Gestion de l’énergie sur le réseau de transport d’électricité

Cette série d’exercices aborde plusieurs aspects des problèmes liés au transport et à la gestion de l’énergie électrique. Ces exercices indépendants sont cependant construits comme une progression. Les prérequis nécessaires sont des notions abordées en première et qu’un élève de terminale doit maitriser :

- Vecteurs de Fresnel
- Calcul des puissances (P, Q, S)
- Théorème de Boucherot
- Impédances
- Géométrie élémentaire.

Ces exercices pourraient servir de révision en début de BTS Electrotechnique.

La difficulté des exercices (à mon avis) est indiquée ci-dessous à l’aide du symbole ⚠ .

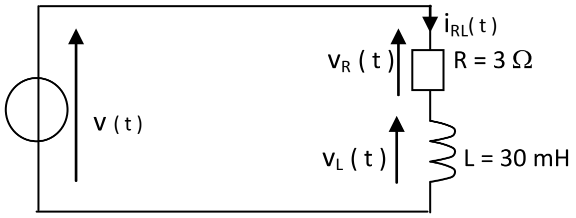
⚠ Exercice 1 : Réduction de l’intensité du courant appelé par une charge inductive.
⚠ Exercice 2 : Facteur de puissance d’une installation triphasée.
⚠ Exercice 3 : De l’utilité de transporter l’énergie électrique en haute tension.
⚠ Exercice 4 : Choix de la section des conducteurs aériens.
⚠ Exercice 5 : Chute de tension dans une ligne aérienne.
⚠ Exercice 6 : Chute de tension entre la source et l’utilisateur en fonction de la distance.
⚠ ⚠ ⚠ Exercice 7 : Contrôle de la tension et optimisation des performances de la ligne.
⚠ ⚠ Exercice 8 : Câbles souterrains.

Exercice 1 : Réduction de l'intensité du courant absorbé par une charge inductive

Dans ce premier exercice, nous verrons comment réduire le courant absorbé par une charge inductive.
Ce problème est composé de 2 parties qui se suivent : Partie A : charge RL - Partie B : charge RL + C

Partie A : Charge inductive (RL série)

Le réseau alimente une installation sous une tension sinusoïdale de valeur efficace V = 230 V et de fréquence f = 50 Hz. L'installation est modélisée par une charge RL série.



On a mesuré la valeur efficace du courant absorbé par la charge : I_{RL} = 23.2 A

A.1. Quel appareil a permis de faire cette mesure ? Précisez la mesure qui a été faite : DC, AC ou AC+DC ?

On a mesuré la valeur efficace du courant en plaçant une pince ampère-métrique en position AC.

A.2. Exprimez et calculez la valeur efficace V_R de la tension aux bornes de la résistance, puis V_L celle aux bornes de la bobine.

On exprime $V_R = R.I_{RL}$ = 69.6 V et $\varphi_{v_R/i_{RL}} = 0°$; $V_L = L\omega.I_{RL}$ = 218 V et $\varphi_{v_L/i_{RL}} = +90°$

A.3. Représentez sur le document réponse les vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs i_{RL} (t), v_R (t) et v_L (t).
On placera le vecteur $\vec{I}_{RL}$ à l'horizontale. Voir document réponse

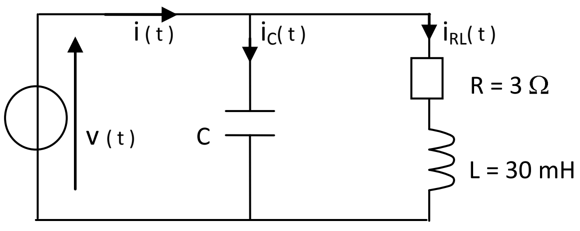
A.4. Précisez la relation vectorielle utilisée puis tracez $\vec{V}$. La loi d'additivité donne $\vec{V} = \overrightarrow{V_R} + \overrightarrow{V_L}$

A.5. Retrouvez par la mesure de $\|\vec{V}\|$, la valeur efficace V de la tension du réseau. V = 15.3 cm x 15 V/cm = 230 V

A.6. Déterminez par le calcul le déphasage φ_1 de la tension v (t) par rapport au courant i_{RL} (t). φ_1 = Atan (V_L /V_R) = 72,3 °

Partie B : Charge inductive associée au condensateur

Afin de diminuer l'intensité du courant délivré par le réseau, on place un condensateur en parallèle de la charge. Le courant fourni par le réseau est à présent noté i (t).



On donne

C = 285 µF

B.1. Exprimez et calculez la valeur efficace I_C de l'intensité du courant i_C (t). $I_C = C\omega.V$ = 20.6 A et $\varphi_{i_C/v} = +90°$

B.2. Sur le même document réponse, représentez alors le vecteur de Fresnel associé à i_C(t). Voir document réponse

B.3. Précisez la relation utilisée puis tracez $\vec{I}$. La loi des nœuds donne $\vec{I} = \overrightarrow{I_C} + \overrightarrow{I_{RL}}$

B.4. Déterminez graphiquement la valeur efficace I de l'intensité du courant i(t). I = 2.5 cm x 3 A/cm = 7.5 A

B.5. Déterminez graphiquement le déphasage φ_2 de la tension v (t) par rapport au courant i (t). On mesure φ_2 = 12 °

B.6. Déduisez-en la nature de la charge {RL + C}. i(t) est en retard par rapport à v(t). La charge est donc inductive.

DOCUMENT REPONSE

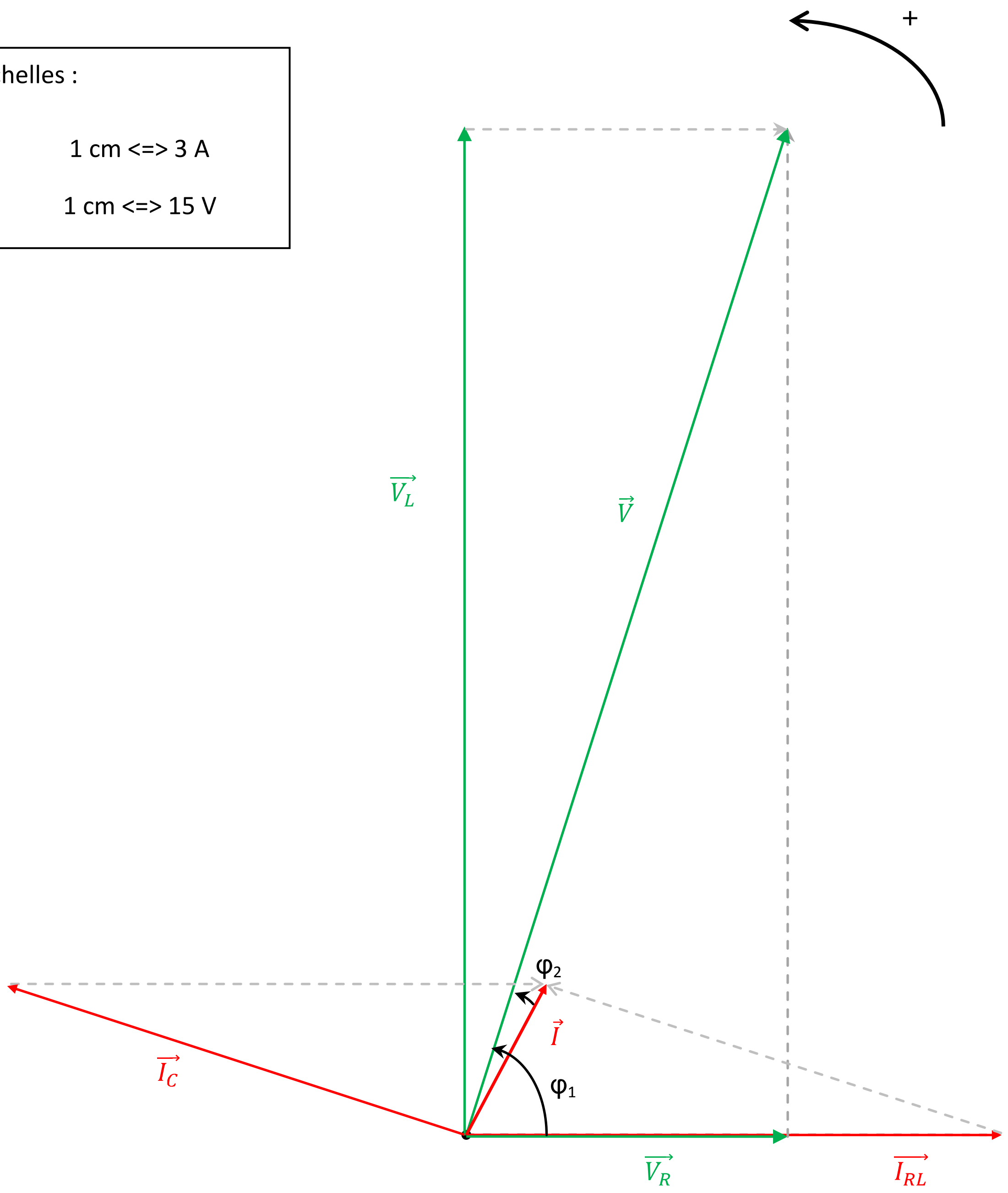
Tracez les vecteurs associés aux **courants en rouge** et ceux associés aux **tensions en vert**.

Tracez les **constructions vectorielles au crayon**.

Échelles :

1 cm <=> 3 A

1 cm <=> 15 V



Exercice 2 : Facteur de puissance d'une installation

Le réseau sinusoïdal triphasé 400 V / 50 Hz alimente le lycée (charge triphasée équilibrée).

La puissance active consommée par le lycée est P = 400 kW.

Le facteur de puissance du lycée est $k_1 = 0.91$

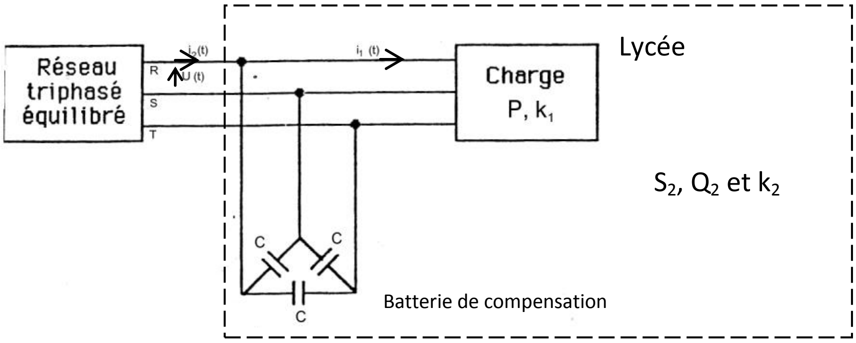
- Calculez alors l'intensité I_1 du courant en ligne ainsi que la puissance réactive Q_1 consommée.

$$I_1 = \frac{P}{\sqrt{3}Ucos(\varphi_1)} = \frac{P}{\sqrt{3}Uk_1} = 634\ A$$

$$Q_1 = P.\tan(\varphi_1) = P.\tan\left(Acos(k_1)\right) = 182\ \text{kvar}$$

- Calculez la puissance apparente S_1.

$$S_1 = \sqrt{3}U.I_1 = 439\ kVA$$



On souhaite obtenir un nouveau facteur de puissance $k_2 = 0.93$.

- Quelle est la puissance P_2 consommée ? Les condensateurs ne consomment pas de puissance active: $P_2 = P$
- Calculez les nouvelles valeurs de la puissance apparente S_2 de l'installation, de l'intensité I_2 du courant en ligne, et de la puissance réactive Q_2.

$$S_2 = {P_2}/{k_2} = 430\ kVA$$

$$Q_2 = P_2.\tan(\varphi_2) \text{ ou } Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 158 \text{ kvar}$$

$$I_2 = {S_2}/{\sqrt{3}.U} = 620\ A$$

- Déduisez-en la valeur de la puissance réactive Q_c fournie par la batterie de condensateurs.

Théorème de Boucherot : $Q_2 = Q_1 + Q_C$ donc $Q_C = Q_2 - Q_1 = -24$ kvar

- Déterminez la capacité C des condensateurs couplés en triangle.

$$Q_c = -3.C\omega.U^2 \ soit\ C = \frac{-Q_c}{3.\omega.U^2} = 160\ \mu F$$

- Calculez l'intensité I_3 du courant en ligne si le facteur de puissance était $k_3=1$.

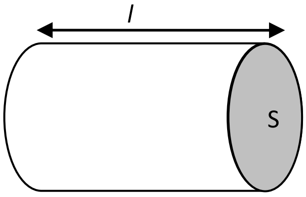
$$I_3 = \frac{P}{\sqrt{3}Ucos(\varphi_3)} = \frac{P}{\sqrt{3}Uk_3} = 577\ A$$

Exercice 3 : De l'utilité de transporter l'énergie électrique en haute tension

Les conducteurs qui transportent l'énergie électrique présentent naturellement une résistance. C'est la résistance des lignes qui est responsable de pertes par effet Joule et qu'il conviendra de minimiser.

n rappelle l'expression de la résistance d'un conducteur cylindrique :

$$\boxed{R=\rho.\frac{l}{S}}$$



l la longueur du conducteur exprimée en m

S la surface en m² appelée section.

ρ est la résistivité du matériau exprimée en Ω.m

Pour les lignes aériennes, le cuivre n'est pas utilisé car il est trop lourd ! On utilise des alliages aluminium – acier, plus légers, dont la résistivité est de l'ordre de 30.10^{-9} Ω.m.

On assimilera le faisceau de conducteurs (image ci-contre) à un unique conducteur de section S.
Une ligne triphasée 400 V / 50 Hz alimente des habitations et transporte, sur une longueur de 200 m dans trois conducteurs de section 185 mm² (section adaptée à l'intensité), une puissance apparente S = 90 kVA.

- Calculez l'intensité I du courant en ligne.

$$S=\sqrt{3}.UI \;\; soit\; I={}^{S}\!/_{\sqrt{3}.U}=130\;A$$

- Calculez la résistance de chaque fil de ligne.

$$R=\rho.\frac{l}{S}=32.4\;m\Omega$$

- Déterminez les pertes joules dans la ligne triphasée.

$$P_j=3.RI^2=1.64\;kW$$

La ligne, transportant la même puissance apparente soit S = 90 kVA sur une longueur de 200 m, est à présent alimentée en triphasée 20 kV / 50 Hz et les conducteurs ont une section de 54.6 mm² (adaptée à l'intensité).

- Calculez l'intensité I du courant en ligne.

$$S=\sqrt{3}.UI \;\; soit\; I={}^{S}\!/_{\sqrt{3}.U}=2.60\;A$$

- Calculez la résistance de chaque fil de ligne.

$$R=\rho.\frac{l}{S}=110\;m\Omega$$

- Déterminez les pertes joules dans la ligne triphasée.

$$P_j=3.RI^2=2.2\;W$$

Exercice 4 : Choix de la section des conducteurs aériens

On veut faire circuler un courant d'intensité 1200 A dans un conducteur de 1200 mm² de diamètre. En prenant en compte l'effet de peau, on calculera les pertes joules lorsque le courant circule dans un conducteur unique puis lorsqu'il est divisé dans plusieurs conducteurs (on raisonnera à section égale).

On étudiera trois cas :

- Un conducteur de 1200 mm² parcouru par un courant d'intensité 1200 A.
- Deux conducteurs de 600 mm², chacun parcouru par un courant d'intensité 600 A.
- Trois conducteurs de 400 mm², chacun parcouru par un courant d'intensité 400 A.

On considère une ligne HT de 1 km de long. Les conducteurs en alliages aluminium – acier ont pour résistivité $\rho = 30.10^{-9}$ Ω.m.
Les lignes, étant aériennes, sont dans un milieu de perméabilité $\mu = 4\pi.10^{-7}$ H/m.

1. Exprimez, en fonction de l'épaisseur de peau δ et du rayon *r* du conducteur, la section utile S_U du conducteur : $S_U = S - S_{INT}$.

$$S_u = S - S_{int} = \pi r^2 - \pi(r-\delta)^2 = \pi\delta(2r-\delta)$$

2. Calculez l'épaisseur de peau δ à la fréquence de 50 Hz.

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2\rho}{2\pi f.\mu}} = 12.3 \text{ mm}$$

3. Déduisez-en à 50 Hz, pour chaque type de câble la section utile S_U du conducteur.
4. Calculez alors les résistances R_{1000}, R_{690} et R_{570} des conducteurs à 50 Hz.
5. Déduisez-en, dans chaque cas (1x1000mm², 2x 690 mm² ou 3x570 mm²), les pertes joules dans l'ensemble des câbles.

Câbles de 1 km	Rayon r (mm)	Section utile (mm²)	R à 50 Hz	Pertes joules par km
1200 A dans 1200 mm²	19.5	1035 ($S_U \approx 86$ % de S)	29.0 mΩ	Pj = R.I² = 41.8 kW / km
2x 600 A dans 600 mm²	13.8	593 ($S_U \approx 99$ % de S)	50.6 mΩ	Pj = 2.R.I² = 36.5 kW / km
3x 400 A dans 400 mm²	11.3 ($r < \delta$)	400 ($S_U \approx 100$ % de S)	75.0 mΩ	Pj = 3.R.I² = 36.0 kW / km

6. Discutez alors le choix de la section des câbles.

On voit que l'effet de peau réduit d'autant plus la section utile que la section de départ est grande. Cela n'empêche pas les plus gros câbles d'avoir la résistance la plus faible. Cependant, le terme I² des pertes joules est le plus significatif et nous oriente vers le choix de 2 ou 3 câbles par phase pour minimiser les pertes joules.

En 400 mm², le rayon étant inférieur à l'épaisseur de peau, le courant pénètrera dans la totalité du conducteur.

Exercice 5 : Chute de tension dans une ligne aérienne

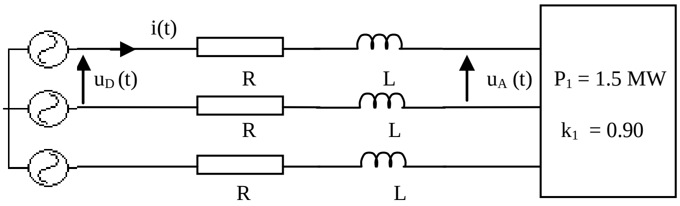
Cet exercice aborde la chute de tension occasionnée par la ligne de transport.

Une ligne triphasée moyenne tension de 50 km alimente un récepteur triphasé équilibré qui consomme une puissance active P_1 de 1.50 MW et impose un facteur de puissance k_1 de 0.9. La valeur efficace de la tension entre phases à l'arrivée de la ligne est U_A = 20 kV, sa fréquence est 50 Hz.

En plus de sa résistance, la ligne a une autre caractéristique qui est son inductance par unité de longueur.

Ainsi c**haque fil de ligne** a une résistance de 220 mΩ / km et une inductance de 1.2 mH / km.

- Le but est de calculer la valeur efficace U_D de la tension composée au départ de la ligne.



1. Exprimez et calculez la valeur efficace de l'intensité I du courant dans un fil de ligne.

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_A cos(\varphi_1)} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_A k_1} = 48.1\ A$$

2. Exprimez et calculez la puissance réactive Q_1 absorbée par la charge.

$$Q_1 = P_1.\tan(\varphi_1) = P_1.\tan\big(Acos(k_1)\big) = 726 \text{ kvar}$$

3. Exprimez et calculez :

   - La résistance R et l'inductance L pour chaque fil de ligne de longueur 50 km.

$$R = 0.22 * 50 = 11\ \Omega \qquad \text{et} \qquad L = 1.2\ 10^{-3} * 50 = 60\ mH$$

   - Les puissances active P_2 et réactive Q_2 consommées par la ligne.

$$P_2 = 3.R.I^2 = 76.4\ kW \qquad \text{et} \qquad Q_2 = 3.L\omega.I^2 = 131\ kvar$$

4. Pour l'ensemble {ligne + récepteur}, exprimez et calculez :

   - Les puissances active P_T et réactive Q_T transportées.

A l'aide du théorème de Boucherot on écrit : $P_T = P_1 + P_2$ = 1.58 MW et $Q_T = Q_1 + Q_2$ = 857 kvar

   - La puissance apparente S_T transportée.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 1.79\ kVA$$

5. Déduisez-en la valeur efficace de la tension entre phases U_D au départ de la ligne ainsi que la chute de tension relative $\Delta U/U_D$.

$$S_T = \sqrt{3}.U_D.I\ donc\ U_D = {}^{S_T}\!\big/_{\sqrt{3}.I} = 21.5\ kV$$

$$\frac{\Delta \text{U}}{U_D} = \frac{U_D - U_A}{U_D} = 7.1\ \%$$

La chute de tension relative $\Delta U/U_D$, admissible sur le réseau moyenne tension (MT) est de 7.5 %.

6. Cette contrainte est-elle respectée ? OUI

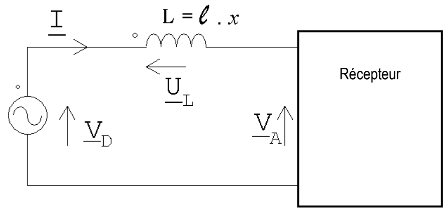
Dans les exercices 6 et 7, on étudiera une ligne de transport 400 kV. Pour ces lignes, on utilise des câbles de 570 mm² dont les caractéristiques sont 30 mΩ / km et 1.1 mH /km. Aussi le caractère inductif de la ligne sera largement prépondérant et par conséquent on négligera la résistance de la ligne.

Exercice 6 : Chute de tension en fonction de la distance

La ligne triphasée étant équilibrée, l'étude de la chute de tension se fera sur les tensions simples.

A. Etude de la chute de tension en fonction de la distance au site de production

Le schéma de l'ensemble source, ligne et récepteur est le suivant :



On note x, la distance en km entre la centrale et le récepteur.

Pour la ligne, on donne l'inductance linéique : ℓ = 1.1 mH/km.

Le récepteur est globalement inductif.

On a cos φ = 0.90, le facteur de puissance du récepteur.

Au départ de la ligne, on donne V_D = 400 kV /√3 = 230 kV et la fréquence est f = 50 Hz.

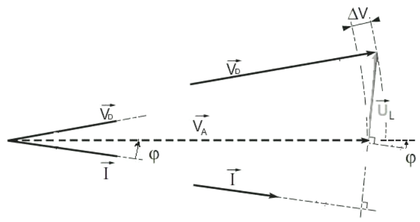
A.1. Exprimez $\underline{U}_L$ en fonction de ℓ, x, $\underline{I}$ et ω.

$\underline{U}_L = j.\,\ell x.\,\omega.\,\underline{I}$

A.2. Exprimez $\underline{V}_A$ en fonction de $\underline{V}_D$, ℓ, x, $\underline{I}$ et ω.

$\underline{V}_A = \underline{V}_D - \underline{U}_L = \underline{V}_D - j.\,\ell x\,\omega.\,\underline{I}$

On donne l'allure de la représentation de Fresnel des vecteurs $\overrightarrow{V_D}, \vec{I}, \overrightarrow{U_L}$ et $\overrightarrow{V_A}$.

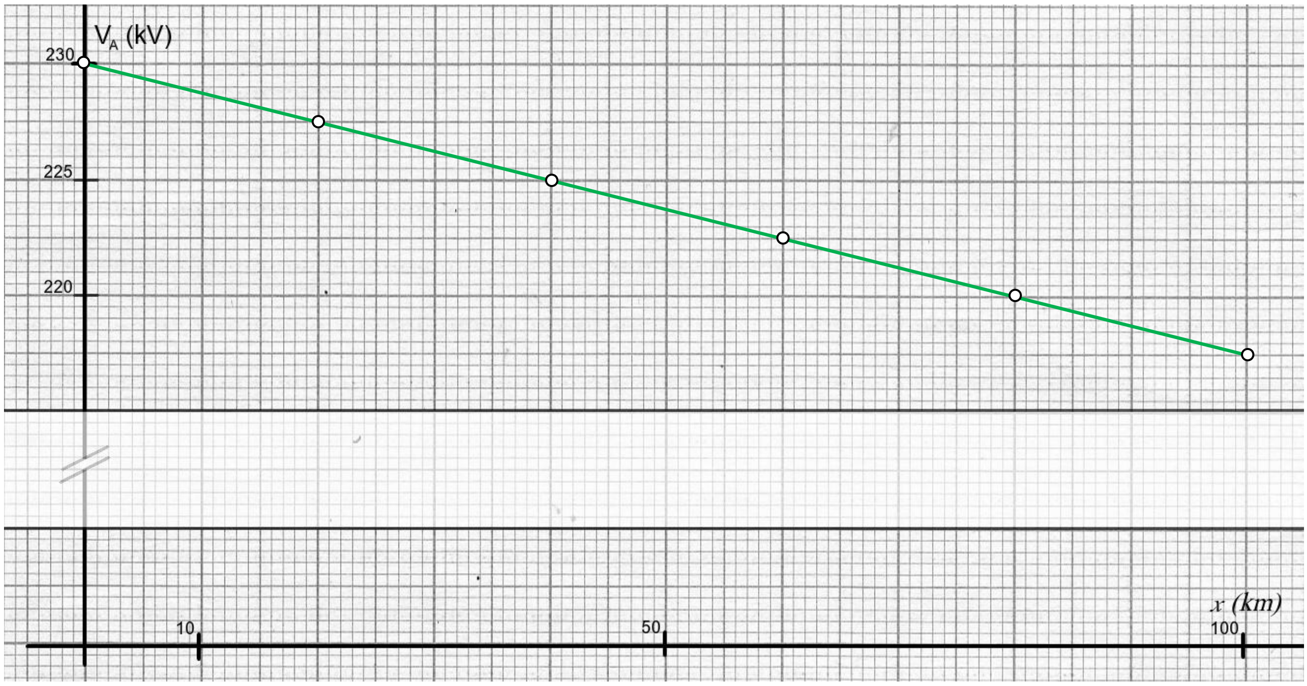


A.3. En confondant ΔV avec la projection sur l'axe horizontal de U_L, établissez $V_A = V_D - U_L.\sin(\varphi)$.

La projection de U_L sur l'axe horizontal est $U_L \cos(\pi/2 - \varphi) = U_L \sin(\varphi)$

d'où $V_A = V_D - U_L.\sin(\varphi) = V_D - \ell x.\,\omega.\,I.\sin(\mathrm{Acos}(0.9)) = 230 - 0.125\,x$ *(en kV avec x en km)*

A.4. On donne I = 830 A. Tracez alors $V_A = f(x)$ en calculant un point tous les 20 km.



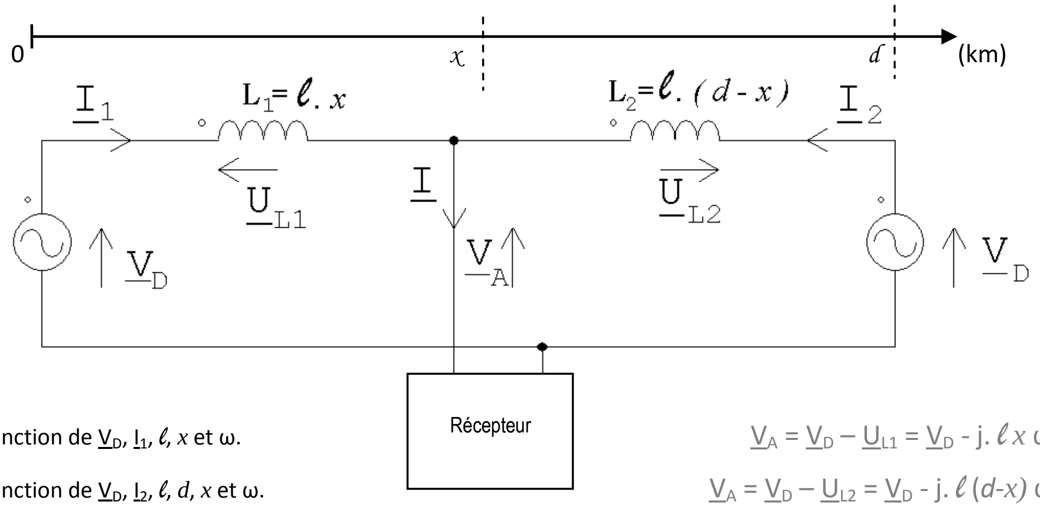
Sur le réseau HT la tension composée ne doit descendre en aucun point en deçà de U_{min} = 380 kV.

A.5. A partir de quelle distance cette contrainte n'est-elle plus respectée ?

On calcule V_{min} = 380 kV /√3 = 220 kV ; V_A = 220 kV est atteint lorsque x = 80 km

B. Interconnexion des centrales

Nous allons voir dans cette partie que la connexion de plusieurs centrales permet également de limiter la chute de tension en ligne. On note d la distance entre les deux centrales.



B.1. Exprimez $\underline{V}_A$ en fonction de $\underline{V}_D$, $\underline{I}_1$, ℓ, x et ω. $\underline{V}_A = \underline{V}_D - \underline{U}_{L1} = \underline{V}_D - j.\,\ell\, x\, \omega.\, \underline{I}_1$

B.2. Exprimez $\underline{V}_A$ en fonction de $\underline{V}_D$, $\underline{I}_2$, ℓ, d, x et ω. $\underline{V}_A = \underline{V}_D - \underline{U}_{L2} = \underline{V}_D - j.\,\ell\,(d-x)\, \omega.\, \underline{I}_2$

On fait l'hypothèse que les tensions aux deux extrémités de la ligne sont synchrones : même valeur efficace, même fréquence, même phase. Cela nous amène à écrire que la tension aux bornes de l'ensemble de la ligne est nulle.

B.3. Déduisez de l'hypothèse précédente une relation entre $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, d et x.

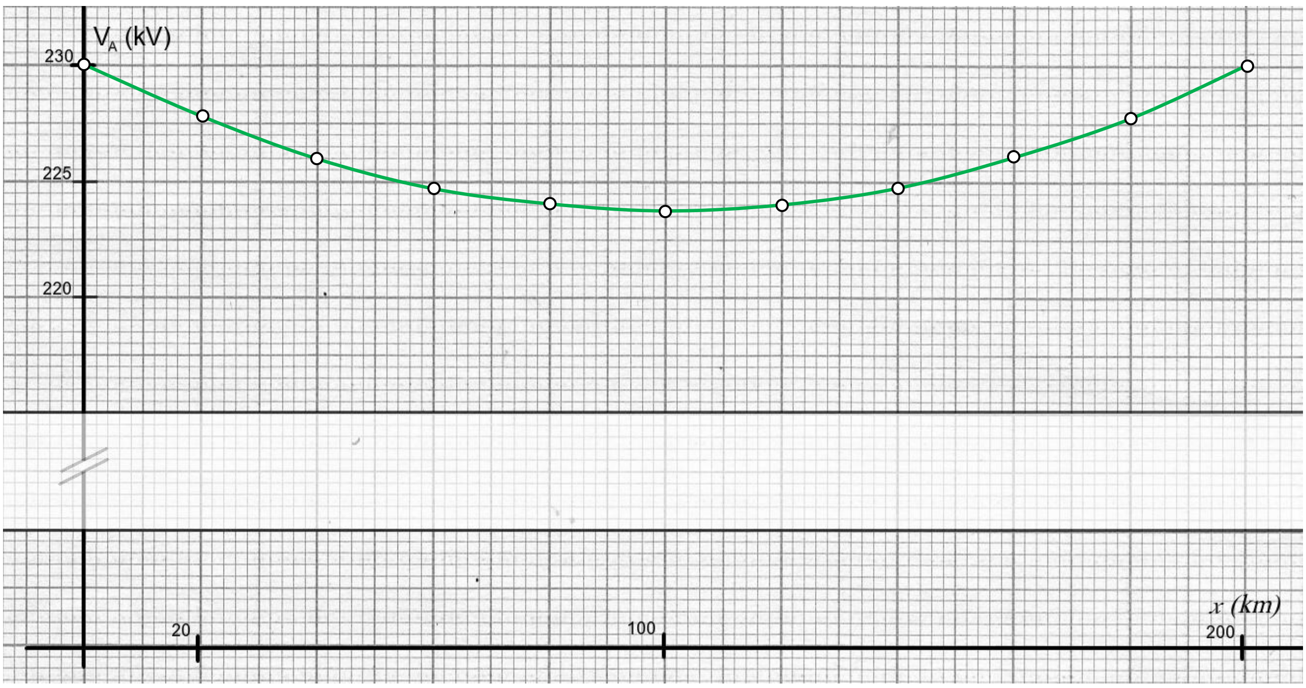
La tension aux bornes de la ligne est nulle. On a donc $\underline{U}_{L1} = \underline{U}_{L2}$ soit $\ell\, x\, \omega.\, \underline{I}_1 = \ell\,(d-x)\, \omega.\, \underline{I}_2$ d'où $\underline{I}_2 = \frac{x}{d-x}.\underline{I}_1$

B.4. A l'aide de la loi des nœuds, exprimez $\underline{I}_1$ en fonction de $\underline{I}$, d et x.

La loi des nœuds donne : $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_1 + \frac{x}{d-x}.\underline{I}_1 = \frac{d}{d-x}.\underline{I}_1$ d'où $\underline{I}_1 = \frac{d-x}{d}.\underline{I}$

B.5. Avec la relation $V_A = V_D - U_{L1}.\sin(\varphi)$, tracez $V_A = f(x)$ avec I = 60 A, cos φ = 0.9 et d = 200 km.

$V_A = V_D - U_{L1}.\sin(\varphi) = V_D - \ell\, x\, \omega.I_1.\sin(\mathrm{Arccos}(0.9)) = 230 - 0.125.\, x.(d-x)/d$ *(en kV avec x en km)*



B.6. La tension minimale est-elle respectée en tout point ? V_{Amin} = 380 kV /√3 = 220 kV. Oui, V_A > 220 kV en tout point !

Exercice 7 : Optimisation des performances d'une ligne

Le réseau triphasé 400 kV / 50 Hz relie deux régions A et B. La ligne étant équilibrée, l'étude se fera en monophasé.

On ne prendra pas en compte le caractère résistif de la ligne.

A. Puissance transportée par une ligne.

Dans cette partie on cherche la puissance maximale que peut transporter la ligne.

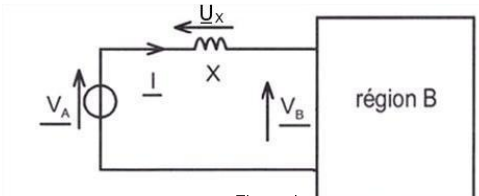


Figure 1

φ_A est le déphasage de $\underline{V}_A$ par rapport à $\underline{I}$: $\varphi_A = \widehat{(\vec{I},\vec{V}_A)}$

φ_B est le déphasage de $\underline{V}_B$ par rapport à $\underline{I}$: $\varphi_B = \widehat{(\vec{I},\vec{V}_B)}$

θ est le déphasage de $\underline{V}_A$ par rapport à $\underline{V}_B$: $\theta = \widehat{(\vec{V}_B,\vec{V}_A)}$

$X = L\,\omega$ est la réactance de la ligne

A.1. Puissances actives et réactives : relations générales

A.1.1 A partir des conventions choisies précisez la signification des puissances P_A, P_B, Q_A et Q_B en fonction de leur signe.

Région A en convention générateur (P_A, Q_A>0 fournies ou P_A, Q_A<0 reçues)

Région B en convention récepteur (P_B, Q_B>0 reçues ou P_B, Q_B<0 fournies)

A.1.2 Exprimez la puissance active P_A fournie par la région A en fonction de V_A, I et φ_A. $P_A = V_A I.\cos(\varphi_A)$

A.1.3 Exprimez la puissance active P_B reçue par la région B en fonction de V_B, I et φ_B. $P_B = V_B I.\cos(\varphi_B)$

A.1.4 Quelle est la puissance active consommée par la ligne ? Quelle est la relation entre P_A et P_B ? $P_X = 0$ soit $P_A = P_B$

A.1.5 Exprimez la puissance réactive Q_A fournie par la région A en fonction de V_A, I et φ_A puis de P_A et φ_A.

A.1.6 Exprimez la puissance réactive Q_B reçue par la région B en fonction de V_B, I et φ_B puis de P_B et φ_B.

$$Q_A = V_A I.\sin(\varphi_A) = P_A.\tan(\varphi_A) \quad et \quad Q_B = V_B I.\sin(\varphi_B) = P_B.\tan(\varphi_B)$$

A.1.7 Exprimez la puissance réactive Q_X consommée par la ligne de transport triphasée. $Q_X = L\omega.I^2 = X.I^2$

A.1.8 Quelle relation y a-t-il entre Q_A, Q_B et Q_X ? Quelle relation y a-t-il entre φ_A, φ_B, et θ ?

Théorème de Boucherot $Q_A = Q_X + Q_B$; $\theta = \widehat{(\vec{V}_B,\vec{V}_A)} = \widehat{(\vec{V}_B,\vec{I})} + \widehat{(\vec{I},\vec{V}_A)} = -\widehat{(\vec{I},\vec{V}_B)} + \widehat{(\vec{I},\vec{V}_A)} = \varphi_A - \varphi_B$

A.2. La région B est résistive ($\varphi_B = 0$). Cas général $V_B < V_A$

A.2.1 Quelle est ici la relation entre φ_A et θ ? Exprimez alors P_A en fonction de V_A, I et θ. $\varphi_A = \theta \quad et \; P_A = V_A I.\sin(\theta)$

A.2.2 Ecrivez la relation entre $\underline{V}_A$, $\underline{V}_B$, X et $\underline{I}$. $\underline{V}_A = \underline{V}_B - \underline{U}_X = \underline{V}_B - j.X\underline{I}$

A.2.3 Tracez l'allure du diagramme de Fresnel, prenant $\vec{V_B}$ à l'horizontal, et dans le cas où $\vec{V_A}$ est en avance sur $\vec{V_B}$. Voir ci-dessous

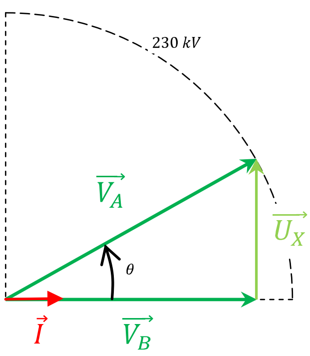
A.2.4 A l'aide des relations trigonométriques dans le triangle, montrez que l'on a $XI = V_A.\sin\theta$. En projetant $\vec{V_A}$ sur $\vec{U_X}$.

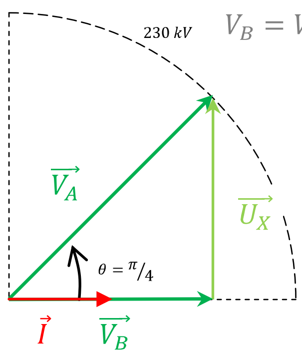
A.2.5 Déduisez-en que $P_A = \frac{V_A^2}{X}.\cos\theta\,\sin\theta = \frac{V_A^2}{2X}\sin 2\theta$ Avec les relations du A.2.1 et A.2.4

A.2.6 Pour quelle valeur de θ, la puissance active P_A transmissible est-elle maximale ? sin (2θ) = 1 pour θ = π /4.

A.2.7 Calculez la puissance active maximale transmissible et V_B(V_A = 230 kV et X = 130 Ω) $P_{tr} = P_A$ (θ = π /4) = 205 MW

$$V_B = V_A/\sqrt{2} = 163\ kV$$

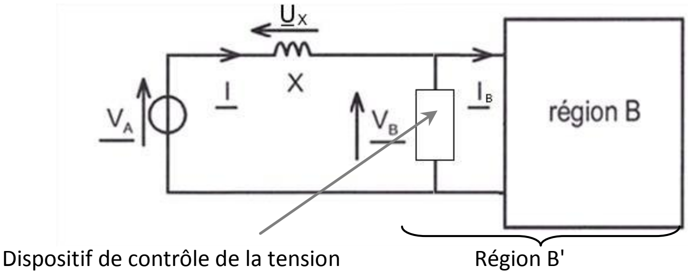




B. Contrôle de la tension en bout de ligne : $V_B = V_A$. Limites

B.1. Contrôle de la tension

Un dispositif placé en bout de ligne assure le contrôle de la tension ($V_B = V_A$). Ce dispositif ne consomme pas de puissance active de sorte que l'on a toujours $P_B = P_A$.



La région B est résistive :

φ le déphasage de $\underline{V}_B$ par rapport à $\underline{I}_B$ est nul : $\varphi = (\widehat{\vec{I}_B, \vec{V}_B}) = 0$

Par contre la région B' {région B + contrôle de la tension} présente un déphasage non nul φ_B de $\underline{V}_B$ par rapport à $\underline{I}$: $\varphi_B = (\widehat{\vec{I}, \vec{V}_B}) \neq 0$.

B.1.1 Tracez l'allure du diagramme de Fresnel à l'aide des indications suivantes :

- Prenez $\vec{V_B}$ comme origine des phases.
- $\vec{V_A}$ et $\vec{V_B}$ ont même origine. Sachant que $V_B = V_A$, sur quelle figure géométrique se trouve l'extrémité de $\vec{V_A}$? Sur un cercle de rayon 230 kV
- $\vec{V_A}$ est en avance sur $\vec{V_B}$ (θ > 0). Placez le vecteur $\vec{V_A}$ (allure) et déduisez-en le vecteur $\vec{U_X}$ puis la direction de $\vec{I}$.
- Vous ferez figurer les angles φ_A, φ_B et θ. On a $\vec{V_A} = \vec{V_B} + \vec{U_X}$; $\vec{U_X}$ va donc de l'extrémité de $\vec{V_B}$ à celle de $\vec{V_A}$

B.1.2 Quelle propriété a le triangle formé par les vecteurs $\vec{V_A}, \vec{V_B}$ *et* $\vec{U_X}$? Le triangle est isocèle car $V_B = V_A$

B.1.3 Quelle relation y a-t-il alors entre φ_A et φ_B ? Exprimez alors φ_A et φ_B en fonction de θ. $\varphi_A = -\varphi_B = \theta / 2$

B.1.4 En projetant les vecteurs $\vec{V_A}$ et $\vec{U_X}$ à la verticale, montrez que l'on a $XI\cos\varphi_A = V_A.\sin\theta$

Sur la figure : $CD = V_A.\sin\theta = U_X.\sin((\pi-\theta)/2) = U_X.\sin(\pi/2-\theta/2) = U_X.\cos(\theta/2) = XI.\cos(\varphi_A)$

B.1.5 Montrez alors que l'on a $P_A = \frac{V_A{}^2}{X}.\sin\theta$ $\quad P_A = V_A I.\cos(\varphi_A) = V_A.\frac{V_A.\sin(\theta)}{X} = \frac{V_A{}^2}{X}.\sin\theta$

B.1.6 Pour quelle valeur de θ, la puissance active P_A transmissible est-elle maximale ? P_A est maximale pour $\theta = \pi/2$

Application numérique : $V_B = V_A = 230$ kV et $X = 130\ \Omega$

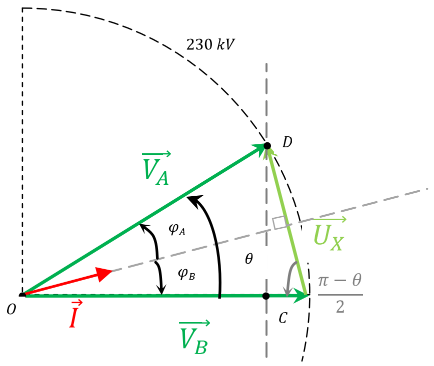
B.1.7 Calculez la puissance active maximale transmissible $\hat{P} = 410$ MW

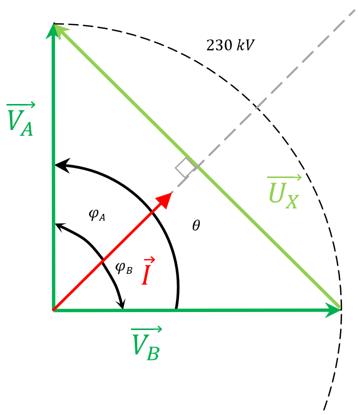
B.1.8 Comparez les valeurs des puissances actives maximales transmissibles $\hat{P}$ et P_{tr} du A.2.5. $\hat{P} = 2.P_{tr}$

B.1.9 Quel est alors le comportement global (inductif, résistif, capacitif) de la région B' ? La région B' est capacitive $\varphi_B < 0$

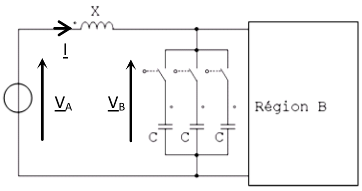
La région B ayant un facteur de puissance égal à 1, on a $Q_B = 0$.
On notera $Q_{B'}$ la puissance réactive reçue par le dispositif de contrôle de la tension (en convention récepteur).
B.1.10 Calculez Q_A, $Q_{B'}$ et Q_X, lorsque la puissance active transmise est maximale.

$$Q_A = P_A.\tan(\varphi_A) = 410\ Mvar\ ;\ Q_B = P_B.\tan(\varphi_B) = -410\ Mvar\ ;\ Q_X = Q_A - Q_B = 820\ Mvar$$





Le dispositif de contrôle de la tension, connecté en tête de la région B, et permettant d'injecter du réactif, est un gradin de 3 condensateurs chacun de capacité C = 8 µF.
Par la suite on notera $Q_C = - Q_{B'}$ la puissance réactive fournie par le dispositif de contrôle de la tension.



Initialement la tension V_B est de 163 kV (situation du A.2.7). On connecte sur le gradin 1 condensateur.

B.1.11 Calculez la puissance réactive Q_C fournie au réseau. $Q_C = - Q_{B'} = C\omega.V_B^2 = 55$ Mvar

Au bout de 125 ms, la tension V_B passe alors à 190 kV et l'on connecte le 2ème condensateur.

B.1.12 Calculez la puissance réactive Q_C fournie au réseau. $Q_C = - Q_{B'} = 2.C\omega.V_B^2 = 181$ Mvar

Après le régime transitoire, V_B atteint 210 kV et l'on connecte le 3ème condensateur.

B.1.12 Calculez la puissance réactive Q_C fournie au réseau. $Q_C = - Q_{B'} = 3.C\omega.V_B^2 = 332$ Mvar

Après le régime transitoire, V_B finira à 230 kV et on aura alors Q_C = 410 Mvar.
On voit que l'effet des condensateurs dépend du niveau de tension : la connexion d'un condensateur sur le gradin fourni 55 Mvar sous 163 kV, la connexion d'un condensateur supplémentaire sur le gradin fourni 181 - 55 = 126 Mvar sous 190 kV et 151 Mvar sous 210 kV. Ainsi en cas de chute de tension l'effet des gradins déjà connectés sera diminué.

B.2. Limites

B.2.1 En projetant le vecteur $\overrightarrow{V_A}$ sur la direction de $\overrightarrow{U_X}$, montrez que la valeur efficace de l'intensité du courant en ligne est $I = 2\frac{V_A}{X}sin\frac{\theta}{2}$

Le triangle formé par les vecteurs $\overrightarrow{V_A}, \overrightarrow{V_B}\ et\ \overrightarrow{U_X}$ est isocèle. La hauteur issue de O est la médiatrice de U_X.

On a $V_A sin\frac{\theta}{2} = \frac{U_X}{2} = \frac{XI}{2}\ soit\ I = 2\frac{V_A}{X}sin\frac{\theta}{2}$

B.2.2 Calculez alors la valeur efficace I de l'intensité du courant en ligne pour la valeur de θ permettant de transporter la puissance maximale.

I (θ = π/2) = 2510 A

Limite thermique

En réalité, afin de limiter l'échauffement des conducteurs, l'intensité du courant en ligne ne peut pas dépasser la valeur efficace nominale I_n = 1450 A.

B.2.3 Quelle valeur de θ_n conduit à la limite thermique ?

θ_n =2. Arcsin $(XI_n/2V_A)$ = 48 °

B.2.4 Précisez alors la valeur de P_n la puissance active nominale que peut transporter la ligne.

$$P_{An} = \frac{{V_A}^2}{X}.sin\theta_n = 306\ MW$$

Limite de stabilité

En pratique, l'angle θ_s ne peut pas dépasser la valeur limite de 18° afin de ne pas compromettre la stabilité du réseau.

B.2.5 Calculez la puissance active P_S transmissible à la région B lorsque θ = 18°.

$$P_{As} = \frac{{V_A}^2}{X}.sin\theta_s = 127\ MW$$

B.2.6 Donnez dans ce cas la valeur efficace I_S de l'intensité du courant en ligne.

$$I_S = 2\frac{V_A}{X}sin\frac{\theta_s}{2} = 556\ A$$

B.2.7 Quelle conséquence la limite de stabilité impose-t-elle ?

Cela réduit fortement la capacité de transport de la ligne.

B.2.8 Comparez les valeurs des puissances actives maximales transmissibles pour la valeur de θ garantissant la stabilité du réseau :

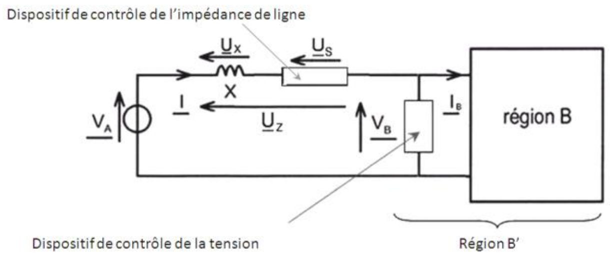
- Sans contrôle de la tension (relation établie au A.2.5) $\mathrm{Ptr}_{(\theta = 18°)} = \frac{V_A^2}{2X}sin2\theta = 121\ MW$
- Avec contrôle de la tension (relation établie au B.2.5) $\mathrm{Ps} = 127\ MW$

Avec θ faible, la chute de tension reste faible et le contrôle de tension ne permet d'augmenter que de 5 % la puissance transmissible.

C. Modification de l'impédance de ligne

Afin d'améliorer les capacités de transport de la ligne sans compromettre la stabilité du réseau ni dépasser la limite thermique, on insère en série avec la ligne un dispositif permettant de modifier son impédance.

Ce dispositif est un condensateur fixe de capacité C. Les relations établies dans la partie A restent valables.
L'objectif est de pouvoir transporter 300 MW.



On note :

jX l'impédance propre de la ligne
$\underline{Z_S}$ l'impédance série
$\underline{Z}$ l'impédance équivalente de la ligne

La région B est résistive et le contrôle de tension assure
$V_B = V_A = 231$ kV avec $\varphi_B = (\widehat{\vec{I}, \vec{V_B}}) \neq 0$

C.1. Montrez que l'impédance équivalente de la ligne est $\underline{Z} = jX + \underline{Z_S}$ et que l'on a $Z = |X - Z_S|$

Le dispositif capacitif (impédance : $-j.Z_S$) est en série avec la ligne : $\underline{Z} = jX + \underline{Z_S} = j.X + -j.Z_S = j.(X - Z_S)$

C.2. L'ensemble { ligne + contrôle d'impédance } reste globalement inductif. Quel est le signe de θ ? $\theta > 0$

C.3. Tracez l'allure du diagramme de Fresnel à l'aide des indications suivantes :

- Prenez $\vec{V_B}$ comme origine des phases.
- $\vec{V_A}$ et $\vec{V_B}$ ont même origine. Sachant que $V_B = V_A$, sur quelle figure géométrique se trouve l'extrémité de $\vec{V_A}$? Sur un cercle de rayon 230 kV
- Placez le vecteur $\vec{V_A}$ (θ = 18°) et déduisez-en le vecteur $\vec{U_Z}$ puis la direction de $\vec{I}$. Vous ferez figurer les angles φ_A, φ_B et θ.

C.4. En procédant comme au B.1.4, montrez que $ZI\cos\varphi_A = V_A.\sin\theta$

C.5. Montrez que la puissance active transmise est $P_A = \frac{V_A^2}{Z}.\sin\theta$ Voir B.1.4 et B.1.5

C.6. Montrez que l'intensité du courant dans la ligne est alors $I = 2\frac{V_A}{Z}\sin\frac{\theta}{2}$ Même raisonnement qu'en B.2.1

C.7. Que doit valoir l'impédance équivalente Z pour que la puissance maximale transmissible soit de 300 MW avec θ = 18° ?

Pour avoir $P_A = \frac{V_A^2}{Z}.\sin\theta = 300\ MW$ on doit avoir $Z = \frac{V_A^2}{P_A}.\sin\theta = 55\ \Omega$

C.8. Quelle sera alors la valeur efficace du courant en ligne ? On aura alors I = 1314 A

C.9. Cette valeur est-elle compatible avec la limite thermique ? La limite thermique est à $I_n = 1450$ A

C.10. Calculez alors l'impédance Z_S du dispositif de contrôle d'impédance. On a toujours X = 130 Ω.

La ligne est inductive. on a alors $\underline{Z} = j.Z = j.(X - Z_S)$. D'où $Z_S = X - Z = 75\ \Omega$.

C.11. Déduisez-en la valeur de C. $Z_S = 1/C\omega$ alors $C = 1/Z_S\omega = 42.4\ \mu F$

C.12. Déduisez-en la valeur efficace U_S de la tension aux bornes du dispositif. $U_S = Z_S . I = 98.6\ kV$

C.13. Ajoutez alors les vecteurs $\vec{U_S}$ puis $\vec{U_X}$ sur le diagramme de Fresnel. $\vec{U_X} = \vec{U_Z} - \vec{U_S}$

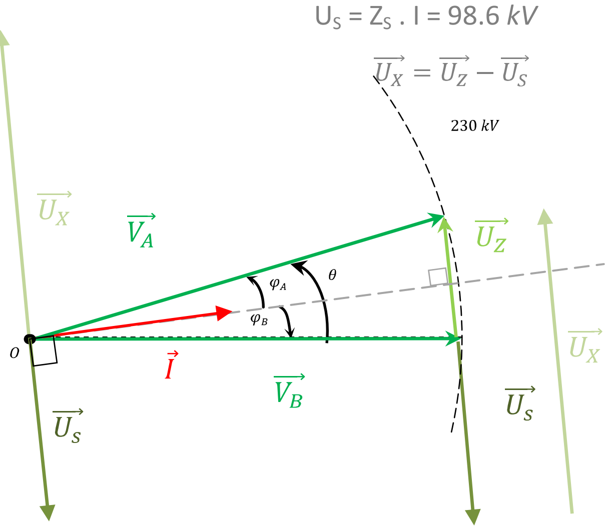
C.14. Calculez dans ce cas Q_A et $Q_{B'}$. Calculez Q_Z, Q_X et Q_S.

$Q_A = P_A.\tan(\varphi_A) = 47.5\ Mvar$

$Q_B = P_B.\tan(\varphi_B) = -47.5\ Mvar$

$Q_Z = Q_A - Q_B = 95\ Mvar$

$Q_S = -Z_S.I^2 = -130\ Mvar$ et $Q_X = Q_Z - Q_S = 260\ Mvar$



Exercice 8 : Câbles souterrains

Le transport de l'électricité n'est pas toujours possible par ligne aérienne. C'est par exemple le cas lorsque la liaison se fait entre un continent et une île (Italie – Corse et Sardaigne). Dans ce cas, on utilise des câbles.

On considère un câble de 50 km de long. Nous calculerons d'abord sa résistance, puis son inductance, et pour terminer sa capacité.

L'âme centrale en cuivre (ρ_{cu} = 17.10^{-9} Ω.m) a pour section 900 mm².

1. En continu, quelle est la résistance totale R_0 du câble ? (cf. exercice 3)

On calcule le rayon de l'âme : r = 16.9 mm puis sa résistance R_0 = ρ l/S = 0.94 Ω

2. En alternatif (50 Hz), quelle est la résistance totale R du câble ? (cf. exercice 4)

A 50 Hz, l'épaisseur de peau est $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2\rho}{2\pi f.\mu}} = 9.28$ mm.

La section utile sera $S_u = \pi\delta(2r - \delta)$= 716 mm² et par conséquent R = ρ l/S_u = 1.18 Ω

L'inductance linéique d'un tel câble est ℓ = 0.4 mH / km.

3. Calculez l'inductance totale L du câble puis sa réactance X à 50 Hz. L = 50. ℓ =20 mH et X = Lω = 6.28 Ω

4. Que vaut la réactance en continu ? En continu ω = 2π.f = 0 rad/s et donc X = 0 Ω

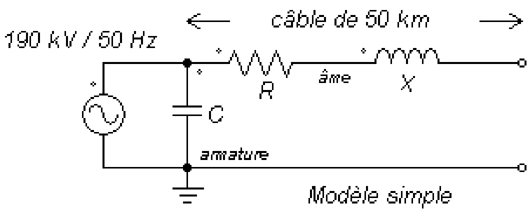
L'âme et l'armature, séparées par l'isolant, forment les 2 faces d'un condensateur. Avec $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}$ F/m la permittivité du vide et ε_r la permittivité relative de l'isolant (ε_r =4), R_{ext} (R_{ext} = 33.5 mm) et R_{int} les rayons exterieur et intérieur de l'isolant (dans la même unité), on a l'expression de la capacité linéique du câble:

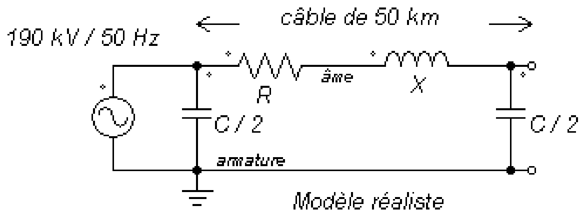
$$C_{l\,(F/m)} = \frac{2\pi.\varepsilon_0\varepsilon_r}{ln\left(\frac{R_{ext}}{R_{int}}\right)}$$

5. Calculez la capacité C_l d'un mètre de câble (capacité linéique) puis la capacité totale C du câble.

$C_l = \frac{2\pi.\varepsilon_0\varepsilon_r}{ln\left(\frac{R_{ext}}{R_{int}}\right)} = \frac{2/9\ 10^{-9}}{ln\left(\frac{33.5}{16.9}\right)} = 325\ pF/m$ et C = 50.10^3.C_l = 16.3 µF

6. Le câble est alimenté en alternatif 190 kV / 50 Hz. Calculez, à partir du modèle de votre choix, l'intensité du courant appelé par le câble à vide (l'autre extrémité n'appelant aucune puissance).





<u>Pour le modèle simple</u> :

Le condensateur d'impédance Zc = 1/Cω = 196 Ω court-circuite la source. On a donc I_V = 190 kV / Z_c = 971 A

<u>Pour le modèle réaliste</u> :

Le condensateur (C/2) d'impédance $Z_{c/2}$ = 392 Ω est en série avec X = 6.28 Ω et R = 1.18 Ω. L'impédance équivalente est Z_{eq} ≈ 390 Ω. A vide, l'impédance Z_v aux bornes de la source est $Z_v = Z_{eq}$ // $Z_{c/2}$ ≈ 195 Ω.

On aura alors I_V = 190 kV / Z_V ≈ 975 A

7. Ce courant est-il utile pour le transport d'énergie ? NON

8. Donnez le modèle du câble en continu. Peut-il y avoir un intérêt à transporter l'électricité en continu ?

En continu X = 0, Z_c est infinie, R = R_0. Le câble est équivalent à R_0. On a I_V = 0.