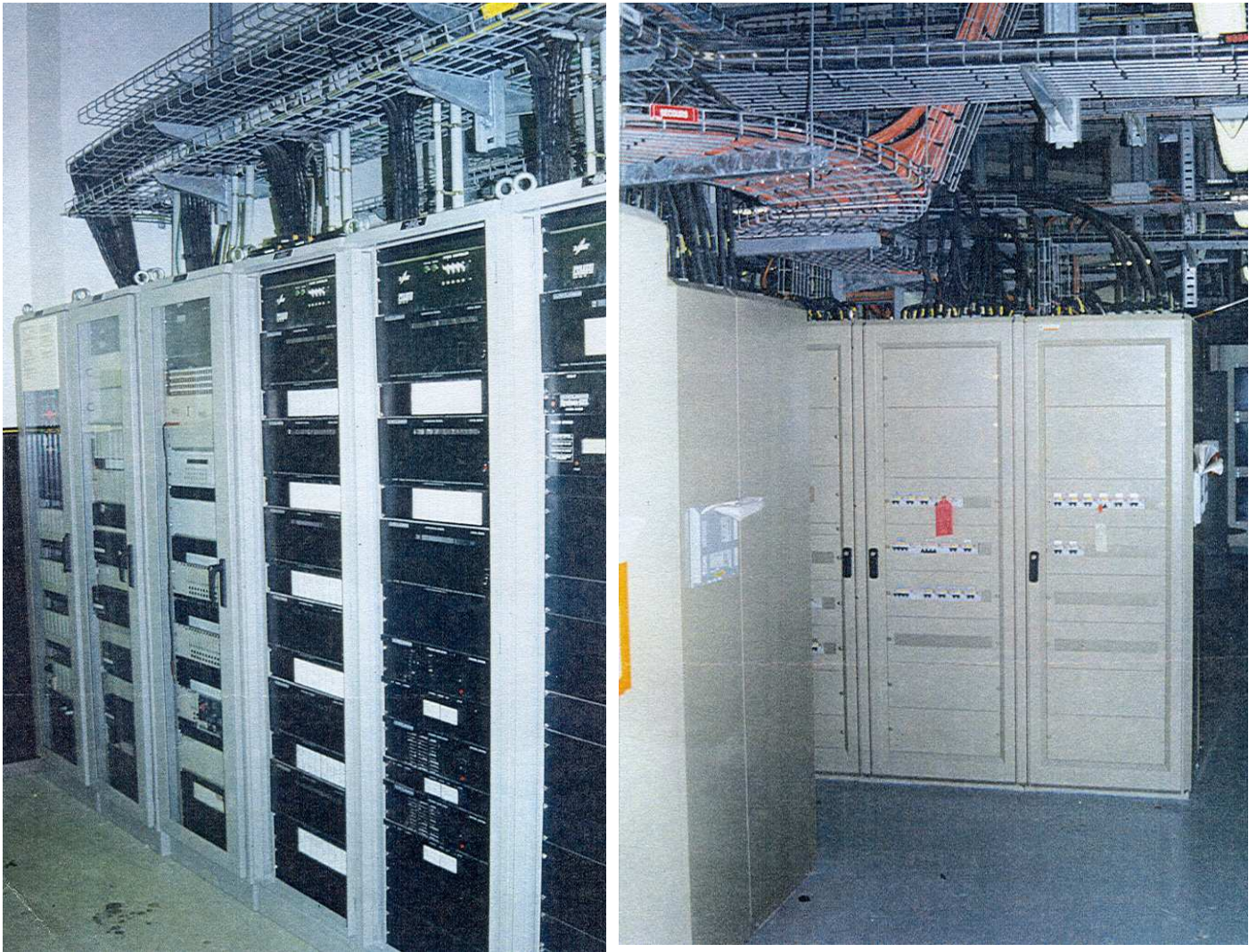
- * Niveau CPS : un automate programmable TELEMECANIQUE TSX107 (~200 entrées-sorties) avec cartes analogiques et deux variateurs de forte puissance TELEMECANIQUE RECTIVAR 84

L'entraînement du tambour est obtenu par l'association de deux moteurs à courant continu à excitation séparée, de forte puissance et d'inertie réduite, montés en tandem sur le même arbre. Les retours d'information (2 images vitesse et 2 images position) sont fournis par :

- une génératrice tachymétrique à deux enroulements séparés.
- deux capteurs incrémentaux C1 et C2.



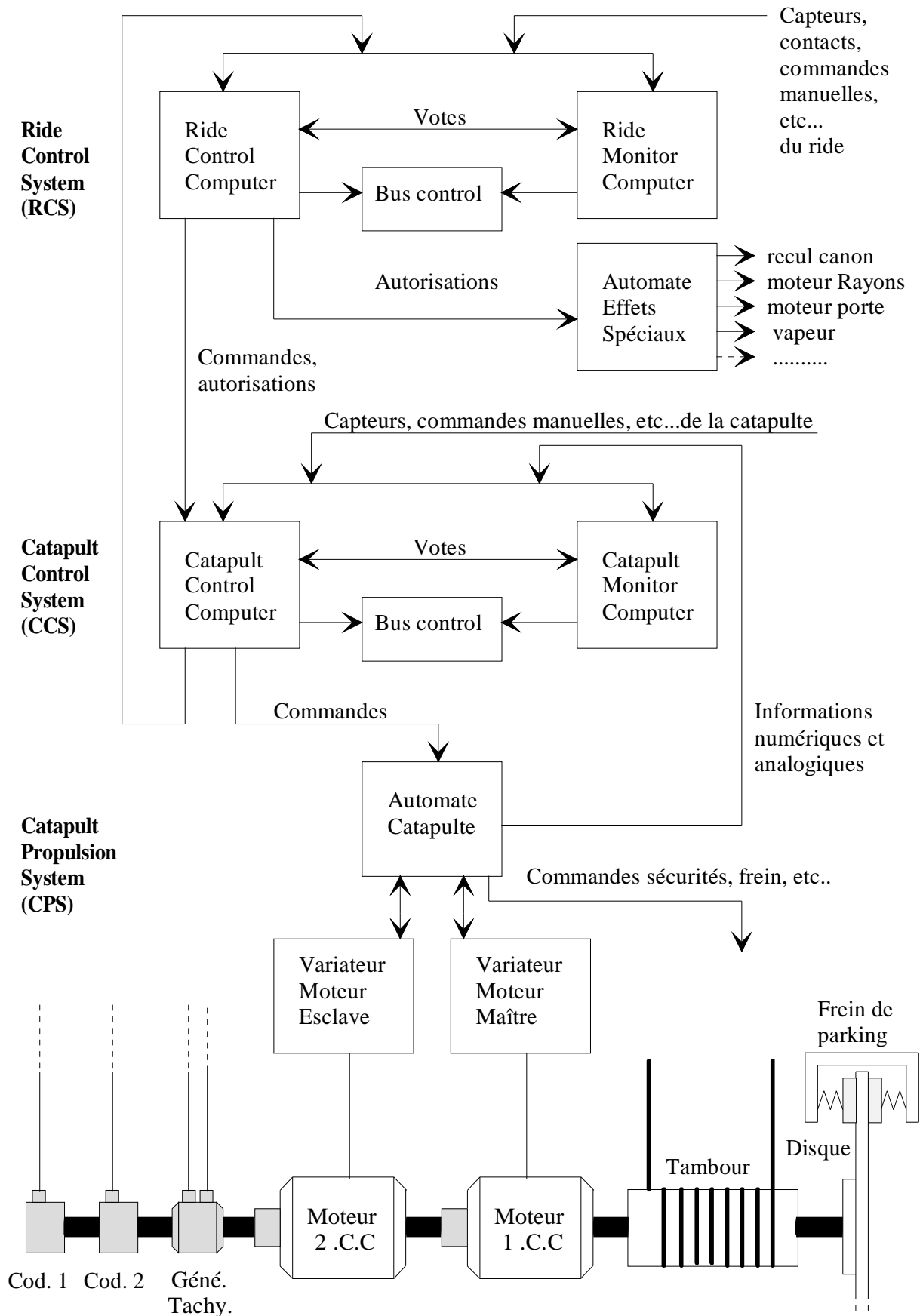
Armoires de commande et de mesure



Armoires de puissance

La partie puissance met en jeu des valeurs électriques importantes ; En effet, chacun des deux moteurs de la catapulte consomme 1304 Ampères sous 700 Volts en fonctionnement nominal, soit une puissance électrique totale d'environ 1,8 Mégawatts.

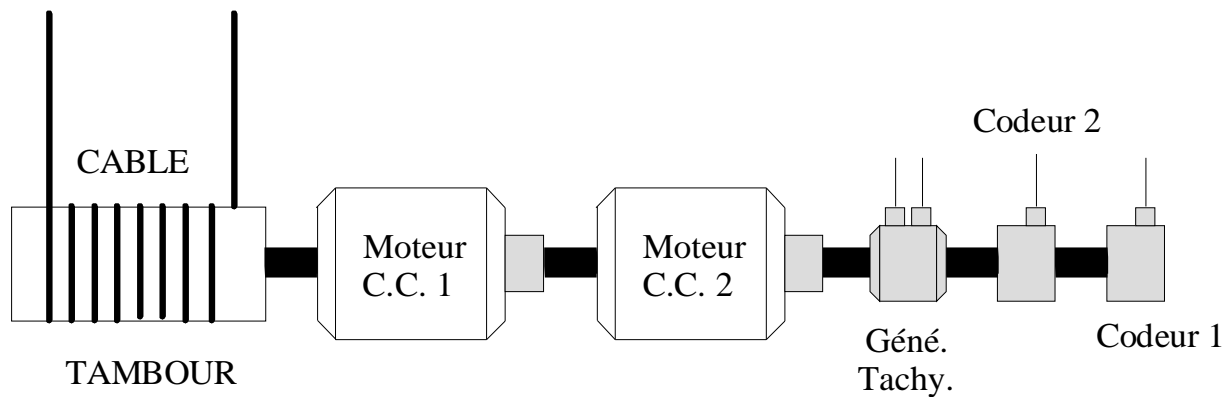
Bien évidemment, la commande du manège ne se limite pas à la catapulte : en particulier de nombreux systèmes de freinage permettent de contrôler la vitesse des trains à l'intérieur du circuit (1300 capteurs répartis). En cas d'incident, tous les trains en activité sur le circuit peuvent être rapidement immobilisés dans des zones sûres sans risque de heurter le train précédent. A cet égard, cette commande est exceptionnelle puisque la sécurité doit être assurée de manière absolue quel qu'en soit le coût : ceci explique la structure retenue pour la commande avec procédure de vote entre systèmes hétérogènes, que l'on retrouve dans les applications sensibles.



Synoptique de la commande

ASSERVISSEMENT DE VITESSE DU POUSSEUR

L'entraînement du tambour est obtenu par l'association de deux moteurs NP 560KX6, réalisés par le fabricant italien SICMEMOTORI, montés en tandem sur le même arbre selon le schéma ci dessous.



Il s'agit de moteurs à courant continu à excitation séparée, de forte puissance et d'inertie réduite. Il n'existe pas de moteurs à aimants permanents de cette puissance, la taille requise de l'aimant étant le facteur limitatif.

Le choix d'une configuration à deux moteurs se justifie par la recherche d'une inertie minimale, sachant que les calculs préalables conduisent à un couple maximal : $C_{Mmax} = 72288 \text{ N.m}$ durant la phase 5 du cycle de lancement et à un couple quadratique moyen $C_{Mqm} = 28800 \text{ N.m}$. Les deux moteurs de 825 KW peuvent fournir un couple permanent de $2 \times 28500 = 57000 \text{ N.m}$ et un couple maxi (impulsionnel) de $2.1 \times 2 \times 28500 = 119700 \text{ N.m}$ largement compatibles avec le cahier des charges tout en possédant une inertie totale de $218 \times 2 = 436 \text{ kg.m}^2$ plus faible que celle d'un moteur de puissance équivalente (610 kg.m^2 dans ce cas de figure). Par contre, la masse totale est supérieure, ce qui ne pose pas de problème dans cette application.

Caractéristiques	Moteur NP710KX8	Moteur NP560KX6
U induit	700 V	700 V
Vitesse nominale N_n	275 tr/min	275 tr/min
Puissance nominale P_n	1300 kW	825 kW
Couple nominal C_n	44100 N.m	28 500 N.m
Inertie	610 kg.m^2	218 kg.m^2
Masse	15850 kg	9330 kg
C_{max}/C_n	2.1	2.1

Cette motorisation est capable d'entraîner le poussoir à une vitesse linéaire de 14.4 m/s (pour 275 tr/min) et de fournir une accélération maximale d'environ 13 m/s^2 (pour le couple maximal)

La position et la vitesse sont contrôlés par :

- * une génératrice tachymétrique à deux enroulements séparés.
- * deux capteurs incrémentaux C1 et C2.

On note :

- * u_1 et u_2 les tensions respectives des moteurs M1 et M2 ; i_1 et i_2 les courants respectifs.
- * C_{m1} et C_{m2} les couples moteurs respectifs.
- * e_1 et e_2 les forces contre-électromotrices (fcem) ; K_{e1} et K_{e2} les constantes de fcem ; K_{t1} et K_{t2} les constantes de couple.
- * R_1, R_2 les résistances et L_1, L_2 les selfs respectives des moteurs M1 et M2.
- * J_e l'inertie équivalente de l'ensemble de la transmission (moteur, tambour, câble, poussoir et train), ramenée à l'arbre moteur, avec J_{ev} l'inertie équivalente à vide et J_{ec} l'inertie équivalente en charge. On donne $J_{ec} = 3600 \text{ kg.m}^2$ et $J_{ev} = 3100 \text{ kg.m}^2$
- * C_r le couple résistant ramené au moteur.

1 Modélisation électromécanique de la motorisation à deux moteurs

Dans toute cette question, on suppose l'arbre moteur et le câble indéformables, on néglige les effets de l'asservissement de tension du câble sur la poulie de tête et on néglige les pertes dans la transmission.

Le courant d'excitation étant constant, on peut utiliser le modèle classique, linéaire, du moteur à courant continu.

1-1 Mise en équation

1-1a) Ecrire le système d'équations (temporelles : entrées u_1 et u_2 , sortie ω , puis opérationnelles : entrées U_1 et U_2 , sortie Ω) régissant le comportement de cette motorisation à deux moteurs.

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + e_1(t) \\ e_1(t) &= K_{e1} \omega(t) \\ C_{m1}(t) &= K_{t1} i_1(t) \end{aligned} \right\} \text{ Moteur 1}$$

Théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble du système en négligeant les pertes et les frottements visqueux :

$$J_e \frac{d\omega(t)}{dt} = C_{m1}(t) + C_{m2}(t) - C_r(t)$$

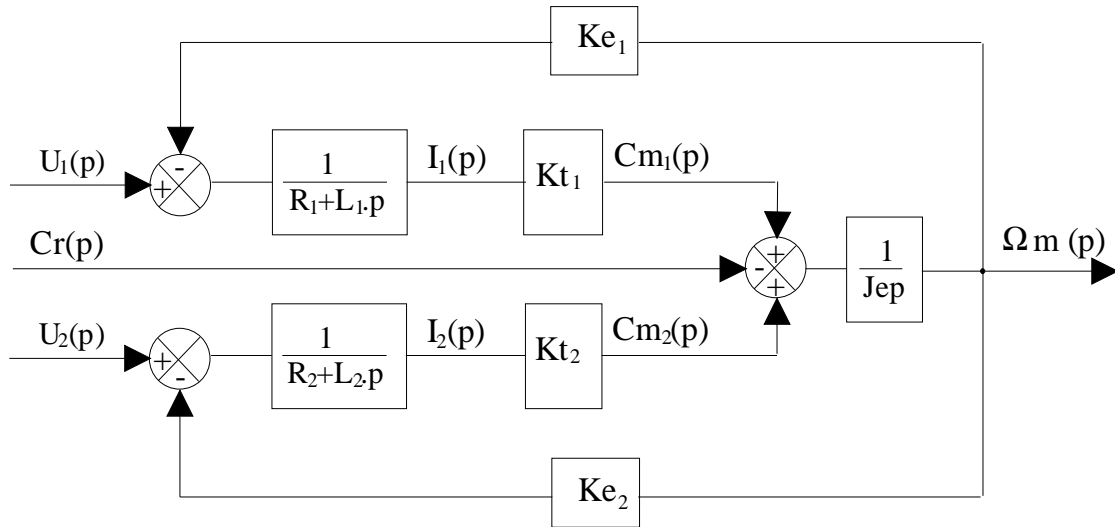
Equations opérationnelles :

$$\left. \begin{aligned} U_1(p) &= (R_1 + L_1 p) I_1(p) \\ E_1(p) &= K_{e1} \Omega(p) \\ C_{m1}(p) &= K_{t1} I_1(p) \end{aligned} \right\} \text{ Moteur 1}$$

$$\left. \begin{aligned} U_2(p) &= (R_2 + L_2 p) I_2(p) \\ E_2(p) &= K_{e2} \Omega(p) \\ C_{m2}(p) &= K_{t2} I_2(p) \end{aligned} \right\} \text{ Moteur 2}$$

$$J_e p \Omega(p) = C_{m1}(p) + C_{m2}(p) - C_r(p)$$

1-1b) En déduire le schéma fonctionnel **détaillé** de la motorisation.



1-1c) Exprimer la relation de transfert de la motorisation $\Omega = f(U_1, U_2, C_r)$ en fonction des paramètres des moteurs.

$$J_e p \Omega = \frac{K_{t1} U_1}{R_1 + L_1 p} - \frac{K_{t1} K_{e1} \Omega}{R_1 + L_1 p} + \frac{K_{t2} U_2}{R_2 + L_2 p} - \frac{K_{t2} K_{e2} \Omega}{R_2 + L_2 p} - C_r$$

$$\Rightarrow \Omega \left[J_e p + \frac{K_{t1} K_{e1}}{R_1 + L_1 p} + \frac{K_{t2} K_{e2}}{R_2 + L_2 p} \right] = \frac{K_{t1} U_1}{R_1 + L_1 p} + \frac{K_{t2} U_2}{R_2 + L_2 p} - C_r$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{\frac{K_{t1} U_1}{R_1 + L_1 p} + \frac{K_{t2} U_2}{R_2 + L_2 p} - C_r}{\left[J_e p + \frac{K_{t1} K_{e1}}{R_1 + L_1 p} + \frac{K_{t2} K_{e2}}{R_2 + L_2 p} \right]}$$

et finalement :

$$\Omega = \frac{K_{t1}(R_2 + L_2 p)U_1 + K_{t2}(R_1 + L_1 p)U_2 - (R_1 + L_1 p)(R_2 + L_2 p)C_r}{J_e p(R_1 + L_1 p)(R_2 + L_2 p) + K_{t1}K_{e1}(R_2 + L_2 p) + K_{t2}K_{e2}(R_1 + L_1 p)}$$

Il s'agit d'un transfert du troisième ordre.

1-1d) Evaluer le couple Cr_v (à vide) et le couple Cr_c (en charge), en fonction des données de la question 1.3

Masse du train : $m_1 = 7500\text{kg}$ en charge et $m_{10} = 5500\text{kg}$ à vide.

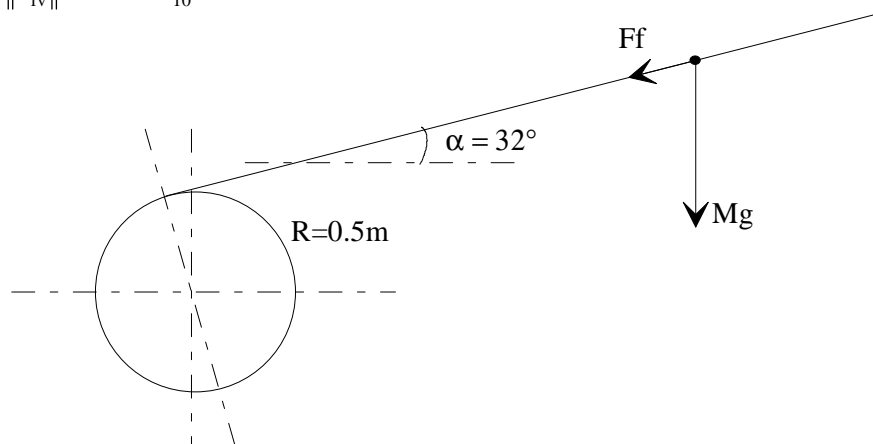
Masse du pousseur : $m_2 = 900\text{kg}$

* Effort de résistance à l'avancement F_f dû aux frottements du train sur ses rails (on suppose qu'il ne dépend pas de la vitesse) : On considère que ni le poids du câble ni le poids du tambour ni le roulement du pousseur sur ses guides n'interviennent dans l'effort résistant global. On admet que F_f est colinéaire à la direction du câble. Le tambour tourne dans le sens horaire lors du lancement.

Modules:

Train en charge : $\|\vec{F}_{fc}\| = 0.1 \times m_1$

Train à vide : $\|\vec{F}_{fv}\| = 0.1 \times m_{10}$



Force résistante exercée sur le câble.

à vide : $F_{rv} = (m_{10} + m_2)g \sin(\alpha) + F_{fv} = (m_{10} + m_2)g \sin(\alpha) + 0.1 \times m_{10}$

en charge : $F_{rc} = (m_1 + m_2)g \sin(\alpha) + F_{fc} = (m_1 + m_2)g \sin(\alpha) + 0.1 \times m_1$

Couple résistant sur le tambour :

à vide : $C_{rv} = F_{rv} \times R = ((m_{10} + m_2)g \sin(\alpha) + 0.1 \times m_{10})R$

en charge : $C_{rc} = F_{rc} \times R = ((m_1 + m_2)g \sin(\alpha) + 0.1 \times m_1)R$

Application numérique :

$$C_{rv} = ((5500 + 900) \times 9.81 \times \sin(32) + 0.1 \times 5500) \times 0.5 = 16910 \text{ Nm}$$

$$C_{rc} = ((7500 + 900) \times 9.81 \times \sin(32) + 0.1 \times 7500) \times 0.5 = 22208 \text{ Nm}$$

1-2 Commande en chaîne directe

Pour cette question et pour toute la suite du problème, on retiendra $Cr_v = 17000 \text{ m.N}$ et $Cr_c = 22200 \text{ m.N}$

On suppose dans un premier temps les deux moteurs strictement identiques et commandés par une même tension commune U

On donne : * $K_{e1} = K_{e2} = 22 \text{ V/rd/s}$
* $K_{t1} = K_{t2} = 22 \text{ mN/A}$

- * $R_1 = R_2 = 0.03 \, \Omega$
- * $L_1 = L_2 = 7.2 \cdot 10^{-4} \, \text{H}$
- * $U_{1\max} = U_{2\max} = 700 \, \text{V}$

1-2a) Montrer que la relation de transfert se simplifie. Représenter le schéma fonctionnel équivalent et montrer que la motorisation est équivalente à un moteur unique dont on précisera les paramètres.

$$\Omega = \frac{K_t(R+Lp)U + K_t(R+Lp)U - (R+Lp)(R+Lp)C_r}{J_e p(R+Lp)(R+Lp) + K_t K_e(R+Lp) + K_t K_e(R+Lp)} = \frac{2K_t U - (R+Lp)C_r}{J_e p(R+Lp) + 2K_t K_e}$$

Mise sous forme canonique :

$$\Omega = \frac{\frac{1}{K_e} U - \frac{(R+Lp)}{2K_t K_e} C_r}{1 + \frac{RJ_e}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{2K_t K_e} p^2}$$

Le transfert s'est réduit au second ordre d'un moteur à courant continu dont les paramètres sont strictement identiques aux deux moteurs excepté la constante de couple qui double. Ceci se vérifie facilement en réécrivant les équations obtenues en 3-1-1a qui deviennent :

$$\left. \begin{array}{l} U(p) = (R+Lp)I_1(p) \\ E_1(p) = K_e \Omega(p) \\ C_{m1}(p) = K_t I_1(p) \end{array} \right\} \text{ Moteur 1} \qquad \left. \begin{array}{l} U(p) = (R+Lp)I_2(p) \\ E_2(p) = K_e \Omega(p) \\ C_{m2}(p) = K_t I_2(p) \end{array} \right\} \text{ Moteur 2}$$

Les trois équations des moteurs 1 et 2 et l'égalité des paramètres imposent $E_1 = E_2 = E$ et $I_1 = I_2 = I$

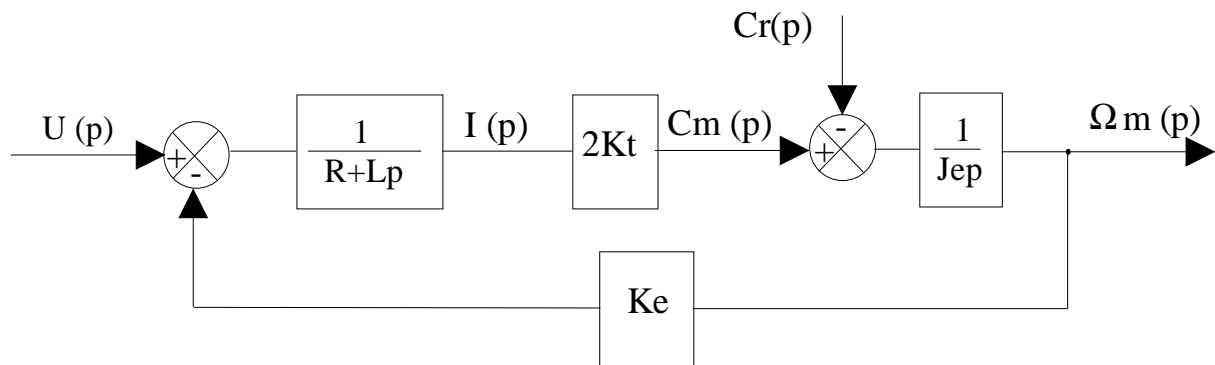
Le système se simplifie alors :

$$\begin{aligned} U(p) &= (R+Lp)I(p) \\ E(p) &= K_e \Omega(p) \\ C_{m1}(p) &= K_t I(p) \\ C_{m2}(p) &= K_t I(p) \\ J_e p \Omega(p) &= C_{m1}(p) + C_{m2}(p) - C_r(p) \end{aligned}$$

En posant $C_{m1} + C_{m2} = C_m$, on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} U(p) = (R+Lp)I(p) \\ E(p) = K_e \Omega(p) \\ C_m(p) = 2K_t I(p) \\ J_e p \Omega(p) = C_m(p) - C_r(p) \end{array} \right\} \text{ moteur équivalent}$$

Système d'équation correspondant à un moteur équivalent de puissance double. On en déduit le schéma fonctionnel détaillé :



1-2b) Après avoir mis la relation de transfert sous forme canonique standard, donner les expressions de ses paramètres caractéristiques.

$$\Omega(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{RJ_e}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{2K_t K_e} p^2} U(p) - \frac{\frac{(R+Lp)}{2K_t K_e}}{1 + \frac{RJ_e}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_e}{2K_t K_e} p^2} C_r(p)$$

$$\text{avec : } K_m = \frac{1}{K_e} ; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{2K_e K_t}{LJ_e}} ; \quad z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2 J_e}{2LK_e K_t}}$$

1-2c) Application numérique à vide et en charge. Commenter les résultats

$K_m = 0.045 ;$

- à vide : $J_{ev} = 3100 \text{ kg.m}^2$

$$\omega_{nv} = \sqrt{\frac{2 \times 22 \times 22}{0.00072 \times 3100}} = 20.82 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad z_v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(0.03)^2 \times 3100}{2 \times 0.00072 \times 22 \times 22}} = 1$$

- en charge : $J_{ec} = 3600 \text{ kg.m}^2$

$$\omega_{nc} = \sqrt{\frac{2 \times 22 \times 22}{0.00072 \times 3600}} = 19.32 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad z_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(0.03)^2 \times 3600}{2 \times 0.00072 \times 22 \times 22}} = 1.08$$

* Le facteur d'amortissement est à la limite du régime oscillatoire, ce qui peu paraître surprenant au vu des inerties mises en jeu.

* la charge modifie peu le comportement du système, ce qui est appréciable dans cette application : le nombre et la corpulence des passagers pouvant varier de manière importante d'un lancement à l'autre.

1-3 Performances de la commande en chaîne directe.

1-3a) Le système étant soumis à un échelon de tension de valeur maximale, calculer la vitesse limite théorique ω_∞ en régime permanent et en charge, en tenant compte du couple résistant. Application numérique. Commenter vis à vis du CdCF.

$$\Omega(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} U(p) - \frac{\frac{(R + Lp)}{2K_t K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} C_{rc}(p)$$

Entrée échelon d'amplitude 700 V : $E(p) = \frac{700}{p}$

Couple résistant de valeur 22200Nm en charge : $C_{rc}(p) = \frac{22200}{p}$

$$\Omega(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} \frac{700}{p} - \frac{\frac{(R + Lp)}{2K_t K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} \frac{22200}{p}$$

$$\omega_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} [\omega(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p\Omega(p)]$$

$$\omega_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{\frac{700}{K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} - \frac{\frac{22200(R + Lp)}{2K_t K_e}}{1 + \frac{RJ_{ec}}{2K_t K_e} p + \frac{LJ_{ec}}{2K_t K_e} p^2} \right] = \frac{700}{K_e} - \frac{222000 \times R}{2K_t K_e}$$

Application numérique :

$$\omega_\infty = \frac{700}{22} - \frac{22200 \times 0.03}{2 \times 22 \times 22} = 31.8181 - 0.688 = 31.13 \text{ rad / s}$$

Commentaires:

* L'influence du couple résistant est faible : environ 1%

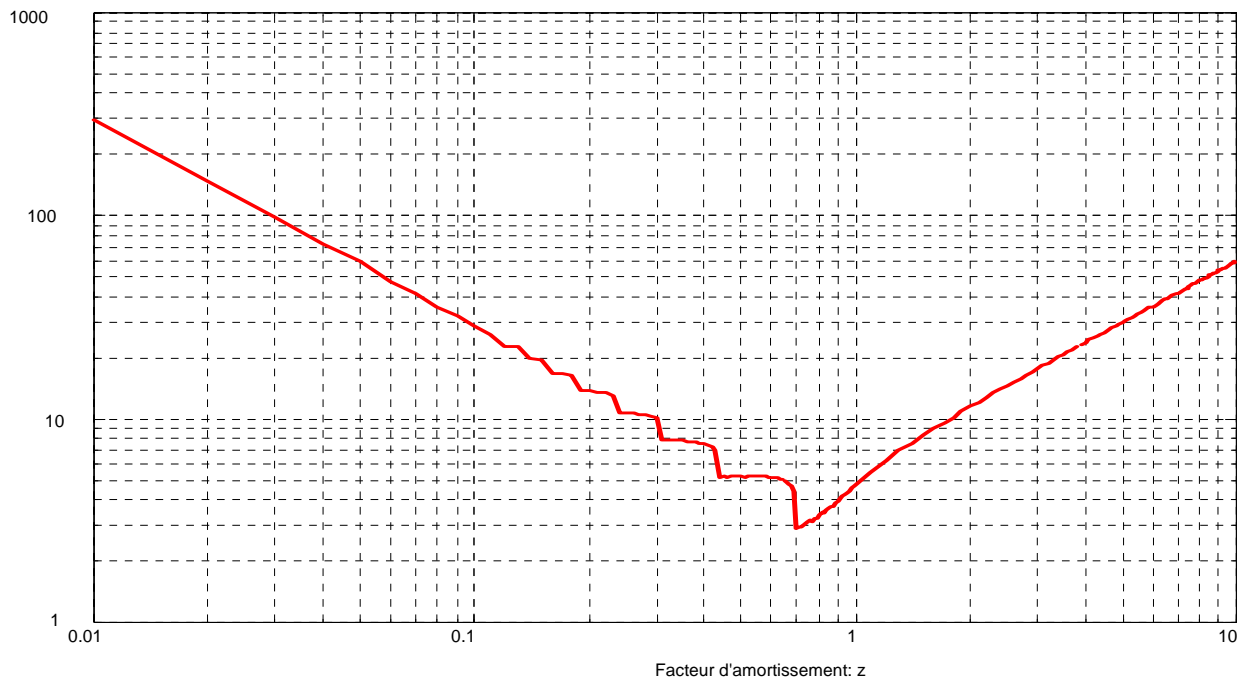
* La vitesse linéaire obtenue en charge pour le train est $V = 31.13 \times 0.5 = 15.56 \text{ m/s}$ légèrement supérieure à celle stipulée dans le CdCF de 14m/s maxi.

Cette marge de vitesse est appréciable dans le cas où les hypothèses effectuées conduiraient à une majoration de la vitesse : en particulier, l'influence de la constante de f_{cem} du moteur K_e est prépondérante, une variation de sa valeur provoquant une variation proportionnellement inverse (à l'influence de C_r près) de la vitesse. A cet effet, les constantes des moteurs sont mesurées avec précision lors d'essais effectués par le constructeur, ce pour chaque moteur.

Dans le cas contraire, la réduction de vitesse par diminution de la tension de commande ne posera aucun problème.

1-3b) En utilisant le diagramme de détermination du temps de réponse d'un système du second ordre, déterminer la valeur de l'accélération moyenne du train en charge en négligeant C_r . A.N. Commenter vis à vis du CdCF.

$$\text{Pour } z = 1, \text{ on lit } t_{r5\%} \omega_n \approx 5 \Rightarrow t_{r5\%} = \frac{5}{\omega_n} = \frac{5}{19.32} = 0.26 \text{ s}$$

temps de réponse réduit: $Tr.wn$ 

Pour la consigne de 700V, la vitesse atteinte en régime permanent est 31.13 rad/s. La vitesse atteinte au bout de $t = 0.26s$ est donc $0.95 \times 31.13 = 29.57 \text{ rad/s}$, soit une accélération angulaire de $29.57/0.26 = 113.73 \text{ rad/s}^2$. L'accélération linéaire correspondante est de $113.73 \times 0.5 = 56.86 \text{ m/s}^2$, soit une valeur supérieure à 5g !

Commentaire : En pratique, le variateur va limiter le courant appelé par le moteur, limitant de fait le couple et donc l'accélération à une valeur inférieure à celle prévue par le modèle linéaire. Comme nous l'avons vu dans la première partie, le couple dynamique maximal est environ le double du couple nominal, limitation qui n'est pas prise en compte dans le modèle linéaire.

Malgré cette limitation, l'accélération atteinte par le système en chaîne directe est incompatible avec le cahier des charges et en tout état de cause avec le transport de personnes. La loi de commande en échelon est donc à proscrire absolument dans cette application.

2 Commande asservie en vitesse du pousseur.

Par construction, les paramètres des moteurs ne peuvent être égaux : un déséquilibre entre les deux moteurs va se produire au détriment du couple global. Pour s'affranchir de ce problème, on utilise un montage particulier avec un variateur maître et un variateur esclave associés respectivement au moteur 1 et au moteur 2. Un câblage adéquat ainsi qu'un étalonnage des paramètres des variateurs lors de l'installation permettent de faire fonctionner l'ensemble comme s'il s'agissait d'un moteur unique (défini en 1-2a) et de son variateur. Dans toute la suite du sujet, on utilisera le modèle linéaire et continu d'un ensemble classique variateur + moteur CC équivalent.

2-1. Structure de l'asservissement de vitesse.

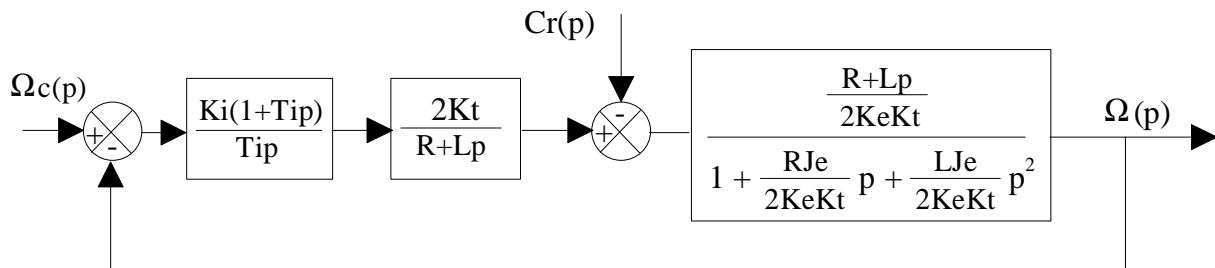
On considère le moteur équivalent asservi en vitesse, à retour unitaire, et dont le réglage est effectué au moyen d'un correcteur proportionnel-intégral de fonction de transfert $\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p}$

2-1a) Préciser quels peuvent être les rôles respectifs des trois capteurs (génératrice tachymétrique à deux enroulements et codeurs). On prendra en compte le fait que les technologies actuelles permettent l'obtention d'une image de la vitesse à partir d'un codeur incrémental (tachy-codeur), les variateurs utilisés possédant des entrées analogiques et numériques.

Les informations disponibles (2 images position et deux images vitesses plus éventuellement deux supplémentaires par intégration numérique) sont trop nombreuses au regard de l'asservissement. Cette redondance est évidemment motivée par les contraintes impératives de sécurité propres à ce genre de manèges.

La solution retenue est un asservissement de vitesse réalisé par deux variateurs maître/esclave à retour de vitesse par tachy-codeur. Le second codeur donne la position du train au système de commande (Ride Control System) pour sécurité. Le premier enroulement de la génératrice tachymétrique est relié aux variateurs pour permettre le retour du poussoir en cas de panne du tachy-codeur (redondance matérielle). Le second enroulement est relié à une carte d'entrées analogiques de l'automate TSX107 (Catapult Propulsion System) et permet la commutation des résistances de freinage rhéostatique en cas de défaut des variateurs.

2-1b) Représenter le schéma fonctionnel de l'asservissement.



2-1c) donner, sous forme littérale et **canonique**, la relation de transfert de l'asservissement de vitesse $\Omega(p) = f[\Omega_c(p), C_r(p)]$. On prendra un retour unitaire.

$$\Omega(p) = \frac{\frac{2K_t K_i (1+T_i p)(R+Lp)}{2K_e K_t T_i (R+Lp)}}{1 + \frac{R J_e}{2K_t K_e} p + \frac{L J_e}{2K_t K_e} p^2} \Omega_c(p) - \frac{\frac{(R+Lp)}{2K_e K_t}}{1 + \frac{R J_e}{2K_t K_e} p + \frac{L J_e}{2K_t K_e} p^2} C_r(p)$$

Après simplifications, il vient :

$$\Omega(p) = \frac{(1+T_i p)}{1+T_i \left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p + \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} p^2 + \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} p^3} \Omega_c(p) - \frac{\frac{(R+Lp)T_i p}{2K_t K_i}}{1+T_i \left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p + \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} p^2 + \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} p^3} C_r(p)$$

2-2. Performances de l'asservissement de vitesse.

2-2a) A partir de la relation de transfert précédente, déterminer la précision du système sur un échelon unitaire en entrée et sur un échelon unitaire en perturbation.

Entrée échelon unitaire : $\Omega_c(p) = \frac{\Omega_0}{p}$ et Couple résistant échelon unitaire : $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$

$$\omega_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} [\omega(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} [p\Omega(p)]$$

$$\omega_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{(1+T_i p)}{1+T_i \left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p + \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} p^2 + \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} p^3} \Omega_0 - \frac{\frac{(R+Lp)T_i p}{2K_t K_i}}{1+T_i \left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p + \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} p^2 + \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} p^3} C_{r0} \right] = \Omega_0$$

Le correcteur proportionnel intégral annule, comme il l'était prévisible, l'écart dû à l'entrée ainsi que celui dû au couple résistant.

2-2b) Sachant que le variateur utilisé délivre une tension maximale de 700 Volts (tension de saturation), comparer la rapidité du système asservi en vitesse avec celle du système en chaîne directe (question 1-2b). Conclusion quant à la loi de commande retenue.

Si le variateur sature à 700V, le moteur ne pourra pas recevoir une commande supérieure malgré la boucle. Tout se passe alors comme si le moteur n'était pas asservi dans la phase de démarrage : l'accélération sera donc identique en BO ou en BF, à l'influence du correcteur PI près.

La loi de commande retenue sera donc une loi en trapèze permettant un contrôle de l'accélération à la valeur désirée, proche de 1g.

2-2c) Déterminer la condition sur K_i et sur T_i pour que le système soit stable.

Application du critère de Routh au dénominateur du transfert.

$$D(p) = 1+T_i \left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p + \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} p^2 + \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} p^3$$

p^3	$\frac{T_i L J_e}{2K_t K_i}$	$T_i \left(1 + \frac{K_e}{K_i}\right)$
p^2	$\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i}$	1
p	a_{31}	a_{32}
1	a_{41}	a_{42}

$$a_{31} = - \frac{2K_i K_t}{T_i R J_e} \left| \begin{array}{cc} \frac{T_i L J_e}{2K_t K_i} & T_i \left(1 + \frac{K_e}{K_i}\right) \\ \frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} & 1 \end{array} \right| = \frac{2K_i K_t}{T_i R J_e} \left[\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i} \right] = T_i \left(1 + \frac{K_e}{K_i}\right) - \frac{L}{R}$$

et $a_{41} = 1$

Le système est conditionnellement instable, suivant le signe de a_{31} . La condition de stabilité est donc :

$$T_i \left(1 + \frac{K_e}{K_i}\right) - \frac{L}{R} > 0$$

qui peut également s'écrire : $R T_i K_e + K_i (R T_i - L) > 0$

Il y a alors deux possibilités :

* $T_i > \frac{L}{R}$ et le terme $R T_i - L$ est positif. Le système est inconditionnellement stable, quelle que soit la valeur de K_i

* $T_i < \frac{L}{R}$ et le terme $R T_i - L$ est négatif. On peut alors écrire : $R T_i K_e - K_i |R T_i - L| > 0$. Le

système est stable si $K_i < \frac{R T_i K_e}{|R T_i - L|}$

2-2c) conclure sur les intérêts et les inconvénients éventuels d'un asservissement de vitesse comparativement à un asservissement de position pour ce type d'application.

* Le premier critère est évidemment la grandeur commandée : dans le cahier des charges, on demande le respect d'une loi de vitesse. A priori, un asservissement de vitesse est donc indiqué.

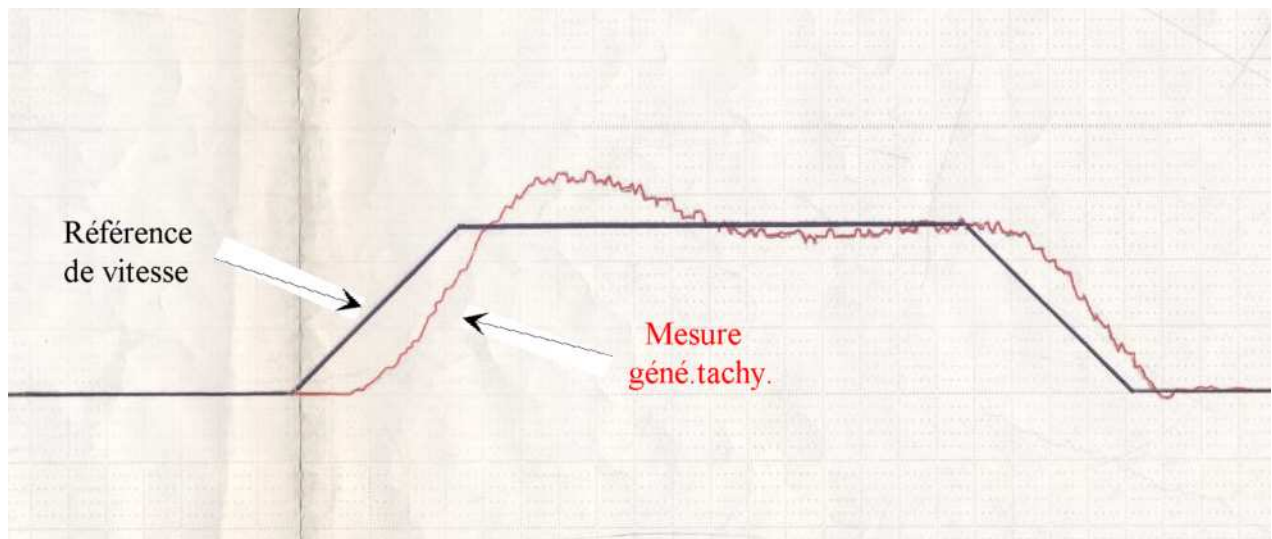
* La sécurité des passagers impose une connaissance assez précise de la position du train. Il n'est pas nécessaire que cette information participe à la commande directe du mouvement puisqu'il s'agit de sécurité. Cette fonctionnalité est réalisée en dehors de l'asservissement proprement dit, par un codeur donnant l'information de position au Ride Control System qui n'intervient qu'en cas de problème.

* Le problème fondamental dans cette application provient du câble dont la raideur n'est pas infinie et qui se comporte comme un ressort en fonctionnement. Il en va de même, dans une moindre mesure, pour l'asservissement de tension du câble. Ceci, additionné à la longueur importante de câble en porte à faux, amène à penser que le système est relativement élastique (ce que l'on constate très bien en fonctionnement réel). Il est alors clair qu'un asservissement de vitesse sera plus facile à stabiliser qu'un asservissement de position.

COMPORTEMENT REEL DE L'ASSERVISSEMENT

La détermination d'une telle commande est moins académique que celle présentée dans le sujet. Les puissances mises en jeu limitent le choix aux quelques variateurs du commerce capables de les mettre en œuvre, en l'occurrence il s'agissait du modèle le plus puissant de chez télémechanique avec correction proportionnelle et intégrale.

Le réglage d'un tel système s'effectue lors de la mise en service avec de nombreux essais, à vide et avec des charges diverses. La souplesse relative du câble et la puissance importante mise en jeu conduisent en pratique à utiliser un gain proportionnel faible afin de limiter les oscillations. Ce gain étant une valeur interne au variateur codée sur 8 bits, le saut d'un incrément provoque des modifications sensibles du comportement de l'ensemble. Un codage sur 16 bits aurait certainement permis un réglage plus fin de ce gain. Les diagrammes suivants correspondent à des mesures enregistrées lors de lancements.



Ce diagramme met en évidence le comportement de l'asservissement sur la consigne de vitesse en trapèze de la phase N°1 de test dynamique lors du chargement du train dans le canon.

L'accélération est de 2.5 m/s^2 (soit 5 rad/s^2 pour le moteur) et la vitesse linéaire de 3 m/s .

On distingue nettement l'apparition d'un écart de poursuite ainsi que le dépassement de la consigne.

Le diagramme suivant correspond au lancement proprement dit :

Accélération 8m/s^2 , soit 16 rad/s^2 pour le moteur ;

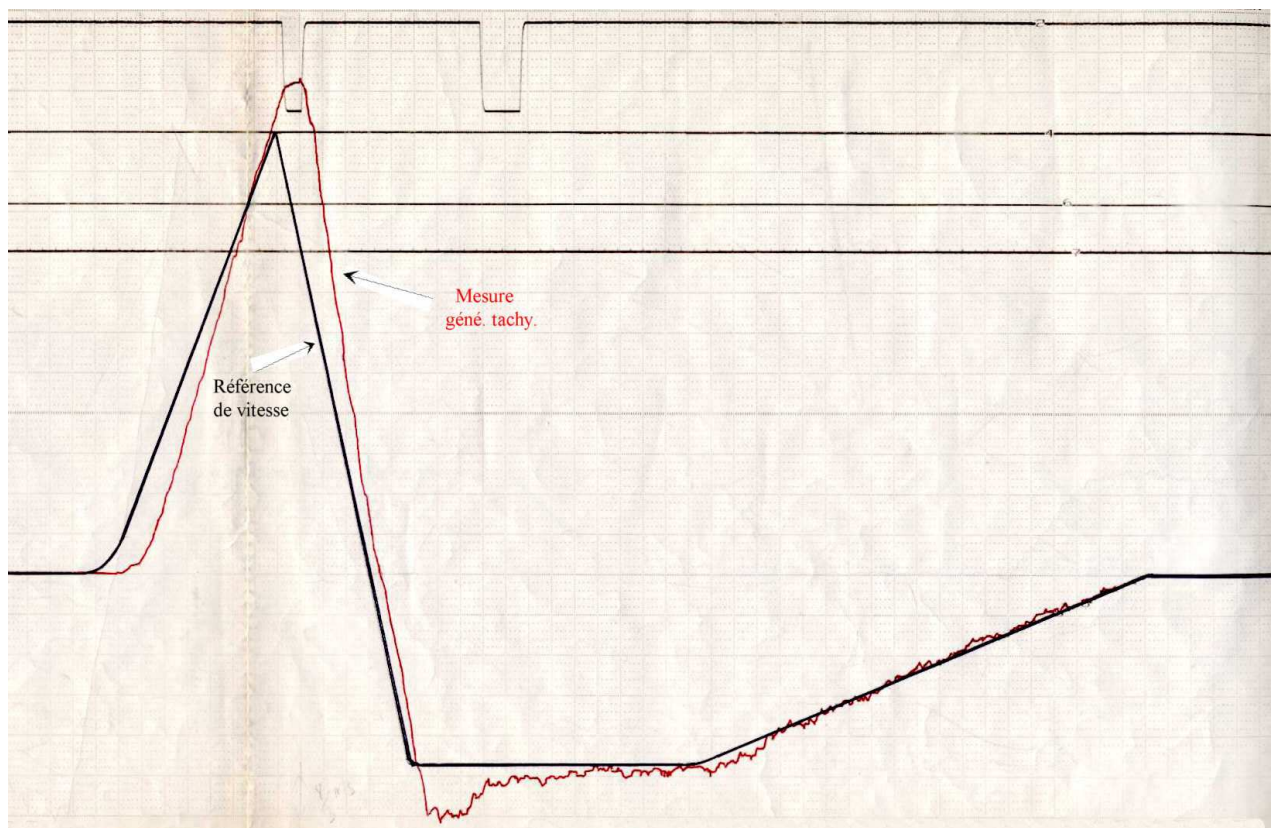
Vitesse maximale du poussoir : 14 m/s ;

Décélération 11m/s^2 , soit 22 rad/s^2 pour le moteur. Cette décélération s'effectue à vide, le train poursuivant sa course sur son inertie ;

Retour à vitesse négative de module 7 m/s^2 ;

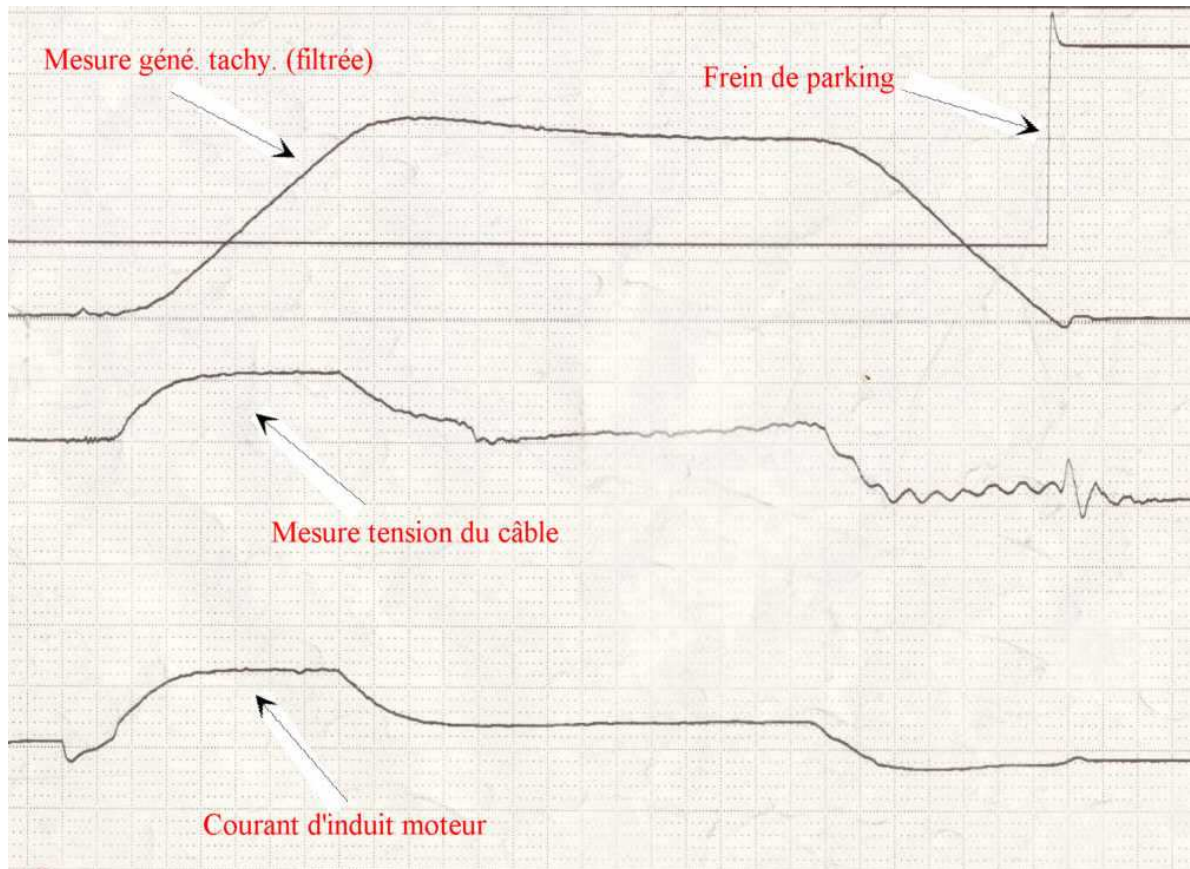
Accélération finale : 6.6m/s^2 , soit 13.2 rad/s^2 pour le moteur

De la même manière que sur le diagramme précédent, on distingue l'écart de poursuite avec une réponse de pente légèrement supérieure à celle de la consigne. Les dépassements sont relativement importants.

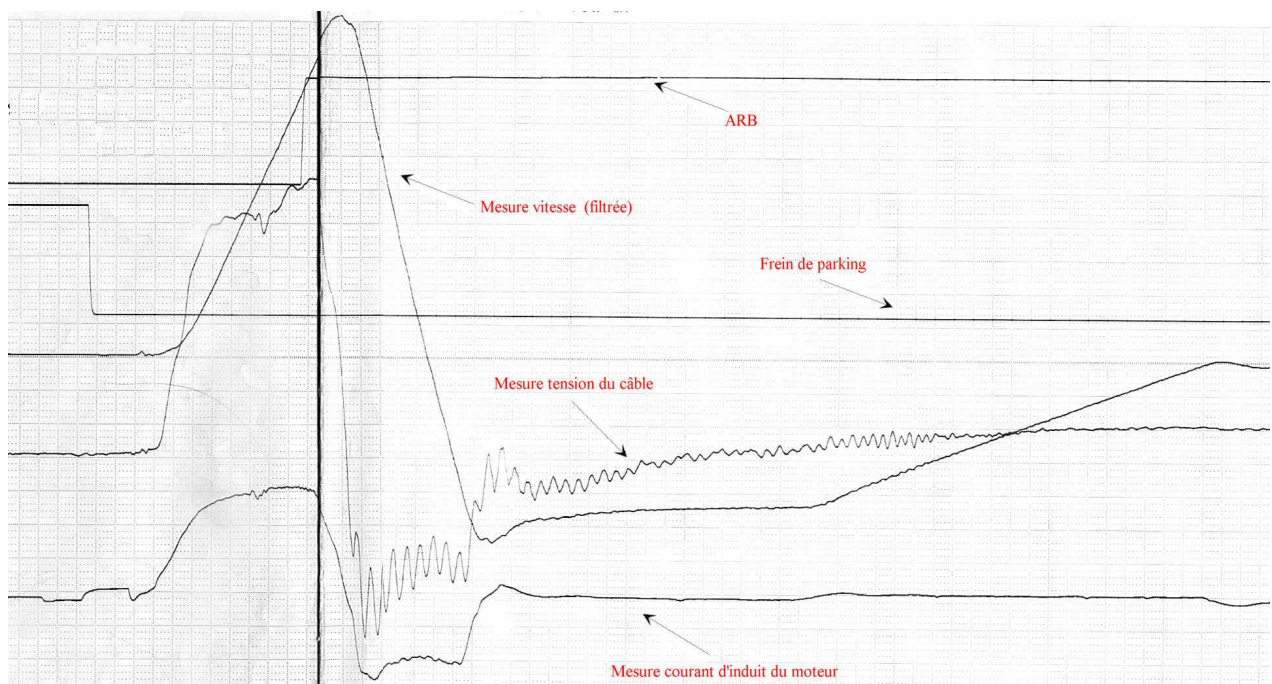


Le diagramme 3 met en évidence le comportement mécanique du système lors de la phase N°1. Il intègre la mesure de la tension du câble ainsi que celle du courant d'induit qui est une image du couple moteur. La mesure de vitesse est la même que dans les diagrammes précédents, mais filtrée.

Ce dernier diagramme montre l'évolution des grandeurs précédentes lors du lancement. On constate sans ambiguïté les tendances oscillatoires du câble alors que le couple moteur est correctement maîtrisé.



On retrouve ici une règle commune à tous les servomécanismes : l'amélioration des performances ne peut s'effectuer simplement par celle de la commande. Il est également nécessaire de concevoir des mécaniques très rigides, sans jeu, sans tendances vibratoires.



Chapitre 7

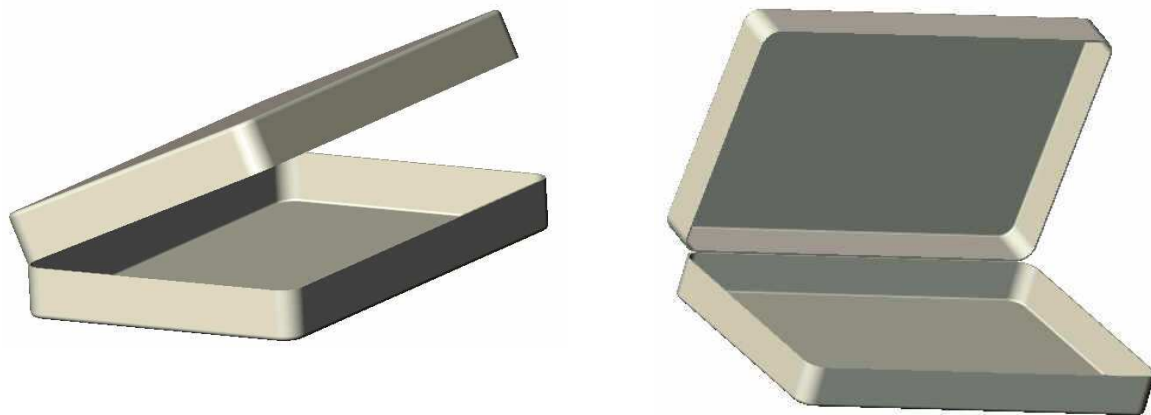
APPLICATION 3 : ROBOT DE CHARGEMENT DE PRESSE A INJECTER.

PRESENTATION DU SUPPORT D'ETUDE

GENERALITES.

Une entreprise spécialisée dans le moulage par injection de matière plastique s'est équipée d'un système robotisé de chargement et de déchargement d'une presse réalisant l'injection de boîtes destinées à l'industrie pharmaceutique. Le système fonctionne en 2 x 8 heures pendant 11 mois par an.

Le produit : il s'agit de boîtes en matière plastique destinées à contenir des produits vendus en pharmacie.



PROCESSUS DE FABRICATION DES BOITES :

Les boîtes sont réalisées par quatre dans la presse à injecter. Quatre étiquettes, positionnées préalablement dans les empreintes de la partie mobile du moule, sont intégrées par transfert thermique dans le matériau même de la boîte lors de l'injection. Cette solution permet d'obtenir une qualité d'aspect et une résistance aux rayures très supérieures à celles d'une étiquette collée de manière classique.

Les boîtes, en position ouverte, sont ensuite transférées par le robot vers un tapis roulant pour être refermées, puis contrôlées visuellement et enfin mises en cartons.

La seule opération manuelle est le contrôle visuel par une opératrice. Ce travail demandant beaucoup d'attention, le passage vers un système de vision est en cours d'étude afin d'automatiser totalement le processus.

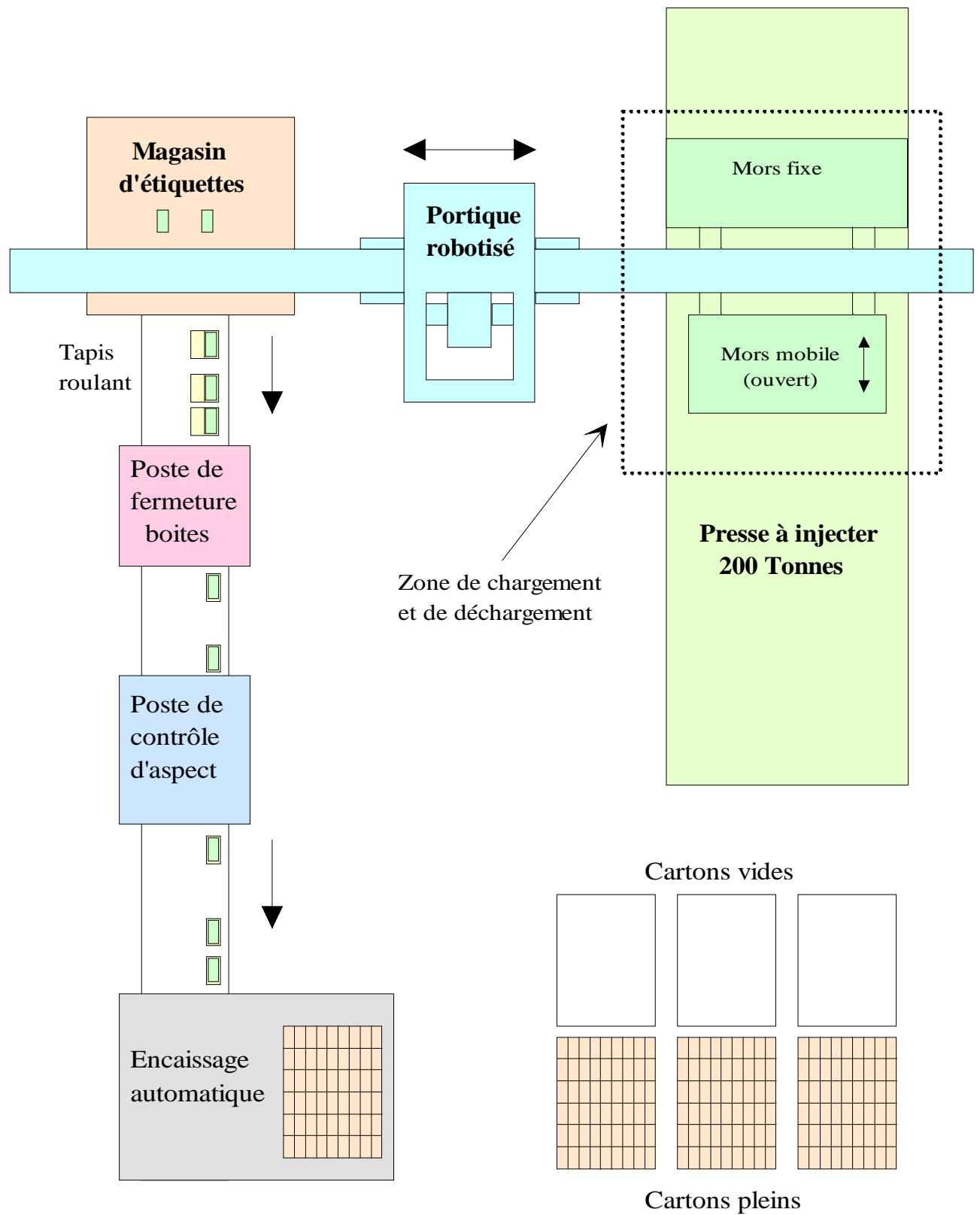


schéma général de l'installation

La cellule comporte :

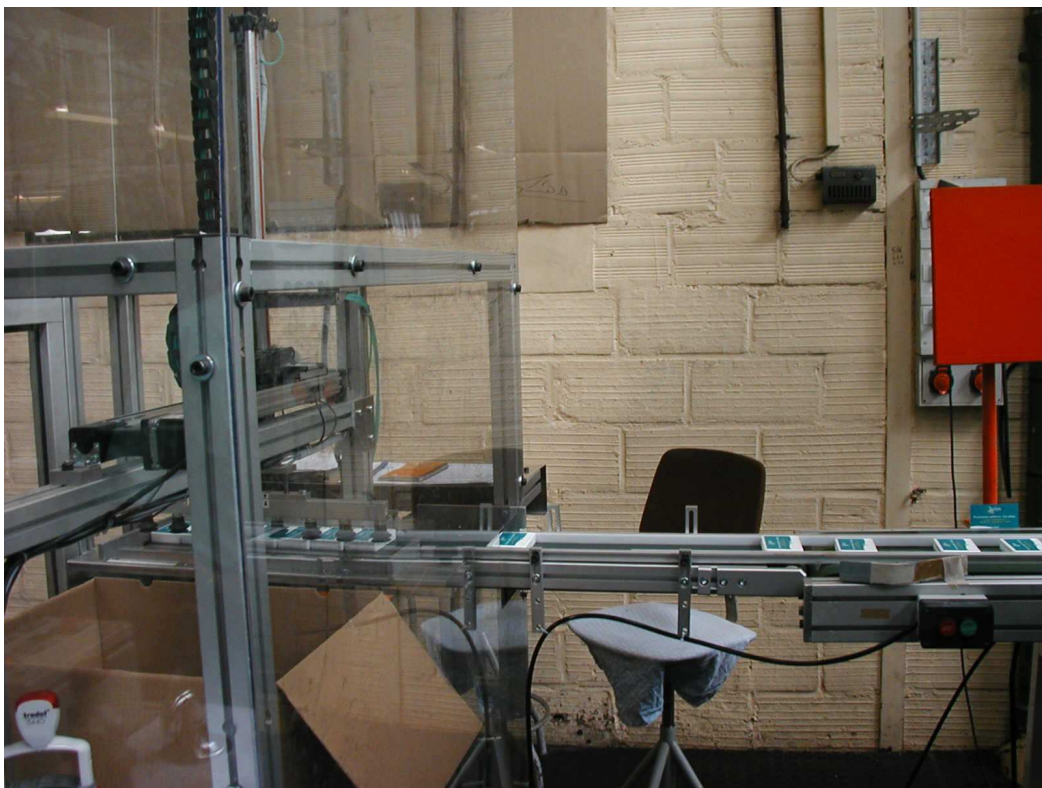
- Une presse à injecter de 200 tonnes, avec sa commande ;
- un portique robotisé à 5axes dont deux tout ou rien, avec sa commande ;
- un magasin d'alimentation en étiquettes ;



- un tapis roulant de transfert des boîtes injectées ;
- un poste de fermeture des boîtes ;
- un poste de contrôle de l'aspect des boîtes ;



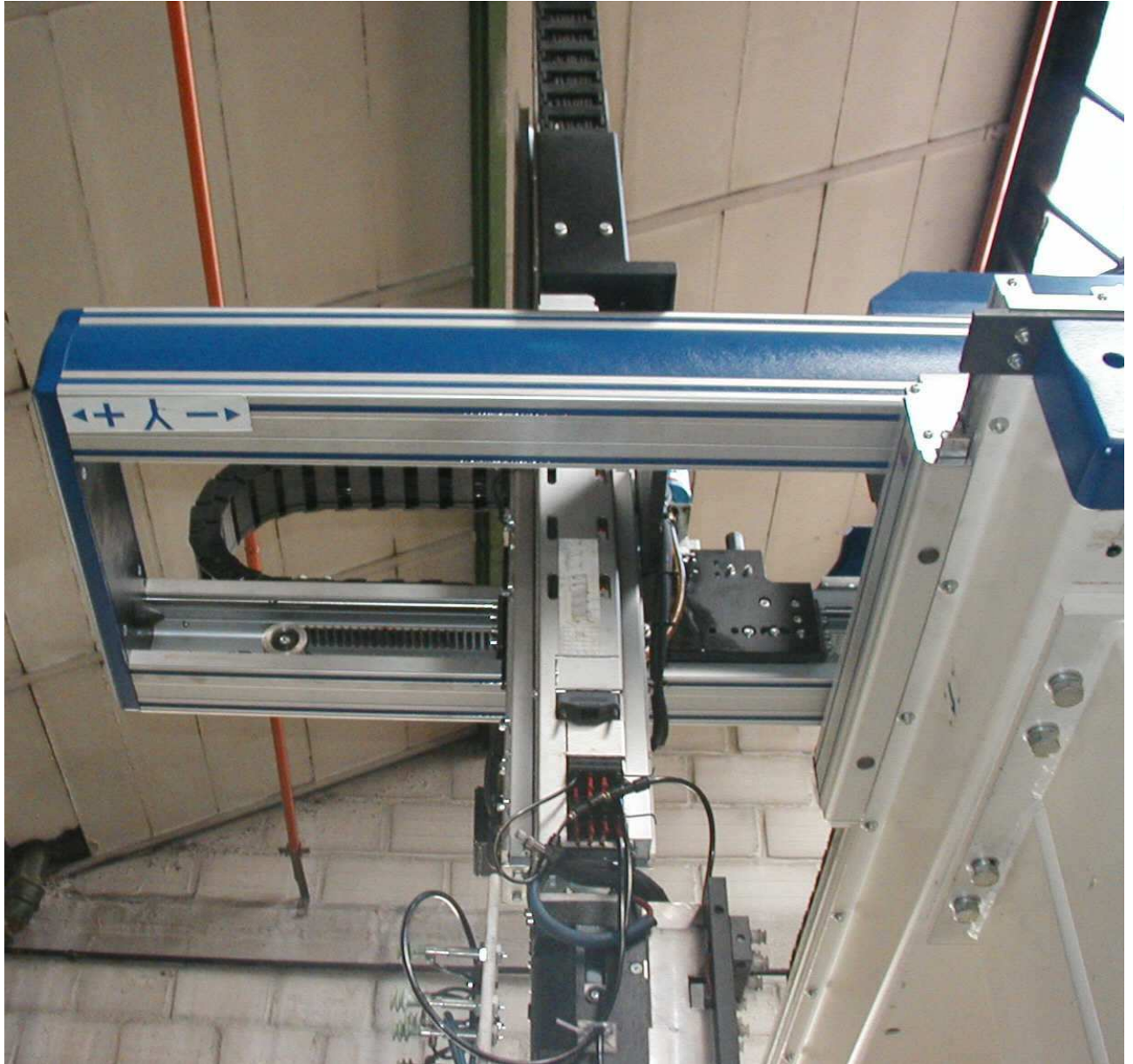
- un poste d'encaissage des boîtes.



PRESENTATION DU PORTIQUE ROBOTISE

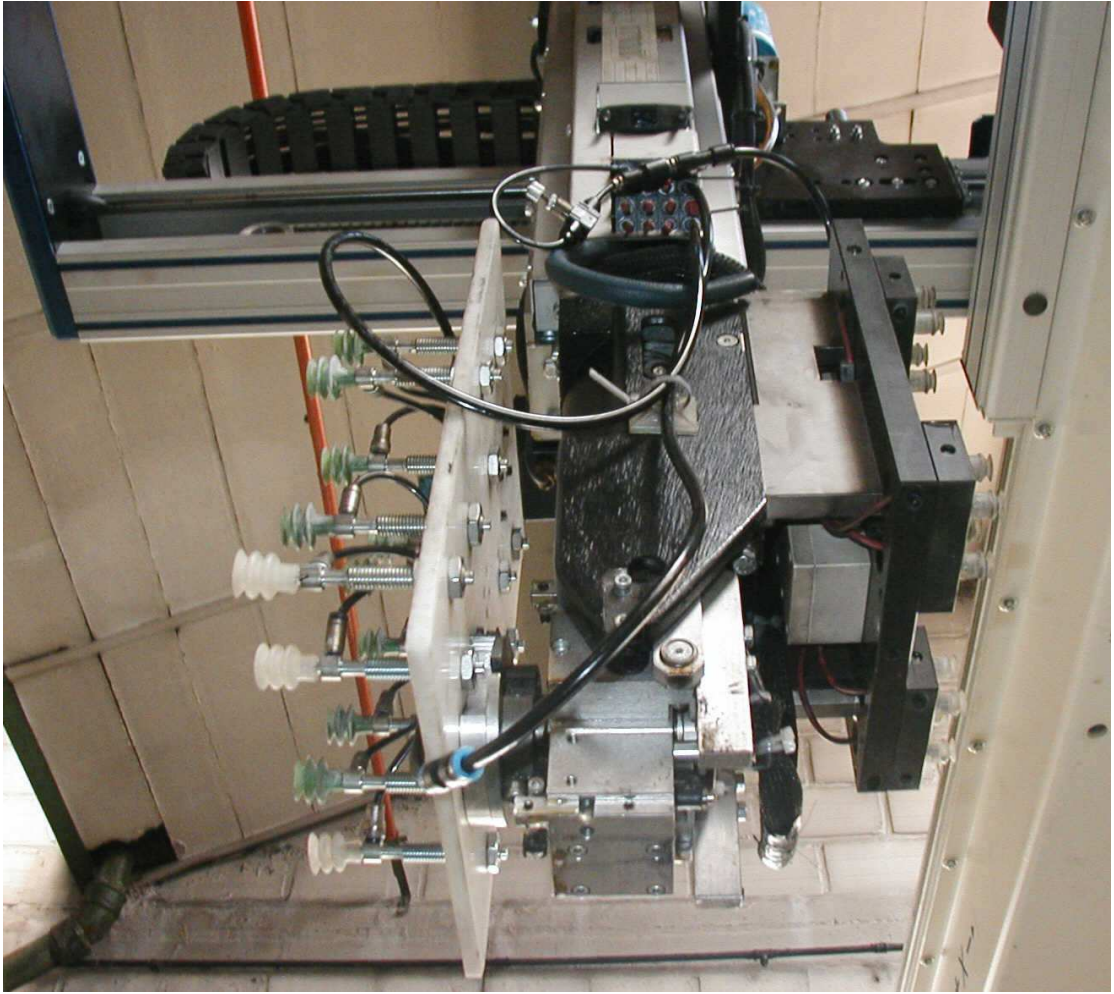
Il s'agit d'un portique de structure classique, possédant trois axes linéaires orthogonaux :
X : horizontal ;

Y : transversal ;
Z : vertical.



En bout de bras vertical, le manipulateur proprement dit possède deux préhenseurs :

- le préhenseur d'étiquettes, fixe par rapport au bras Z, muni de 4 paires de ventouses permettant la saisie simultanée de 4 étiquettes ;
- le préhenseur de boîtes, monté sur un poignet possédant deux axes de rotation RPP et RSP pilotés en tout ou rien (0-90°), muni de 4 x 4 ventouses pneumatiques permettant la saisie de 4 boîtes.

**Cycle de fonctionnement :**

Le cycle étant continu, le début du cycle est choisi arbitrairement : robot en position haute, au droit du magasin d'étiquettes, étiquettes chargées.

- Transfert vers le point d'attente au droit de la presse ;
- Attente de l'ouverture presse ;
- Descente, prise des 4 boites injectées, puis dépose des 4 étiquettes ;
- Remontée puis transfert vers le magasin d'étiquettes et le tapis roulant ;
- Dépose des 4 boites (deux par deux) sur le tapis roulant ;
- Saisie de 4 nouvelles étiquettes et remontée.

La structure de la commande de l'ensemble presse + robot + magasin d'étiquettes est la suivante :

- Une partie commande pour la presse, gérant le cycle d'injection et les paramètres de moulage.
- Une partie commande pour le portique robotisé, gérant les trois axes asservis, les deux axes tout ou rien ainsi que le magasin d'alimentation en étiquettes.

Les commandes des postes situés sur le tapis roulant, à savoir le poste de retournement et celui d'encaissage sont indépendantes. Elles ne seront pas étudiées ici.

A1. CYCLE DE FONCTIONNEMENT

Le cycle séquentiel est géré par les deux parties commandes distinctes :

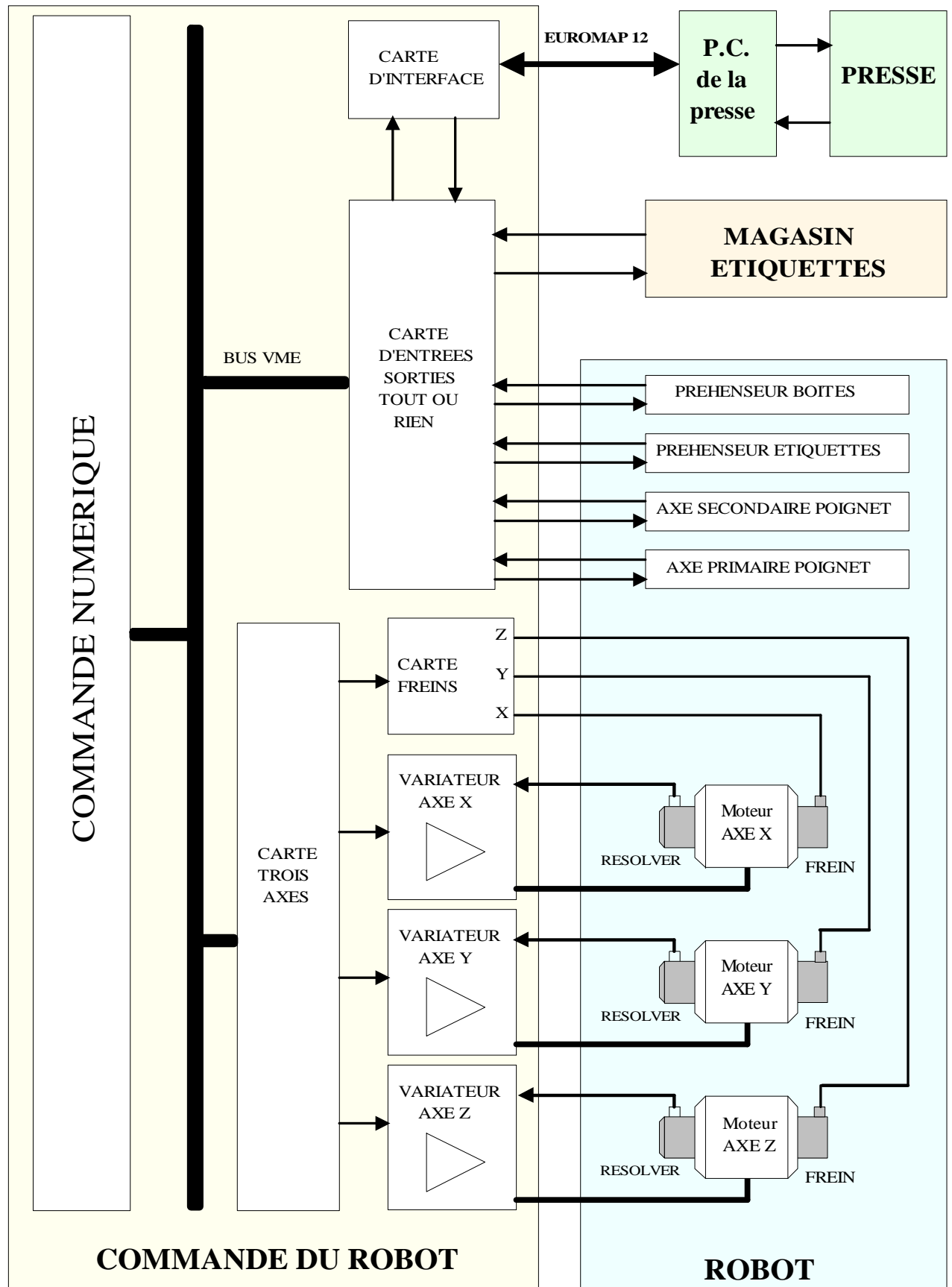
- La PC du robot qui pilote ses 5 axes ainsi que les actionneurs du magasin d'alimentation en étiquettes.
- La PC de la presse qui contrôle le cycle d'injection ainsi que les mouvements du mors mobile et des éjecteurs.

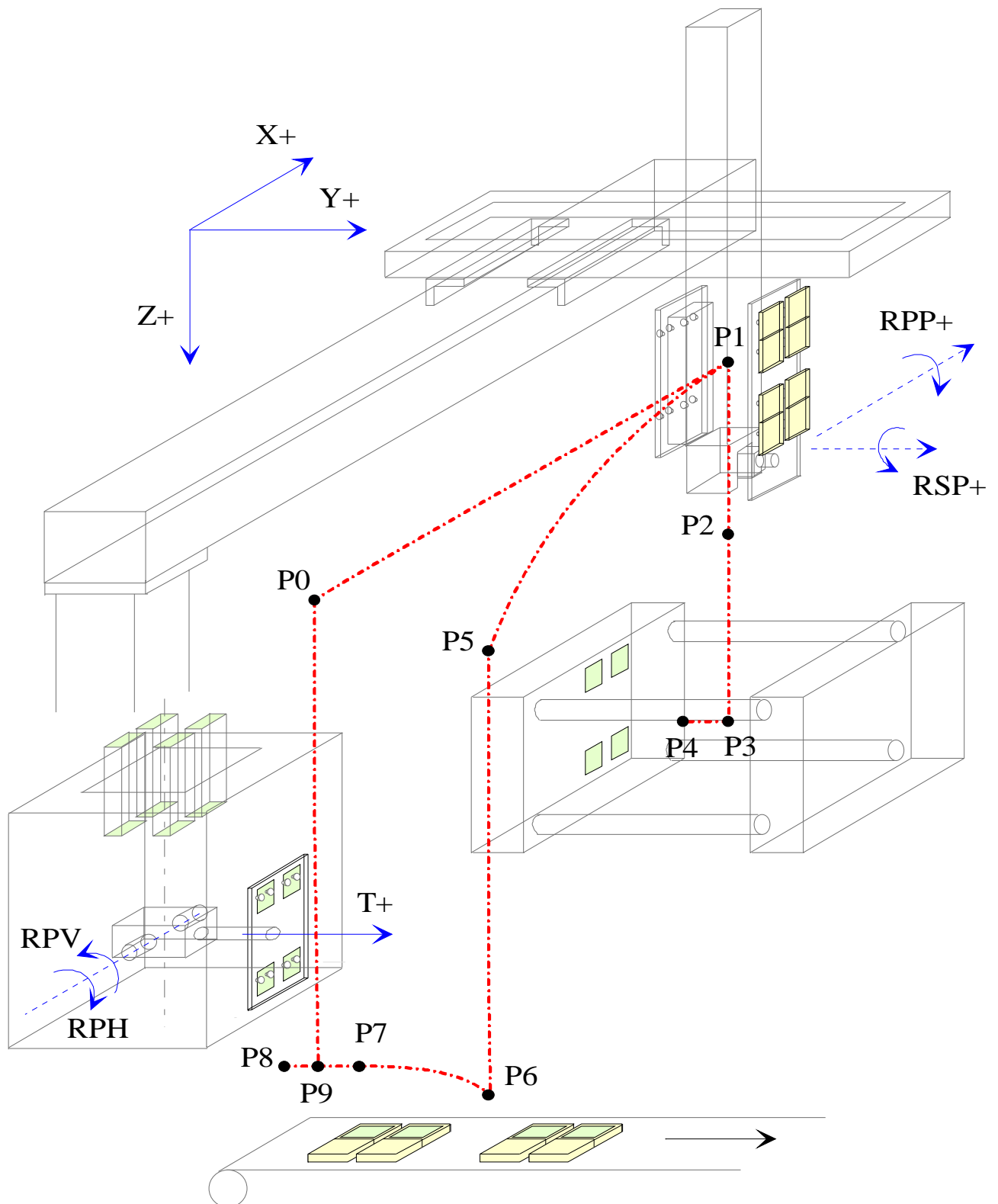
Protocole de communication entre la commande du robot et celle de la presse :

Les deux PC peuvent échanger des informations au moyen d'une interface de connexion standardisée EUROMAP 12 V1. Ces informations permettent de synchroniser les mouvements du robot et ceux de la presse. D'autres informations ayant trait à la sécurité (le robot doit pénétrer dans l'espace de travail de la presse, ce qui est potentiellement dangereux) ne sont pas décrites ici.

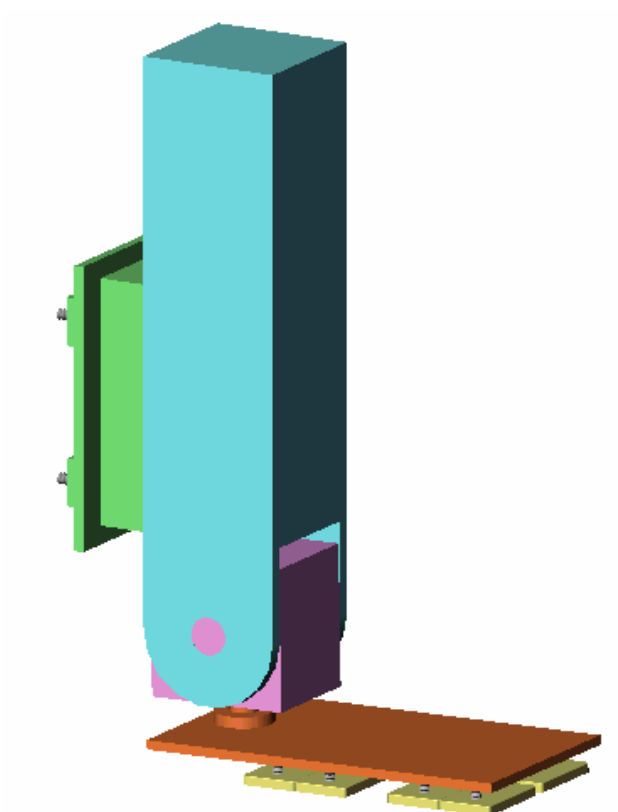
Les phases principales du cycle de fonctionnement sont les suivantes :

- **Injection de quatre boîtes simultanément :** Le cycle de la presse commence moule fermé (en cas d'arrêt de production, le moule est maintenu fermé afin d'éviter les phénomènes de condensation dus à la chaleur). Lorsque l'injection est terminée, le mors mobile de la presse s'ouvre et une information "Moule ouvert" est émise en direction du robot. Dès que le robot est en position face aux boîtes (Robot au point P3, préhenseur en position pp0.ps1), il émet une autorisation vers la presse qui commande la sortie des éjecteurs afin de démouler les boîtes. Celles ci sont plaquées sur les ventouses du préhenseur qui peut les saisir. Le robot se translate ensuite vers le mors fixe (point P4) afin d'y déposer les quatre étiquettes. Dès que le robot est sorti de la zone de moulage (point P2), il émet l'information « robot hors zone de moulage » qui permet le lancement d'un nouveau cycle d'injection.
- **Alimentation en étiquettes :** Les étiquettes sont empilées verticalement dans deux magasins de grande contenance. Un manipulateur pneumatique à deux axes vient saisir verticalement quatre étiquettes au moyen d'un préhenseur à quatre paires de ventouses, puis les présente horizontalement au robot, lui-même équipé d'un préhenseur à quatre paires de ventouses. Comme il l'a été précisé plus haut, les actionneurs de ce poste sont pilotés par la commande du robot
- **Transfert des boîtes et des étiquettes :** Le robot lâche une paire de boîtes (point P6) puis l'autre paire (point P7) sur le tapis roulant, il saisit les quatre étiquettes (point P8) et se déplace vers le point d'attente au droit de la presse (point P2).

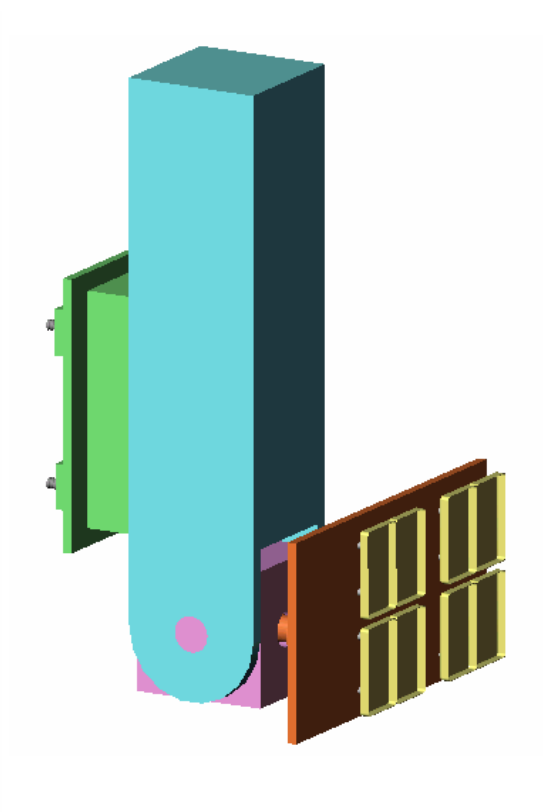




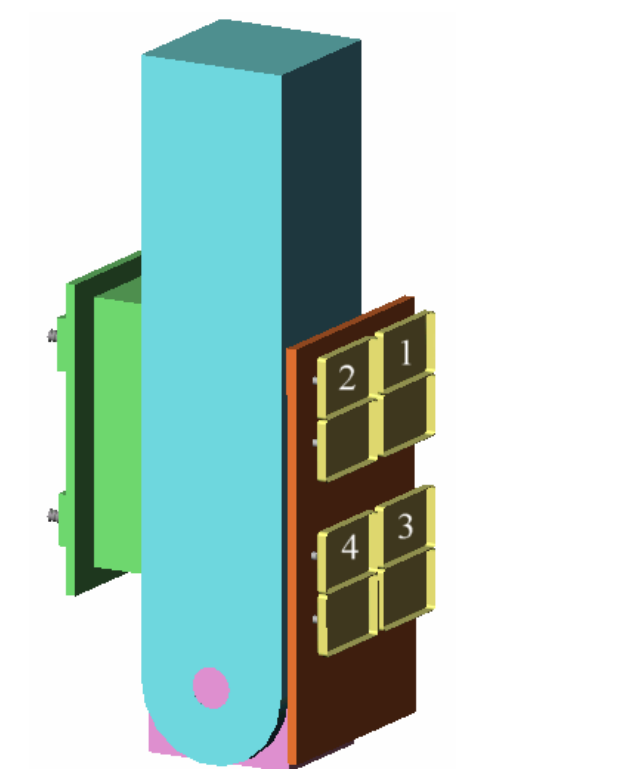
Description des trajectoires du robot (le Robot est représenté au point P1, dans sa phase de retour vers le magasin d'étiquettes, après avoir saisi les boîtes et déposé les étiquettes dans la presse.)



Position pp1.ps1

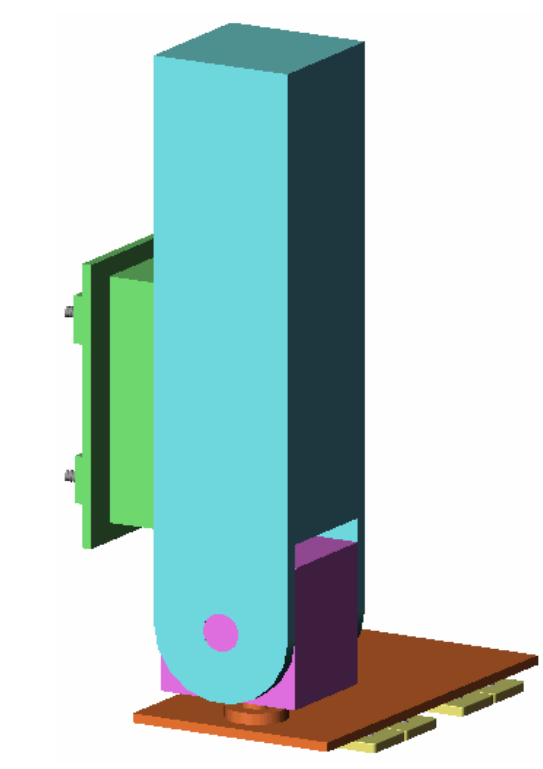


Position pp0.ps0



Position pp0.ps1

(Prise des boîtes sur le moule)



Position pp1.ps0

(dépose des boîtes sur le tapis)

DIMENSIONNEMENT DU MOTEUR DE L'AXE X.

Structure cinématique de l'axe X :

Le moteur monté verticalement entraîne la partie mobile du robot par l'intermédiaire d'un pignon de 20 dents monté directement sur l'arbre, la crémaillère étant fixée sur le bâti. De ce fait, le moteur se déplace en translation avec l'ensemble de l'équipage.

Hypothèses :

- les solides sont considérés indéformables ;
- le mouvement suivant X s'effectue seul, les autres axes étant inactifs ;
- La masse du pignon est négligeable.

Notations :

a_x : accélération linéaire sur l'axe X ;

V_x : vitesse linéaire maximale de l'axe X ;

M_r : masse de la partie mobile du robot (sans le moteur) ;

D_p : diamètre primitif du pignon moteur ;

J_m : inertie du rotor du moteur par rapport à son axe de rotation ;

ω_m : vitesse de rotation du moteur ;

M_m : masse du moteur ;

η : rendement global de la chaîne cinématique (pignon crémaillère + glissière précontrainte) ;

Données :

$V_x = 5 \text{ m/s}$ (indépendamment de celle fournie en A-2) ;

$M_r = 100 \text{ kg}$;

$D_p = 24 \text{ mm}$;

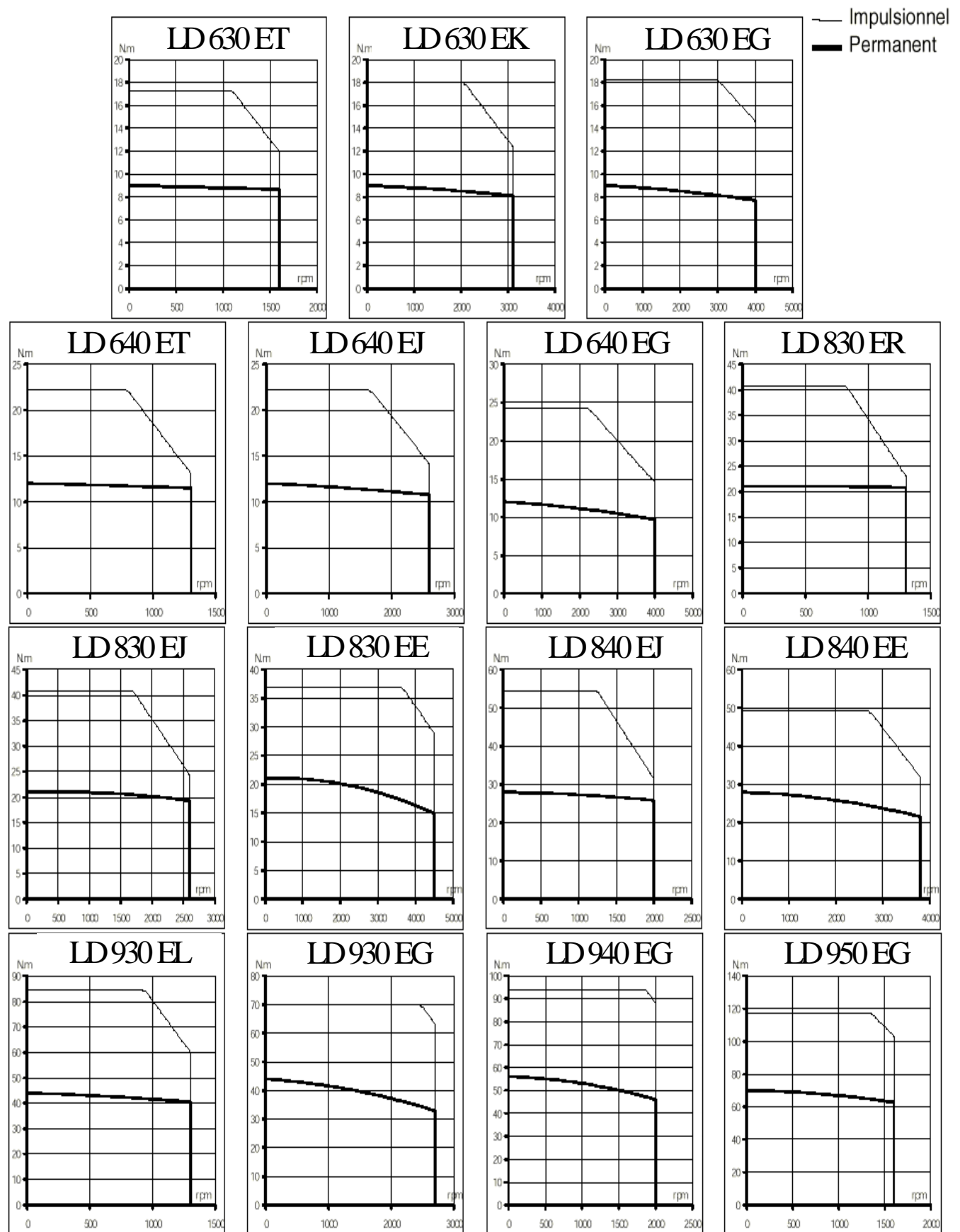
$a_x = 7 \text{ m/s}^2$ (indépendamment de celle trouvée en A-2-6) ;

$\eta = 0.9$;

NOTA : les valeurs de V_x et de a_x sont volontairement majorées par rapport à celles de la partie A-2, afin d'autoriser d'éventuelles modifications du cycle.

B-1) DETERMINATION DU MOTEUR EN REGIME DYNAMIQUE.

La productivité requise pour ce robot impose des temps de déplacements très faibles et donc des vitesses et des accélérations importantes, en particulier pour l'axe X de grande longueur. Ces contraintes orientent le choix vers un moteur sans balais « Brushless ».



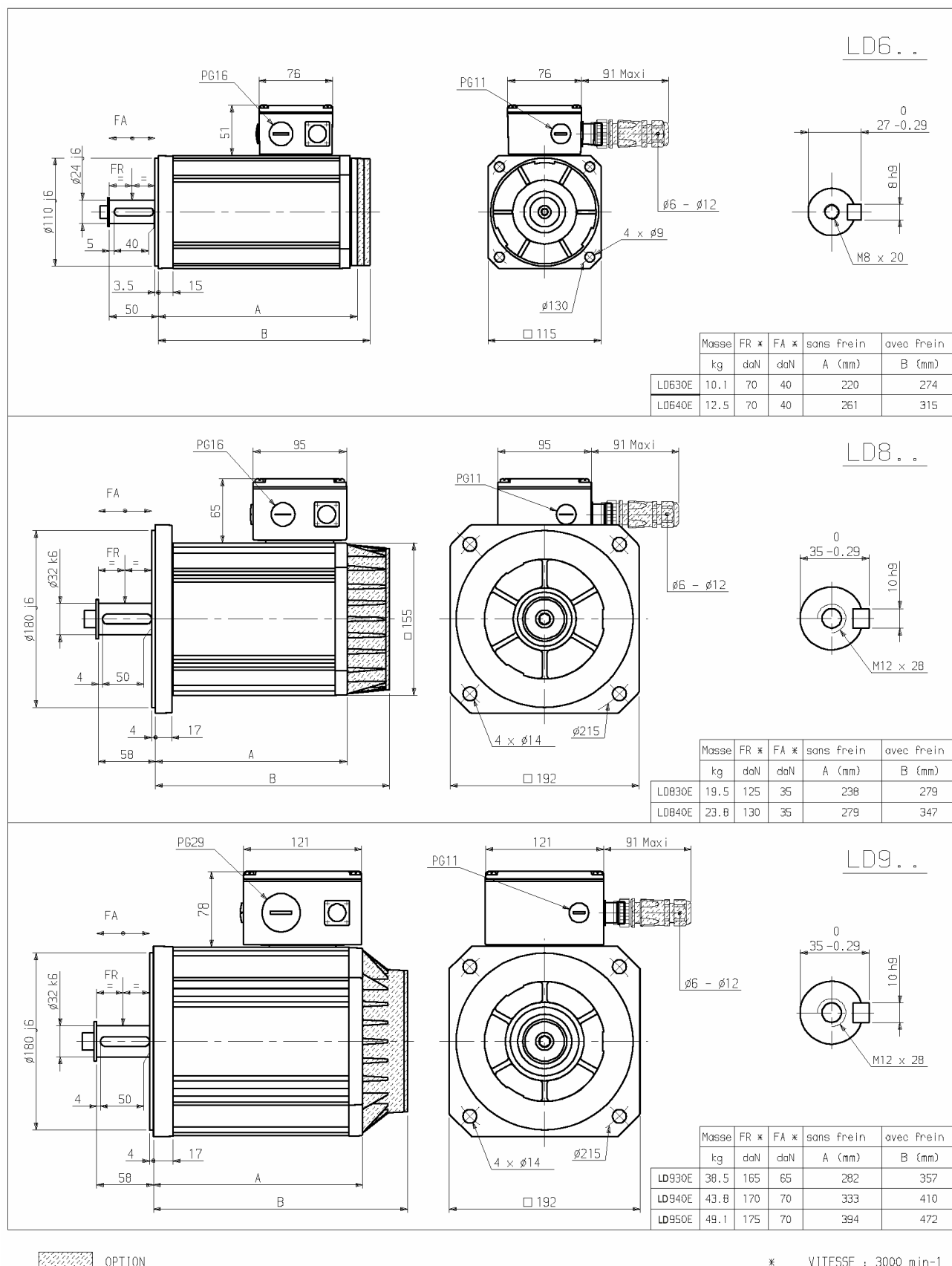
Performances des servomoteurs Brushless PARVEX LD

TYPE MOTEUR	COUPLE EN ROTATION LENTE	VITESSE MAXIMALE	INERTIE	COUPLE PAR AMPERE CRETE	COURANT PERMANENT
	N.m	tr/min	kg.m ² .10 ⁻⁵	N.m/A	A
LD630 ET	9	1600	160	1.25	7.21
LD630 EK		3100		0.654	13.8
LD630 EG		4000		0.446	20.2
LD640 ET	12	1300	210	1.59	7.56
LD640 EJ		2600		0.794	15.1
LD640 EG		4000		0.516	23.3
LD830 ER	21	1300	490	1.52	13.8
LD830 EJ		2600		0.759	27.7
LD830 EE		4500		0.402	52.3
LD840 EJ	28	2000	630	1.01	27.6
LD840 EE		3800		0.537	52.2
LD930 EL	44	1300	1800	1.57	28
LD930 EG		2700		0.75	58.7
LD940 EG	56	2000	2300	1.01	55.5
LD950 EG	70	1600	2900	1.26	55.4

Performances des servomoteurs Brushless PARVEX LD

Type	Secteur + 10 % - 10 %	I crête permanent A	I crête impulsionnel A	Puissance de récupération W	Puissance mécanique contrôlable W
DSD	230 V - 50/60Hz mono	2	4	60	375
		4	8	60	750
		7,5	15	60	1500
DSD	230 V - 50/60Hz triphasé	4	8	60	750
		7,5	15	60	1500
		15	30	250	3000
		30	60	500	6000
		60	100	700	12000
DSD	400 V - 50/60 Hz triphasé	2	4	60	750
		4	8	60	1500
		8	16	250	3000
		16	32	500	6000
		32	64	700	12000

Caractéristiques des servoamplificateurs DIGIVEX 230V



Caractéristiques mécaniques des servomoteurs Brushless PARVEX LD

B-1-1) Calculer la vitesse de rotation maximale ω_{mmax} du moteur.

L'entraînement s'effectuant au moyen d'un pignon de diamètre primitif 24 mm monté directement sur

l'arbre moteur, la relation cinématique est la suivante : $V_x = \omega_m \times \frac{D_p}{2}$ en unités SI, soit :

$$\omega_m = \frac{2V_x}{D_p}$$

$$\text{A.N.} \quad \omega_{mmax} = \frac{2 \times 5}{24 \times 10^{-3}} = 416.66 \text{ rad/s} = \frac{416.66 \times 60}{2\pi} = 3978 \text{ min}^{-1}$$

B-1-2) Déterminer l'expression de la puissance P_m que devra fournir le moteur, en négligeant la masse et l'inertie du moteur. Calculer le couple correspondant. Effectuer l'application numérique

$$P_m = \frac{M_r a_x V_x}{\eta} \quad C_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{M_r a_x V_x}{\eta \omega_m} = \frac{M_r a_x D_p}{2\eta}$$

$$\text{A.N.} : P_m = \frac{100 \times 7 \times 5}{0.9} = 3889 \text{ W} \quad C_m = \frac{100 \times 7 \times 24 \times 10^{-3}}{2 \times 0.9} = 9.33 \text{ N.m}$$

B-1-3) En utilisant l'extrait de la documentation du constructeur fourni, effectuer et justifier le choix du moteur adapté, de telle manière qu'il fonctionne toujours en régime permanent..

Seuls les moteurs LD630EG, LD640EG et LD830EE conviennent en vitesse de rotation. Le premier ne peut fournir les 9.33Nm en régime permanent, le dernier étant surdimensionné. Finalement, le choix se porte sur le modèle LD640EG.

B-1-4) Reprendre le calcul effectué en B-1-2 en tenant compte de la masse supplémentaire du moteur ainsi que de son inertie. Commenter le régime de fonctionnement du moteur choisi précédemment et justifier qu'il convient.

La contribution calculée en B-1-3 doit être augmentée par celle due à l'inertie du moteur, égale à $J_m \frac{d\omega_m}{dt}$. Par ailleurs, la masse M_r doit être augmentée de celle du moteur, soit $M_m = 12.5\text{kg}$. On obtient :

$$C_m = \frac{(M_r + M_m) a_x D_p}{2\eta} + J_m \frac{2a_x}{D_p} = \left[\frac{(M_r + M_m) D_p}{2\eta} + \frac{2J_m}{D_p} \right] a_x$$

$$\text{A.N.} : C_m = \left[\frac{(100 + 12.5) \times 24 \times 10^{-3}}{2 \times 0.9} + \frac{2 \times 210 \times 10^{-5}}{24 \times 10^{-3}} \right] \times 7 = 11.73 \text{ N.m}$$

Le moteur choisi travaille maintenant en régime impulsionnel. Ceci ne pose pas de problème au vu du déroulement du cycle :

- Le moteur LD640EG travaille en régime impulsionnel à partir de 2000 tr/min environ, soit 1.5s pendant les 3 secondes de phase dynamique, l'accélération étant constante.
- Finalement, le moteur de l'axe X fonctionne en régime impulsionnel pendant 1.5s durant le cycle de 14.5s ce qui lui laisse largement le temps de refroidir ;

Le choix d'un moteur travaillant en régime impulsionnel pendant les phases dynamiques est classique en robotique ou en mécanique embarquée, ce moteur étant plus petit et moins lourd que le modèle supérieur.

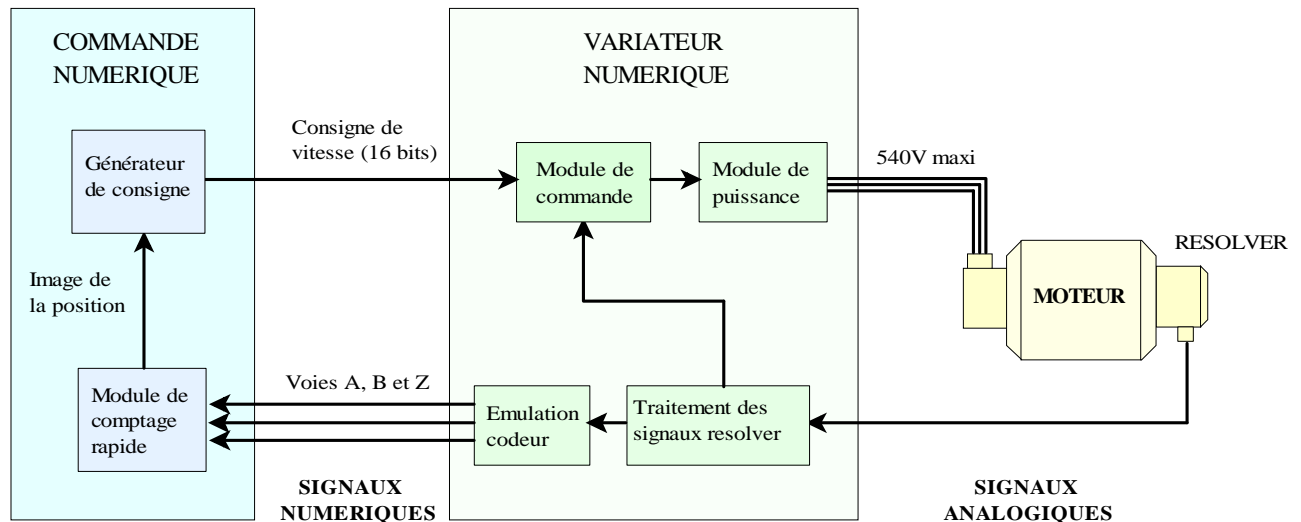
B-1-5) Sachant que l'alimentation s'effectue en 230 V triphasé 50 Hz, choisir le variateur adapté au moteur dans l'extrait de documentation fourni en annexe A5. Le repérage du variateur s'effectue de la manière suivante : DIGIVEX DSD « secteur »/« I crête permanent » / « I crête impulsionnel »

Le variateur doit pouvoir fournir un courant permanent de 23.3A :

Le modèle DIGIVEX DSD 230V – 50/60Hz triphasé/30/60 convient.

PARTIE C : ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE DE L'AXE X.

Le moteur de l'axe X est un moteur sans balais (aussi appelé "brushless") équipé d'un resolver monté sur son arbre. Le moteur est piloté par un variateur de vitesse qui reçoit sa consigne d'une carte de commande multiaxes, elle-même contrôlée par la commande numérique du robot. La structure de la commande est la suivante :



Hypothèses:

- L'échantillonnage s'effectue à une fréquence suffisamment grande pour que l'on utilise un modèle continu en première approximation.
- Le moteur brushless se comporte de manière identique à un moteur à courant continu classique.

Notations:

La variable p est la variable de Laplace, les fonctions de p étant notées en majuscules ;

K_m : gain statique du moteur ;

a_x : accélération linéaire sur l'axe X ;

D_p : diamètre primitif du pignon moteur ;

U_m : tension de commande du moteur.

Données:

$T_m = 15 \text{ ms}$

$T_e = 1 \text{ ms}$

$K_m = 0.77 \text{ rad/s/V}$

$D_p = 24 \text{ mm}$;

$a_x = 7 \text{ m/s}^2$ (indépendamment de celle trouvée en A-2-6) ;

C-1) FORMAT DES DONNEES

La structure de l'asservissement de l'axe X est détaillée en annexe A9. Le variateur étant intégralement numérique, les données qu'il échange avec la commande numérique le sont également. La consigne de vitesse fournie par la CN est codée sur 16 bits signés correspondant au domaine de vitesse du moteur, soit -4000 à $+4000 \text{ min}^{-1}$.

C-1-1) Déterminer la vitesse minimale pilotable par le variateur.

La consigne évolue sur 16 bits signés, de $-(2^{15})$ à $+(2^{15} + 1)$, soit de -32768 à $+32767$. On obtiendra donc la consigne maximale de 4000 tr/min pour 32767 , soit $0.122 \text{ tr/min par bit}$.

La vitesse minimale pilotable est égale à $0.122 \text{ tr/min} = 12.77 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

Le variateur fournit à la CN une image de la position de l'arbre moteur, obtenue par traitement des informations issues du resolver, en émulant un codeur incrémental (voies A, B et Z) à 16384 points par tour. La CN est munie d'un compteur rapide sur N bits avec discrimination du sens de rotation.

C-1-2) Calculer la résolution du codeur en fraction de tour (rad) puis en déplacement linéaire de l'axe X (m).

A un tour du codeur correspond un déplacement de $\pi D_p = 0.07539 \text{ m}$

La résolution est égale à $\frac{0.07539}{16384} = 4.6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 4.6 \mu$

C-1-3) Déterminer le format minimal du compteur rapide pour l'axe X. En déduire N.

La course de l'axe X est de 3 m correspondant à $\frac{3}{0.07539} = 39.788$ tours du codeur, soit $651\,898.65$ points. Le format N du compteur doit être de 20 bits au minimum (0 à $1\,048\,576$)

C-1-4) Calculer la fréquence minimale de fonctionnement du compteur pour assurer un traitement correct des signaux émuls.

Le moteur tourne à la vitesse maximale de 4000 tr/min , soit 66.66 tr/s . La fréquence des impulsions est égale à $66.66 \times 16384 = 1\,092\,266 \text{ Hz}$. Cette fréquence très élevée (les cartes de comptage rapide standard plafonnent à 500 kHz) nécessite une interface spéciale.

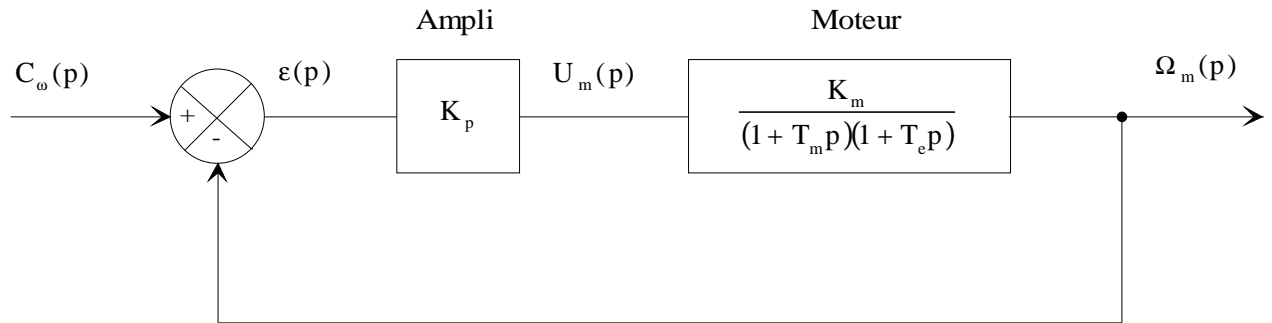
C-2) ASSERVISSEMENT DE VITESSE

La fonction de transfert du moteur chargé est $H_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$

C-2-1) Que représentent les constantes T_m et T_e ? Sous quelles conditions ce modèle est-il valide ?

Il s'agit respectivement de la constante de temps mécanique et de la constante de temps électrique du moteur. Ce modèle est valide si le polynôme du second ordre au dénominateur possède deux racines réelles, ce cas de figure correspondant à un facteur d'amortissement supérieur à 1. C'est toujours le cas lorsque T_e est petite devant T_m

La structure simplifiée de l'asservissement de vitesse est la suivante :



C-2-2) Déterminer la fonction de transfert en vitesse $H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_\omega(p)}$. La mettre sous la forme canonique d'un modèle du second ordre de gain statique K_v , de facteur d'amortissement z et de pulsation propre non amortie ω_n

La fonction de transfert en boucle fermée s'obtient par la formule classique dans le cas d'un système à retour unitaire : $FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$

$$H_v(p) = \frac{\frac{K_p K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}}{1 + \frac{K_p K_m}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}} = \frac{K_p K_m}{K_p K_m + (1 + T_m p)(1 + T_e p)}$$

$$\text{Mise sous forme canonique : } H_v(p) = \frac{\frac{K_p K_m}{1 + K_p K_m}}{1 + \left(\frac{T_e + T_m}{1 + K_p K_m} \right) p + \left(\frac{T_e \cdot T_m}{1 + K_p K_m} \right) p^2} = \frac{K_v}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2}$$

C-2-3) Calculer la valeur du gain proportionnel K_p de manière à ce que le facteur d'amortissement soit égal à 0,7. Justifier le choix de ce réglage.

$$\text{Par identification, on obtient : } \omega_n = \sqrt{\frac{1 + K_p K_m}{T_e T_m}} \quad \text{et} \quad z = \frac{T_e + T_m}{2\sqrt{T_e T_m (1 + K_p K_m)}}$$

$$\text{On en déduit : } K_p = \frac{1}{K_m} \left[\frac{(T_e + T_m)^2}{2T_e T_m} - 1 \right]$$

Application numérique : $K_p = \frac{1}{0.77} \left[\frac{(0.015 + 0.001)^2}{2 \times 0.015 \times 0.001} - 1 \right] = 9.78 \text{ V / rad / s}$

Le réglage $z = 0.7$ permet d'obtenir la rapidité maximale au détriment d'un léger dépassement qui ne pose aucun problème en asservissement de vitesse (contrairement à un asservissement de position)

C-2-4) En déduire la valeur numérique de K_v .

$$K_v = \frac{K_p K_m}{1 + K_p K_m} = \frac{9.78 \times 0.77}{1 + 9.78 \times 0.77} = 0.882 \text{ (sans dimension)}$$

C-2-5) L'asservissement est soumis à une entrée échelon d'amplitude 300 rad/sec. En appliquant le théorème de la valeur finale, déterminer la valeur de l'écart statique ε_s

L'équation de l'entrée échelon s'écrit $C_\omega(t) = 300.u(t)$. Sa transformée de Laplace est

$$C_\omega(p) = \frac{300}{p}$$

L'écart est égal à : $\varepsilon(p) = C_\omega(p) - \Omega_m(p) = C_\omega(p) - H_v(p)C_\omega(p) = C_\omega(p)(1 - H_v(p))$. En remplaçant

les valeurs, on obtient :
$$\varepsilon(p) = \frac{300}{p} (1 - H_v(p)) = \frac{300}{p} \left(1 - \frac{K_v}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \right)$$

Le théorème de la valeur finale donne la relation : $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$

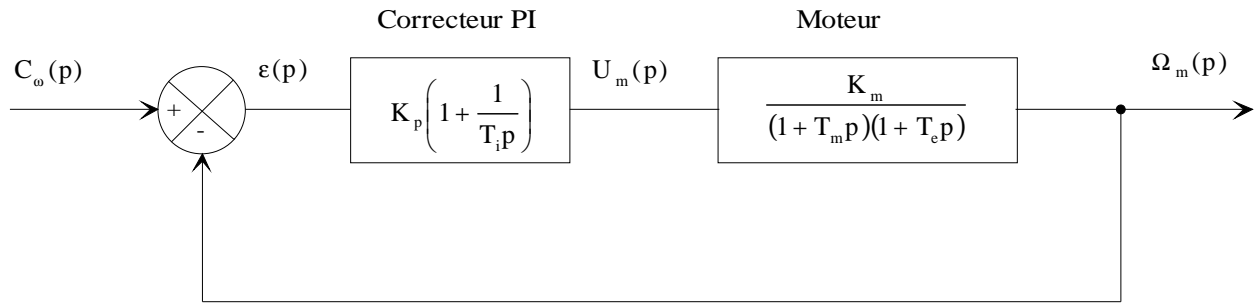
Et finalement : $\varepsilon_s = 300(1 - K_v)$

Application numérique : $\varepsilon_s = 300(1 - 0.882) = 35.4 \text{ rad / s}$

C-3) CORRECTION PROPORTIONNELLE INTEGRALE.

On ajoute un correcteur Proportionnel-Intégral de fonction de transfert $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ dans la

boucle afin d'améliorer les performances de l'asservissement. En première analyse, la constante de temps du correcteur intégral T_i est choisie égale à T_m



C-3-1) Déterminer la fonction de transfert du système corrigé : $F(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_\omega(p)}$.

Avec l'hypothèse $T_i = T_m$, la fonction de transfert du correcteur PI devient :

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_m p} \right) = K_p \left(\frac{1 + T_m p}{T_m p} \right)$$

La FTBF s'obtient de la même manière qu'en C-2-2 :

$$F(p) = \frac{\frac{(1 + T_m p) K_p K_m}{T_m p (1 + T_m p)(1 + T_e p)}}{1 + \frac{(1 + T_m p) K_p K_m}{T_m p (1 + T_m p)(1 + T_e p)}} = \frac{\frac{K_p K_m}{T_m p (1 + T_e p)}}{1 + \frac{K_p K_m}{T_m p (1 + T_e p)}} = \frac{K_p K_m}{K_p K_m + T_m p (1 + T_e p)}$$

Mise sous forme canonique :

$$F(p) = \frac{1}{1 + \frac{T_m}{K_p K_m} p + \frac{T_e T_m}{K_p K_m} p^2}$$

REMARQUE : le fait que l'on obtienne une fonction du second ordre est dû au choix de la constante d'intégration égale à la constante de temps mécanique : ceci permet de compenser exactement le pôle correspondant, provoquant une diminution de l'ordre du système. Dans le cas courant, on obtient une fonction d'ordre trois avec un terme en $T_i p$ au numérateur.

C-3-2) Sans effectuer de calculs, déterminer la nouvelle valeur de l'écart statique ϵ_s pour une entrée échelon d'amplitude 300 rad/s.

Le correcteur intégral a rendu le système précis (ce que confirme le gain unitaire de la fonction de transfert $F(p)$)

C-3-3) A partir du diagramme de Bode de la FTBO du système corrigé pour un gain proportionnel $K_p = 10$, préciser si le système est-il stable. Justifier.

Un système est stable si son déphasage n'est pas inférieur à -180° pour un gain unitaire (correspondant à 0dB). S'agissant d'un système du second ordre avec une intégration, la stabilité est inconditionnelle puisque le déphasage n'atteint jamais les -180° . Le diagramme de Bode le confirme sans ambiguïté.

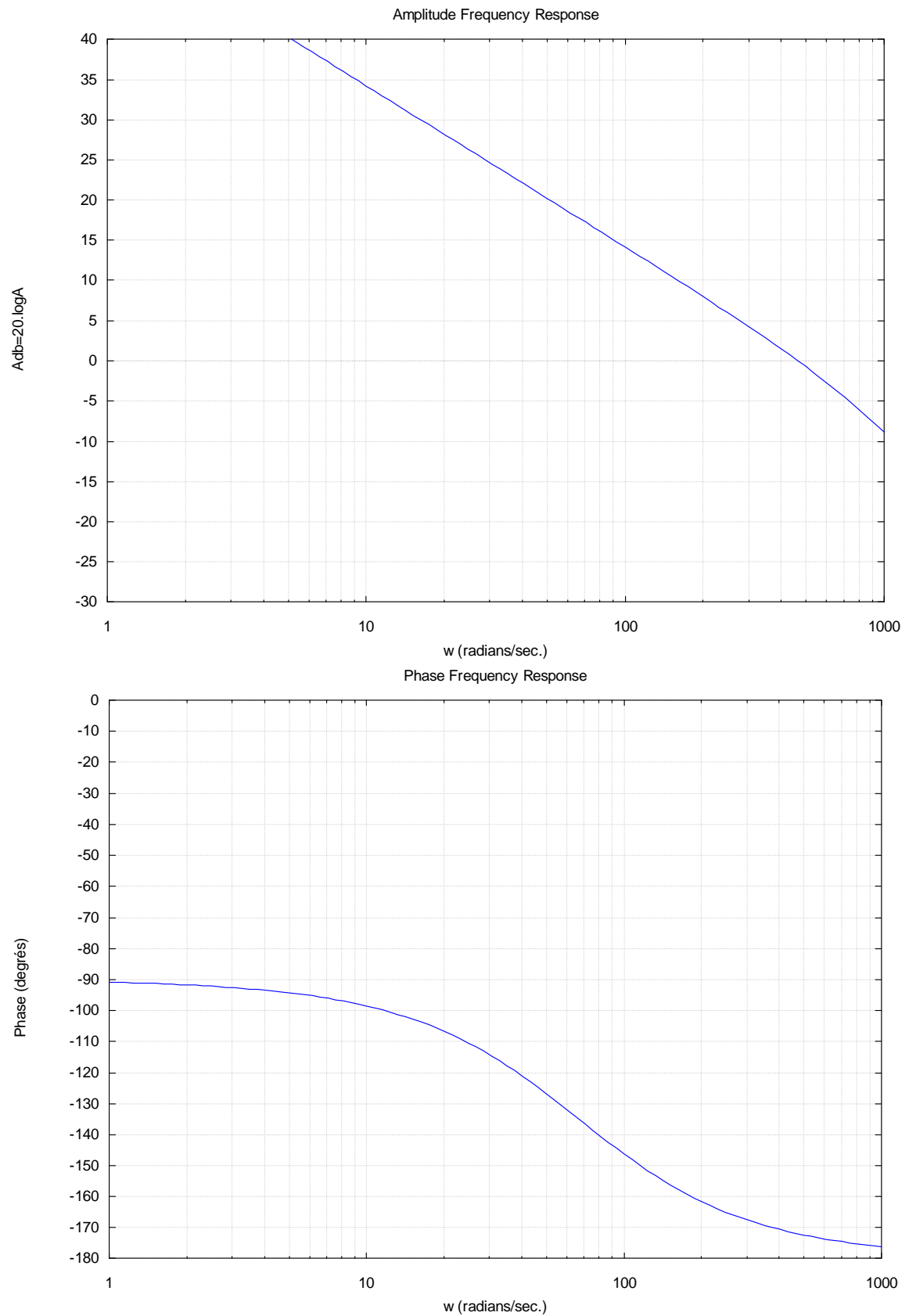


Diagramme de BODE de la FTBO corrigée ($K_p = 10$)

C-3-4) Déterminer la valeur du gain proportionnel K_p permettant d'obtenir une marge de phase de 45° .

La pulsation correspondant à un déphasage de $180^\circ + 45^\circ = -135^\circ$ est égale à 70rad/s. Le gain correspondant est environ 17dB et il faut réduire d'autant le gain de boucle. Sachant que $K \text{ dB} = 20 \log K$, le facteur correspondant est égal à : $10^{\frac{-17}{20}} = 0.141$

Finalement $K_p = 10 \times 0.141 = 1.41$

La commande numérique fournit une loi de commande en vitesse trapézoïdale. Pour étudier les réactions du système à ce type d'entrée, on le soumet à une entrée rampe d'équation $C_\omega(t) = 583.33 t.u(t)$.

C-3-5) Justifier le choix de la valeur « 583.33 » pour la pente de cette rampe.

La pente de la rampe de vitesse est l'accélération angulaire du moteur. Une accélération angulaire de 583.33 rad/s^2 correspond à une accélération linéaire de $583.33 \times 0.012 = 7 \text{ m/s}^2$ qui est précisément l'accélération maximale.

C-3-6) En prenant $K_p = 2 \text{ V/rad/s}$, déterminer pour cette entrée la valeur de l'écart de poursuite ε_p , exprimée en rad/s puis en m/s. Conclure.

En appliquant le théorème de la valeur finale à $\varepsilon(p) = \frac{583.33}{p^2} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{T_m}{K_p K_m} p + \frac{T_e T_m}{K_p K_m} p^2 \right)} \right)$, on

obtient :

$$\varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{583.33}{p} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{T_m}{K_p K_m} p + \frac{T_e T_m}{K_p K_m} p^2 \right)} \right) = 583.33 \frac{T_m}{K_p K_m}$$

L'écart de poursuite est donc lui-même constant et égal à : $\varepsilon_p = 583.33 \frac{T_m}{K_p K_m}$

Application numérique : $\varepsilon_p = 583.33 \frac{0.015}{2 \times 0.77} = 5.68 \text{ rad/s}$

TABLE DES MATIERES.

CHAPITRE 1: LE MOTEUR A COURANT CONTINU: Fonction de transfert

1-1 INTRODUCTION.

- 1-1-1 Présentation
- 1-1-2 Principe de fonctionnement

1-2 MISE EN EQUATION DU MOTEUR C.C.

- 1-2-1 Loi d'Ohm dans le circuit d'induit
- 1-2-2 Proportionnalité tension/fcem
- 1-2-3 Proportionnalité intensité/couple
- 1-2-4 Théorème de l'énergie cinétique

1-3 ECRITURE DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU MOTEUR C.C.

- 1-3-1 Cas du moteur chargé
- 1-3-2 Cas du moteur non chargé

1-4 MODELE DU SECOND ORDRE.

- 1-4-1 Cas du moteur chargé
- 1-4-2 Cas du moteur chargé sans frottements visqueux
- 1-4-3 Cas du moteur non chargé

1-5 MODELE DU PREMIER ORDRE.

- 1-5-1 Cas du moteur chargé
- 1-5-2 Cas du moteur chargé sans frottements visqueux
- 1-5-3 Cas du moteur non chargé

1-6 MODELE DU SECOND ORDRE AVEC CONSTANTE DE TEMPS.

1-7 TRANSFERTS EN POSITION.

1-8 TABLEAUX DE SYNTHESE.

CHAPITRE 2: LE MOTEUR A COURANT CONTINU: Performances.**2-1 PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT DISCOÏDAL**

- 2-1-1 Caractéristiques du moteur AXEM MC19 S
- 2-1-2 Courbe caractéristique
- 2-1-3 Etude de la fonction de transfert du second ordre dans le cas du moteur à vide
- 2-1-4 Etude de la fonction de transfert du premier ordre dans le cas du moteur à vide
- 2-1-5 Tracé des fonctions de transfert du premier et du second ordre
- 2-1-6 Tracé de la réponse indicielle

2-2 PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT BOBINE HAUTES PERFORMANCES.

- 2-2-1 Caractéristiques du moteur PARVEX RS 530 E
- 2-2-2 Courbe caractéristique
- 2-2-3 Etude de la fonction de transfert dans le cas du moteur à vide
- 2-2-4 Tracé des réponses harmoniques
- 2-2-5 Tracé de la réponse indicielle

2-3 PERFORMANCES D'UN MOTEUR A INDUIT BOBINE CLASSIQUE.

- 2-3-1 Caractéristiques du moteur PARVEX T5 F2 B

2-4 PERFORMANCES D'UN MOTEUR AUTOSYNCHRONE

- 2-4-1 Principe de fonctionnement
- 2-4-2 Caractéristiques des moteurs brushless FENWICK USASEM
- 2-4-3 Caractéristiques du moteur USASEM 08 A3

2-5 BILAN

CHAPITRE 3: LES SYSTEMES HYDRAULIQUES.

3-1 NOTIONS DE MECANIQUE DES FLUIDES

- 3-1-1 Hydrostatique
- 3-1-2 Hydrodynamique
- 3-1-3 Cas des fluides réels
- 3-1-4 Calcul des débits dans le cas des fluides réels

3-2 SCHEMAS HYDRAULIQUES DE PRINCIPE.

- 3-2-1 Structure générale d'une chaîne de commande hydraulique
- 3-2-2 Symboles usuels
- 3-2-3 Schéma d'un système simple avec vérin hydraulique
- 3-2-4 Schéma avec blocage en position centrale du vérin hydraulique
- 3-2-5 Schéma avec moteur hydraulique et système de réalimentation
- 3-2-6 Circuit hydrostatique

3-3 NOTION DE RAIDEUR HYDRAULIQUE.

- 3-3-1 Définition et calcul de la raideur hydraulique
- 3-3-2 Calcul de la raideur minimale

CHAPITRE 4: ASSERVISSEMENTS HYDRAULIQUES.

4-1 CHAINES ASSERVIES DE COMMANDE HYDRAULIQUE

- 4-1-1 Intérêt de la technologie hydraulique pour les systèmes asservis
- 4-1-2 Structure générale d'une chaîne de commande hydraulique

4-2 MISE EN EQUATION DE L'ENSEMBLE VERIN-DISTRIBUTEUR

- 4-2-1 Mise en équation dans le cas général
- 4-2-2 Modèle des petits déplacements

4-3 FONCTION DE TRANSFERT EN POSITION ET EN VITESSE.

- 4-3-1 Modèle des petits déplacements- cas général
- 4-3-2 Modèle des petits déplacements- cas du vérin symétrique
- 4-3-3 Modèle des petits déplacements- cas du distributeur symétrique et du vérin symétrique au point milieu
- 4-3-4 Modèle des petits déplacements- cas du vérin standard sans fuites

CHAPITRE 5 : APPLICATION 1 : PINCE DE SOUDAGE ROBOTISEE.

CHAPITRE 6 : APPLICATION 2 : LANCEUR SPACE MOUNTAIN.

CHAPITRE 7 : APPLICATION 3 : ROBOT DE CHARGEMENT DE PRESSE A INJECTER.