

SOLIVE (sur deux appuis avec charge répartie)

Vérifier (ELU et ELS) une solive de plancher

BM 75/225 C22 - Portée 5,50 m - Entraxe de solive 0.5m

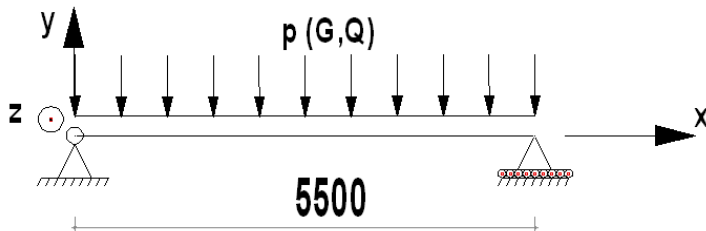
Classe de service 1

Support de plancher en PP, effet système à prendre en compte

i. Cas n°1 : des entretoises limitent le risque de déversement

ii. Cas n°2 : pas d'entretoise, risque de déversement à prendre en compte

$G = 0,5 \text{ kN/m}^2$ - $Q = 1.5 \text{ kN/m}^2$



Données :

Entraxe de solive 0.5m

BM 75/225 C22

$G = 0,5 \text{ kN/m}^2$ - $Q = 1.5 \text{ kN/m}^2$

Combinaison ELU $1.35 G + 1.5 Q$

Combinaison ELS (à définir)

Appui sur sabot, lg sabot 40mm

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 1

$G = 0.5 \text{ kN/m}^2 \times 0.5 \text{ m} = 0.25 \text{ kN/m}$

$Q = 1.5 \text{ kN/m}^2 \times 0.5 \text{ m} = 0.75 \text{ kN/m}$

Combinaison ELU $C_{ELU1} = 1.35 (0.25 \text{ kN/m}) + 1.5 (0.75 \text{ kN/m}) = 1.46 \text{ kN/m}$

Combinaison ELS $C_{ELS \text{ inst}} = Q$

$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{\text{def}}) G + (1+k_{\text{def}} \psi_2) Q = 1,6 G + 1,18 Q = 1,28 \text{ kN/m}$

Etape 2: Calcul

Actions aux appuis : $A = B = 1,46 \times 5.5 / 2 = 4 \text{ kN}$

$N = 0$

$T = pl/2$ $T \text{ ou } V = 1,46 \times 5,5 / 2 = 4 \text{ kN}$

$MF = pl^2/8$ $MF = 1,46 \times 5,5^2 / 8 = 5.52 \text{ kN.m}$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Flexion
Cisaillement, (tranchant)
Compression sur appui

ELS : ELS instantanée
ELS net,fin

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / \nu} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 5.52 \cdot 10^6}{75 \times 225^2} = 8.7 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau_d = \frac{1,5.V}{b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5 \cdot 4000}{225 \cdot 75 \cdot 0,67} = 0.53 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de compression transversale

$$\sigma_{c,90} = \frac{F}{\text{longueur.appui} \times b} \quad \sigma_{c,90} = \frac{4000}{40.75} = 1.33 \text{ Mpa}$$

Nota :

F, effort de compression sur appui = réaction de l'appui

Surface appui = Lefficace x largeur de la poutre (l efficace voir annexe AM6)

Calcul de la déformation instantanée sous Q

$$u = \frac{5pl^4}{384EI} \quad u = \frac{5.0,75.5500^4}{384.10000. \frac{225^3 \cdot 75}{12}} = 12,5mm$$

Calcul de la déformation net fin sous 1.6G+1.18Q

$$u = \frac{5pl^4}{384EI} \quad u = \frac{5.1,28.5500^4}{384.10000. \frac{225^3 \cdot 75}{12}} = 21.4mm$$

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Flexion**

On vérifiera que : $\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit}$ avec $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$

$$f_{m,k} = 22 \text{ MPa}$$

$k_{mod} = 0,8$ (classe de service 1 et durée d'application de charge fonction de Q, moyen terme)

$$\gamma_M = 1.3$$

$$k_h = 1$$

$k_{ls} = 1.1$ (uniquement pour solives et fermettes)

Cas n°1 : $k_{crit} = 1$ (le déversement est limité par les entretoises, de plus il semble non pertinent de prendre en compte un effet de système avec et la possibilité d'un déversement de la pièce.

$$f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit} = \frac{0,8 \times 22}{1,3} \times 1,1 \times 1 \times 1 = 14,9 \text{ MPa}$$

Cas n°2 : k_{crit} calcul :

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot E_{0,05} \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}}$$

$$l_{ef} = (5500 \times 0,9) + 2 \times 225 = 5400 \text{ mm}$$

$$E_{0,05} = 6700 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 6700 \cdot 75^2}{225 \cdot 5400} = 24,2 \text{ MPa}$$

$$\lambda_{réel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,critique}}} = \sqrt{\frac{22}{24,2}} = 0,95$$

$$\text{- CAS 2} \quad 0,75 < \lambda_{réel,m} \leq 1,4$$

$$\text{- } k_{crit} = 1,56 - 0,75 \lambda_{réel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,95 = \underline{\underline{0,84}}$$

(vous pouvez utiliser COACH)

$$f_{m,d} = \frac{0,8 \times 22}{1,3} \times 1,1 \times 1 \times 0,84 = 12,5 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travailCas n°1 : $8,7 < 14,9$

$$\frac{8,7}{14,9} = 0,58$$

le taux de travail de la solive en flexion est de 58 %

Cas n°2 : $8,7 < 12,5$

$$\frac{8,7}{12,5} = 0,7$$

le taux de travail de la solive en flexion est de 70 %

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

 $f_{v,k} = 2,4 \text{ MPa}$ $k_{\text{mod}} = 0,8$ (classe de service 1 et durée d'application de charge fonction de Q, moyen terme) $\gamma_m = 1,3$ k_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,8 \times 2,4}{1,3} \times 1 = 1,47 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail $0,53 < 1,47$ soit un taux de travail de 36%**Vérification ELU Compression transversale**

On vérifiera que $\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \cdot k_{c,90}$ avec $f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,90,k}}{\gamma_M}$

 $f_{v,k} = 2,4 \text{ MPa}$ $k_{\text{mod}} = 0,8$ (classe de service 1 et durée d'application de charge fonction de Q, moyen terme) $\gamma_m = 1,3$ $k_{c,90} = 1,5$

$$f_{c,90,d} \cdot k_{c,90} = \frac{0,8 \times 2,4}{1,3} \times 1,5 = 2,2 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail $1,33 < 2,2$ soit un taux de travail de 60%**Vérification ELS**

On vérifie les conditions générales :

$U_{\text{inst}} < \text{portée l} / 300$ soit $5500/300 = 18,3 \text{ mm}$
 $12,5 < 18,3 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 68%

$U_{\text{net,fin}} < \text{portée l} / 200$ soit $5500/200 = 27,5 \text{ mm}$
 $21,4 < 27,5 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 78%

On vérifie les conditions spécifiques lorsque les poutres supportent des produits qui acceptent de faibles déformations (par exemple produits verriers), c'est le DTU qui donne la valeur par un ratio du type $U_{\text{net,fin}} < \text{portée l} / \text{xxx}$.

PANNE A L'APLOMB (sur deux appuis avec charge répartie)

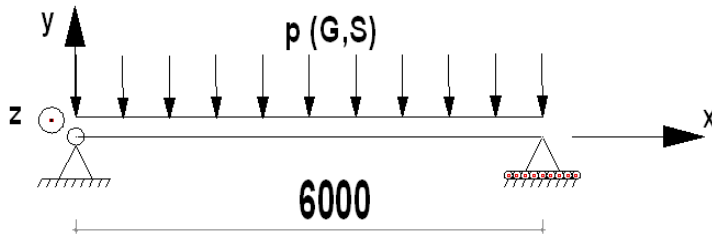
Vérifier à la flexion (ELU) une panne posée à l'aplomb

LC 85/352 GL24h – Portée 6,00 m – Entraxe des pannes 2 m – angle toiture 20°.

Classe de service 2

Pas d'effet de système à prendre en compte

$G = 0,5 \text{ kN/m}^2$ - $S = 0.45 \text{ kN/m}^2\text{h}$



Données :

Entraxe de panne 2 m

BM 85/352 GL24h

Classe de service 2

$G = 0,5 \text{ kN/m}^2$ - $S = 0.45 \text{ kN/m}^2\text{h}$

Combinaison ELU $1.35 G + 1.5 S$

Combinaison ELS (à définir)

Appui sur sabot, lg sabot 55mm

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 2

$G = 0.5 \text{ kN/m}^2 \times 2 \text{ m} = 1 \text{ kN/m}$

$S = 0.45 \text{ kN/m}^2 \times 2 \text{ m} \times \cos 20^\circ = 0.85 \text{ kN/m}$

Combinaison ELU

$C_{ELU1} = 1.35 (1 \text{ kN/m}) + 1.5 (0.85 \text{ kN/m}) = 2.6 \text{ kN/m}$

Combinaison ELS

$C_{ELS \text{ inst}} = S$

$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{\text{def}}) G + (1+k_{\text{def}} \psi_2) S = 1,8 G + S = 2.65 \text{ kN/m}$

Etape 2: Calcul

Actions aux appuis : $A = B = 2,6 \times 6 / 2 = 7.8 \text{ kN}$

$N = 0$

$T = p l / 2$ $T \text{ ou } V = 7,8 \text{ kN}$

$MF = p l^2 / 8$ $MF = 2.6 \times 6^2 / 8 = 11.7 \text{ kN.m}$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Flexion
Cisaillement, (tranchant)
Compression sur appui
ELS : ELS instantanée
ELS net,fin

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / y} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 11,7 \cdot 10^6}{85 \times 352^2} = 6.7 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau_d = \frac{1,5.V}{k_{cr}.b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5.7800}{352.85} = 0.39 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de compression transversale

$$\sigma_{c,90} = \frac{F}{\text{longueur.appui} \times b} \quad \sigma_{c,90} = \frac{7800}{55.85} = 1.67 \text{ Mpa}$$

Nota :

F, effort de compression sur appui = réaction de l'appui

Surface appui = Lefficace x largeur de la poutre (l efficace voir annexe AM6)

Calcul de la déformation instantanée sous S

$$u = \frac{5pl^4}{384EI} \quad u = \frac{5.0,85.6000^4}{384.11600. \frac{352^3.85}{12}} = 4mm$$

Calcul de la déformation net fin sous 1.8G+S

$$u = \frac{5pl^4}{384EI} \quad u = \frac{5.2,65.6000^4}{384.11600. \frac{352^3.85}{12}} = 12.5mm$$

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Flexion**

On vérifiera que : $\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit}$ avec $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$

$$f_{m,k} = 24 \text{ MPa}$$

$K_{mod} = 0,9$ (classe de service 2 et durée d'application de charge fonction de S, court terme)

$$\gamma_m = 1.25$$

$$k_{ls} = 1$$

$$k_h = 1.05$$

K_{crit} calcul : $\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot E_{0,05} \cdot b^2}{h \cdot I_{ef}}$

$$I_{ef} = (6000 \times 0.9) + 2 \times 352 = 6104 \text{ mm}$$

$$E_{0,05} = 9400 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 9400 \cdot 85^2}{352 \cdot 6104} = 24.65 \text{ MPa}$$

$$\lambda_{réel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,critique}}} = \sqrt{\frac{24}{24.65}} = 1$$

- CAS 2 $0,75 < \lambda_{réel,m} \leq 1,4$

- $K_{crit} = 1,56 - 0,75 \lambda_{réel,m} = 1.56 - 0,75 \cdot 1 = 0.82$

$$f_{m,d} \times k_h \times k_{ls} \times k_{crit} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 1,05 \times 0,82 = 14.9 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$$6.7 < 14.9$$

le taux de travail de la solive en flexion est de 45 %

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 3,8 \text{ MPa}$$

$$K_{mod} = 0,9$$

$$\gamma_m = 1.25$$

K_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 3,8}{1,25} \times 1 = 2,7 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$$0,35 < 2,7 \quad \text{soit un taux de travail de 15\%}$$

Vérification ELU Compression transversale

On vérifiera que $\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \cdot k_{c,90}$ avec $f_{c,90,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,90,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 2,7 \text{ MPa}$$

$$K_{mod} = 0,9$$

$$\gamma_m = 1,3$$

$$K_{c,90} = 1,5$$

$$f_{c,90,d} \cdot k_{c,90} = \frac{0,9 \times 2,7}{1,25} \times 1,5 = 2,9 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$$1,67 < 2,9 \quad \text{soit un taux de travail de 57\%}$$

Vérification ELS

On vérifie les conditions générales :

$$U_{inst} < \text{portée } l / 300 \quad \text{soit } 6000/300 = 20 \text{ mm}$$

$$4 < 20 \text{ mm}$$

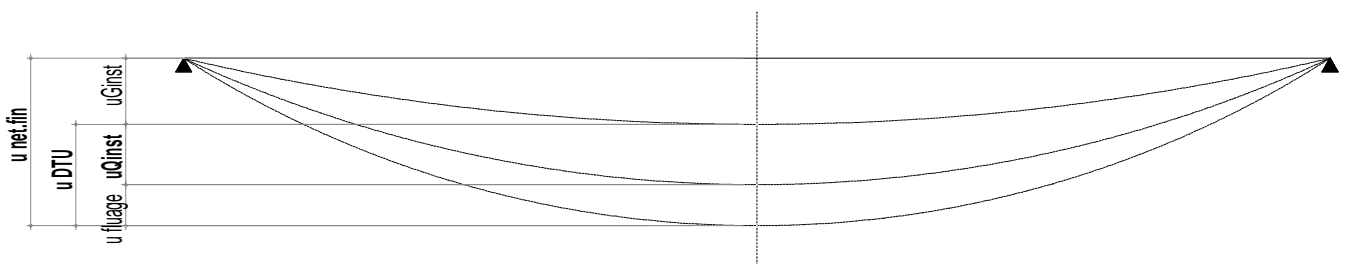
soit un taux de travail de 20%

$$U_{net,fin} < \text{portée } l / 200 \quad \text{soit } 6000/200 = 30 \text{ mm}$$

$$12,5 < 30 \text{ mm}$$

soit un taux de travail de 41%

On vérifie les conditions spécifiques lorsque les poutres supportent des produits qui acceptent de faibles déformations (par exemple produits verriers), c'est le DTU qui donne la valeur par un ratio du type $U_{net,fin} < \text{portée } l / xxx$.



POTEAU COMPRIME AVEC FLAMBEMENT

Vérifier le poteau pendulaire ci-contre, à la compression
(le poteau est maintenu dans son inertie mini par des lisses)

Classe de service 2

GL24h 85 x 215

G = 20 kN ; S = 17 kN

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Combinaison ELU

$$C_{ELU1} = 1.35 G + 1.5 S = 52.5 \text{ kN}$$

Combinaison ELS

Pas de déformation à la compression

Etape 2: Calcul

Actions aux appuis : A = 52.5 kN

N = 52.5 kN

T = 0

MF = 0

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Compression avec flambement

Calcul de la contrainte de compression

$$\sigma_{c,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \frac{52500}{85 \times 215} = 2,9 \text{ Mpa}$$

Etape 3: Vérifications

Vérification ELU Compression

On vérifiera :

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{avec} \quad f_{c,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$

$f_{c,0,d}$ = résistance de compression de calcul

$k_{c,y}$ ou $k_{c,z}$ = coef de flambement selon l'axe y ou l'axe z.

$\sigma_{c,0,d}$ = contrainte de compression axiale.

$$f_{c,0,k} = 24 \text{ Mpa}$$

Classe de service 2

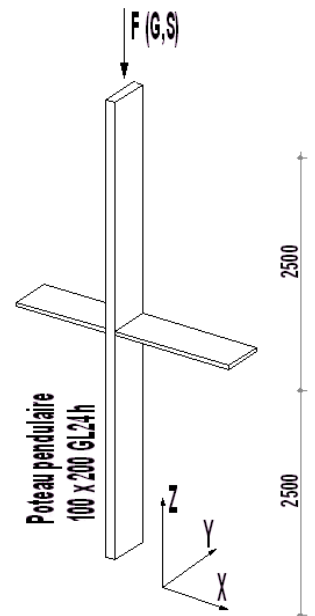
Durée d'application des charges fonction de S, court terme

$$k_{\text{mod}} = 0,9$$

$$\gamma_M = 1,25$$

$$k_{cy} = 0,52$$

$$f_{c,0,d} \times k_{cy} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0,34 = 5,87 \text{ Mpa}$$



K_{c,y}

(élancement mécanique) $\lambda = \frac{l_f}{i}$

l_f , longueur de flambement,

$$l_{f_{axe\ fort}} = 5m$$

$$l_{f_{axe\ faible}} = 2,5m \times 2 = 5m$$

i , rayon de giration

$$i = \sqrt{\frac{I}{S}}$$

I, inertie minimum et **S**, section

$$I_{axe.\ fort} = \frac{bh^3}{12} = \frac{85 \times 215^3}{12} = 7.10^7 mm^4$$

$$I_{axe.\ faible} = \frac{hb^3}{12} = \frac{215 \times 85^3}{12} = 1,1.10^7 mm^4$$

$$i_{axe.\ fort} = \sqrt{\frac{7.10^7}{85.215}} = 62mm$$

$$i_{axe.\ faible} = \sqrt{\frac{1,1.10^7}{85.215}} = 25mm$$

$$\lambda_{axe.\ fort} = \frac{5000}{62} = 81$$

$$\lambda_{axe.\ faible} = \frac{2500}{25} = 100$$

Nous continuerons le calcul avec $\lambda = 100$, c'est l'élancement le plus grand qui est le plus pénalisant

(élancement relatif) $\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$ $\lambda_{rel} = \frac{100}{3,14} \sqrt{\frac{24}{9400}} = 1,6$

CAS 2 : $\lambda_{rel} > 0,45$ Risque de flambement

$$K_{c,y} = \frac{1}{\left(k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel}^2}\right)}$$

Avec : $K_y = 0,5 \times (1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2)$

$$\beta_c = 0.1 \text{ pour le LC}$$

$$K_{c,y} = 0,34$$

Vérification et taux de travail

$$2,9 < 5,87$$

le taux de travail est de 50%

POUTRE SUR TROIS APPUIS (charge répartie)

Vérifier la poutre continue ci-contre

GL28h ep=110 ; h=500

Portée 10 m entre appuis

Entraxe 4,0 m

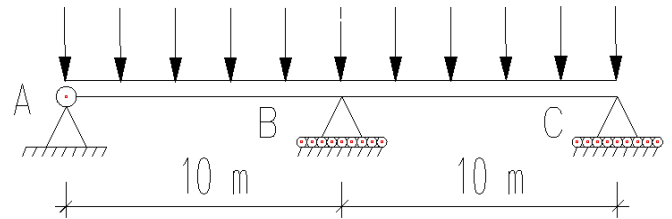
Appui sur poteau 110 x 200

Angle 20°

Classe de service 2

G = 0,5 kN/m² ; S = 0,5 kN/m²h

pp = 0,3 kN/m



Nota : pas de prise en compte du déversement

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 2

$G = 0.5 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m} = 2 \text{ kN/m}$

$S = 0.5 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m} \times \cos 20^\circ = 1.88 \text{ kN/m}$

Combinaison ELU

$C_{ELU1} = 1.35 (2 \text{ kN/m}) + 1.5 (1.88 \text{ kN/m}) = 5.52 \text{ kN/m}$

Combinaison ELS

$C_{ELS \text{ inst}} = S$

$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{\text{def}}) G + (1+k_{\text{def}} \psi_2) S = 1.8 G + S = 5.48 \text{ kN/m}$

Etape 2: Calcul

Actions aux appuis : $A = C = 3/8 pl = 3/8 \times 5.52 \times 10 = 20.7 \text{ kN}$

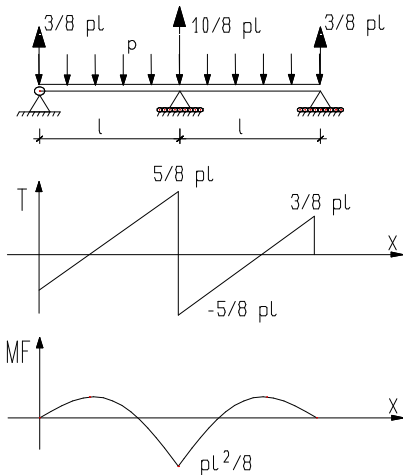
$B = 10/8 pl = 10/8 \times 5.52 \times 10 = 69 \text{ kN}$

N = 0

T ou V

$MF = pl^2/8$ $MF = 5.52 \times 10^2 / 8 = 34.5 \text{ kN}$

$MF = 5.52 \times 10^2 / 8 = 69 \text{ kN.m}$



Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Flexion
Cisaillement, (tranchant)
Compression sur appui

ELS : ELS instantanée
ELS net,fin

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / y} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 69 \cdot 10^6}{110 \times 500^2} = 15 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau_d = \frac{1,5.V}{k_{cr}.b.h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5.34500}{500.110} = 0,94 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de compression transversale

$$\sigma_{c,90} = \frac{F}{\text{longueur.appui} \times b} \quad \sigma_{c,90} = \frac{69000}{110.230} = 2,73 \text{ Mpa}$$

Nota :

F, effort de compression sur appui = réaction de l'appui

Surface appui = l efficace x largeur de la poutre (l efficace voir annexe AM6)

 $\ell_{ef} = \ell + \text{majoration de 30 mm.}$ **Calcul de la déformation instantanée sous S**

$$u = \frac{pl^4}{184EI} \quad u = \frac{1,88.10000^4}{184.12600. \frac{500^3.110}{12}} = 7 \text{ mm}$$

Calcul de la déformation net fin sous 1.8G+S

$$u = \frac{pl^4}{184EI} \quad u = \frac{5,48.10000^4}{184.12600. \frac{500^3.110}{12}} = 26,3 \text{ mm}$$

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Flexion**

On vérifiera que : $\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit}$ avec $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$

 $f_{m,k} = 24 \text{ MPa}$ $k_{mod} = 0,9$ (classe de service 2 et durée d'application de charge fonction de S, court terme) $\gamma_M = 1,25$ $k_{ls} = 1$ $k_h = 1,02$ $k_{crit} = 1$

$$f_{m,d} \times k_h \times k_{ls} \times k_{crit} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 1,02 \times 1 = 17,62 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail $15 < 17,62$

le taux de travail de la solive en flexion est de 85 %

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 3,2 \text{ MPa}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9$$

$$\gamma_m = 1,25$$

k_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 3,2}{1,25} \times 1 = 2,3 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$$0,94 < 2,3 \quad \text{soit un taux de travail de 40\%}$$

Vérification ELU Compression transversale

On vérifiera que $\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \cdot k_{c,90}$ avec $f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,90,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 3 \text{ MPa}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9$$

$$\gamma_m = 1,25$$

$$k_{c,90} = 1,5$$

$$f_{c,90,d} \cdot k_{c,90} = \frac{0,9 \times 3}{1,25} \times 1,75 = 3,8 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$$2,73 < 3,8 \quad \text{soit un taux de travail de 71\%}$$

Vérification ELS

On vérifie les conditions générales :

$$U_{\text{inst}} < \text{portée } l / 300 \quad \text{soit } 10000/300 = 33 \text{ mm}$$

$$7,7 < 33 \text{ mm} \quad \text{soit un taux de travail de 20\%}$$

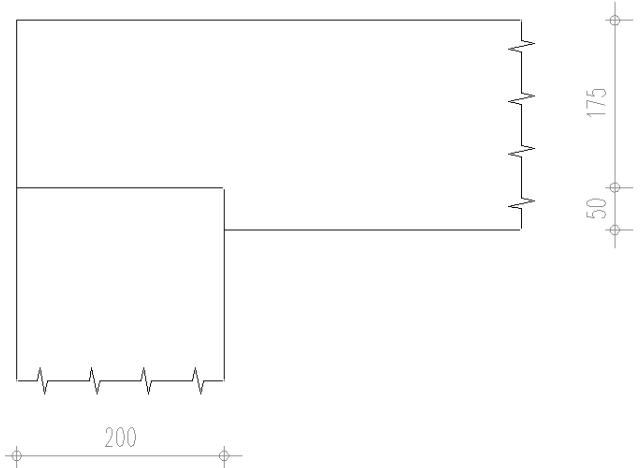
$$U_{\text{net,fin}} < \text{portée } l / 200 \quad \text{soit } 10000/200 = 50 \text{ mm}$$

$$26,3 < 50 \text{ mm} \quad \text{soit un taux de travail de 50\%}$$

On vérifie les conditions spécifiques lorsque les poutres supportent des produits qui acceptent de faibles déformations (par exemple produits verriers), c'est le DTU qui donne la valeur par un ratio du type $U_{\text{net,fin}} < \text{portée } l / \text{xxx}$.

Poutre avec entaille (vérif du tranchant)

C22 ep=50 ; h = 225
 Portée 5 m
 Entraxe 0.4 m
 Classe de service 1
 $G = 0,5 \text{ kN/m}^2$; $Q = 1,5 \text{ kN/m}^2$



Que doit-on vérifier ?

Le cisaillement sur les appuis A et B

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} \leq 1$$

$f_{v,d}$ = résistance au cisaillement (valeur de),
 k_v = coef d'entaillage (si entaillage de la poutre)
 τ_d = contrainte de cisaillement.

a) Calcul des contraintes

$G = 0,5 \text{ kN/m}^2 \times 0,4 \text{ m} = 0,2 \text{ KN/m}$
 $Q = 1,5 \text{ kN/m}^2 \times 0,4 \text{ m} = 0,6 \text{ KN/m}$
 $p = 1,35 (G) + 1,5 (Q) = 1,1 \text{ KN/m}$

$V \text{ appui A} = pl/2 = 1,1 \times 5 / 2 = 2,8 \text{ KN}$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot 2800}{50 \cdot 175 \cdot 0,67} = 0,71 \text{ MPa}$$

b) Calcul des résistances

$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \times 3,8}{1,3} = 2,34 \text{ MPa}$$

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ k_n \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right) \\ \sqrt{h} \left(\sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right) \end{array} \right\}$$

$$k_v = 0,46$$

Kn	$Kn = 5 \text{ BM}$;
i	$i = 0$
h	Hauteur totale de la poutre, 225
x	100
α	rapport $he/h = 0.778$

c) Vérification et taux de travail

$$\frac{0,71}{2,34 \times 0,46} = 0,66 \quad \text{pour un taux de travail} = 66 \%$$

Poutre avec perçage (vérif du tranchant et fendage)

Vérifier l'arbalétrier ci-contre, au cisaillement

GL28h ep=110 ; h constante =300

Classe de service 2

Vmax sous G : 364 daN

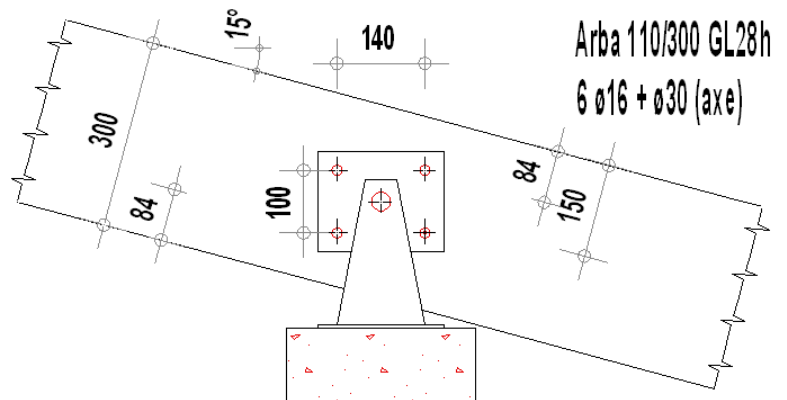
Vmax sous S : 818 daN

Vmax sous W :-613 daN

On étudiera les combinaisons :

1.35 G + 1.5 S

G + 1.5 W



Arba 110/300 GL28h
6 ø16 + ø30 (axe)

Nota : Seuls les boulons ø16 sont en contact avec l'arbalétrier, déduire de l'étude l'emplacement optimum de la ferrure

Que doit-on vérifier ?

- le cisaillement sur la hauteur résistante h_e de la pièce

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} \leq 1$$

$f_{v,d}$ = résistance au cisaillement (valeur de calcul)

k_v = coef d'entaillage (si entaillage de la poutre)

τ_d = contrainte de cisaillement.

- la résistance au fendage

$$\frac{F_{V,d}}{F_{90,Rd}} \leq 1$$

$F_{V,d}$
 $F_{90,Rd}$

Effort tranchant max au niveau de l'assemblage

Résistance de calcul au fendage, calculée à partir de K_{mod} , γ_m et de $F_{90,Rk}$ valeur caractéristique au fendage calculée comme ci-dessous :

$$F_{90,Rk} = 14bw \sqrt{\frac{h_e}{\left(1 - \frac{h_e}{h}\right)}}$$

avec

$$w = \begin{cases} \max \left\{ \left(\frac{w_{pl}}{100} \right)^{0.35} \right\} & \text{Pour Plaque métalliques} \\ 1 & \text{Pour autres assemblages} \end{cases}$$

w_p , largeur plaque // au fil du bois
 b , h largeur, hauteur du bois

a) Calcul des contraintes

1.35 G + 1.5 S
G + 1.5 W

C1 (Vmax) = 1,35 (364) + 1,5 (818) = 1718 daN

C2 (Vmax) = (364) + 1,5 (-613) = -555 daN (soulèvement)

$$C1 \quad \tau_d = \frac{1,5 \cdot V}{k_{cr} \cdot b \cdot h_e} = \frac{1,5 \times 17180}{110 \times 150} = 1,56 \text{ MPa}$$

h_e , hauteur efficace de la poutre

$$C2 \quad \tau_d = \frac{1,5.V}{k_{cr}.bh_e} = \frac{1,5 \times 5550}{110 \times 84} = 0.69 \text{ MPa}$$

b) Calcul des résistances

$$\text{➤} \quad f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}}.f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \times 3.2}{1,25} = 2,3 \text{ MPa} \quad \text{avec } k_v = 1$$

$$\text{➤} \quad F_{90,Rk} = 14.110.1 \sqrt{\frac{216}{\left(1 - \frac{84}{300}\right)^{216}}} = 42772 \text{ N}$$

$$F_{90,Rd} = \frac{0.9 * 42772}{1.25} = 30796 \text{ N}$$

c) Vérification et taux de travail

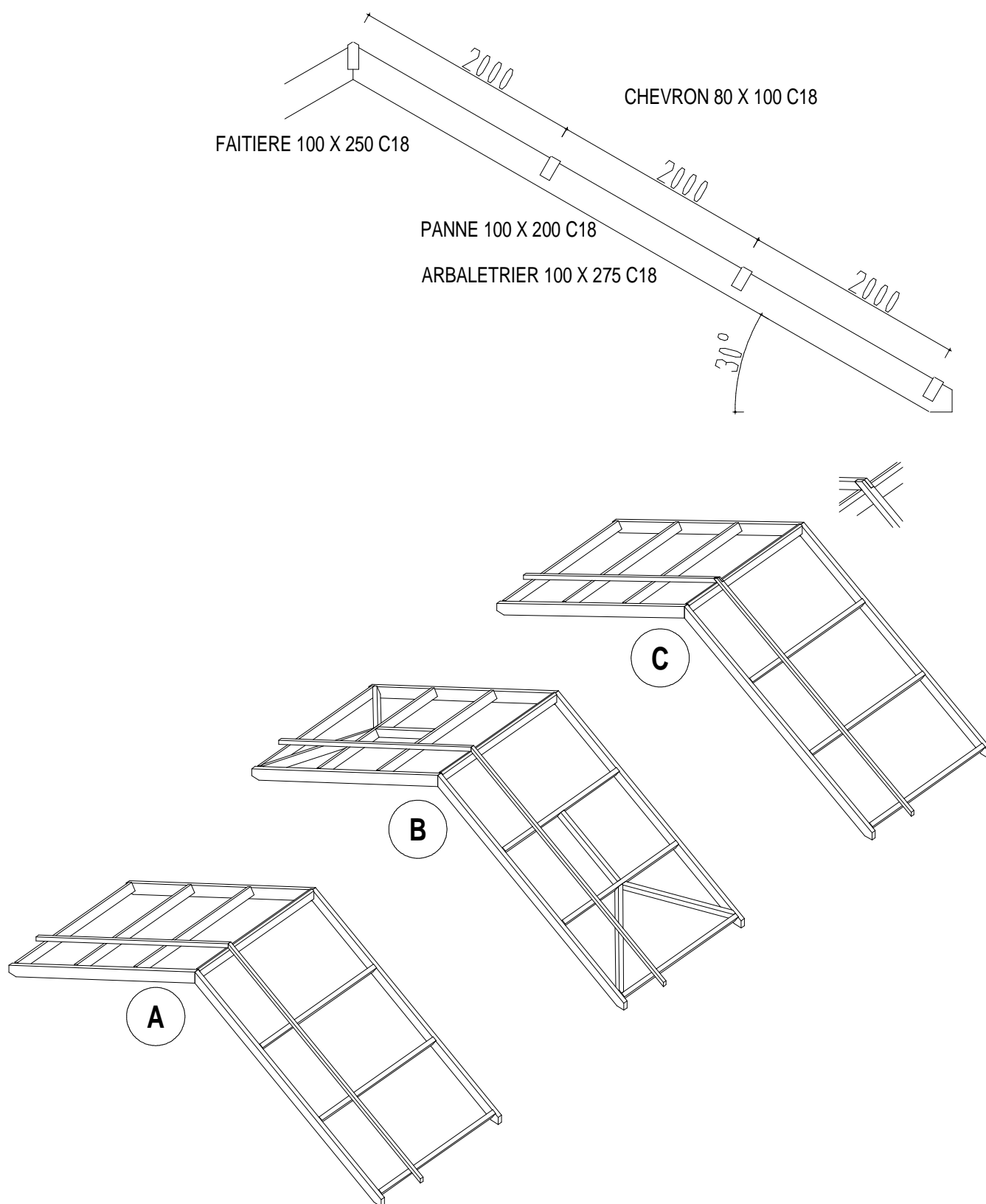
au cisaillement

$$C1 \quad 1.56 < 2.3 \quad \text{pour un taux de travail} = 68\%$$

au fendage

$$C1 \quad 17180 < 30796 \quad \text{pour un taux de travail} = 55\%$$

Pannes



CAS A : PANNE DEVERSEE AXE FAIBLE LIBRE

CAS B : PANNE DEVERSEE AXE FAIBLE REPRIS PAR ENTRETOISE

CAS C : PANNE DEVERSEE AXE FAIBLE REPRIS PAR CHEVRON ET FAITIERE

CAS A - Panne déversée (axe faible libre)

Vérifier ELU et ELS une panne déversée (sur deux appuis et avec charge répartie)

C18 $e_p=100$; $h=200$

Angle de rampant 30°

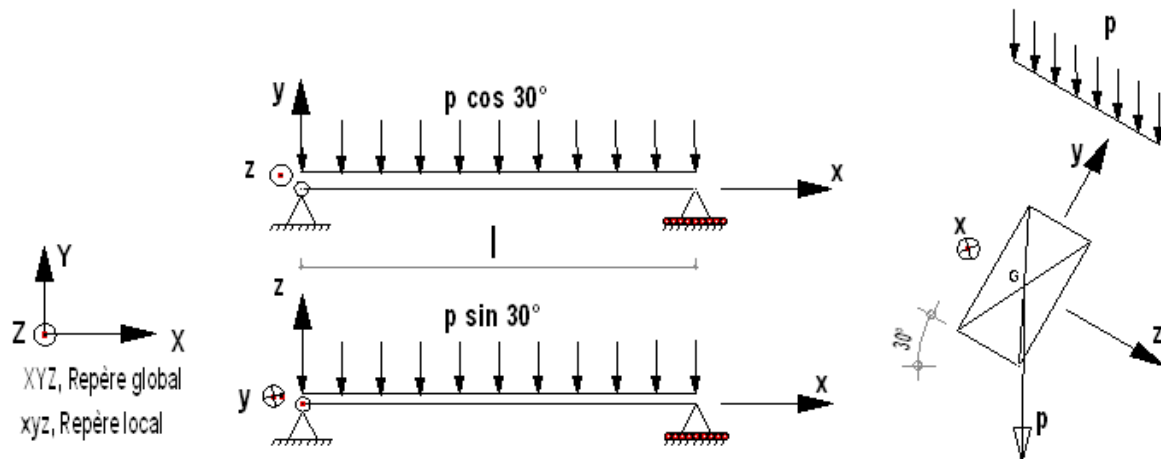
Classe de service 2

Portée 3.50 m

Bande de chargement = 2,00 m

p est composé de : $G = 75 \text{ daN/m}^2$ (pp pris en compte dans le chargement)

$S = 36 \text{ daN/m}^2 h$



Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 2

$G = 0.75 \text{ kN/m}^2 \times 2 \text{ m} = 1.5 \text{ kN/m}$

$S = 0.36 \text{ kN/m}^2 \times \cos 30^\circ \times 2 \text{ m} = 0.63 \text{ kN/m}$

Combinaison ELU $C_{ELU1} = 1.35 (1.5 \text{ kN/m}) + 1.5 (0.63 \text{ kN/m}) = 2.97 \text{ kN/m}$

Combinaison ELS $C_{ELS \text{ inst}} = S$

$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{def}) G + (1+k_{def} \psi_2) s = 1.8 G + 1 S = 3.33 \text{ kN/m}$

Etape 2: Calcul

Chargement selon axe fort (y) $= p \cos \alpha = 2.97 \times \cos 30^\circ = 2.57 \text{ kN/m}$

Chargement selon axe faible (z) $= p \sin \alpha = 2.97 \times \sin 30^\circ = 1.48 \text{ kN/m}$

Actions aux appuis (rappel $pl/2$)

Décomposition selon axe fort (y) et axe faible (z)

$A_y = B_y = 2.57 \times 3.5/2 = 4.5 \text{ kN}$

$A_z = B_z = 1.48 \times 3.5/2 = 2.6 \text{ kN}$

Sollicitations

$N = 0$

Tranchant (rappel $pl/2$)

T axe fort $T_y = 4.5 \text{ kN}$

T axe faible $T_z = 2.6 \text{ kN}$

MF (rappel $pl^2/8$)

MF axe fort $MF_y = 2.57 \times 3.5^2/8 = 3.93 \text{ kN.m}$

MF axe faible $MF_z = 1.48 \times 3.5^2/8 = 2.26 \text{ kN.m}$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Flexion

Cisaillement, (tranchant)

Compression sur appui (souvent inutile avec une panne déversée)

ELS : ELS instantanée
ELS net,fin

Contraintes

Calcul de la contrainte de flexion

axe fort

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{MF_y}{I/v} \quad \sigma_{m,y,d} = \frac{6MF_y}{bh^2} = \frac{6 \times 3.93 \cdot 10^6}{100 \times 200^2} = 5.9 \text{ MPa}$$

axe faible

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{MF_z}{I/v} \quad \sigma_{m,z,d} = \frac{6MF_z}{b^2h} = \frac{6 \times 2.26 \cdot 10^6}{100^2 \times 200} = 6.8 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

Axe fort

$$\tau_{d,y} = \frac{1,5.T_y}{b_e h_e} \quad \tau_{d,y} = \frac{1,5 \cdot 4500}{200 \cdot 100 \cdot 0,67} = 0.5 \text{ Mpa}$$

Axe faible

$$\tau_{d,z} = \frac{1,5.T_z}{b_e h_e} \quad \tau_{d,z} = \frac{1,5 \cdot 2600}{200 \cdot 100 \cdot 0,67} = 0.29 \text{ Mpa}$$

Déformations

$$\text{rappel : } u = \frac{5pl^4}{384EI}$$

Calcul de la déformation instantanée sous S

Chargement S axe fort = $0.63 \times \cos 30^\circ = 0.54 \text{ kN/m}$

Chargement S axe faible = $0.63 \times \sin 30^\circ = 0.32 \text{ kN/m}$

axe fort

$$u_y = \frac{5.0,54 \cdot 3500^4}{384 \cdot 90000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 1.8 \text{ mm}$$

axe faible

$$u_z = \frac{5.0,32 \cdot 3500^4}{384 \cdot 90000 \cdot \frac{200 \cdot 100^2}{12}} = 4.1 \text{ mm}$$

Déformation totale instantanée = $(1,8^2 + 4,1^2)^{0.5} = 4.5 \text{ mm}$

Calcul de la déformation net,fin sous 1,8 G + S

Chargement axe fort = $3.33 \times \cos 30^\circ = 2.88 \text{ kN/m}$

Chargement axe faible = $3.33 \times \sin 30^\circ = 1.67 \text{ kN/m}$

axe fort

$$u_y = \frac{5.1,88 \cdot 3500^4}{384 \cdot 90000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 9,6 \text{ mm}$$

axe faible

$$u_z = \frac{5.1,67 \cdot 3500^4}{384 \cdot 90000 \cdot \frac{200 \cdot 100^2}{12}} = 21,4 \text{ mm}$$

Déformation totale net,fin = $(9.6^2 + 21.4^2)^{0.5} = 23.5 \text{ mm}$

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Flexion****Que doit-on vérifier ?**

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$f_{m,y,d}$	=	résistance à la flexion (valeur de calcul selon y)
$f_{m,z,d}$	=	résistance à la flexion (valeur de calcul selon z)
$\sigma_{m,y,d}$	=	contrainte de flexion selon y
$\sigma_{m,z,d}$	=	contrainte de flexion selon z
k_m	=	Coef de plastification (voir ci-dessous)
		. $k_m = 0.7$ (section rectangulaire)
		. $k_m = 1$ (autres sections)

Calcul des résistances

$$f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit} = \frac{0.9 \times 18}{1.3} \times 1 \times 1 \times 1 = 12.5 \text{ MPa}$$

nota : $k_{crit} = 1$ (pas de déversement en flexion déversée) et k_{ls} (effet système non pertinent),
 $k_h = 1$ (k_h fonction de la hauteur de la pièce).

Vérification et taux de travail

$$0.7 \frac{5.9}{12.5} + \frac{6.8}{12.5} = 0.87$$

$$\frac{5.9}{12.5} + 0.7 \frac{6.8}{12.5} = 0.85$$

Le taux de travail max est de 87%

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 2 \text{ MPa}$$

$k_{mod} = 0.9$ (classe de service 2 et durée d'application de charge fonction de S, court terme)

$$\gamma_m = 1.3$$

k_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0.9 \times 2}{1.3} \times 1 = 1.38 \text{ MPa}$$

La contrainte de cisaillement sera $(T_y^2 + T_z^2)^{0.5} = (0.5^2 + 0.29^2)^{0.5} = 0.58 \text{ N/mm}^2$

Vérification et taux de travail

$0.58 < 1.38$ soit un taux de travail de 25%

Vérification ELS

On vérifie les conditions générales :

$U_{inst} < \text{portée l} / 300$ soit $3500/300 = 11.7 \text{ mm}$
 $4.5 < 11.7 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 38%

$U_{net,fin} < \text{portée l} / 200$ soit $3500/200 = 17.5 \text{ mm}$
 $23.5 > 17.5 \text{ mm}$ soit un taux de travail de **134%**

La panne n'est pas vérifiée, sa rigidité dans l'axe faible est insuffisante

CAS B - Panne déversée (reprise sur axe faible par une entretoise)

Vérifier ELU et ELS une panne déversée avec entretoise sur axe faible (sur deux appuis et avec charge répartie).

C18 $e_p=100$; $h=200$

Angle de rampant 30°

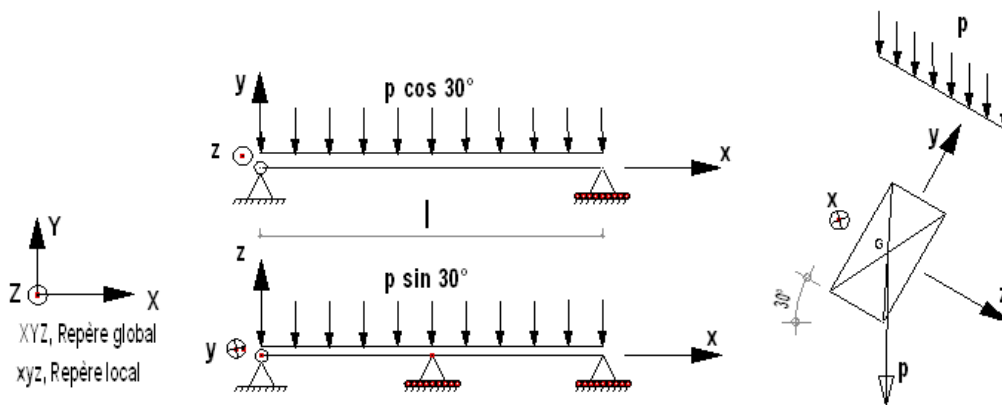
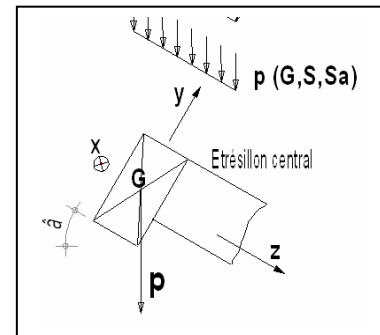
Classe de service 2

Portée 3.50 m

Bande de chargement = 2,00 m

p est composé de : $G = 75 \text{ daN/m}^2$ (pp pris en compte dans le chargement)

$S = 36 \text{ daN/m}^2 h$



Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 2

$G = 0.75 \text{ kN/m}^2 \times 2 \text{ m} = 1.5 \text{ kN/m}$

$S = 0.36 \text{ kN/m}^2 \times \cos 30^\circ \times 2 \text{ m} = 0.63 \text{ kN/m}$

Combinaison ELU

$C_{ELU1} = 1.35 (1.5 \text{ kN/m}) + 1.5 (0.63 \text{ kN/m}) = 2.97 \text{ kN/m}$

Combinaison ELS

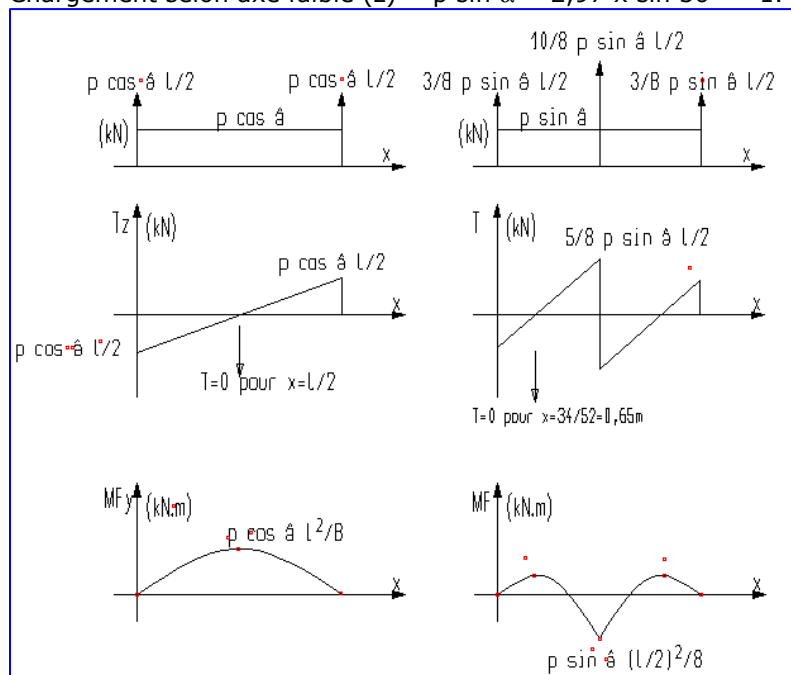
$C_{ELS \text{ inst}} = S$

$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{def}) G + (1+k_{def} \psi_2) s = 1.8 G + 1 S = 3.33 \text{ kN/m}$

Etape 2: Calcul

Chargement selon axe fort (y) = $p \cos \alpha = 2.97 \times \cos 30^\circ = 2.57 \text{ kN/m}$

Chargement selon axe faible (z) = $p \sin \alpha = 2.97 \times \sin 30^\circ = 1.48 \text{ kN/m}$



Actions aux appuis (rappel $pl/2$) A appui à gauche, B appui à droite, C appui central sur axe faible
Décomposition selon axe fort (y) et axe faible (z)

$$A_y = B_y = 2,57 \times 3,5/2 = 4,5 \text{ kN}$$

$$A_z = B_z = 3/8 \times 1,48 \times 3,5/2 = 0,97 \text{ kN}$$

$$C_z = 10/8 \times 1,48 \times 3,5/2 = 3,24 \text{ kN}$$

Sollicitations

$$N = 0$$

Tranchant (rappel $pl/2$)

$$T \text{ axe fort} \quad T_y = 4,5 \text{ kN}$$

$$T \text{ axe faible} \quad T_z = 1,62 \text{ kN au milieu de la poutre et } T_z = 0,97 \text{ kN sur appui A et B}$$

MF (rappel $pl^2/8$)

$$MF \text{ axe fort} \quad MF_y = 2,57 \times 3,5^2/8 = 3,93 \text{ kN.m}$$

$$MF \text{ axe faible} \quad MF_z = 1,48 \times (3,5/2)^2/8 = 0,57 \text{ kN.m}$$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU	:	Flexion
		Cisaillement, (tranchant)
		Compression sur appui (souvent inutile avec une panne déversée)
ELS	:	ELS instantanée
		ELS net,fin

Contraintes

Calcul de la contrainte de flexion

axe fort

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{MF_y}{I/v} \quad \sigma_{m,y,d} = \frac{6MF_y}{bh^2} = \frac{6 \times 3,93 \cdot 10^6}{100 \times 200^2} = 5,9 \text{ MPa}$$

axe faible

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{MF_z}{I/v} \quad \sigma_{m,y,d} = \frac{6MF_z}{b^2h} = \frac{6 \times 0,57 \cdot 10^6}{100^2 \times 200} = 1,7 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

Axe fort

$$\tau_{d,y} = \frac{1,5.T_y}{b_e h_e} \quad \tau_{d,y} = \frac{1,5 \cdot 4,500}{200 \cdot 100 \cdot 0,67} = 0,5 \text{ Mpa}$$

Axe faible

$$\tau_{d,z} = \frac{1,5.T_z}{b_e h_e} \quad \tau_{d,z} = \frac{1,5 \cdot 0,970}{200 \cdot 100 \cdot 0,67} = 0,10 \text{ Mpa}$$

Déformations

$$\text{rappel : } u = \frac{5pl^4}{384EI}$$

Calcul de la déformation instantanée sous S

$$\text{Chargement S axe fort} = 0,63 \times \cos 30^\circ = 0,54 \text{ kN/m}$$

$$\text{Chargement S axe faible} = 0,63 \times \sin 30^\circ = 0,32 \text{ kN/m}$$

axe fort

axe faible (milieu de la poutre, sur appui C)

$$u_y = \frac{5.0,54.3500^4}{384.9000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 1.8mm$$

$$u_z = 0mm$$

Déformation totale instantanée= 1,8 mm

Calcul de la déformation net,fin sous 1,8 G + SChargement axe fort = $3.33 \times \cos 30^\circ = 2.88 \text{ kN/m}$ Chargement axe faible = $3.33 \times \sin 30^\circ = 1.67 \text{ kN/m}$

axe fort

axe faible

$$u_y = \frac{5.1,88.3500^4}{384.9000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 9,6mm$$

$$u_z = 0mm$$

Déformation totale net,fin= 9.6 mm

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Flexion****Que doit-on vérifier ?**

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$f_{m,y,d}$	=	résistance à la flexion (valeur de calcul selon y)
$f_{m,z,d}$	=	résistance à la flexion (valeur de calcul selon z)
$\sigma_{m,y,d}$	=	contrainte de flexion selon y
$\sigma_{m,z,d}$	=	contrainte de flexion selon z
k_m	=	Coef de plastification (voir ci-dessous)
		. $k_m = 0.7$ (section rectangulaire)
		. $k_m = 1$ (autres sections)

Calcul des résistances

$$f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit} = \frac{0.9 \times 18}{1.3} \times 1 \times 1 \times 1 = 12,5 MPa$$

nota : $K_{crit} = 1$ (pas de déversement en flexion déversée) et K_{ls} (effet système non pertinent),
 $K_h = 1$ (k_h fonction de la hauteur de la pièce).

Vérification et taux de travail

$$0,7 \frac{5,9}{12,5} + \frac{1,7}{12,5} = 0,47 \quad \frac{5,9}{12,5} + 0,7 \frac{1,7}{12,5} = 0,57$$

Le taux de travail max est de 57%

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$f_{v,k} = 3.4 \text{ MPa}$

$K_{mod} = 0,9$ (classe de service 2 et durée d'application de charge fonction de S, court terme)

$\gamma_m = 1.3$

K_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 3.4}{1,3} \times 1 = 2.35 \text{ MPa}$$

La contrainte de cisaillement sera $(T_y^2 + T_z^2)^{0.5} = (0.5^2 + 0.1^2)^{0.5} = 0.5 \text{ N/mm}^2$

Vérification et taux de travail

$0.5 < 2.35$ soit un taux de travail de 21 %

Vérification ELS

On vérifie les conditions générales :

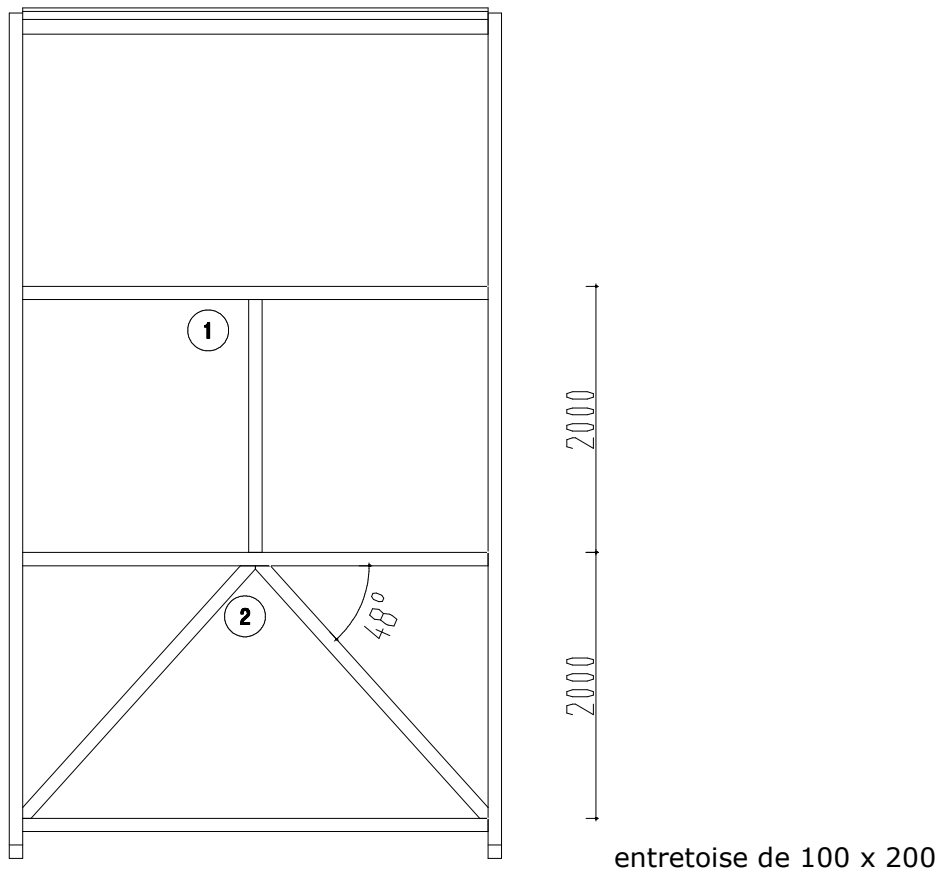
$U_{inst} < \text{portée } l / 300$ soit $3500/300 = 11.7 \text{ mm}$
 $1.8 < 11.7 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 16%

$U_{net,fin} < \text{portée } l / 200$ soit $3500/200 = 17.5 \text{ mm}$
 $9.6 > 17.5 \text{ mm}$ soit un taux de travail de **55%**

Rappel : dans les mêmes conditions sans entretoise, le taux de travail en déformation était de 134%

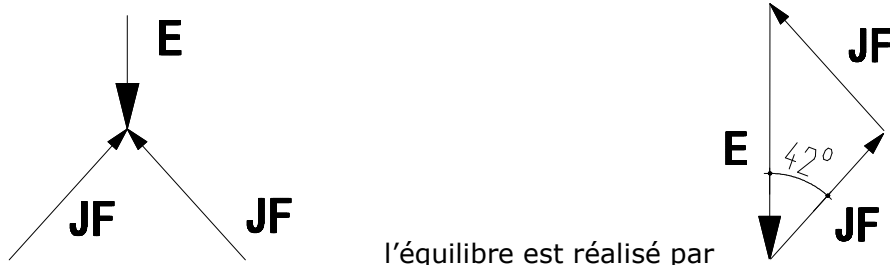
Nota : l'entretoise reçoit un effort de 3.24 kN (appui Cz)

CAS B suite – Entretoise



Etape 1 : Modélisation (Complément) + Etape 2: Calcul

Analyse du pb : au nœud 1, la panne transmet un effort de 3.24 kN à l'entretoise, au nœud 2, la deuxième panne transmet également 3.24 kN. Les jambes de force reçoivent donc 6.42 kN.



L'effort dans une jambe de force est donc de $(6,42/2)/\cos 42^\circ = 4.3 \text{ kN}$

Calcul de la contrainte de compression

$$\sigma_{c,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \frac{4300}{100 \times 200} = 0,22 \text{ Mpa}$$

Etape 3: Vérifications**Vérification ELU Compression**

On vérifiera :

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{avec } f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$

$f_{c,0,d}$ = résistance de compression de calcul
 $k_{c,y}$ ou $k_{c,z}$ = coef de flambement selon l'axe y ou l'axe z.
 $\sigma_{c,0,d}$ = contrainte de compression axiale.

$f_{c,0,k} = 18 \text{ Mpa}$ - Classe de service 2 - $K_{mod} = 0,9$ - $\gamma_M = 1,3$
 $K_{cy} = 0,52$

$$f_{c,0,d} \times k_{cy} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{0,9 \times 18}{1,3} \times 0,34 = 4,2 \text{ MPa}$$

K_{c,y}

(élancement mécanique) $\lambda = \frac{l_f}{i}$

l_f , longueur de flambement,

$l_{f \text{ axe fort}} = 2,65 \text{ m}$

$l_{f \text{ axe faible}} = 2,65 \text{ m}$ (on recherchera k_{cy} selon l'axe faible)

i , rayon de giration $i = \sqrt{\frac{I}{S}}$ **I**, inertie minimum et **S**, section

$$I_{\text{axe faible}} = \frac{hb^3}{12} = \frac{200 \times 100^3}{12} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$i_{\text{axe faible}} = \sqrt{\frac{1,7 \cdot 10^7}{200 \times 100}} = 29 \text{ mm}$$

$$\lambda_{\text{axe faible}} = \frac{2650}{29} = 91$$

(élancement relatif) $\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad \lambda_{rel} = \frac{91}{3,14} \sqrt{\frac{18}{6000}} = 1,59$

CAS 2 : $\lambda_{rel} > 0,45$ Risque de flambement

$$K_{c,y} = \frac{1}{\left(k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel}^2}\right)}$$

Avec : $K_y = 0,5 \times (1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2)$

$\beta_c = 0,1$ pour le LC

$$K_{c,y} = 0,34$$

Vérification et taux de travail

$$0,22 < 4,2$$

le taux de travail est de 5%

CAS C - Panne déversée (reprise dans l'axe faible par les chevrons)

Vérifier ELU et ELS une panne déversée (sur deux appuis et avec charge répartie)

C18 $e_p=100$; $h=200$

Angle de rampant 30°

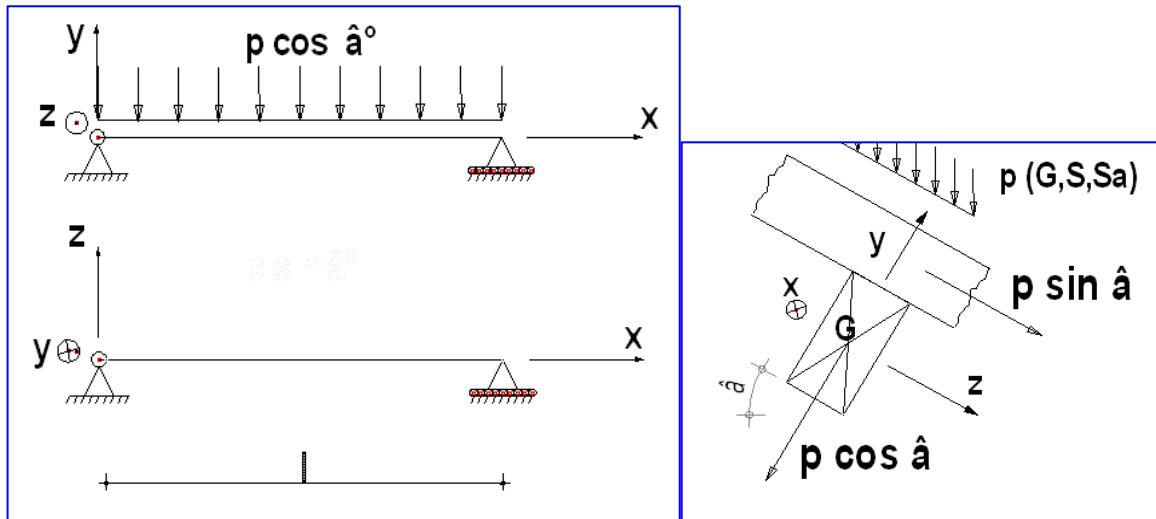
Classe de service 2

Portée 3.50 m

Bande de chargement = 2,00 m

p est composé de : $G = 75 \text{ daN/m}^2$ (pp pris en compte dans le chargement)

$S = 36 \text{ daN/m}^2 h$



ANALYSE DU PB : La charge p est décomposée en $p \cos \hat{\alpha}$ repris par la panne et en $p \sin \hat{\alpha}$ repris par les chevrons qui transfèrent la charge à la panne faîtière. Attention ! la faîtière sera chargée par sa propre bande de chargement mais aussi par ce chargement transmis par les chevrons.

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Classe de service 2

$$G = 0.75 \text{ kN/m}^2 \times 2 \text{ m} = 1.5 \text{ kN/m}$$

$$S = 0.36 \text{ kN/m}^2 \times \cos 30^\circ \times 2 \text{ m} = 0.63 \text{ kN/m}$$

$$\text{Combinaison ELU} \quad C_{ELU1} = 1.35 (1.5 \text{ kN/m}) + 1.5 (0.63 \text{ kN/m}) = 2.97 \text{ kN/m}$$

$$\text{Combinaison ELS} \quad C_{ELS \text{ inst}} = S$$

$$C_{ELS \text{ net,fin}} = (1+k_{def}) G + (1+k_{def} \psi_2) s = 1.8 G + 1 S = 3.33 \text{ kN/m}$$

Etape 2: Calcul

$$\text{Chargement selon axe fort (y)} = p \cos \alpha = 2.97 \times \cos 30^\circ = 2.57 \text{ kN/m}$$

$$\text{Chargement selon axe faible (z)} = p \sin \alpha = 2.97 \times \sin 30^\circ = 1.48 \text{ kN/m}$$

Actions aux appuis (rappel $pl/2$)

Décomposition selon axe fort (y) et axe faible (z)

$$A_y = B_y = 2.57 \times 3.5/2 = 4.5 \text{ kN}$$

$$A_z = B_z = 0 \text{ kN}$$

Sollicitations

$$N = 0$$

Tranchant (rappel $pl/2$)

$$\text{T axe fort} \quad T_y = 4.5 \text{ kN}$$

$$\text{T axe faible} \quad T_z = 0 \text{ kN}$$

MF (rappel $pl^2/8$)

$$\text{MF axe fort} \quad M_{Fy} = 2.57 \times 3.5^2/8 = 3.93 \text{ kN.m}$$

$$\text{MF axe faible} \quad M_{Fz} = 1.48 \times 3.5^2/8 = 0 \text{ kN.m}$$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU	:	Flexion Cisaillement, (tranchant) Compression sur appui (souvent inutile avec une panne déversée)
ELS	:	ELS instantanée ELS net,fin

Contraintes

Calcul de la contrainte de flexion

axe fort

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{MF_y}{I/v} \qquad \sigma_{m,y,d} = \frac{6MF_y}{bh^2} = \frac{6 \times 3.93 \cdot 10^6}{100 \times 200^2} = 5.9 \text{ MPa}$$

axe faible

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{MF_z}{I/v} \qquad \sigma_{m,z,d} = 0$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

Axe fort

$$\tau_{d,y} = \frac{1,5.T_y}{b_e h_e} \qquad \tau_{d,y} = \frac{1,5 \cdot 4500}{200 \cdot 100 \cdot 0,67} = 0.5 \text{ Mpa}$$

Axe faible

$$\tau_{d,z} = \frac{1,5.T_z}{b_e h_e} \qquad \tau_{d,z} = 0$$

Déformations

$$\text{rappel : } u = \frac{5pl^4}{384EI}$$

Calcul de la déformation instantanée sous S

Chargement S axe fort = $0.63 \times \cos 30^\circ = 0.54 \text{ kN/m}$

Chargement S axe faible = $0.63 \times \sin 30^\circ = 0.32 \text{ kN/m}$

axe fort

$$u_y = \frac{5 \cdot 0,54 \cdot 3500^4}{384 \cdot 90000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 1.8 \text{ mm}$$

axe faible

$$u_z = 0$$

Déformation totale instantanée = 1,8 mm

Calcul de la déformation net,fin sous 1,8 G + S

Chargement axe fort = $3.33 \times \cos 30^\circ = 2.88 \text{ kN/m}$

Chargement axe faible = $3.33 \times \sin 30^\circ = 1.67 \text{ kN/m}$ repris par les chevrons

axe fort

axe faible

$$u_y = \frac{5.1,88.3500^4}{384.9000 \cdot \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 9,6mm$$

$$u_z = 0$$

Déformation totale net,fin= 9.6 mm

Etape 3: Vérifications

Vérification ELU Flexion

Que doit-on vérifier ?

On vérifiera que : $\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit}$ avec $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$

Calcul des résistances

$$f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit} = \frac{0.9 \times 18}{1.3} \times 1 \times 1 \times 1 = 12,5.MPa$$

nota : Kcrit = 1 (pas de déversement en flexion déversée) et Kls (effet système non pertinent),
Kh = 1 (kh fonction de la hauteur de la pièce).

Vérification et taux de travail

$$5.9 < 12.5 \text{ (MPa)}$$

Le taux de travail max est de 47%

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$$f_{v,k} = 3.4 \text{ MPa}$$

Kmod = 0,9 (classe de service 2 et durée d'application de charge fonction de S, court terme)

$$\gamma_m = 1.3$$

Kv , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 3.4}{1,3} \times 1 = 2.35.MPa$$

Vérification et taux de travail

$$0.5 < 2.35 \quad \text{soit un taux de travail de } 21 \%$$

Vérification ELS

On vérifie les conditions générales :

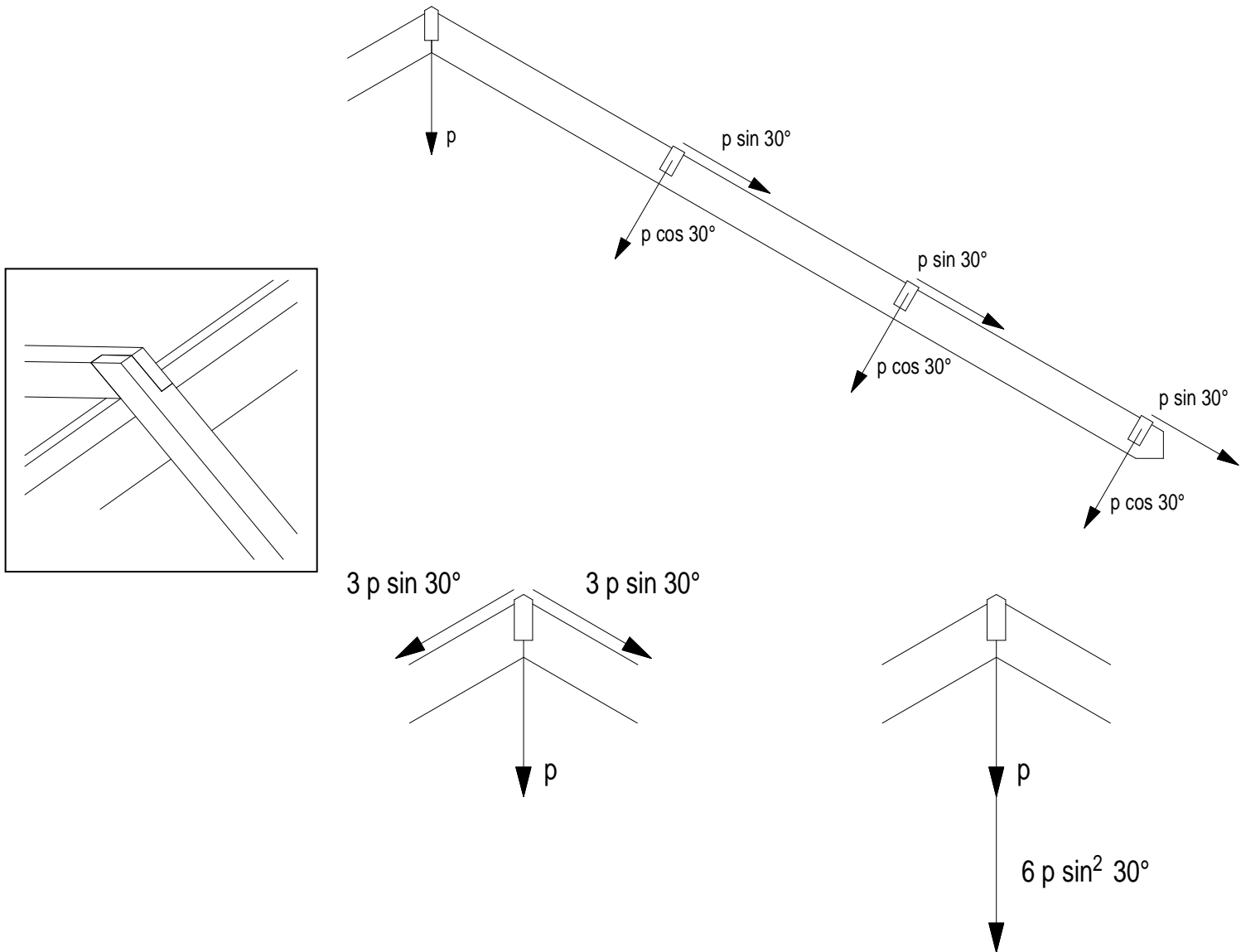
$$U_{inst} < \text{portée } l / 300 \quad \text{soit } 3500/300 = 11.7 \text{ mm}$$

$$1.8 < 11.7 \text{ mm} \quad \text{soit un taux de travail de } 38\%$$

$$U_{net,fin} < \text{portée } l / 200 \quad \text{soit } 3500/200 = 17.5 \text{ mm}$$

$$9.6 > 17.5 \text{ mm} \quad \text{soit un taux de travail de } \underline{\underline{55\%}}$$

CAS C suite - Panne faitière



Etape 1 : Modélisation (Complément) + Etape 2: Calcul

ANALYSE DU PB : l'effort sur chaque panne est décomposé en :

$P \cos \hat{\alpha}$ repris par la panne

$P \sin \hat{\alpha}$ transmis au chevron et à la faitière

La faitière reprend donc son propre chargement p , ainsi que tous les chargement $p \sin \hat{\alpha}$ des pannes.

CHARGEMENTS :

Rappel

ELU Chargement transmis par chaque panne aux chevrons, 1.48 kN/m

ELS chargement transmis par chaque panne aux chevrons, 1.67 kN/m

Sur Faitière :

ELU 2.97 (voir ci-dessus) + $6 \times 1.48 \times \sin^2 30^\circ = 5.20$ kN/m

ELS 3.33 (voir ci-dessus) + $6 \times 1.67 \times \sin^2 30^\circ = 5.83$ kN/m

Actions aux appuis : $A = B = 5.2 \times 3.5 / 2 = 9.1 \text{ kN}$

$$N = 0$$

$$T = pl/2 \quad T \text{ ou } V = 9.10 \text{ kN}$$

$$MF = pl^2/8 \quad MF = 5.2 \times 3.5^2 / 8 = 7.96 \text{ kN.m}$$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Flexion
Cisaillement, (tranchant)
Compression sur appui (non réalisée dans cet exercice)
ELS : ELS instantanée (non réalisée dans cet exercice)
ELS net,fin

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I/v} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 9.1 \cdot 10^6}{100 \times 250^2} = 7.64 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau_d = \frac{1.5V}{b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1.5 \cdot 9.100}{250 \cdot 100 \cdot 0.67} = 0.55 \text{ Mpa}$$

Calcul de la déformation net fin sous 1.8G+S

$$u = \frac{5pl^4}{384EI} \quad u = \frac{5 \times 5.83 \times 3500^4}{384 \cdot 9000 \cdot \frac{250^3 \cdot 100}{12}} = 9.7 \text{ mm}$$

Etape 3: Vérifications

Vérification ELU Flexion

On vérifiera que : $\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \cdot k_h \cdot k_{ls} \cdot k_{crit}$ avec $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$

$$f_{m,k} = 18 \text{ MPa} - K_{mod} = 0.9 - \gamma_m = 1.25 - K_{ls} = 1 - k_h = 1 -$$

Kcrit calcul : $\sigma_{m,crit} = \frac{0.78 \cdot E_{0.05} \cdot b^2}{h \cdot I_{ef}}$
 $I_{ef} = (3500 \times 0.9) + 2 \times 250 = 3650 \text{ mm}$
 $E_{0.05} = 6000 \text{ Mpa}$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0.78 \cdot 6000 \cdot 100^2}{250 \cdot 3650} = 51.3 \text{ MPa}$$

$$\lambda_{réel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,critique}}} = \sqrt{\frac{18}{51.3}} = 0.59$$

$$\text{CAS 1} \quad \lambda_{réel,m} \leq 0.75 \quad K_{crit} = 1$$

$$f_{m,d} \times k_h \times k_{ls} \times k_{crit} = \frac{0.9 \times 18}{1.3} \times 1 \times 1 \times 1 = 12.46 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$7.64 < 12.5$ le taux de travail de la solive en flexion est de 61 %

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$f_{v,k} = 3.4 \text{ N/mm}^2$ - $K_{mod} = 0,9$ - $\gamma_m = 1.25$ - K_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 3.4}{1,3} \times 1 = 2.35 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$0.55 < 2.35$ soit un taux de travail de 24%

Vérification ELS

$U_{net,fin} < \text{portée l} / 200$ soit $3500/200 = 17.5 \text{ mm}$
 $9.7 < 17.5 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 55%

POTEAU FLECHI ET COMPRIME AVEC FLAMBEMENT

Vérifier le poteau le poteau pendulaire ci-contre,
selon la combinaison EC5 la plus défavorable.

Classe de service 2

GL24h 100 x 200

G = 20 kN ; S1 = 17 kN, W = 2 kN/m

Etape 1 : Modélisation (Complément)

Combinaison ELU $C_{ELU1} = 1.35 G + 1.5 S$

$C_{ELU2} = G + 1.5 S$

Combinaison ELS $C_{ELS,INST} = W$

Pas de déformation à la compression, donc pas de ELS net, fin

$$C_{ELU1} = 1.35 G + 1.5 S = 1.35 (20) + 1.5 (17) = 52.5 \text{ kN}$$

$$C_{ELU2} = G + 1.5 S = 20 \text{ kN selon } z \text{ et } 1.5 (2) \text{ soit } 3 \text{ kN/m selon } y$$

$$C_{ELS,INST} = W = 2 \text{ kN/m}$$

Etape 2: Calcul et étape 3 : Vérification

Analyse du pb :

- On vérifiera la compression avec flambement pour la combinaison ELU1
- On vérifiera la compression avec flambement + la flexion pour la combinaison ELU2
- On vérifiera la déformation pour la combinaison ELS_{INST}

ELU Combinaison 1.35 G + 1.5 S

Actions aux appuis : A = 52.5 kN

N = 52.5 kN - T = 0 - MF = 0

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Compression avec flambement

Calcul de la contrainte de compression

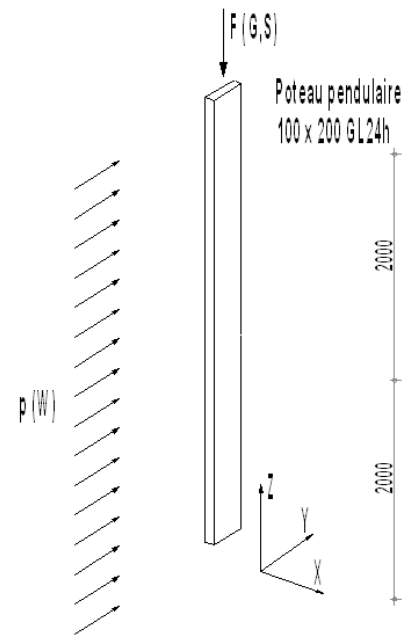
$$\sigma_{c,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \frac{52500}{100 \times 200} = 2,63 \text{ Mpa}$$

Calcul de la résistance à la compression axiale avec flambement

$f_{c,0,k} = 24 \text{ Mpa}$ - Classe de service 2 - $K_{mod} = 0,9$ - $\gamma_M = 1,25$

$$\frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0.19 = 3.28 \text{ MPa}$$

Calcul $K_{c,y}$, on pourra utiliser COAH, à condition d'être en mesure d'expliquer le calcul



K_{c,y} Coef de flambement

Poteau rectangulaire ou carré			formule
LF axe fort	mm	4000	Pièce rectangulaire ou carrée
LF axe faible	mm	4000	
h	mm	200	
b	mm	100	Pièce cylindrique
LF	mm	5380	
diamètre	mm	200	
BM ou LC	1 ou 2	2	si BM, 1 si LC, 2
E _{0,05}	N/mm²	9400	
f _{c,0,k}	N/mm²	24	
K _{c,y}		0.19	

Vérification à la compression axiale avec flambement

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot k_{c,y}$$

soit $2.63 < 3.28$ (MPa) taux de travail 80%**ELU Combinaison G +1.5 W**

Actions aux appuis : selon Z, en A = 20 kN
 Selon Y, en A en en B = $3 \times 4/2 = 6$ kN

$$\begin{aligned} N &= 20 \text{ kN} \\ T = pl/2 &= 6 \text{ kN} \\ MF = pl^2/8 = 3 \times 4^2/8 &= 6 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Quelles sont les vérifications à effectuer (défaillances de la poutre) :

ELU : Compression avec flambement + Flexion

N et MF se vérifie toujours en même temps

Cisaillement (dans cet exercice cette vérif ne sera pas effectuée)

Calcul de la contrainte de compression

$$\sigma_{c,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \frac{20000}{100 \times 200} = 1 \text{ MPa}$$

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{MF_y}{I / y} \quad \sigma_{m,y,d} = \frac{6MF_y}{bh^2} = \frac{6 \times 6 \cdot 10^6}{100 \times 200^2} = 9 \text{ MPa}$$

Vérification Flexion + compression avec flambement (N + MF)**Voir COURS**

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right)^{(*)} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d} \cdot k_h} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h} \leq 1 \quad \text{et} \quad \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right)^{(*)} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d} \cdot k_h} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h} \leq 1$$

avec (*) **1** si $\lambda_{réel} > 0.3$ et **2** si $\lambda_{réel} \leq 0.3$ **Comme le poteau est sollicité en flexion selon un seul sens, la vérification devient donc :**

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d} \cdot k_h} \leq 1$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{1.1 \times 24}{1.25} = 21.1 \text{ MPa}$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{1.1 \times 24}{1.25} = 21.1 \text{ MPa}$$

$$k_h = 1.11$$

$$k_{c,y} = 0.19 \text{ (voir ci-dessus)}$$

$$\left(\frac{1}{0.19 \times 21.1} \right) + \frac{9}{21.1 \times 1.11} = 0.64 \leq 1$$

taux de travail 64%

ELS Combinaison W**Déformations**

$$\text{rappel : } u = \frac{5pl^4}{384EI}$$

$$u_y = \frac{5 \times 2 \times 4000^4}{384 \times 11600 \times \frac{200^3 \cdot 100}{12}} = 8.6 \text{ mm}$$

Vérification ELS

$$U_{\text{inst}} < \text{portée } l / 300 \quad \text{soit } 4000/300 = 13,3 \text{ mm}$$

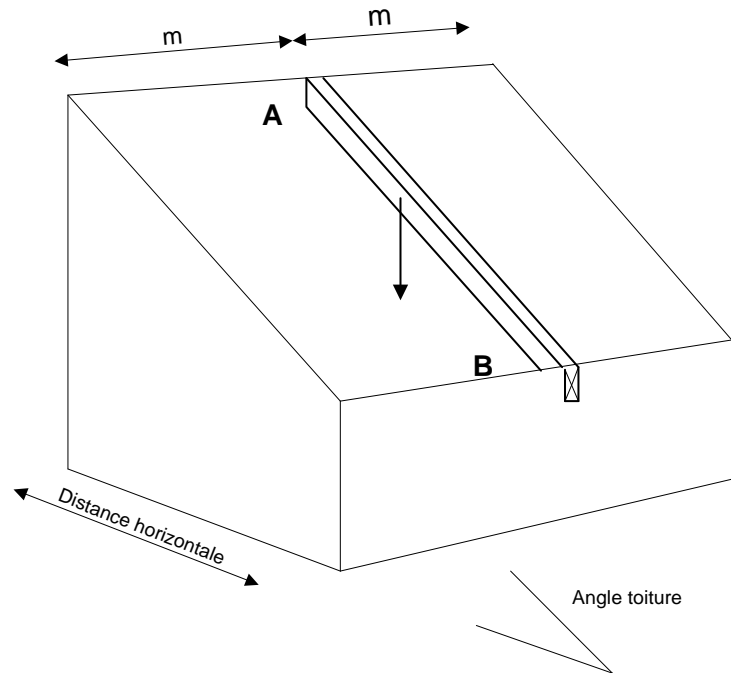
$$8,6 < 13,3 \text{ mm} \quad \text{soit un taux de travail de } 65\%$$

ARBALETRIER FLECHI ET COMPRIME (Charge ponctuelle)

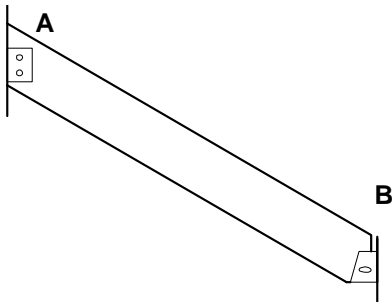
Données :

Distance horizontale = 6,50 m,
 Section en mm b x h (110 x 500)
 $m = 4,80$ m, angle toiture = 30°
 GL24h, appui B sur ferrure avec plaque 110 x 40
 Appui B par boulonnage sur ferrure

G \Rightarrow Tuiles	45 daN/m ²
Lattage	4 daN/m ²
Chevron	8 daN/m ²
Laine de verre	5 daN/m ²
Lambris	6 daN/m ²
Divers	5 daN/m ²
S \Rightarrow Région 2	45 daN/m ² h
W \Rightarrow Dépression	- 30 daN/m ²
Pression	50 daN/m ²



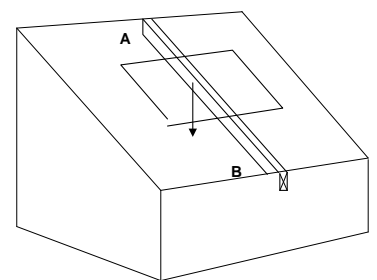
Une panne intermédiaire de 100 x 250 C22



Etape 1 : Modélisation (Complément)

Chargement sur panne, surface concernée $[(6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ) / 2] \times 4,80 = 18 \text{ m}^2$

Poids propre de la panne = $0.1 \times 0.25 \times 410 \times 4,8 = 50 \text{ daN}$
 $G = (45 + 4 + 8 + 8 + 6 + 5) \times 18 + 50 = 1418 \text{ daN}$ soit 14,2 kN
 $S = 45 \times \cos 30^\circ \times 18 = 701 \text{ daN}$ soit 7 kN
 $W^- = -30 \times 18 = -540 \text{ daN}$ soit -5,4 kN
 $W^+ = 50 \times 18 = 900 \text{ daN}$ soit 9 kN



Combinaison ELU

$C_{ELU1} = 1.35 G + 1.5 S = 1.35 \times 14.2 + 1.5 \times 7 = 29.67 \text{ kN}$
 $C_{ELU2} = 1.35 G + 1.5 W^+ = 1.35 \times 14.2 = 19,1 \text{ kN}$ (verticalement) et $1.5 \times 9 = 13,5 \text{ kN}$ (\perp au rampant)
 $C_{ELU3} = G + 1.5 W^- = 14.2 \text{ kN}$ (verticalement) et $1.5 \times 5,4 = 8,1 \text{ kN}$ (\perp au rampant)

Combinaison ELS

$C_{ELS,INST} = W^-$ soit 5,4 kN (\perp au rampant)
 $C_{ELS,net fin} = 1,8 G + S = 35.56 \text{ kN}$

Etape 2: Calcul et étape 3 : Vérification**Analyse du pb :**

- On vérifiera la flexion + la compression avec flambement pour la combinaison ELU
- On vérifiera le cisaillement ELU
- On vérifiera la compression sur appui ELU
- On vérifiera la déformation pour la combinaison ELS_{inst} et ELS_{net,fin}

ELU Combinaison 1.35 G + 1.5 S

Rappel chargement ponctuel $F = 29,67 \text{ kN}$

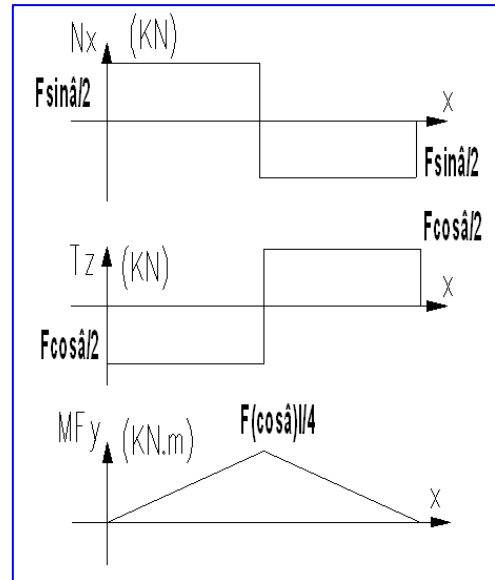
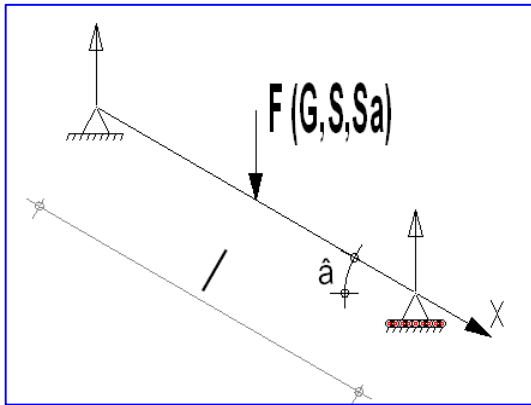
Portée de l'arbalétrier = $6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ = 7,50 \text{ m}$

Actions aux appuis : $A = B = 29,67 / 2 = 14,83 \text{ kN}$

$N = 29,67 \times \sin 30^\circ / 2 = 7,41 \text{ kN}$

$T = 29,67 \times \cos 30^\circ / 2 = 12,84 \text{ kN}$

$MF = 29,67 \times \cos 30^\circ \times 7,5 / 4 = 48,15 \text{ kN.m}$

**JUSTIFICATION : N et MF**

Calcul de la contrainte de compression axiale et la contrainte de traction axiale

$$\sigma_{c,0} = \sigma_{t,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \sigma_{t,0} = \frac{7410}{110 \times 500} = 0,15 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / y} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 48,15 \cdot 10^6}{110 \times 500^2} = 10,5 \text{ Mpa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Vérification ELU (N+MF)

On vérifiera la partie comprimée

$$\left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \leq 1$$

Résistance à la flexion $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_{crit} \times kh = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0,83 \times 1,02 = 14,62 \text{ Mpa}$

Résistance à la compression $f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0,07 = 1,21 \text{ Mpa}$

$$\begin{aligned} kh &= 1,02 \\ k_{c,y} &= 0,07 \\ k_{crit} &= 0,83 \end{aligned}$$

Poteau rectangulaire ou carré		
LF axe fort	mm	7500
LF axe faible	mm	7500
h	mm	500
b	mm	110
LF	mm	5380
diamètre	mm	200
BM ou LC	1 ou 2	2
E _{0,05}	N/mm ²	9400
f _{c,0,k}	N/mm ²	24
K _{c,y}		0.07

Bien écouter l'exposé sur le flambement

L effective	mm	7000
h	mm	500
b	mm	110
E _{0,05}	N/mm ²	9400
f _{m,k}	N/mm ²	24
σ _{m,crit}	N/mm ²	25.35
λ _{réel,m}		0.97
K _{crit}		0.83

k_{crit} = 0,83

Vérification partie comprimée

$$\left(\frac{10,5}{14,62}\right)^2 + \frac{0,15}{1,21} = 0,64 \leq 1$$

On vérifiera également la partie tendue

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d} \cdot kh} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot kh} \leq 1$$

Résistance à la traction

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M} \times kh = \frac{0,9 \times 16,5}{1,25} \times 1,02 = 12,12 \text{ MPa}$$

Vérification partie tendue

$$\left(\frac{10,5}{14,62}\right) + \frac{0,15}{12,12} = 0,73 \leq 1$$

JUSTIFICATION : T

Calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V}{b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5 \cdot 12840}{400 \cdot 110} = 0,43 \text{ Mpa}$$

Selon plan de boulonnage h_e = 400 (voir exposé)

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

f_{v,k} = 2,7 MPa - K_{mod} = 0,9 - γ_m = 1,25 - K_v, coef d'entailage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 2,7}{1,25} \times 1 = 1,94 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

0,43 < 1,94 soit un taux de travail de 22%

JUSTIFICATION : Compression oblique sur appui

Calcul de la contrainte de compression

$$\sigma_{c,30} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,30} = \frac{29670}{110 \times 40} = 6,7 \text{ MPa}$$

Vérification ELU Compression oblique sur appui

$$f_{c,\alpha,k} = \frac{f_{c,0,k}}{\frac{f_{c,0,k}}{f_{c,90,k}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad \text{soit } 7.6 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

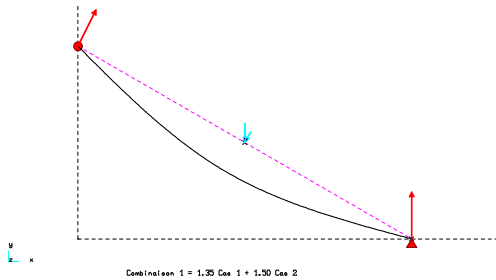
$6,7 < 7,6$ soit un taux de travail de 89%

ELU Combinaison 1.35 G + 1.5 W+

Rappel chargement ponctuel $F = 1.35 \times 14.2 = 19,1 \text{ kN}$ (verticalement) et $1.5 \times 9 = 13,5 \text{ kN}$ (\perp au rampant)

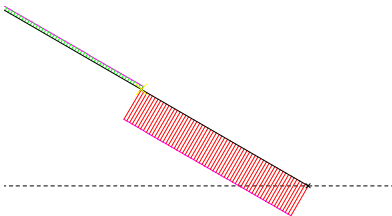
Portée de l'arbalétrier = $6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ = 7,50 \text{ m}$

Travail avec RDM6



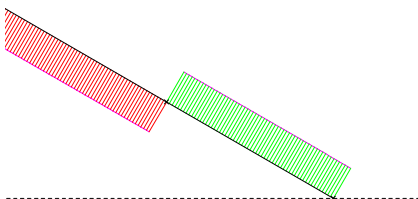
$$\begin{aligned} A_y &= 13.5 \text{ kN} \\ B_y &= 17,4 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_x &= 8,5 \text{ kN} \\ B_x &= 0 \end{aligned}$$



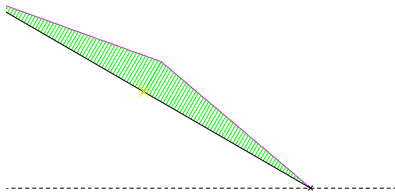
N

$$\begin{aligned} N \text{ traction} &= 0,9 \text{ kN (négligeable)} \\ N \text{ compression} &= 8,7 \text{ kN} \end{aligned}$$



T

$$T = 15.1 \text{ kN}$$



MF

MF = 56.5 kN

On vérifiera N+Mf et T qui ont des valeurs plus élevées que la combinaison précédentes

JUSTIFICATION : N et MF

Calcul de la contrainte de compression axiale

$$\sigma_{c,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \sigma_{t,0} = \frac{8700}{110 \times 500} = 0,16 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / y} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 56.5 \cdot 10^6}{110 \times 500^2} = 12,32 \text{ MPa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Vérification ELU (N+MF)

On vérifiera la partie comprimée

$$\left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \leq 1$$

Résistance à la flexion $f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_{crit} \times kh = \frac{1,1 \times 24}{1,25} \times 0,83 \times 1,02 = 17,88 \text{ MPa}$

Résistance à la compression $f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{1,1 \times 24}{1,25} \times 0,07 = 1,48 \text{ MPa}$

$kh = 1,02$
 $k_{c,y} = 0,07$
 $k_{crit} = 0,83$

Vérification

$$\left(\frac{12,32}{17,88} \right)^2 + \frac{0,16}{1,48} = 0,58 \leq 1$$

JUSTIFICATION : T**Calcul de la contrainte de cisaillement**

$$\tau_d = \frac{1,5.V}{b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5.15100}{400.110} = 0,51 \text{ Mpa}$$

Selon plan de boulonnage $h_e = 400$ (voir exposé)

Vérification ELU Cisaillement

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

$f_{v,k} = 2,7 \text{ MPa}$ - $K_{\text{mod}} = 1,1$ - $\gamma_M = 1,25$ - K_v , coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{1,1 \times 2,7}{1,25} \times 1 = 2,37 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

$0,51 < 2,37$ soit un taux de travail de 21 %

ELS inst Combinaison W-

Rappel chargement ponctuel $F = 5,4 \text{ kN}$

Portée de l'arbalétrier = $6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ = 7,50 \text{ m}$

Déformation

rappel :

$$u = \frac{p l^3}{48 E I}$$

$$u_y = \frac{5400 \times 7500^3}{48 \times 11600 \times \frac{500^3 \cdot 110}{12}} = 4 \text{ mm}$$

Vérification ELS

$U_{\text{net,fin}} < \text{portée } l / 200$ soit $7500/300 = 25 \text{ mm}$
 $4 < 25 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 16%

ELS net,fin Combinaison 1.8 G + S

Rappel chargement ponctuel $F = 35,36 \text{ kN}$

Nota : la force qui provoque la déformation est $35,36 \times \cos 30^\circ = 30,62 \text{ kN}$

Portée de l'arbalétrier = $6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ = 7,50 \text{ m}$

Déformation

$$u_y = \frac{30620 \times 7500^3}{48 \times 11600 \times \frac{500^3 \cdot 110}{12}} = 21 \text{ mm}$$

Vérification ELS

$U_{\text{net,fin}} < \text{portée } l / 200$ soit $7500/200 = 37,5 \text{ mm}$
 $21 < 37,5 \text{ mm}$ soit un taux de travail de 56%

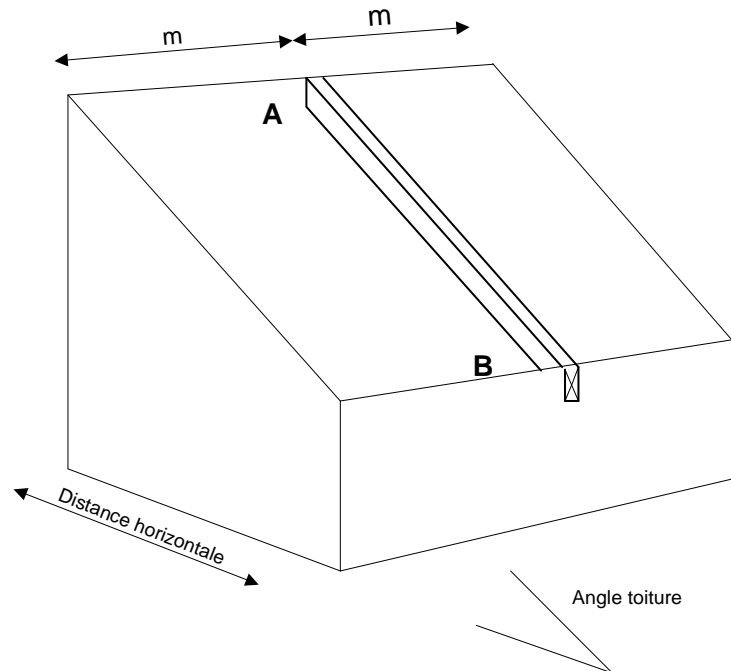
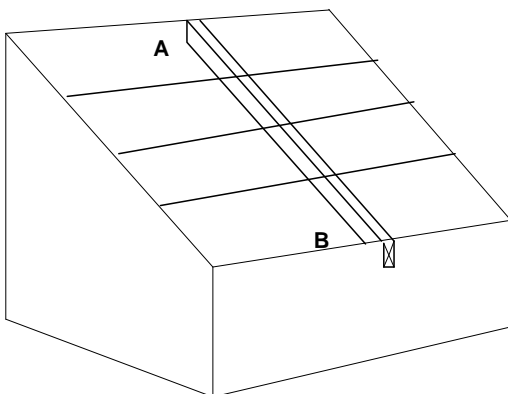
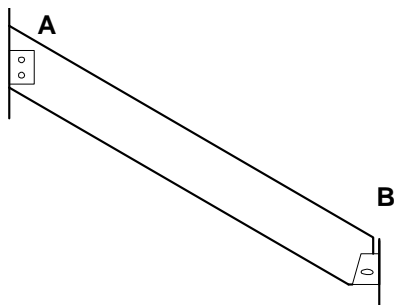
Variante ARBALETRIER FLECHI ET COMPRIME (Charge répartie)

Données :

Distance horizontale = 6,50 m,
 Section en mm b x h (110 x 500)
 $m = 4,80$ m, angle toiture = 30°
 GL24h, appui B sur ferrure avec plaque 110 x 40
 Appui B par boulonnage sur ferrure

G \Rightarrow Tuiles	45 daN/m ²
Lattage	4 daN/m ²
Chevron	8 daN/m ²
Laine de verre	5 daN/m ²
Lambris	6 daN/m ²
Divers	5 daN/m ²
Région 2	45 daN/m ² h

S \Rightarrow



La couverture est réalisée par des pannes caissons posées à l'horizontale et modélisée par une charge répartie.

Etape 1 : Modélisation (Complément)

$$G = (45+4+8+8+6+5) \times 4,8 \text{ soit } 365 \text{ daN/m soit } 3,65 \text{ kN/m}$$

$$S = 45 \times \cos 30^\circ \times 4,8 = 187 \text{ daN/m soit } 1,87 \text{ kN/m}$$

Combinaison ELU

$$C_{ELU1} = 1,35 G + 1,5 S = 1,35 \times 3,65 + 1,5 \times 1,87 = 7,73 \text{ kN/m}$$

Combinaison ELS

$$C_{ELS, \text{net fin}} = 1,8 G + S = 1,8 \times 3,65 + 1,87 = 8,45 \text{ kN/m}$$

Etape 2: Calcul et étape 3 : Vérification

Analyse du pb :

- On vérifiera la flexion + la compression avec flambement pour la combinaison ELU
- On vérifiera le cisaillement ELU
- On vérifiera la compression sur appui ELU
- On vérifiera la déformation pour la combinaison ELS_{inst} et ELS_{net,fin}

ELU Combinaison 1.35 G + 1.5 S

Rappel chargement $p = 7,73 \text{ kN/m}$

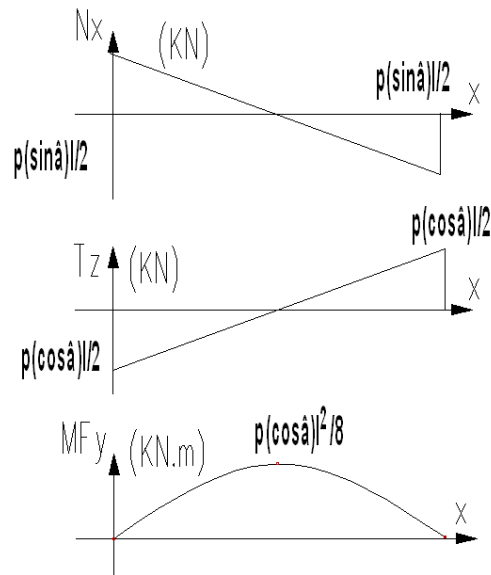
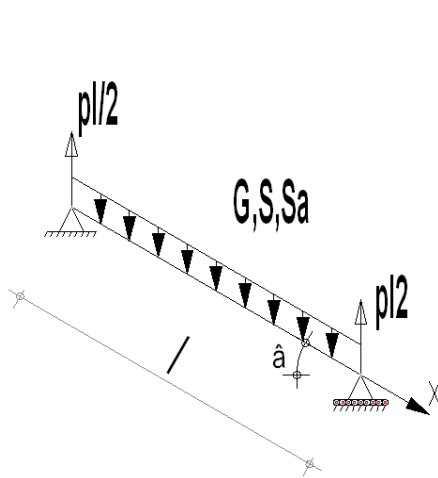
Portée de l'arbalétrier = $6,50 \text{ m} / \cos 30^\circ = 7,50 \text{ m}$

Actions aux appuis : $A = B = 7,73 \times 7,5 / 2 = 29 \text{ kN}$

$N = 7,73 \times 7,5 \times \sin 30^\circ / 2 = 14,5 \text{ kN}$

$T = 7,73 \times 7,5 \times \cos 30^\circ / 2 = 25,1 \text{ kN}$

$MF = 7,73 \times \cos 30^\circ \times 7,5^2 / 8 = 47 \text{ kN.m}$

**JUSTIFICATION : N et MF**

Calcul de la contrainte de compression axiale et la contrainte de traction axiale

$$\sigma_{c,0} = \sigma_{t,0} = \frac{F}{b \times h} \quad \sigma_{c,0} = \sigma_{t,0} = \frac{14500}{110 \times 500} = 0,26 \text{ Mpa}$$

Calcul de la contrainte de flexion

$$\sigma_{m,d} = \frac{MF}{I / y} \quad \sigma_{m,d} = \frac{6MF}{bh^2} = \frac{6 \times 47 \cdot 10^6}{110 \times 500^2} = 10,3 \text{ Mpa}$$

nota : utiliser des N et des mm

Vérification ELU (N+MF)

On vérifiera la partie comprimée

$$\left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h \cdot k_{crit}} \leq 1$$

Et la partie tendue

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d} \cdot k_h} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h} \leq 1$$

Résistance à la flexion

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \times k_{crit} \times k_h = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0,79 \times 1,02 = 13,9 \text{ Mpa}$$

Résistance à la compression

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} \times k_{cy} = \frac{0,9 \times 24}{1,25} \times 0,07 = 1,21 \text{ Mpa}$$

Résistance à la traction

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M} \times kh = \frac{0,9 \times 16,5}{1,25} \times 1,02 = 12,12 \text{ MPa}$$

hh = 1,02

kc,y = 0,07

Poteau rectangulaire ou carré		
LF axe fort	mm	7500
LF axe faible	mm	7500
h	mm	500
b	mm	110
LF	mm	5380
diamètre	mm	200
BM ou LC	1 ou 2	2
E _{0,05}	N/mm ²	9400
f _{c,0,k}	N/mm ²	24
K _{c,y}		0.07

Bien écouter l'exposé sur le flambement

L effective	mm	7750
h	mm	500
b	mm	110
E _{0,05}	N/mm ²	9400
f _{m,k}	N/mm ²	24
σ _{m,crit}	N/mm ²	22.89
λ _{réel,m}		1.02
K _{crit}		0.79
k _{crit} = 0,79		

Vérification partie comprimée

$$\left(\frac{10,3}{13,9} \right)^2 + \frac{0,26}{1,21} = 0,76 \leq 1$$

Vérification partie tendue

$$\left(\frac{10,3}{13,9} \right) + \frac{0,23}{12,12} = 0,76 \leq 1$$

JUSTIFICATION : T**Calcul de la contrainte de cisaillement**

$$\tau_d = \frac{1,5.V}{b_e h_e} \quad \tau_d = \frac{1,5 \cdot 25100}{400 \cdot 110} = 0,85 \text{ Mpa}$$

Selon plan de boulonnage h_e = 400 (voir exposé)**Vérification ELU Cisaillement**

On vérifiera que $\tau_d \leq f_{v,d} \cdot k_v$ avec $f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$

f_{v,k} = 2,7MPa - K_{mod} = 0,9 - γ_m = 1.25 - K_v, coef d'entaillage = 1

$$f_{v,d} \cdot k_v = \frac{0,9 \times 2,7}{1,25} \times 1 = 1,94 \text{ MPa}$$

Vérification et taux de travail

0.85 < 1.94 soit un taux de travail de 43%

ELS net,fin Combinaison 1.8 G + S

Rappel chargement ponctuel p = 8,45 kN/m

Portée de l'arbalétrier = 6,50 m / cos 30° = 7,50 m

Déformation

$$u_y = \frac{5 \times 8,45 \times 7500^4}{384 \times 11600 \times \frac{500^3 \cdot 110}{12}} = 26 \text{ mm}$$

Vérification ELS

U_{net,fin} < portée l / 200 soit 7500/200 = 37,5 mm
 26 < 37.5 mm soit un taux de travail de 69%