

La tomographie : un outil pour les diagnostics médicaux

Mialitiana ANDRIANARISON

Édité le
12/10/2026

école _____
normale _____
supérieure _____
paris – saclay _____

Cette ressource est issue des travaux de Mialitiana Andrianarison réalisés dans le cadre de son stage de Master 2 Formation à l'Enseignement Supérieur INTRANET, sous la direction de Laura Henry, l'encadrement pédagogique de Thomas RODET et en collaboration avec l'équipe de la ligne PSICHÉ du Synchrotron SOLEIL : Nicolas Guignot, Andrew King, Neal Brodnik et Shyam Pulickan.

Cette ressource fait partie du N° 121 de La Revue 3EI du 4^{ème} trimestre 2026.

Cet article présente la tomographie par rayons X, depuis l'acquisition des données jusqu'à la reconstruction des images. Après avoir détaillé la modélisation mathématique du problème via l'opérateur de Radon et présenté les méthodes de reconstruction, notamment la rétroprojection filtrée, nous aborderons les principaux artefacts affectant la qualité des images obtenues. Nous illustrerons enfin la diversité des applications de cette technique dans des domaines tels que la géophysique, l'archéologie ou le contrôle non destructif industriel, en complément du cadre médical présenté en introduction.

1 - Introduction

La tomographie est une technique d'imagerie qui permet de reconstruire le volume d'un objet à partir de mesures obtenues avec des ondes pénétrantes (rayons X, ultrasons, muons, etc.). Utilisée en médecine pour explorer le corps humain, en géophysique pour étudier les échantillons géologiques, ou encore en industrie pour le contrôle non destructif des pièces, elle offre une vision interne sans détruire l'échantillon.

En radiologie, la tomographie permet d'obtenir des images en coupes de très haute définition. Elle est utilisée dans les hôpitaux pour les cas urgents, comme les hémorragies cérébrales, les embolies pulmonaires ou encore les dissections de l'aorte. Cela permet d'éviter des opérations de chirurgie exploratoire, autrefois fréquentes pour ces cas urgents, qui augmentaient le risque pour les patients.

Il existe cependant plusieurs types de tomographie, qui se distinguent par le type d'onde utilisée et par la nature de l'information qu'elles fournissent. La tomodensitométrie (*Computed Tomography* ou CT) utilise des rayons X, parfois associés à l'injection d'un produit de contraste, pour fournir une image anatomique précise des tissus et organes. La tomographie par émission de positons (TEP) et la tomographie d'émission monophotonique (SPECT) reposent en revanche sur l'injection d'un radiotraceur et permettent une imagerie fonctionnelle, révélant par exemple l'activité métabolique d'une tumeur plutôt que sa seule structure (voir Figures 1 et 2).

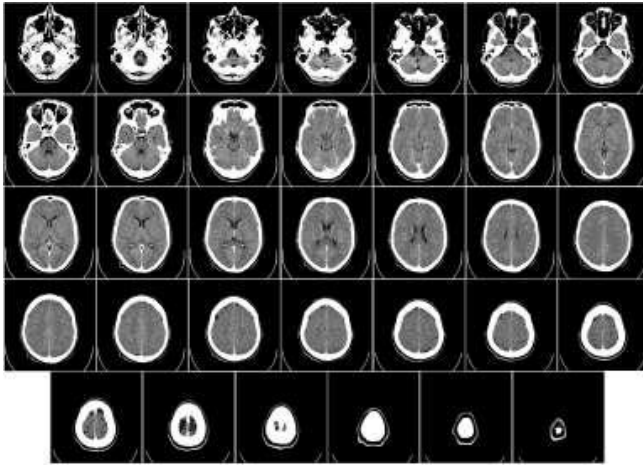


Figure 1 : Tomodensitométrie cérébrale d'un patient, fournissant une image anatomique détaillée des structures du cerveau [1]

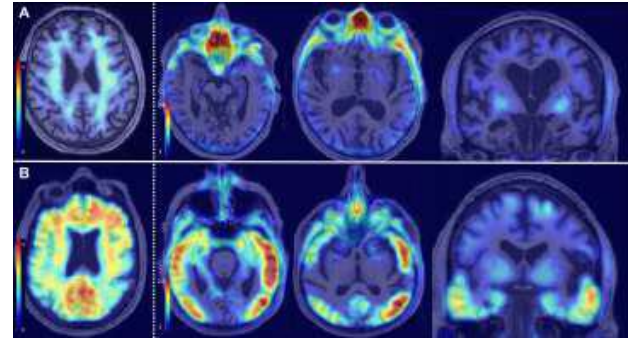


Figure 2 : Imagerie TEP cérébrale chez deux patients présentant un syndrome amnésique : la fixation du radiotracer, qui reflète l'activité métabolique des régions cérébrales, révèle un profil négatif (A) chez un patient sans maladie d'Alzheimer et un profil positif (B) chez un patient avec une maladie d'Alzheimer probable [2]

On s'intéressera à la tomodensitométrie (CT), dans le cas de rayons X dont la propagation est supposée rectiligne, hypothèse qui justifie la modélisation par l'opérateur de Radon présentée dans la section 3. Sauf indications contraires, les images d'illustration sont issues d'un fantôme, c'est-à-dire une image cérébrale simulée, tirée de [3]. On choisira de détailler la tomographie en environnement synchrotron pour l'acquisition physique des données, à titre d'exemple représentatif, sans traiter les autres sources de rayons X utilisées en tomographie (tubes à rayons X conventionnels, etc.).

2 - Acquisition des données de tomographie et reconstruction

2.1 - Relation entre les données acquises et les propriétés des matériaux - loi de Beer-Lambert

Les données acquises lors d'une tomographie sont des projections, c'est-à-dire le flux de photons captés par le détecteur après avoir traversé l'échantillon. Le dispositif comprend au moins les trois éléments suivants : la source (ici synchrotron), une platine de rotation et un détecteur à rayons X. L'échantillon est placé sur la platine de rotation et les projections sont acquises suivant plusieurs rotations avec des angles variant de 0 à 180° ou 0 à 360°, comme on peut le voir sur la Figure 3.

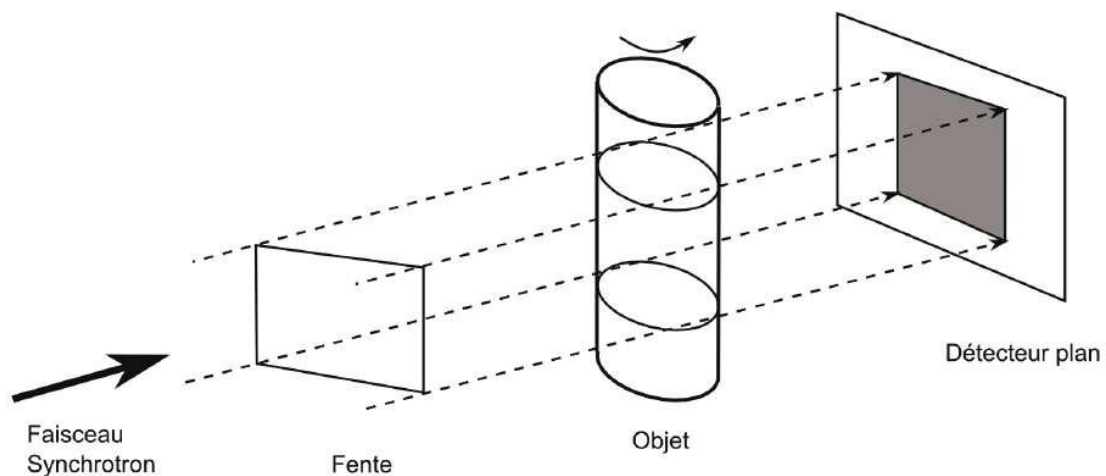


Figure 3 : Schéma de principe d'un CT en rayonnement synchrotron [4]

Les projections permettent de déduire l'atténuation, qui est corrélée à la densité des matériaux de l'échantillon. Cette relation est donnée par la loi de Beer-Lambert (1) qui relie le rapport entre

le nombre de photons transmis I et le nombre de photons incidents I_0 au coefficient d'absorption $\mu(x)$ des différents matériaux traversés le long d'une droite de trajectoire Δ captée par le détecteur :

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\int_{\Delta} \mu(x) dx\right) \quad (1)$$

La figure 4 illustre deux configurations possibles : dans le cas (a), l'objet est homogène et composé d'un unique matériau de coefficient d'absorption constant μ et d'épaisseur x ; dans le cas (b), l'objet est inhomogène et constitué de i matériaux distincts, chacun caractérisé par son propre coefficient μ_n sur une épaisseur x_n .

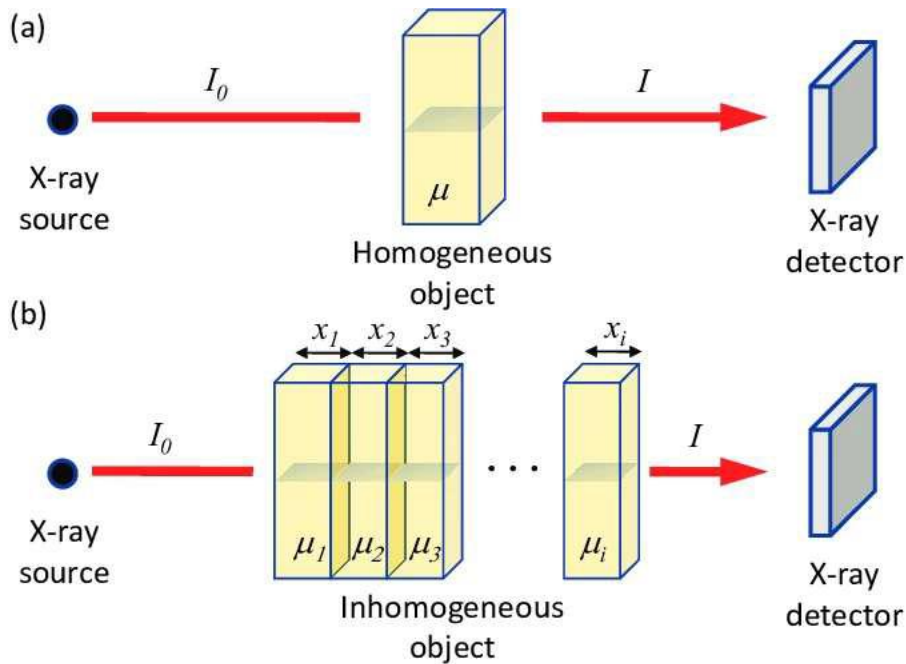


Figure 4 : Illustration de la loi de Beer-Lambert dans le cas d'un objet homogène (un seul matériau) (a) et d'un objet avec plusieurs matériaux (b) [5]

En appliquant l'équation (1) à ces deux cas :

Cas (a) - objet homogène : le coefficient d'absorption est constant, ce qui donne :

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\int_{\Delta} \mu(x) dx\right) = \exp(-\mu x) \quad (2)$$

avec x l'épaisseur du matériau

Cas (b) - objet inhomogène : chaque matériau i possède son propre coefficient μ_i sur une épaisseur x_i , ce qui donne :

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\int_{\Delta} \mu(x) dx\right) = \exp\left(-\sum_{n=1}^i \mu_n x_n\right) = \exp[-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \dots + \mu_i x_i)] \quad (3)$$

2.2 - Étapes de l'acquisition des données et de la reconstruction tomographique

Pour pouvoir appliquer l'équation (1), on doit donc détecter le nombre de photons transmis ainsi que le nombre de photons incidents. Pour cela, l'acquisition suit un protocole en plusieurs étapes : on commence par acquérir une série d'images de référence sans échantillon appelées *flats* (pré-flat), puis l'ensemble des projections de l'échantillon aux différents angles θ , suivi d'une seconde

série de *flats* (post-flat), et enfin une série d'images source éteinte (*dark*). L'acquisition d'un flat avant et après les projections permet de tenir compte d'une éventuelle dérive du faisceau (intensité, position) au cours de l'acquisition, la moyenne des deux séries offrant une meilleure estimation de I_{flat} que l'une ou l'autre prise isolément.

Les détecteurs étant bruités, on calcule le rapport $\frac{I}{I_0}$ par la formule suivante :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{P_\theta - I_{dark}}{I_{flat} - I_{dark}} \quad (4)$$

avec :

- P_θ la projection de l'échantillon à l'angle θ
- I_{dark} la moyenne de plusieurs images acquises source éteinte (*dark*) après l'acquisition des projections de l'échantillon, permettant de corriger le bruit de fond du détecteur
- I_{flat} la moyenne des images de flats (avant et après l'acquisition des projections de l'échantillon), permettant de corriger les défauts de calibration du détecteur ainsi que les artefacts dus au scintillateur¹.

Cette normalisation permet de corriger les effets dus aux détecteurs et à l'environnement du montage, comme on peut voir sur la Figure 5.

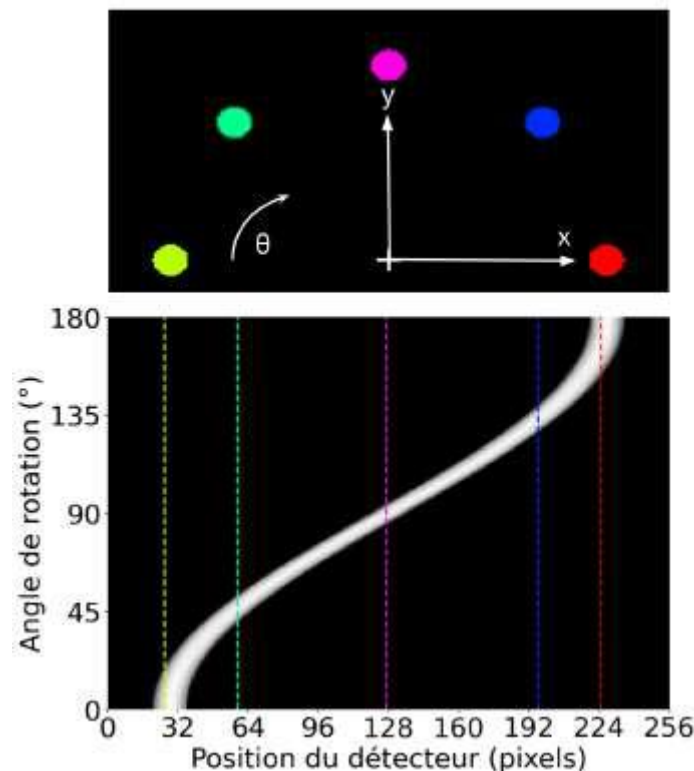


Figure 6 : Illustration de la formation d'un sinogramme pour un objet observé sous différents angles de projection θ . En haut : position apparente de l'objet pour cinq angles θ différents, chaque couleur repérant un angle donné (le repère (x, y) indique la position sur le détecteur). En bas : sinogramme correspondant, obtenu en reportant la position projetée du point sur le détecteur pour chaque angle θ . Les droites verticales en pointillés relient chaque angle de projection (en haut) à sa position correspondante dans le sinogramme (en bas), la couleur permettant de faire le lien entre les deux représentations.

¹ Un scintillateur est un matériau qui émet des photons lorsqu'il absorbe un rayonnement ionisant, ici les rayons X. Ces photons seront détectés par la caméra (cf. section 2.3.3).

Les sinogrammes et les projections contiennent la même information, mais organisée différemment :

- Un sinogramme rassemble toute l'information d'une coupe à une hauteur donnée, pour tous les angles de rotation θ .
- Une projection rassemble l'information de toutes les coupes (toutes les hauteurs) pour un angle de rotation θ fixé.

Cette dualité est illustrée par la Figure 7.

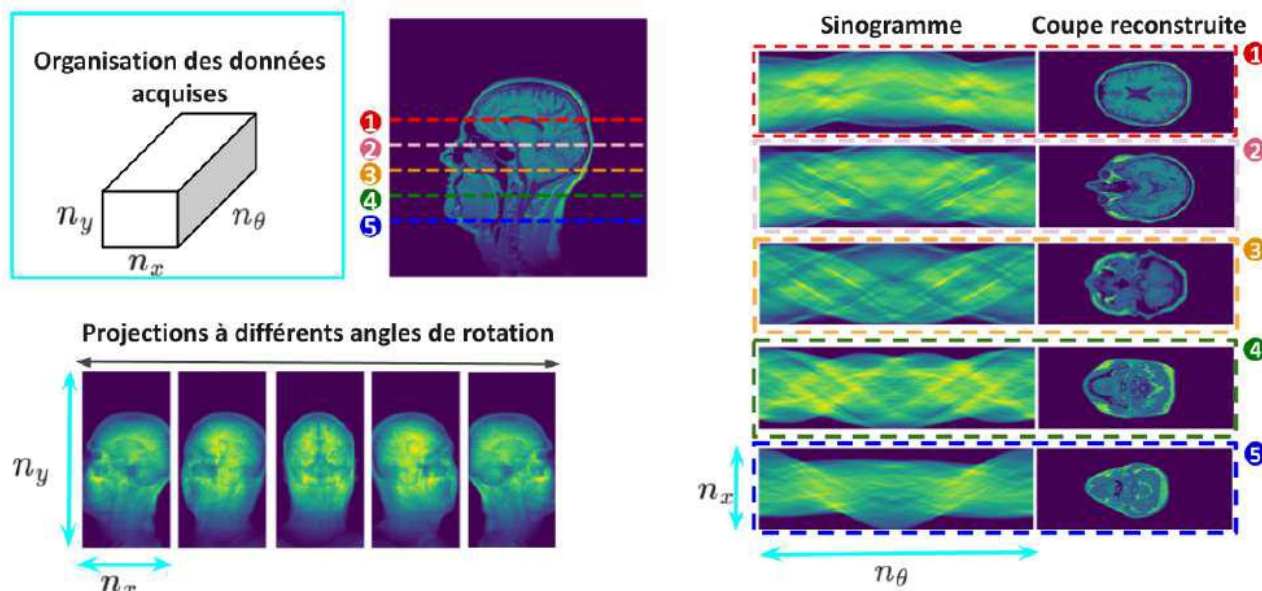


Figure 7 : Organisation des données acquises en tomographie. Le volume de données (n_x, n_y, n_θ) peut être découpé de deux façons complémentaires : en projections (à gauche), qui regroupent toutes les hauteurs y pour un angle θ fixé, ou en sinogrammes (à droite), qui regroupent tous les angles θ pour une hauteur y fixée. Chaque sinogramme, une fois reconstruit, donne la coupe correspondante (numérotée 1 à 5). Les données viennent de Fiji T1 Head [6]

Ce sinogramme, qui encode l'information de la coupe sous tous les angles, est ensuite utilisé pour reconstruire l'image de la coupe à cette hauteur. Cette reconstruction est réalisée via des algorithmes dédiés, tels que la rétroprojection filtrée ou des méthodes itératives (cf. section 4). L'ensemble des coupes reconstruites permet enfin de reconstituer le volume complet de l'échantillon, chaque voxel de ce volume étant associé au coefficient d'absorption linéique du matériau au point correspondant.

2.3 - Dispositif d'acquisition des données

2.3.1 - Source

Pour obtenir les rayons X, on utilise le rayonnement synchrotron. C'est une lumière émise par des électrons de très haute énergie qui tournent dans un anneau de stockage. Pour produire ce rayonnement synchrotron, des électrons sont générés et accélérés dans le linac, un accélérateur linéaire. Ils sont par la suite accélérés dans un accélérateur circulaire appelé booster afin d'être amenés à l'énergie souhaitée (dans notre cas 2.75 GeV). Ils sont finalement déviés dans l'anneau de stockage où ils vont perdre de l'énergie à chaque tour, émettant du rayonnement synchrotron (cf. Figure 8).

Ce rayonnement, dont l'énergie E est inversement proportionnelle à la longueur d'onde λ ($E = h\nu = hc/\lambda$, où h est la constante de Planck, c la célérité de la lumière et ν la fréquence), est dirigé par des systèmes optiques vers des stations expérimentales. Là, il est ajusté pour sélectionner la

gamme de longueurs d'onde souhaitée. Elle se propage par la suite dans la cabine d'expérience où l'échantillon et les détecteurs utilisés sont positionnés. L'expérience est pilotée depuis la station de travail afin de protéger les utilisateurs des radiations.

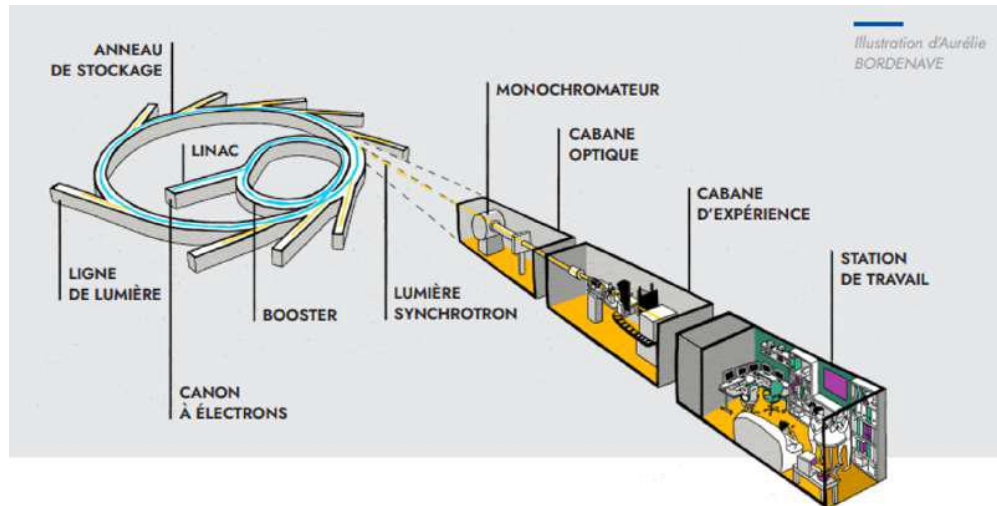


Figure 8 : Schéma d'une ligne de lumière [7]

L'intérêt du rayonnement synchrotron réside tout d'abord dans la large gamme d'énergie couverte, permettant de produire des photons allant du térahertz aux rayons X durs. Le faisceau synchrotron est également très brillant : sur la ligne PSICHÉ, il atteint par exemple un flux de 3×10^{11} photons/s/mm² à 25 keV en mode monochromatique [8]. Sa faible divergence permet par ailleurs d'obtenir un faisceau de petite section, de l'ordre de 15×4.5 mm [8], ce qui se traduit par une résolution spatiale de l'ordre de la dixième de micromètre et un temps d'acquisition inférieur à une minute.

2.3.2 - Échantillon

L'échantillon est posé sur la platine de rotation, au centre du faisceau. Un alignement précis de son axe avec l'axe de rotation est nécessaire pour éviter les artefacts lors de la reconstruction (cf. section 5). Sa largeur détermine également le choix de l'amplitude de rotation (180° ou 360°). En effet, si l'objet est trop grand par rapport au champ de vue, le décentrer par rapport à la platine permet de doubler le champ de vue.

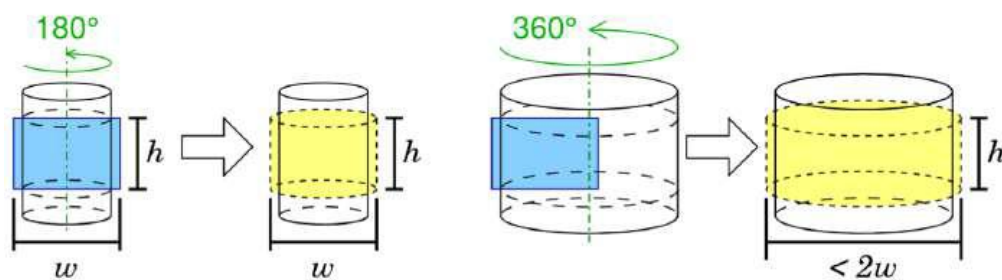


Figure 9 : Géométries de tomographie : à gauche la géométrie standard et à droite la géométrie à champ étendu. Les cylindres blancs représentent l'échantillon. Les rectangles bleus indiquent le champ de vue du détecteur (largeur w , hauteur h). Les cylindres jaunes indiquent le volume reconstruit. Les lignes vertes en tirets-points indiquent l'axe de rotation. Les valeurs d'angle (en vert) indiquent la plage angulaire requise pour le scan tomographique. Figure et légende traduites et adaptées de [9]

Les contraintes portant sur l'échantillon diffèrent selon le domaine d'application. En tomographie médicale, l'échantillon (organe, tissu) est sensible aux radiations, ce qui impose un compromis entre dose délivrée et qualité d'image. En métallurgie, l'échantillon est généralement inerte vis-à-vis du rayonnement, ce qui autorise des doses plus élevées, mais son fort pouvoir d'absorption impose de choisir une énergie de faisceau suffisamment élevée pour le traverser.

2.3.3 - Détecteur

Pour enregistrer les images de projections, on utilise la détection indirecte qui combine deux éléments : un scintillateur, un écran fluorescent qui convertit les rayons X en photons dans le domaine du visible, et une caméra photosensible. On peut également ajouter un miroir afin de dévier le flux de photons et ainsi éviter de placer la caméra dans l'axe du faisceau, ce qui risquerait de l'endommager, ainsi qu'un objectif afin de varier la taille du pixel ce qui permet d'ajuster le compromis entre la résolution spatiale et le champ de vue (cf. Figure 10).

Le choix du détecteur dépend donc des performances voulues en termes de rapidité, de la taille de pixels de l'image et de la dynamique.

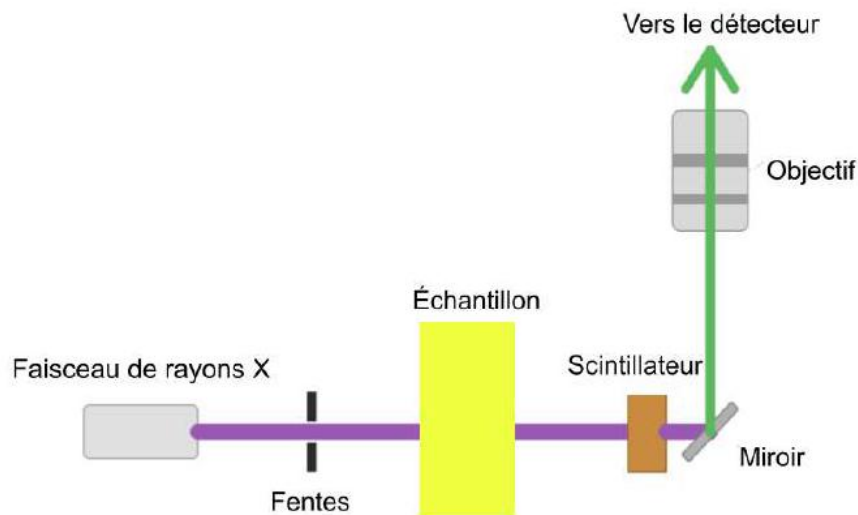


Figure 10 : Schéma de principe de l'acquisition des signaux

3 - Construction mathématique des données de tomographie

3.1 - Modélisation analytique en 2D du problème inverse

Une coupe 2D est modélisée par une fonction $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2)$ avec x_1 et x_2 respectivement l'abscisse et la coordonnée dans un plan de reconstruction. Cette modélisation peut être illustrée par la figure suivante :

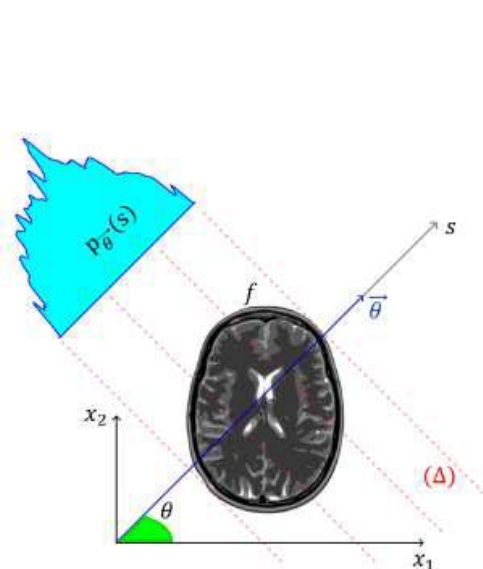


Figure 11 : Modélisation de l'acquisition des données de projection

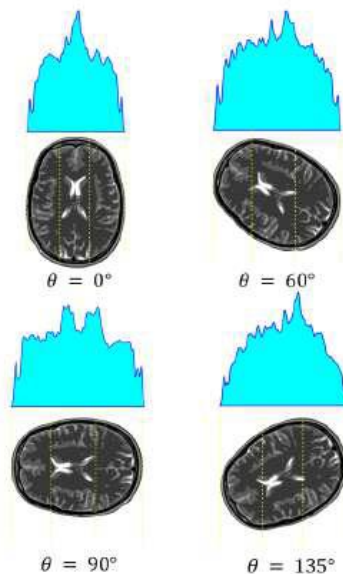


Figure 12 : Projection de f pour différentes valeurs de θ

avec :

- θ l'angle de rotation de l'échantillon. $\vec{\theta}$ est donc la direction de projection telle que $\vec{\theta} = (\cos\theta, \sin\theta)$
- s est un paramètre continu, qui représente la position du détecteur qui enregistre le signal reçu
- $p_{\vec{\theta}}(s)$ est la projection de $f(\vec{x})$ suivant l'angle θ
- Δ est la droite de projection qui dépend de $\vec{\theta}$ et de s . Elle est perpendiculaire à $\vec{\theta}$ et a une distance par rapport à l'origine du repère (x_1, x_2) qui est égale à s

La projection $p_{\vec{\theta}}(s)$ est une somme (ou intégrale) de f pour tout $\vec{x}$ de la droite Δ , donc tous les couples (x_1, x_2) qui satisfont $\langle \vec{x}, \vec{\theta} \rangle = s$. On peut donc détailler son expression en fonction de $\vec{x}$:

$$P_{\vec{\theta}}(s) = \int_{(\vec{x}, \vec{\theta})=s} f(\vec{x}) d\vec{x} \quad (5)$$

$$= \int_{\mathbb{R}^2} f(\vec{x}) \delta((\vec{x}, \vec{\theta}) = s) d\vec{x} \quad \text{avec } \delta \text{ la distribution de Dirac} \quad (6)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) \delta(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - s) dx_1 dx_2 \quad (7)$$

$$= \mathcal{R}f(x_1, x_2) = \mathcal{R}f(\vec{x}) \quad (8)$$

3.2 - Opérateur de Radon

La forme (8) nous permet de définir la projection $p_{\vec{\theta}}(s)$ comme le résultat d'un opérateur linéaire $\mathcal{R}$, appelé "opérateur de Radon". Il transforme une fonction bidimensionnelle $f(x_1, x_2)$ en une série de projections monodimensionnelles $p_{\vec{\theta}}(s)$, obtenues par intégration le long de droites perpendiculaires à $\vec{\theta}$. Comme vu dans la section précédemment, l'ensemble des projections pour toutes les valeurs de θ et de s à une hauteur fixée forme un sinogramme.

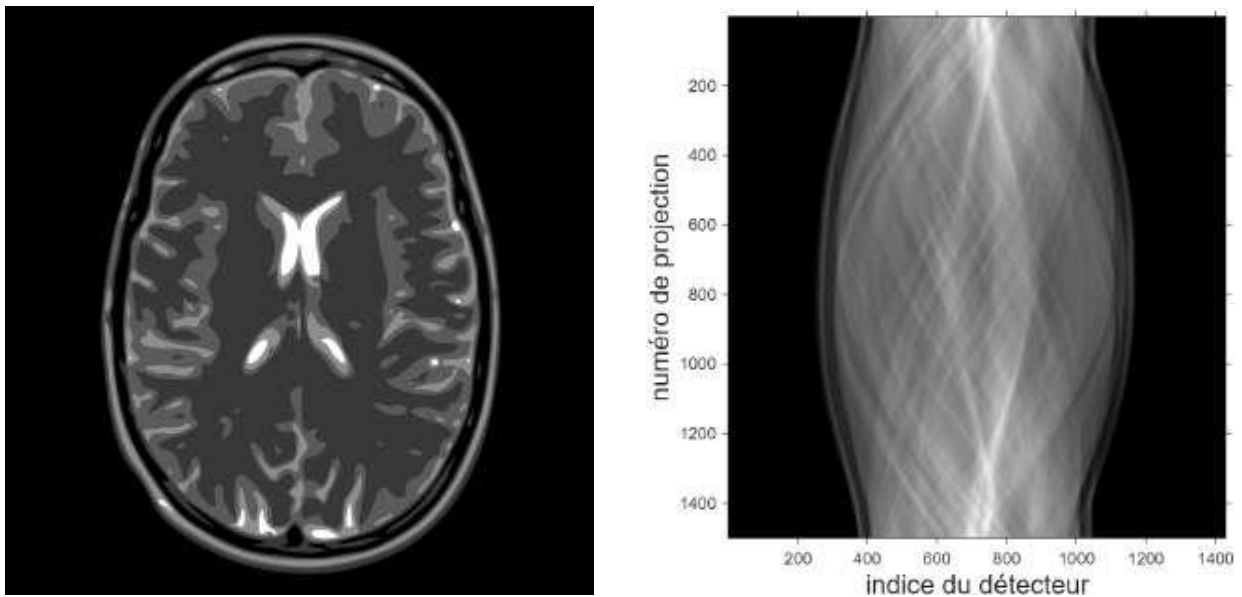


Figure 13 : À gauche l'image originale, à droite le sinogramme de l'image pour 1500 projections

3.3 - Lien entre les projections et la transformée de Fourier de l'image : théorème de coupe-projection

On rappelle la définition de la transformée de Fourier d'une fonction 1D $f(x)$, où ν désigne la fréquence spatiale :

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi\nu x} dx \quad (9)$$

On rappelle également la définition de la transformée de Fourier d'une image 2D $f(x_1, x_2)$, où ν_1 et ν_2 désignent les fréquences spatiales dans les deux dimensions :

$$F(\nu_1, \nu_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-i2\pi(x_1\nu_1 + x_2\nu_2)} dx_1 dx_2 \quad (10)$$

Comme la fonction $f(x_1, x_2)$, est réelle, sa transformée de Fourier est paire, donc son module est symétrique par rapport à l'origine.

La transformée de Fourier d'une image contient ses informations fréquentielles : l'origine correspond à la composante continue (valeur moyenne des pixels), les basses fréquences environnantes portent la structure globale de l'image, les moyennes fréquences en traduisent les détails, et les hautes fréquences, situées en périphérie, représentent les contours et les transitions abruptes.



Figure 14 : De gauche à droite : image originale avec un bruit poivre et sel ; image reconstruite après masquage des basses fréquences (filtre passe-haut), faisant ressortir les contours au détriment de la structure globale ; image reconstruite après masquage des hautes et moyennes fréquences (filtre passe-bas), atténuant le bruit mais au prix d'un flou dû à la perte des détails fins.

Pour faire le lien entre la transformée de Fourier de f et les projections, on repart de l'équation (7) :

$$p_{\bar{\theta}}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) \delta(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - s) dx_1 dx_2 \quad (11)$$

On note $p_{\bar{\theta}}(s)$ sa transformée de Fourier.

On obtient alors :

$$P_{\bar{\theta}}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\bar{\theta}}(s) e^{-i2\pi\nu s} ds \quad (12)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - s) e^{-i2\pi\nu s} ds \right] dx_1 dx_2 \quad (13)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-i2\pi v(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta)} dx_1 dx_2 \quad (14)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-i2\pi(x_1 v_1 + x_2 v_2)} dx_1 dx_2 \quad (15)$$

$$= F(v_1, v_2) \quad (16)$$

où l'on a posé $v_1 = v \cos\theta$ et $v_2 = v \sin\theta$.

La transformée de Fourier de la projection suivant l'angle θ est donc égale à la transformée de Fourier de l'image originale évaluée le long de la droite de fréquences $(v \cos\theta, v \sin\theta)$. C'est le *théorème de coupe-projection*.

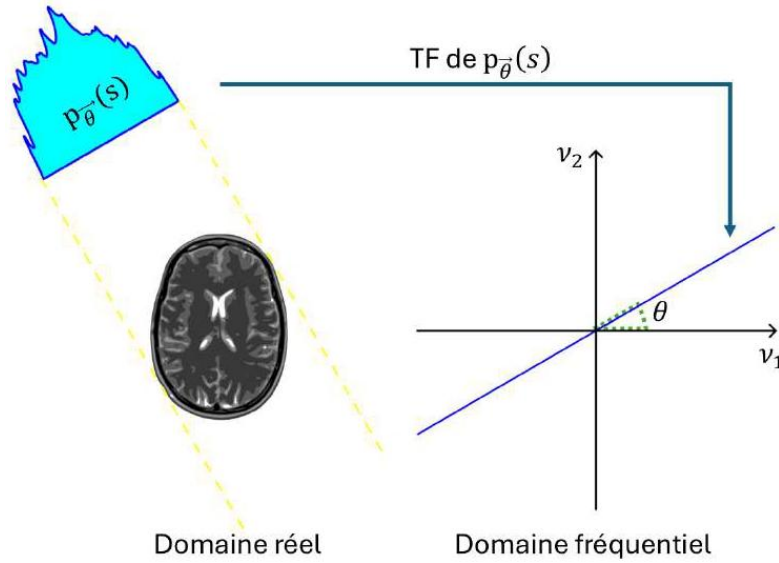
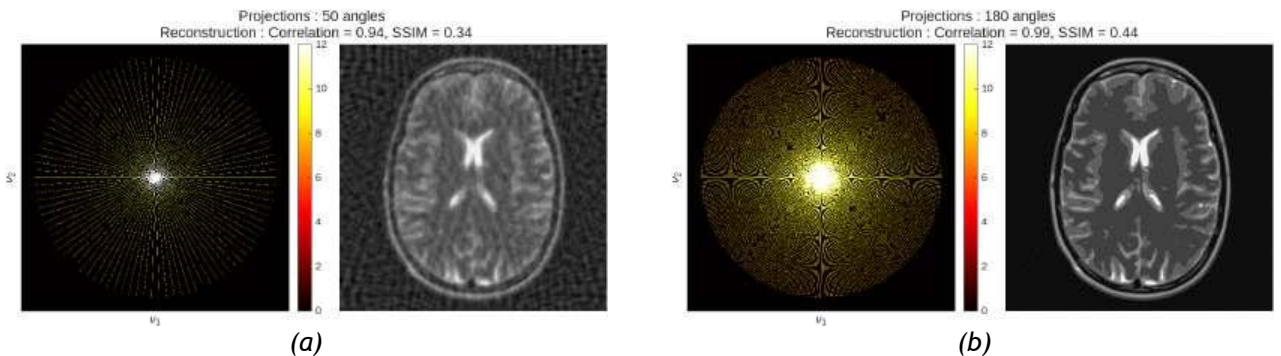


Figure 15 : Illustration du théorème de coupe-projection pour $\theta = 30^\circ$

Ainsi, chaque projection fournit, via sa transformée de Fourier, les valeurs de $F(v_1, v_2)$ le long d'une droite d'angle θ passant par l'origine dans l'espace des fréquences. En disposant de projections sous suffisamment d'angles, on couvre l'espace de Fourier et l'on peut, en principe, reconstruire l'image complète par transformée de Fourier inverse. Cependant, la numérisation impose une limite : le théorème de Shannon-Nyquist stipule que la fréquence maximale reconstituée sans repliement spectral est la fréquence de Nyquist

$$v_N = \frac{1}{2\Delta x'} \quad (17)$$

où Δx désigne la taille d'un pixel. Toute composante fréquentielle au-delà de v_N est perdue, ce qui fixe la résolution spatiale maximale atteignable.



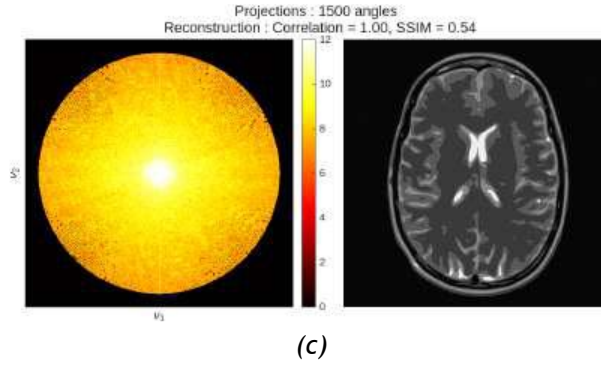


Figure 16 : Influence du nombre de projections sur la couverture de l'espace de Fourier et la qualité de reconstruction : en blanc les coefficients de Fourier complétés par les projections. (a) 50 projections : les droites de coupe sont clairement visibles et de larges zones de l'espace de Fourier ne sont pas échantillonnées, ce qui se traduit par des artefacts en étoile dans l'image reconstruite. (b) 180 projections : la couverture est meilleure mais les gaps entre droites restent perceptibles, et l'image présente encore un léger flou. (c) 1500 projections : l'espace de Fourier est densément couvert jusqu'à la fréquence de Nyquist ν_N , et la reconstruction est visuellement très proche de l'image originale, bien qu'un bruit résiduel (qui n'est pas visible) limite le SSIM à 0.54².

4 - Méthodes de reconstruction

4.1 - Rétroprojection filtrée (Filtered back projection)

L'opérateur de Radon possède un opérateur dual, appelé opérateur de rétroprojection ou d'épandage $\mathcal{R}^*$. Il est défini comme suit :

$$(\mathcal{R}^*p)(\vec{x}) = \int_0^\pi P_{\vec{\theta}}(\langle \vec{\theta}, \vec{x} \rangle) d\theta = \int_0^\pi P_{\vec{\theta}}(s) d\theta \quad (18)$$

Pour un point donné de la coupe $\vec{x} = (x_1, x_2)$, une rétroprojection fait l'intégrale sur un demi-tour de toutes les valeurs des projections $p_{\vec{\theta}}(s)$ impliquant les raies $s = x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta$ pour θ variant de 0 à π .

L'opérateur de rétroprojection produit une image très basse fréquence, due à l'action de l'intégrale. L'objet reconstruit n'est donc pas identique à l'objet initial (la rétroprojection d'un objet avec n projections restitue une étoile à n branches).

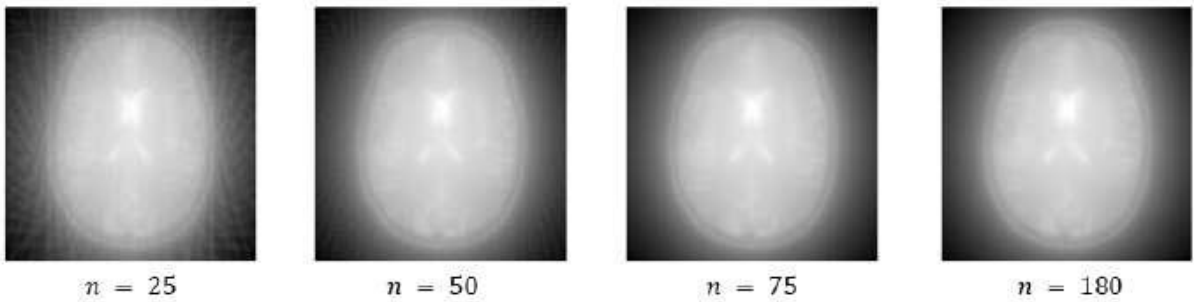


Figure 17 : Rétroprojection pour différentes valeurs de n

Pour corriger ce défaut, on cherche un filtre à appliquer sur chaque projection avant la rétroprojection. En partant de la transformée de Fourier inverse 2D de f :

² La corrélation et le SSIM mesurent tous deux la similarité entre image reconstruite et image originale (valeur maximale de 1 pour une reconstruction parfaite). Le SSIM est plus sensible aux structures locales (contours, textures) qu'à l'intensité globale des pixels, ce qui limite sa valeur ici.

$$f(x_1, x_2) = \int_{\mathbb{R}^2} f(\vec{x}) F(v_1, v_2) e^{i2\pi(x_1 v_1 + x_2 v_2)} dv_1 dv_2 \quad (19)$$

On effectue le changement de variables polaires $v_1 = v \cos \theta$, $v_2 = v \sin \theta$, dont le jacobien vaut $|J| = |v|$, soit $dv_1 dv_2 = |v| dv d\theta$:

$$f(x_1, x_2) = \int_0^\pi \int_{-\alpha}^{+\alpha} F(v \cos \theta, v \sin \theta) e^{i2\pi v(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta)} |v| dv d\theta \quad (20)$$

$$= \int_0^\pi \int_{-\alpha}^{+\alpha} P_{\bar{\theta}}(v) |v| e^{i2\pi v(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta)} dv d\theta \quad (21)$$

où l'on a utilisé le théorème de la tranche centrale $F(v \cos \theta, v \sin \theta) = P_{\bar{\theta}}(s)$.

On reconnaît dans l'intégrale intérieure la transformée de Fourier inverse 1D de $P_{\bar{\theta}}(s) \cdot |v|$, que l'on note $p_{\bar{\theta}}(s)$:

$$P_{\bar{\theta}}(s) = \int_{-\alpha}^{+\alpha} P_{\bar{\theta}}(s) |v| e^{i2\pi v s} dv \quad (22)$$

On obtient ainsi la formule de la rétroprojection filtrée :

$$f(x_1, x_2) = \int_0^\pi \hat{P}_{\bar{\theta}}(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta) d\theta \quad (23)$$

Le facteur $|v|$ émerge naturellement du jacobien du passage en coordonnées polaires (cf. équation (21)) : c'est le filtre rampe, qui amplifie proportionnellement les hautes fréquences de chaque projection avant rétroprojection, compensant ainsi la sur-représentation des basses fréquences lors de l'acquisition.

Cependant, le filtre rampe pur amplifie également le bruit haute fréquence présent dans les projections. En pratique, on lui associe une fenêtre d'apodisation qui atténue les très hautes fréquences, au prix d'une légère perte de résolution. La Figure 18 présente deux exemples couramment utilisés : le filtre de Shepp-Logan, qui offre un compromis intermédiaire, et le filtre cosinus (Hanning), qui atténue plus fortement les hautes fréquences.

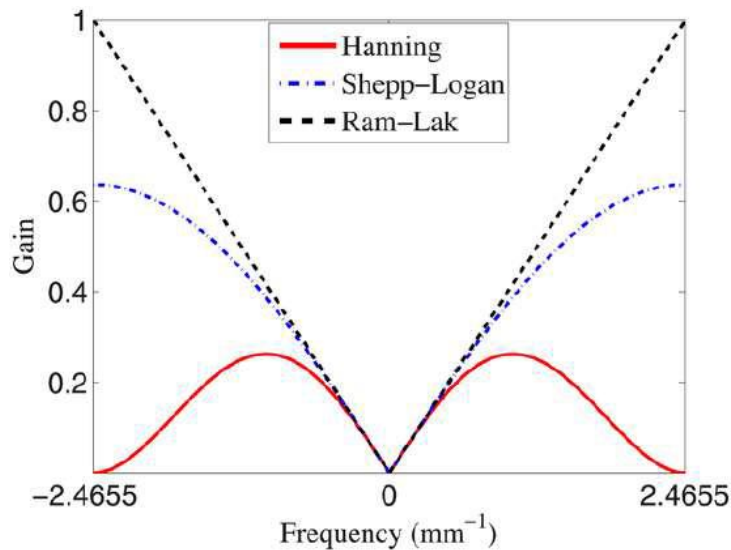


Figure 18 : Différents filtres utilisés en rétroprojection filtrée. Ram-Lak correspond au filtre rampe pur $|v|$; Shepp-Logan et Hanning sont des versions apodisées [10]

La Figure 19 illustre l'effet de ces filtres lorsque les projections acquises sont bruitées. Le Ram-Lak, correspondant au filtre rampe pur, amplifie fortement le bruit haute fréquence et produit une reconstruction granuleuse. Le filtre de Shepp-Logan, en apodisant légèrement le filtre rampe, limite cette amplification sans pour autant lisser significativement le bruit résiduel. Le filtre de Hanning, plus restrictif sur les hautes fréquences, atténue davantage le bruit, mais au prix d'une perte de résolution plus marquée sur les contours de l'image.

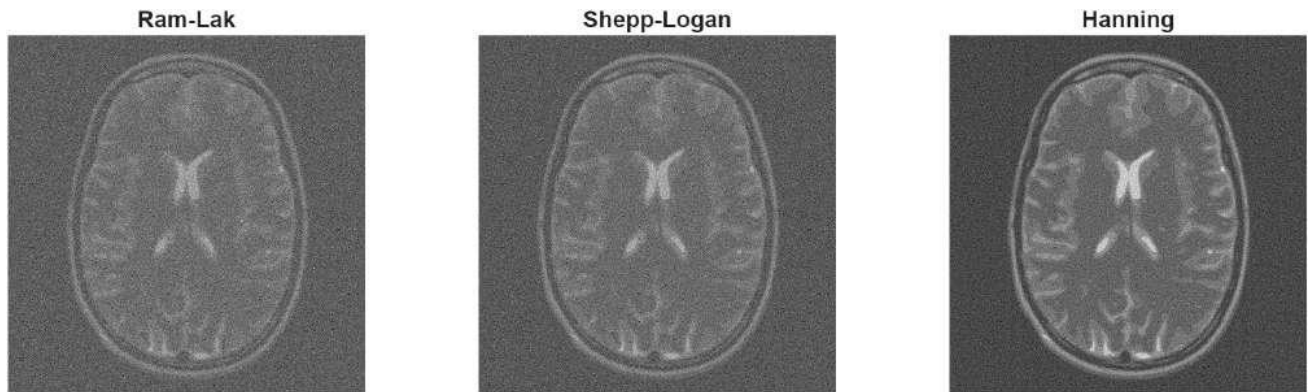


Figure 19 : Effets du filtre dans le cas de projections bruitées

4.2 - Méthodes algébriques

On peut reformuler le problème de reconstruction tomographique de façon matricielle, et donc le mettre sous la forme d'un système linéaire. Pour une coupe f et le vecteur des mesures (les projections suivant les angles) P , on peut construire une matrice R qui modélise la contribution de chaque pixel de f à chaque mesure, telle que :

$$P = Rf \quad (24)$$

Avec :

$$P_j = \sum_{i=1}^n r_{ji} f_i \quad (25)$$

où i est l'indice du pixel de f , j l'indice de la mesure p_j dans P , et où r_{ji} représente donc la contribution du i -ème pixel à la j -ème mesure.

L'inconnue est f et l'objectif est donc de résoudre le problème inverse, c'est-à-dire retrouver f à partir de P et R . Si R était carrée et inversible, la solution serait simplement $f = R^{-1}P$. Cependant, en pratique, R n'est généralement pas carrée (le nombre de mesures peut différer du nombre de pixels), et même lorsqu'elle l'est, elle peut être mal conditionnée ou de rang déficient (mesures redondantes, bruit, nombre d'angles limité), ce qui empêche son inversion directe. On peut alors avoir recours à la pseudo-inverse de R , qui généralise la notion d'inverse à ce type de matrices. Toutefois, R étant de dimensions très élevées en tomographie, le calcul explicite de sa pseudo-inverse devient rapidement coûteux, voire impraticable.

Afin de résoudre le problème, Kaczmarz [11, 12, 13] a proposé une solution itérative. L'estimation de la valeur du pixel f_i est calculée par :

$$f_i^{(k+1)} = f_i^{(k)} + \frac{p_j - \sum_{\omega=1}^n f_i^{(k)} r_{j\omega}}{\sum_{\omega=1}^n r_{j\omega}^2} r_{ji} = f_i^{(k)} + \frac{p_j - p'_j}{\sum_{\omega=1}^n r_{j\omega}^2} r_{ji} \quad (26)$$

où p'_j est l'estimation de la projection de f sur la ligne j .

4.2.1 - Méthode ART

Les méthodes de reconstruction algébrique (ART), introduites par Gordon et al. [14] et présentées notamment dans [13], reposent sur une mise à jour successive des pixels de l'image afin de réduire l'écart entre les projections calculées et les mesures expérimentales. En imposant que les coefficients d'atténuation restent positifs, deux variantes ont été proposées : une version additive et une version multiplicative.

Dans la version additive, la correction appliquée au pixel f_i est proportionnelle au résidu entre la projection mesurée p_j et la projection calculée p_j' . La contrainte de positivité est assurée en annulant toute valeur négative obtenue après la mise à jour :

$$f_i^{(k+1)} = \max \left\{ f_i^{(k)} + \frac{p_j - p_j'^{(k)}}{\sum_{\omega} r_{j\omega}^2} r_{ji}, 0 \right\} \quad (27)$$

La variante multiplicative, appelée MART (*Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique*), modifie le coefficient en le pondérant par le rapport entre la projection mesurée et celle estimée :

$$f_i^{(k+1)} = \frac{p_j}{p_j'} f_i^{(k)} \quad (28)$$

Comme cette mise à jour consiste uniquement à multiplier une valeur positive par un facteur positif, la positivité des coefficients est conservée sans qu'il soit nécessaire d'appliquer explicitement une contrainte de type $\max(\cdot, 0)$.

Dans de nombreuses implémentations, la matrice de projection est simplifiée en supposant que chaque coefficient r_{ji} est binaire : il vaut 1 lorsque le pixel i est traversé par le rayon X_j et 0 dans le cas contraire. Le terme de normalisation $\sum_{\omega} r_{j\omega}^2$ devient alors simplement le nombre de pixels intersectés par ce rayon, noté N_j . L'expression précédente se simplifie ainsi en

$$f_i^{(k+1)} = \max \left\{ f_i^{(k)} + \frac{p_j - p_j'^{(k)}}{N_j} r_{ji}, 0 \right\} \quad (29)$$

et l'incrément appliqué au pixel s'écrit ainsi

$$\delta f_i^{(k+1)} = \frac{p_j - p_j'^{(k)}}{N_j} \quad (30)$$

où $p_j'^{(k)}$ désigne la projection calculée à partir de l'estimation courante $f^{(k)}$. Cette modélisation revient à utiliser une interpolation par le plus proche voisin. Elle fournit une description correcte lorsque les rayons sont parallèles à la grille de pixels ($\theta = 0^\circ$), mais son exactitude diminue lorsque l'angle d'incidence augmente. Par exemple, pour $\theta = 45^\circ$, la longueur d'intersection réelle est proportionnelle à $\sqrt{2}N_j$, alors que l'approximation binaire conserve la valeur N_j .

Afin de mieux représenter la géométrie de l'acquisition, il est possible de remplacer ce comptage de pixels par la longueur effective d'intersection entre le rayon et l'objet, notée S_j . Comme la projection calculée $p_j'^{(k)}$ reste construite à partir de l'approximation binaire des coefficients $r_{j\omega}$, elle demeure naturellement associée à la normalisation N_j . Seule la mesure réelle p_j , qui correspond physiquement au trajet effectif du rayon dans l'objet, est alors normalisée par S_j . L'équation (30) devient alors :

$$\delta f_i^{(k+1)} = \frac{p_j}{S_j} - \frac{p_j^{(k)}}{N_j} \quad (31)$$

Cette normalisation géométrique améliore la précision de la mise à jour en tenant compte de la longueur réelle du trajet du rayon dans l'objet, tout en conservant la cohérence entre $p_j^{(k)}$ et le modèle binaire utilisé pour son calcul, ce qui limite les erreurs introduites par l'approximation binaire.

4.2.2 - Méthode SIRT

Contrairement à l'ART, où les pixels sont mis à jour après le traitement de chaque projection, la méthode SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*) reporte la correction jusqu'à ce que l'ensemble des projections ait été pris en compte. À chaque itération, les résidus entre les projections mesurées et celles calculées à partir de l'estimation courante sont évalués pour les M projections disponibles. Les corrections correspondantes sont ensuite combinées afin d'effectuer une unique mise à jour de chaque pixel. Les expressions additive et multiplicative de l'ART se réécrivent alors sous la forme :

- **SIRT additive** : $f_i^{(k+1)} = \max \left\{ f_i^{(k)} + \frac{\sum_{j=1}^M p_j}{\sum_{j=1}^M S_j} + \frac{\sum_{j=1}^M p_j^{(k)}}{\sum_{j=1}^M N_j}, 0 \right\}$
- **SIRT multiplicative** : $f_i^{(k+1)} = \frac{\sum_{j=1}^M p_j \sum_{j=1}^M N_j}{\sum_{j=1}^M S_j \sum_{j=1}^M p_j^{(k)}} f_i^{(k)}$

Le fait de regrouper les corrections issues de toutes les projections rend généralement SIRT plus stable et moins sensible aux incohérences présentes dans les données de projection. En contrepartie, chaque itération nécessite le traitement de l'ensemble des projections, ce qui augmente le coût de calcul par rapport à l'ART.

4.2.3 - Méthode SART

La méthode SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) peut être vue comme un compromis entre les approches ART et SIRT. Comme dans le SIRT, la mise à jour d'un pixel combine simultanément les contributions de plusieurs raies plutôt que de les traiter une à une, ce qui limite l'effet des mesures bruitées ou incohérentes. Cependant, à la différence du SIRT qui attend d'avoir traité l'ensemble des projections du système avant de corriger l'image, le SART effectue cette combinaison simultanée uniquement à l'échelle d'un seul angle de projection à la fois : l'image est mise à jour après chaque angle, puis l'algorithme passe à l'angle suivant, comme dans l'ART. Cette combinaison des deux stratégies permet à SART de converger plus rapidement que le SIRT, tout en conservant une meilleure robustesse au bruit que l'ART classique.

Par ailleurs, contrairement à l'ART classique qui considère une contribution binaire des pixels traversés, le SART modélise plus précisément l'intersection entre les rayons et les pixels. Pour cela, chaque rayon est échantillonné en plusieurs points, et la valeur de l'image en chacun de ces points est estimée par interpolation bilinéaire à partir des pixels voisins. Les coefficients de projection correspondent alors aux longueurs réelles d'intersection entre le rayon et les pixels, ce qui fournit une représentation plus fidèle de la géométrie de l'acquisition.

La mise à jour d'un pixel s'écrit alors :

$$f_i^{(k+1)} = f_i^{(k)} + \frac{\sum_{j \in \theta} \left[\frac{p_j - p_j'}{\sum_{\omega=1}^n r_{j\omega}^2} r_{ji} \right]}{\sum_{j \in \theta} r_{ji}} \quad (32)$$

où r_{ji} représente la contribution du pixel i à la projection j , et où la somme porte sur l'ensemble des raies j appartenant à un même angle de projection θ .

Grâce à cette pondération, SART produit généralement des reconstructions de meilleure qualité que l'ART, tout en conservant une vitesse de convergence supérieure à celle du SIRT.

Il existe également une troisième famille de méthodes, dites statistiques (par exemple le *Maximum Likelihood Expectation Maximization*), qui modélisent explicitement la nature stochastique du bruit de détection afin d'améliorer la reconstruction, notamment en présence d'une faible dose ou d'un fort bruit. Ces approches ne sont pas détaillées ici mais complètent le panorama des méthodes de reconstruction tomographique.

5 - Les artefacts dans les images reconstruites

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, la reconstruction du volume de l'échantillon nécessite de reconstruire l'image de chaque coupe, à chaque hauteur, à partir de son sinogramme. Dans un cas idéal, cette reconstruction serait parfaite, sans bruit ni artefacts. Cependant en pratique, différents problèmes peuvent survenir lors de l'acquisition des données, dégradant les sinogrammes puis, par conséquent, le volume reconstruit. Cette section présente les principaux artefacts observés et leurs origines.

5.1 - Les artefacts dus à la mauvaise estimation du centre de rotation

Comme vu dans la section 2.2, la projection d'un point dépend de la position du centre de rotation utilisé lors de la reconstruction. Si ce centre est mal estimé, la trajectoire théorique de chaque point ne correspond plus à sa trajectoire réelle sur le sinogramme. Ce décalage produit des artefacts caractéristiques en forme de U dans les coupes reconstruites.

Pour illustrer cet effet, la figure 20 présente la même coupe reconstruite en partant de la position réelle du centre de rotation et en lui appliquant volontairement un décalage horizontal (offset), à l'aide d'un curseur permettant de parcourir plusieurs valeurs de décalage. Plus l'écart introduit par rapport à la position réelle est important, plus les artefacts en U sont marqués comme on peut le voir sur la Figure 20.

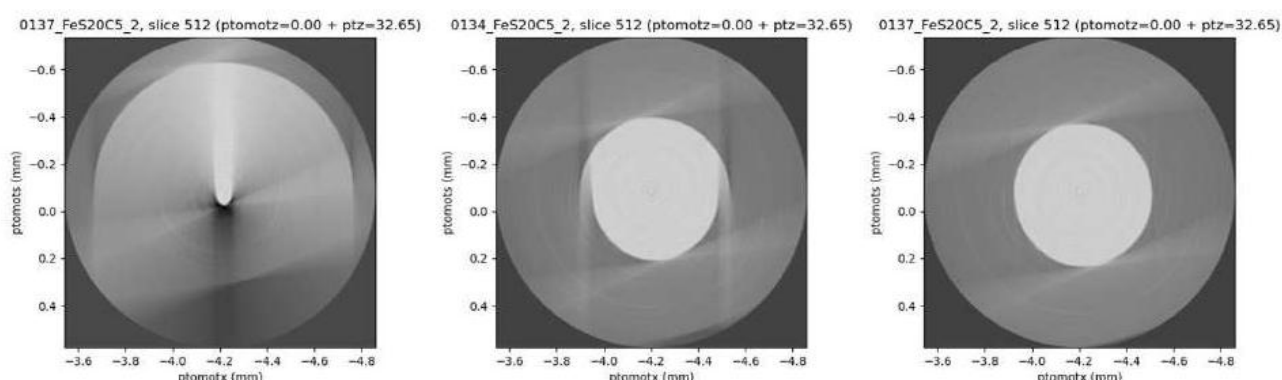


Figure 20 : La même coupe reconstruite avec des axes de rotation différents : à gauche un axe très mal estimé (40 pixels d'écart), au centre un axe mieux estimé (10 pixels d'écart) et à droite l'axe estimé est le plus proche de l'axe de rotation réel. Crédits photo : ligne PSICHÉ du Synchrotron SOLEIL

Pour corriger cet artefact, il faut réestimer le centre de rotation de l'image. Pour cela, on exploite la symétrie liée à la géométrie d'acquisition : comme l'échantillon tourne autour d'un axe de rotation fixe, les projections à 0° et à 180° sont symétriques par rapport à l'axe de rotation de l'échantillon.

On calcule alors, dans le domaine de Fourier, la corrélation croisée entre ces deux images (en inversant préalablement l'une des projections) afin de déterminer le décalage qui la maximise :

$$\text{corr}(p_0, p_{180}^{\text{inv}}) = \mathcal{F}^{-1} \left(\mathcal{F}(p_0) \cdot \overline{\mathcal{F}(p_{180}^{\text{inv}})} \right) \quad (33)$$

avec :

- p_0 la projection à 0°
- p_{180}^{inv} la projection à 180° retournée par rapport à l'axe de symétrie
- $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}^{-1}$ respectivement la transformée de Fourier et la transformée de Fourier inverse,
- $\overline{\mathcal{F}(\cdot)}$ le conjugué complexe de la transformée de Fourier
- $\text{corr}(p_0, p_{180}^{\text{inv}})$ la fonction de corrélation croisée entre les deux projections, dont le maximum indique le décalage optimal entre les deux images.

La position du maximum de cette fonction de corrélation correspond au décalage qui aligne le mieux les deux projections symétriques, et donc à l'écart entre le centre de rotation utilisé et le centre de rotation réel. Comme cette fonction est calculée sur une grille discrète de pixels, ce maximum ne peut être localisé qu'à un pixel près. Afin d'obtenir une estimation plus précise, on ajuste une parabole $y = ax^2 + bx + c$ sur les quelques points de corrélation entourant ce maximum, avec x les positions autour du maximum (en pixels) et y les valeurs de corrélation correspondantes. La position du sommet de cette parabole, $x_{\text{max}} = -\frac{b}{2a}$, donne alors le décalage avec une précision sous-pixellique. C'est cette valeur affinée qui est finalement utilisée pour corriger la position du centre de rotation.

5.2 - Les artefacts dus aux contrastes de phases

Aux hautes résolutions spatiales, l'échantillon observé est nécessairement de petite taille et donc généralement peu absorbant, en particulier dans les applications médicales et biologiques. Le signal d'absorption devenant alors très faible, la contribution du signal de contraste de phase, dû à la réfraction aux petits angles des rayons X dans l'échantillon, n'est plus négligeable devant le signal d'atténuation.

Or, les algorithmes de reconstruction classiques, comme la rétroprojection filtrée, supposent une atténuation purement absorbante et ne prennent pas en compte cette contribution de phase. Cela produit des artefacts caractéristiques dans les coupes reconstruites, sous la forme de franges claires et sombres localisées aux interfaces entre deux matériaux, comme on peut le voir sur la Figure 21.

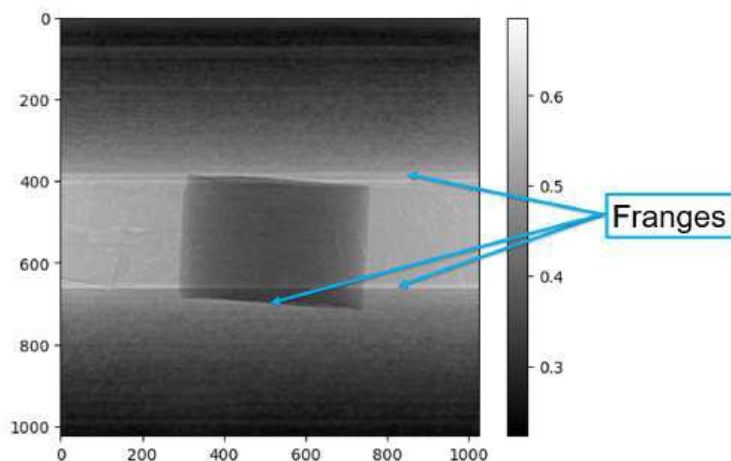


Figure 21 : Franges de contraste de phase visibles aux interfaces entre matériaux sur une projection.
Crédits photo : ligne PSICHÉ du Synchrotron SOLEIL

Plusieurs approches ont été développées pour corriger cet effet. Parmi les plus utilisées, la méthode de Paganin [15] applique un filtre passe-bas sur chaque projection, dans le domaine de Fourier, avant reconstruction. Sous l'hypothèse d'un échantillon homogène caractérisé par un unique rapport δ/β entre les parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction, ce filtre permet d'atténuer fortement les franges dues au signal de phase à partir d'une seule image par angle de projection, sans nécessiter d'acquisition à plusieurs distances de propagation.

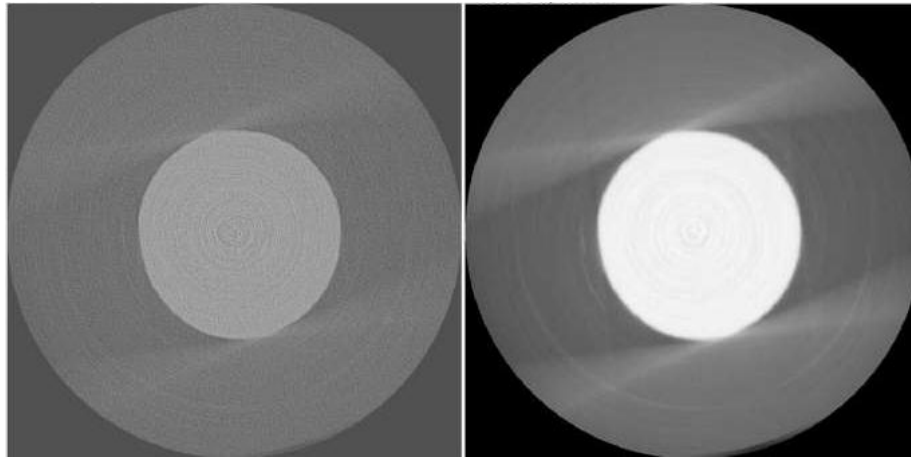


Figure 22 : Coupe d'un échantillon avant (à gauche) et après (à droite) l'application de l'algorithme de Paganin. On peut voir que les frontières entre les matériaux sont plus marquées après l'application de l'algorithme. Crédits photo : ligne PSICHÉ du Synchrotron SOLEIL

5.3 - Les artefacts dus aux angles manquants (missing wedge artefact)

Comme nous l'avons vu dans la sous-section 3.3, la transformée de Fourier d'une projection d'une image est équivalente à une tranche de la transformée de Fourier de cette image.

Il peut arriver qu'on ait une vue limitée due à la géométrie de l'expérience, qui ne permet pas d'acquérir toutes les orientations. On parle alors d'artefact de *missing wedge*, ou angles manquants.

Pour illustrer cela, on peut voir le cas des presses de Paris-Édimbourg qui permettent d'acquérir une tomographie pendant l'application d'une forte pression et d'un chauffage simultané de l'échantillon.

Sur la presse UToPEC de la ligne PSICHÉ, cette presse possède deux colonnes qui bloquent les rayons X sur 15 degrés, comme on peut le voir sur la Figure 23.

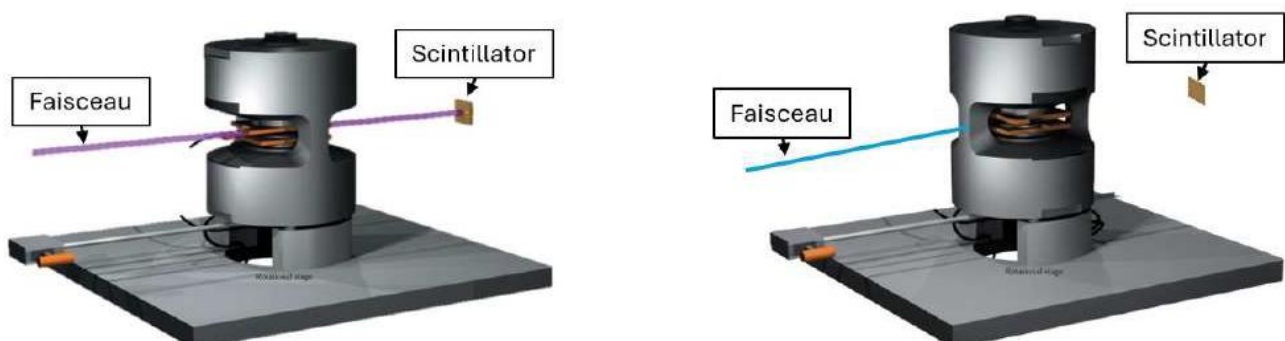


Figure 23 : Illustration d'une tomographie en rayonnement synchrotron avec l'UToPEC : à gauche le cas où le faisceau est détecté par le scintillateur et à droite le cas où les colonnes bloquent le faisceau [16]

En conséquence, les coefficients de Fourier correspondant à ces orientations manquantes ne peuvent pas être directement déterminés. Cela se traduit par un manque d'informations dans

certaines régions de l'espace de Fourier, ce qui peut entraîner des artefacts ou des ambiguïtés dans l'image reconstruite. Pour illustrer numériquement cet effet, on simule cette perte d'information angulaire sur le fantôme de Shepp-Logan : la Figure 24 compare la transformée de Fourier de l'image originale, complète, à celle obtenue après reconstruction à partir de projections incomplètes. On y observe clairement l'apparition d'une région où les coefficients sont manquants, ce qui donne son nom à l'artefact *missing wedge*.

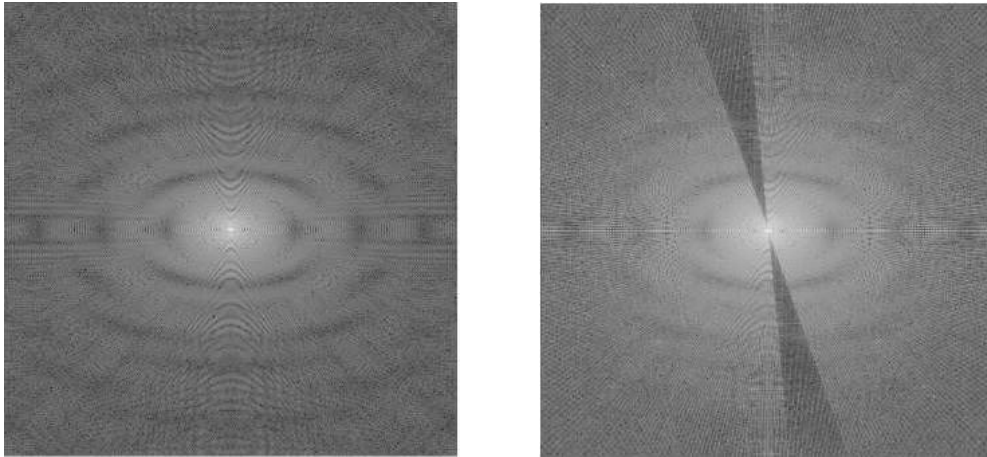


Figure 24 : Comparaison entre les transformées de Fourier du fantôme de Shepp-Logan sans bruit (gauche) et reconstruite (droite)

Or, la reconstruction par rétroprojection filtrée suppose implicitement une couverture angulaire complète de l'espace de Fourier. Lorsque ce n'est pas le cas, l'absence de ces coefficients rend la reconstruction de l'image moins précise : les artefacts typiques incluent des stries orientées dans la direction des angles manquants, ainsi que des flous localisés dans les zones où l'information fait défaut, ce qui peut influencer sur le résultat (cf. Figure 25).



Figure 25 : Comparaison entre l'image originale (à gauche) et l'image reconstruite avec artefact de missing wedge, avec des angles manquants de 15 degrés (à droite). On peut voir les stries orientées dans la même direction sur le fantôme reconstruit avec les angles limités.

Plusieurs approches ont été développées pour atténuer ce type d'artefact. Les méthodes d'apprentissage profond appliquées à la reconstruction tomographique ont connu un essor important ces dernières années [17, 18], que ce soit en complément des méthodes de reconstruction classiques ou de manière plus intégrée. Parmi elles, les approches favorisant la régularisation des contours, telles que les méthodes basées sur la variation totale (TV-FISTA), ou les techniques de *deep unfolding* adaptées aux acquisitions à densité angulaire limitée [19], permettent de mieux compenser l'absence d'information dans certaines régions de l'espace de Fourier que les méthodes analytiques classiques. Ces approches ne sont pas détaillées ici, mais illustrent les directions actuellement explorées pour limiter l'impact de cet artefact.

5.4 - Les artefacts dus à un échantillon trop absorbant (metal artefact)

Un autre type d'artefact courant en tomographie apparaît lorsque l'échantillon contient des zones très fortement absorbantes, typiquement des inclusions métalliques. C'est notamment le cas en imagerie médicale, où les prothèses ou implants dentaires métalliques atténuent le faisceau de rayons X de façon beaucoup plus importante que les tissus environnants.

Cet artefact trouve son origine dans plusieurs phénomènes physiques que les méthodes de reconstruction classiques comme la FBP ne prennent pas en compte, puisqu'elles supposent un faisceau monochromatique et une atténuation purement rectiligne :

- **Le durcissement de faisceau** : le faisceau de rayons X étant polychromatique, les photons de basse énergie sont absorbés préférentiellement lors de la traversée du métal, ce qui décale le spectre vers les hautes énergies et rend l'atténuation apparente non linéaire avec l'épaisseur traversée ;
- **Le diffusé** : la forte densité électronique du métal favorise la diffusion Compton des photons, qui ne suivent alors plus une trajectoire rectiligne entre la source et le détecteur, biaisant ainsi la mesure ;
- **Le bruit** : l'atténuation très forte induite par le métal peut conduire à un nombre de photons transmis quasiment nul, ce qui dégrade fortement le rapport signal sur bruit sur ces lignes de mesure.

Ces trois effets combinés produisent des artefacts caractéristiques dans les images reconstruites : raies noires et blanches, stries en étoile partant des zones métalliques et taches sombres localisées, comme on peut l'observer sur la Figure 26, aussi bien sur une acquisition réalisée avec la presse UToPEC que sur un cas médical classique (plombage dentaire).

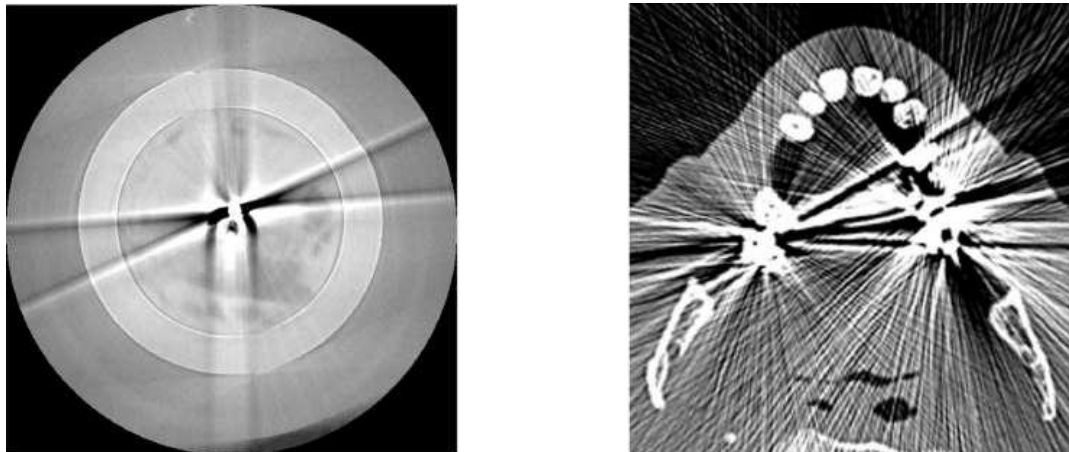


Figure 26 : Exemple d'artefacts dus à l'absorption d'un matériau : coupe reconstruite acquise avec la presse UToPEC (gauche, crédits photo : ligne PSICHÉ du Synchrotron SOLEIL) et même artefact causé par un plombage dentaire (droite) [20]

Pour corriger cet artefact, deux grandes familles d'approches existent. La première consiste à remplacer les projections contaminées par le métal dans le sinogramme, par interpolation ou à l'aide d'une image a priori obtenue par segmentation, avant de reconstruire l'image. La seconde cherche plutôt à modéliser plus finement les phénomènes physiques à l'origine de l'artefact (durcissement de faisceau, diffusé) pour les intégrer directement dans la reconstruction. Ces méthodes sont explicitées dans le troisième chapitre de la thèse de Long Chen [13].

6 - Les applications

6.1 - Diagnostics et recherches médicaux

La tomodensitométrie est largement utilisée en médecine préventive et dans le dépistage de maladies, notamment pour la détection de plusieurs types de cancer. La colonographie par CT, ou coloscopie virtuelle, consiste à réaliser un scanner du côlon et du rectum afin d'y détecter des polypes ou des tumeurs pouvant être liés au cancer colorectal. Elle permet ainsi d'éviter le recours à la coloscopie traditionnelle, un examen invasif, le patient étant simplement allongé sur une table. Elle permet également d'obtenir un volume en trois dimensions que l'on peut parcourir coupe par coupe, là où une caméra doit être déplacée pour obtenir chaque nouvelle image (cf. Figure 27).

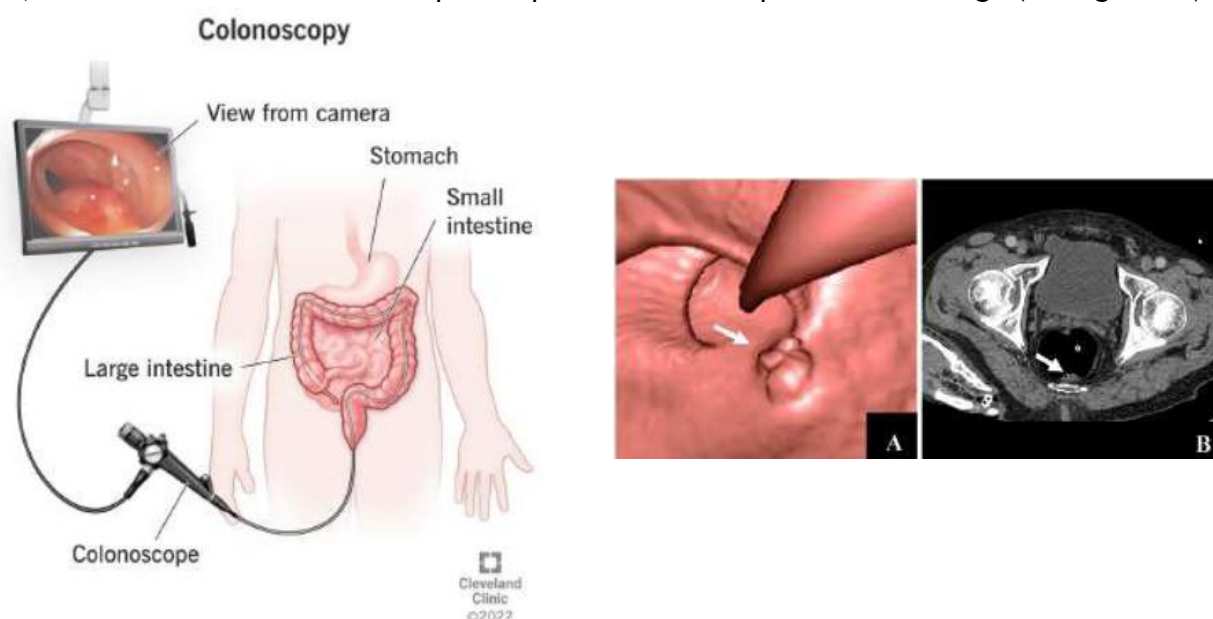


Figure 27 : gauche, schéma de principe d'une coloscopie traditionnelle [21]. À droite, colonographie par CT d'une masse rectale : l'image de gauche est un rendu volumique et l'image de droite est une coupe fine [22].

Elle permet également de faire de l'imagerie fonctionnelle, comme une angiographie avec injection de contraste, qui permet de visualiser les anévrismes, les blocages ou les caillots de sang (cf. Figure 28).

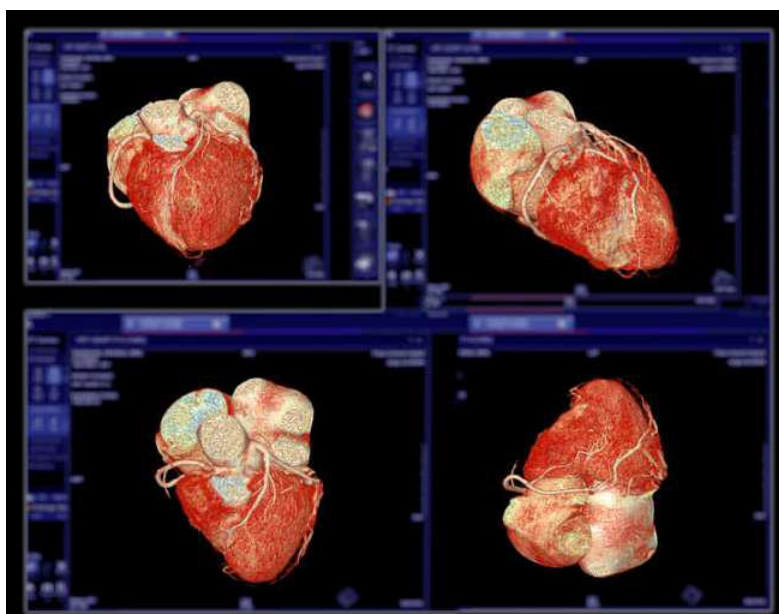


Figure 28 : Une angiographie par CT. On peut voir le cœur, les artères et les vaisseaux sanguins du patient [23]

La tomographie permet aussi de faire avancer la recherche médicale, notamment lors d'analyses postmortem de tissus biologiques. Une étude sur des souris a par exemple utilisé la tomographie sur la ligne ID19 de l'ESRF à Grenoble pour observer l'évolution de leurs os avec l'âge en l'absence de sclérostine, une protéine qui freine normalement la croissance osseuse [24]. Les tomographies ont été réalisées sur le tibia et le fémur des souris (cf. Figure 29).



Figure 29 : Reconstitution du tibia à différents âges des souris [25]

6.2 - Sciences du patrimoine et archéologie

La tomographie trouve aussi des applications en dehors du champ médical, notamment en archéologie. Des chercheurs ont réussi à réaliser des scans tomographiques d'un fossile à l'aide de rayons X, une méthode non destructive, contrairement à l'approche plus courante où les fossiles étaient analysés numériquement par une technique de broyage en série, qui est destructive.

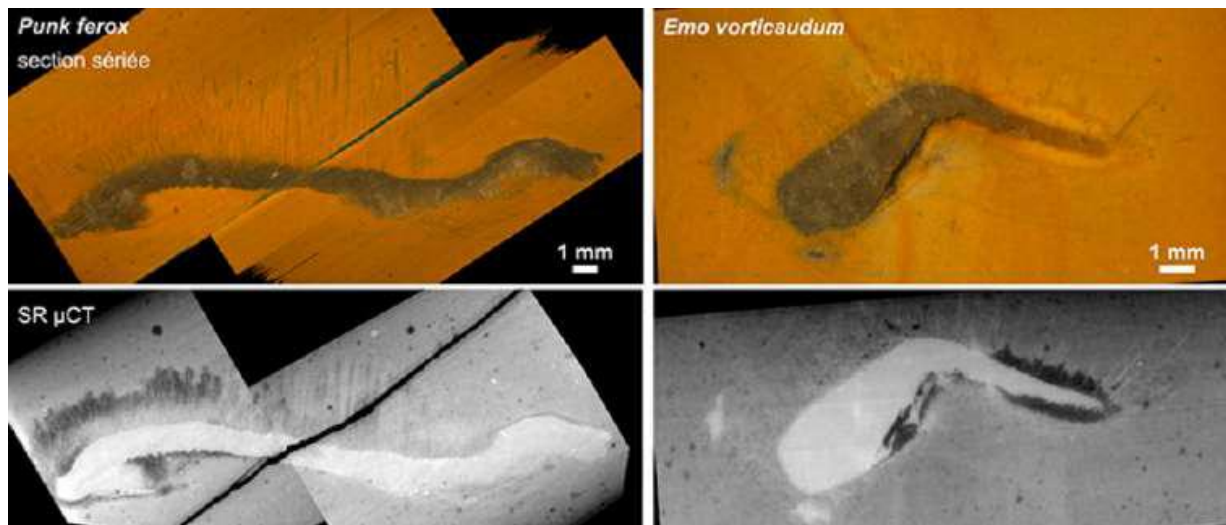


Figure 30 : Sections de tomographie par rayons X en série (en haut) et par rayons X synchrotron (SR µCT, en bas) des fossiles d'aculifères *Punk ferox* et *Emo vorticaudum* [26]

Elle permet également d'étudier des artefacts anciens, comme des parchemins enroulés sur eux-mêmes : la tomographie permet de les dérouler virtuellement afin d'en étudier le contenu sans les détruire. Des chercheurs ont par exemple déroulé numériquement une tablette de défexion trouvée lors des fouilles de l'ancien hôpital Porte-Madeleine à Orléans, et d'en décoder les inscriptions.

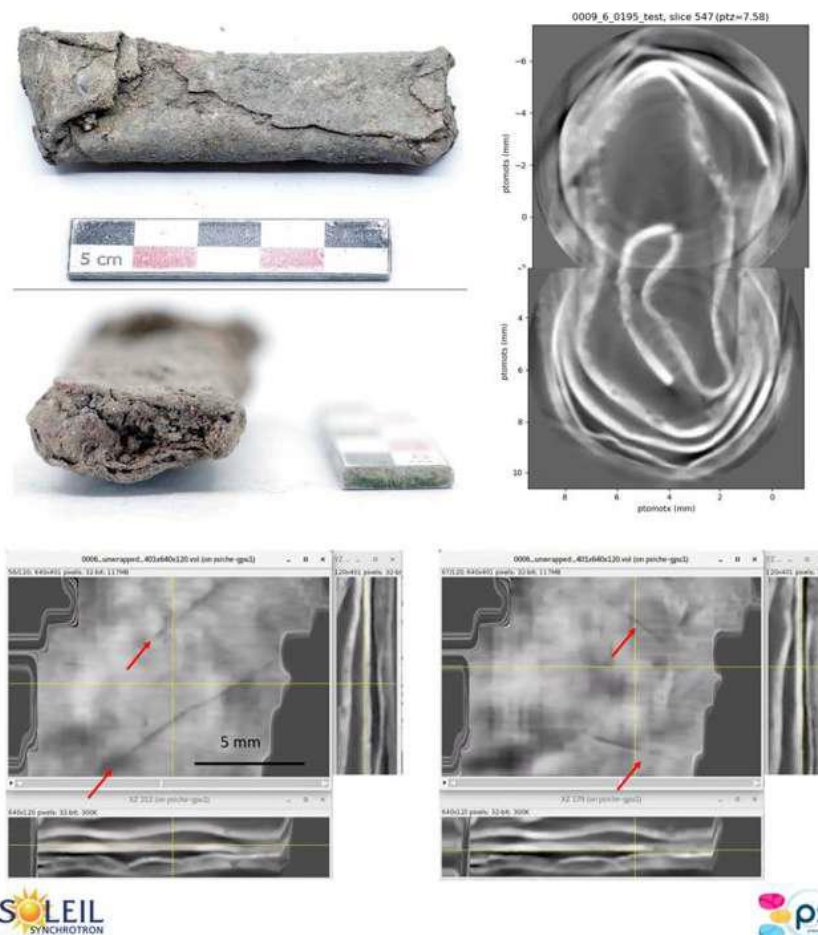


Figure 31 : Tomographie in situ aux rayons X d'une tablette de défexion provenant de la sépulture F6209. En haut photographie de la tablette et reconstruction du volume après l'acquisition (crédits : SAVO 2024). En bas détail sur une petite zone test, de part et d'autre de la feuille de plomb (à gauche et à droite de l'image) : des inscriptions apparaissent sur les deux faces donc la tablette pourrait être inscrite en recto-verso (crédits : Synchrotron SOLEIL) [27].

6.3 - Géophysique

Au-delà du patrimoine, la tomographie est aussi un outil précieux pour l'étude des matériaux terrestres dans des conditions extrêmes de température et de pression caractéristiques des intérieurs planétaires. L'imagerie à grande vitesse permet notamment d'examiner le comportement de liquides magmatiques, tels que leur viscosité, leur tension de surface ou leur immiscibilité. Par exemple, cette technologie a permis d'obtenir les premières mesures de propagation de silicate fondu à travers une matrice de silicate solide, dans un mélange de roche magmatique rhyolitique naturelle finement broyée.

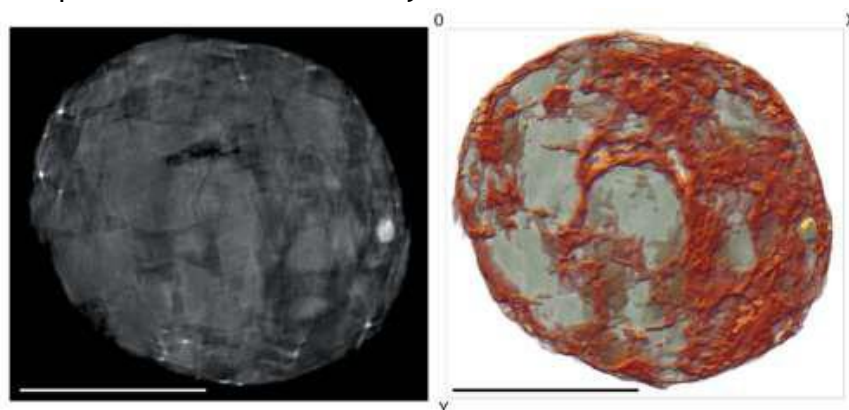


Figure 32 : Coupe reconstruite de l'échantillon à 3 GPa et 1600 K et représentation volumique de la distribution de la fusion (en marron) dans le volume [28]

6.4 - Mécanique des matériaux

Dans un registre proche mais appliqué cette fois aux matériaux manufacturés, la tomographie permet également de réaliser des expériences in situ en acquérant les différents états d'un échantillon au cours du temps. Cela a par exemple permis à des chercheurs du Centre des Matériaux - Mines Paris (PSL) de réaliser pour la première fois l'imagerie 3D en temps réel, par rayons X, de la déformation et de la rupture de l'acier sous hydrogène gazeux sous pression [29]. L'objectif est de comprendre comment l'hydrogène fragilise les aciers utilisés dans les infrastructures de transport, un enjeu fondamental pour garantir la sécurité des futurs réseaux hydrogène. Pour cela, plusieurs tomographies ont été réalisées à différentes étapes d'un essai de traction, à l'aide d'une cellule de traction couplée à une chambre de pression sous hydrogène.

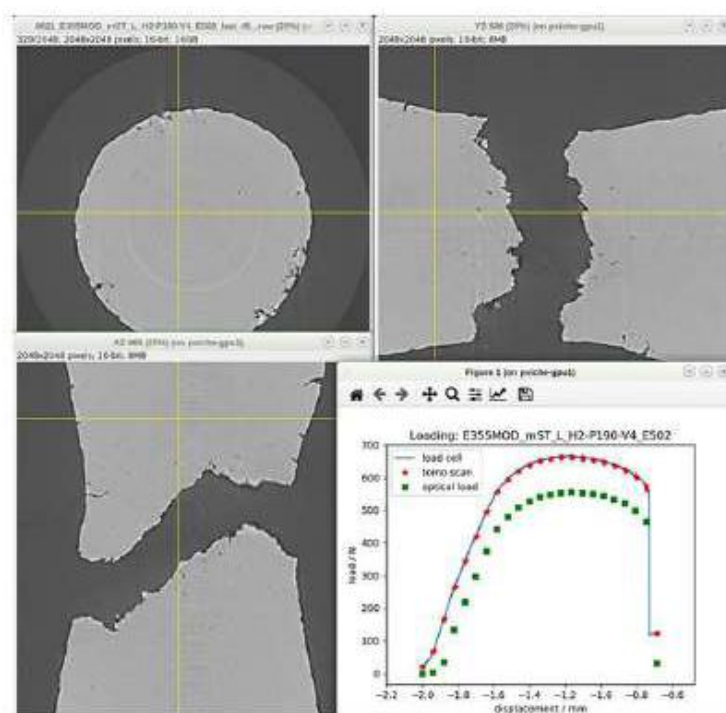


Figure 33 : Tomographie in situ aux rayons X d'une éprouvette miniaturisée d'acier ferritique testée sous un essai de traction de 190 bars d'hydrogène gazeux [29].

Pour d'autres exemples dans le domaine des sciences des matériaux, on peut se référer à la ressource *La tomographie en sciences et mécanique des matériaux* [30].

7 - Conclusion

Cet article a présenté les principes de la tomographie par rayons X, de l'acquisition des données à la reconstruction des images, en s'appuyant sur le formalisme de l'opérateur de Radon et le théorème de coupe-projection. Si la rétroprojection filtrée reste la méthode la plus utilisée en pratique, les approches algébriques itératives (ART, SIRT, SART) offrent une meilleure robustesse face au bruit et aux données incomplètes. Nous avons également vu que la qualité des reconstructions dépend fortement de la maîtrise des artefacts (centre de rotation, contraste de phase, angles manquants, matériaux absorbants), dont la correction motive aujourd'hui le développement de méthodes basées sur l'apprentissage profond.

Enfin, la diversité des applications présentées, au-delà du domaine médical, confirme que la tomographie s'est imposée comme un outil d'investigation non destructif essentiel dans de nombreux domaines scientifiques, en particulier grâce aux performances offertes par le rayonnement synchrotron.

Références :

- [1] Häggström, M. *Computed Tomography Images of Mikael Häggström's Brain*. Département de Radiologie, Uppsala University Hospital, 2007. Téléversé par Mikael Häggström. Disponible sur : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Computed_tomography_of_human_brain_-_large.png
- [2] Lagarde, J., P. Olivieri, M. Bottlaender, et M. Sarazin. *Impact de l'imagerie TEP métabolique et moléculaire dans les maladies neurodégénératives cognitives*. Pratique Neurologique - FMC, vol. 12, no. 2, 2021, p. 180-189. <https://doi.org/10.1016/j.praneu.2021.03.011>
- [3] Guerquin-Kern, M., L. Lejeune, K.P. Pruessmann, et M. Unser. *Realistic Analytical Phantoms for Parallel Magnetic Resonance Imaging*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 31, no. 3, 2012, p. 626-636.
- [4] Wils, Patricia. *Analyses non destructives par tomographie à rayons X*. Les Nouvelles de l'archéologie, vol. 159, 2020, p. 13-19. DOI.org (Crossref), <https://doi.org/10.4000/nda.9047>
- [5] Tatone, Bryan, et Giovanni Grasselli. *Characterization of the Effect of Normal Load on the Discontinuity Morphology in Direct Shear Specimens Using X-ray Micro-CT*. Acta Geotechnica, vol. 10, 2014, p. 31-54. <https://doi.org/10.1007/s11440-014-0320-5>
- [6] Schneider, C. A., W. S. Rasband, et K. W. Eliceiri. *NIH Image to ImageJ: 25 Years of Image Analysis*. Nature Methods, vol. 9, no. 7, 2012, p. 671-675. <https://doi.org/10.1038/nmeth.2089>
- [7] SOLEIL en 3 questions | Centre de rayonnement synchrotron français. <https://www.synchrotron-soleil.fr/fr/propos-de-soleil/nous-connaître/quest-ce-que-soleil/soleil-en-3-questions>
- [8] King, A., N. Guignot, P. Zerbino, E. Boulard, K. Desjardins, M. Bordessoule, N. Leclercq, S. Le, G. Renaud, M. Cerato, M. Bornert, N. Lenoir, S. Delzon, J. P. Perrillat, Y. Legodec, et J. P. Itié. *Tomography and Imaging at the PSICHÉ Beam Line of the SOLEIL Synchrotron*. Review of Scientific Instruments, vol. 87, no. 9, 2016, p. 093704. <https://doi.org/10.1063/1.4961365>
- [9] Weitkamp, T., et al. *Microtomography on the ANATOMIX Beamline at Synchrotron SOLEIL*. Journal of Physics: Conference Series, vol. 2380, no. 1, décembre 2022, p. 012122. DOI.org (Crossref), <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2380/1/012122>
- [10] Han, Minah, et al. *Human and Model Observer Performance for Lesion Detection in Breast Cone Beam CT Images with the FDK Reconstruction*. PLOS ONE, vol. 13, no 3, mars 2018, p. e0194408. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0194408>
- [11] Kaczmarz, S. *Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen*. Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles, Série A, Sciences Mathématiques, vol. 6-8A, 1937, p. 355-357
- [12] Natterer, F. *The Mathematics of Computerized Tomography*. SIAM, Philadelphia, 2001
- [13] Chen, Long. *Méthodes itératives de reconstruction tomographique pour la réduction des artefacts métalliques et de la dose en imagerie dentaire*. Physique Médicale [physics.med-ph], Université Paris Sud - Paris XI, 2015. <https://theses.hal.science/tel-01167370v1>
- [14] Gordon, Richard, Robert Bender, et Gabor T. Herman. *Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for Three-Dimensional Electron Microscopy and X-Ray Photography*. Journal of Theoretical Biology, vol. 29, no. 3, 1970, p. 471-481. ISSN 0022-5193. [https://doi.org/10.1016/0022-5193\(70\)90109-8](https://doi.org/10.1016/0022-5193(70)90109-8)
- [15] Paganin, D., Mayo, S. C., Gureyev, T. E., Miller, P. R., et Wilkins, S. W. *Simultaneous Phase and Amplitude Extraction from a Single Defocused Image of a Homogeneous Object*. Journal of Microscopy, vol. 206, no. 1, 2002, p. 33-40

- [16] E. Giovenco, J.-P. Perrillat, E. Boulard, A. King, N. Guignot, Y. Le Godec, *Quantitative 4D X-ray microtomography under extreme conditions: a case study on magma migration*, Journal of Synchrotron Radiation, vol. 28, no. 5, pp. 1598-1609, 2021
- [17] Wang, Ge, Jong Chul Ye, et Bruno De Man. *Deep Learning for Tomographic Image Reconstruction*. *Nature Machine Intelligence*, vol. 2, no. 12, 2020, p. 737-748. ISSN 2522-5839. <https://doi.org/10.1038/s42256-020-00273-z>
- [18] Zhang, R., et al. *Artificial Intelligence in Computed Tomography Image Reconstruction: A Review of Recent Advances*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 49, no. 4, 2025, p. 521-530. ISSN 0363-8715. <https://doi.org/10.1097/RCT.0000000000001734>
- [19] Savanier, Marion, Émilie Chouzenoux, Jean-Christophe Pesquet, et Cyril Riddell. *Deep Unfolding of the DBFB Algorithm with Application to ROI CT Imaging with Limited Angular Density*. IEEE Transactions on Computational Imaging, vol. 9, 2023, p. 502-516. ISSN 2333-9403. <https://doi.org/10.1109/TCI.2023.3279053>
- [20] De Man, Bruno, Nuyts, Johan, Dupont, Patrick, Marchal, G., et Suetens, P. *Reduction of metal streak artifacts in X-ray computed tomography using a transmission maximum a posteriori algorithm*. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. 47, no. 3, 2000, p. 977-981. ISSN 0018-9499. <https://doi.org/10.1109/23.856534>
- [21] Cleveland Clinic. *Colonoscopy: What It Is, Procedure Details, Results*. <https://my.clevelandclinic.org/health/diagnostics/4949-colonoscopy>. Consulté le 10 août 2026.
- [22] Sun, Kai, et al. *Accuracy of Combined Computed Tomography Colonography and Dual Energy Iodine Map Imaging for Detecting Colorectal Masses Using High-Pitch Dual-Source CT*. Scientific Reports, vol. 8, no 1, février 2018, p. 3790. DOI : <https://doi.org/10.1038/s41598-018-22188-x>
- [23] Praserdumrongchai, Suphachai. *CTA Coronary artère 3D image de rendu*. iStock, 2023. <https://www.istockphoto.com/fr/photo/cta-coronary-art%C3%A8re-3d-image-de-rendu-gm1483865745-510360096>
- [24] deVet, T., Helou, A., Checa, S., Rack, A., Kramer, I., Wilde, F., Zaslansky, P., Willie, B.M. *Sost deficiency leads to greater bone vascular porosity, but similar osteocyte lacunar properties with increasing age* Bone Reports., 2026, 30: 101937
- [25] deVet, Taylor, et al. *Sost Deficiency Leads to Greater Bone Vascular Porosity, but Similar Osteocyte Lacunar Properties with Increasing Age*. Bone Reports, vol. 30, septembre 2026, p. 101937. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.bonr.2026.101937>
- [26] Synchrotron SOLEIL. *Des fossiles « disséqués » par tomographie aux rayons X sur la ligne PSICHÉ révèlent l'histoire ancienne des mollusques*. Centre de rayonnement synchrotron. <https://www.synchrotron-soleil.fr/fr/actualites/des-fossiles-disseques-par-tomographie-aux-rayons-x-sur-la-ligne-psiche-revelent>. Consulté le 10 août 2026.
- [27] Service d'archéologie de la Ville d'Orléans. *Les tablettes de défexion illuminées par les rayons de soleil*. Opération archéologique de l'hôpital Porte Madeleine. <https://archeologie.orleans-metropole.fr/actualites/dernieres-actualites/operation-archeologique-de-lhopital-porte-madeleine/les-tablettes-de-defexion-illuminees-par-les-rayons-de-soleil->. Consulté le 10 août 2026
- [28] Boulard, E., King, A., Guignot, N., Deslandes, J.P., Le Godec, Y., Perrillat, J.P., Clark, A., Morard, G., et Itié, J.P. *High-Speed Tomography under Extreme Conditions at the PSICHÉ Beamline of the SOLEIL Synchrotron*. Journal of Synchrotron Radiation, vol. 25, no 3, 2018, p. 818-825.
- [29] Santana, L.M., Okumko, V., King, A., Morgeneyer, T.F., Besson, J., Madi, Y. *Investigating the influence of strain rate on hydrogen embrittlement in steel sub-size tensile specimens using 3D X-ray tomography* International Journal of Hydrogen Energy., 2025, 138: 626-647

- [30] F. Hild, H. Horsin Molinaro, S. Roux, *La tomographie en sciences et mécanique des matériaux*, CultureSciences de l'Ingénieur - éducol STI, février 2015. https://sti.eduscol.education.fr/si-ens-cachan/ressources_pedagogiques/la-tomographie-en-sciences-et-mecanique-des-materiaux (consulté le 29 juillet 2026).
- [31] Coussat, Aurélien. *Tomographie de région d'intérêt par inversion numérique de la transformée de Hilbert tronquée*. 2021. Université de Lyon, Imagerie médicale.
- [32] Saccomano, Giulia, et al. *3D Virtual Histology Demonstrates Tumour Connectivity in Spread through Air Spaces (STAS) of Non-small Cell Lung Cancer*. *Histopathology*, vol. 89, no. 1, juillet 2026, p. 69-80. DOI.org (Crossref), <https://doi.org/10.1111/his.70130>
- [33] Pauwels, Kristof, et Paul-Antoine Douissard. *Indirect X-ray Detectors with Single-Photon Sensitivity*. *Journal of Synchrotron Radiation*, vol. 29, no. 6, octobre 2022, p. 1394-1406. PubMed Central, <https://doi.org/10.1107/S1600577522009584>