

# Comment la lumière se joue de nous : optique géométrique des arcs-en-ciel et des mirages

Culture Sciences  
de l'Ingénieur

Aymeric WITRANT

Édité le  
janvier 2026

école  
normale  
supérieure  
paris—saclay

*Cette ressource est issue d'un travail personnel d'Aymeric Witrant, élève en cinquième année au DER SIEN de l'ENS Paris-Saclay. Ce texte a été relu par Olivier Villain, professeur agrégé de physique à l'ENS Paris-Saclay.*

Cette ressource expose les mécanismes d'optique géométrique à l'origine des arcs-en-ciel et des mirages : réfraction, réflexion interne et variations d'indice dans l'atmosphère.

## 1 - Introduction

Les arcs-en-ciel et les mirages comptent parmi les phénomènes optiques naturels les plus familiers. Observables sans instrument particulier, parfois de manière fugace, ils ont longtemps alimenté l'imaginaire collectif. Derrière ces images souvent qualifiées d'illusions se cachent pourtant des mécanismes physiques précis.

Dans cet article, ces phénomènes sont étudiés dans le cadre de l'optique géométrique, où la lumière est modélisée par des rayons. Cette approximation est valable lorsque les dimensions caractéristiques du système sont grandes devant la longueur d'onde de la lumière visible, de l'ordre de  $\lambda \sim 0,4\text{--}0,7\ \mu\text{m}$ . Dans le cas présent, les gouttes de pluie ont un rayon typique de l'ordre du millimètre, et les gradients atmosphériques responsables des mirages s'étendent sur des distances allant du mètre à plusieurs dizaines de mètres, ce qui justifie pleinement l'usage de l'optique géométrique.

Arcs-en-ciel et mirages reposent sur un principe commun fondamental : la lumière ne se propage pas en ligne droite lorsqu'elle traverse un milieu dont l'indice de réfraction varie. Dans le cas des arcs-en-ciel, cette variation est brutale, à l'interface air-eau des gouttes de pluie, tandis que, dans le cas des mirages, elle est continue, liée à des gradients de température dans l'atmosphère.

L'objectif de cet article est de montrer que, malgré leurs manifestations visuelles très différentes, arcs-en-ciel et mirages relèvent d'une même géométrie de la lumière, décrite à l'aide des lois de Snell-Descartes, de l'étude des trajectoires des rayons et des variations d'indice.

## 2 - Arc-en-ciel : réfraction, réflexion interne et angles caractéristiques

Les arcs-en-ciel résultent de la déviation des rayons solaires lors de leur interaction avec des gouttes d'eau assimilées à des sphères transparentes en chute libre dans l'atmosphère. Cette approximation est justifiée pour des gouttes de taille millimétrique, dont la déformation aérodynamique reste négligeable au regard des mécanismes optiques en jeu. La déviation de la lumière résulte d'une succession de phénomènes de réfraction et de réflexion interne au sein des gouttes. L'analyse du trajet des rayons lumineux met en évidence des angles de déviation caractéristiques, à l'origine de la position angulaire des arcs observés et de l'ordre des couleurs.

Selon le nombre de réflexions internes subies par la lumière dans les gouttes, plusieurs arcs peuvent ainsi être formés, dont les plus visibles sont l'arc primaire et l'arc secondaire.

### 2.1 - Arc primaire

L'arc-en-ciel primaire s'explique par le trajet suivi par un rayon solaire traversant une goutte d'eau sphérique et subissant une seule réflexion interne. Ce trajet conduit à une concentration de la lumière

dans une direction privilégiée, correspondant à l'arc observé.

Lorsqu'un rayon lumineux issu du Soleil pénètre dans une goutte d'eau, il subit successivement une réfraction à l'interface air-eau, une réflexion interne sur la face opposée de la goutte, puis une seconde réfraction en ressortant dans l'air. Ce trajet est représenté sur la figure 1.

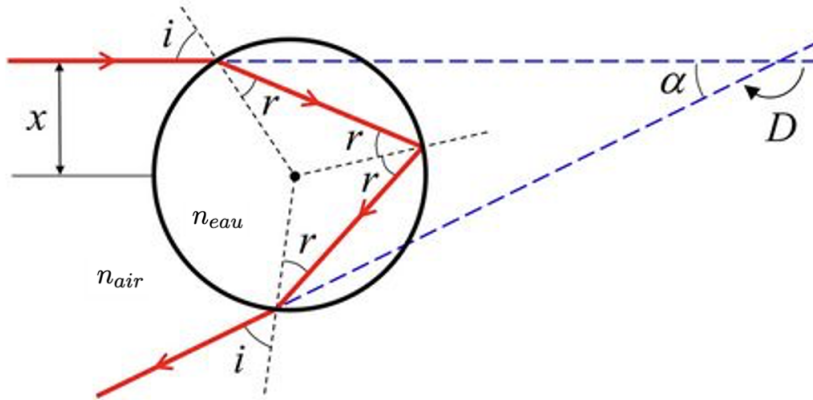


FIGURE 1 : Trajet optique d'un rayon lumineux dans une goutte d'eau avec une réflexion interne, responsable de l'arc-en-ciel primaire (d'après [1]).

Dans toute la suite, les angles sont pris comme des angles géométriques non orientés, mesurés par rapport à la normale (ou à l'horizontale selon le cas).

#### Rappel – lois de Snell-Descartes

La déviation d'un rayon lumineux à l'interface entre deux milieux transparents est décrite par les lois de Snell-Descartes. L'indice optique  $n$  caractérise le ralentissement de la lumière par rapport au vide et dépend de la nature du milieu ; pour l'eau, il varie légèrement avec la longueur d'onde.

**Réfraction.** En notant  $n_{\text{air}}$  et  $n_{\text{eau}}$  les indices de réfraction de l'air et de l'eau,  $i$  l'angle d'incidence et  $r$  l'angle de réfraction (mesurés par rapport à la normale à l'interface), la loi de réfraction s'écrit :

$$n_{\text{air}} \sin i = n_{\text{eau}} \sin r. \quad (1)$$

**Réflexion.** Lorsqu'un rayon est réfléchi sur une interface, l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :

$$i_{\text{réflexion}} = i_{\text{incidence}}.$$

**Réflexion totale interne.** Lorsque la lumière se propage d'un milieu d'indice plus élevé vers un milieu d'indice plus faible ( $n_1 > n_2$ ), la loi de Snell-Descartes (1) implique que l'angle de réfraction  $r$  est supérieur à l'angle d'incidence  $i$  : le rayon réfracté s'écarte donc de la normale à l'interface. Lorsque l'angle d'incidence augmente, l'angle réfracté se rapproche progressivement de  $90^\circ$ . La réfraction devient impossible lorsque le rayon réfracté est tangent à l'interface ( $r = 90^\circ$ ), ce qui définit l'angle critique  $i_c$  :

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}.$$

Pour  $i > i_c$ , aucun rayon réfracté ne peut exister dans le second milieu : le rayon est entièrement réfléchi. On parle alors de *réflexion totale interne*.

Cette relation permet de relier la direction du rayon à l'entrée de la goutte à sa direction à l'intérieur. Pour analyser la formation de l'arc-en-ciel, il est utile d'étudier comment une variation de l'angle d'incidence  $i$  se répercute sur l'angle réfracté  $r$ . En différenciant l'équation (1), on obtient :

$$n_{\text{air}} \cos i \, di = n_{\text{eau}} \cos r \, dr \quad \Rightarrow \quad \frac{dr}{di} = \frac{n_{\text{air}} \cos i}{n_{\text{eau}} \cos r}$$

La déviation totale  $D$  du rayon peut être obtenue en additionnant les déviations successives subies lors des différentes interactions avec la goutte. À l'entrée dans la goutte, la réfraction entraîne une première déviation angulaire  $(i - r)$ . La réflexion interne contribue ensuite d'une déviation de  $(\pi - 2r)$ , correspondant au changement de direction du rayon dans le triangle formé par les deux points de réfraction et le point de réflexion totale interne. Enfin, la réfraction à la sortie de la goutte ajoute une dernière déviation  $(i - r)$ .

On obtient ainsi pour la déviation totale :

$$\begin{aligned} D &= (i - r) + (\pi - 2r) + (i - r) \\ &= \pi + 2i - 4r \end{aligned}$$

Cherchons le minimum de déviation de ce rayon :

On a :

$$\frac{dD}{di} = 2 - 4 \frac{dr}{di} = 2 \left( 1 - 2 \frac{n_{air}}{n_{eau}} \frac{\cos i}{\cos r} \right) = 2 \left( 1 - \frac{2 \cos i}{n \cos r} \right)$$

avec  $n_{air} = 1$  et  $n_{eau} = n$ .

Cette dérivée s'annule pour :

$$\begin{aligned} 2 \cos i_m &= n \cos r_m \iff 4 \cos^2 i_m = n^2 \cos^2 r_m \text{ car } \cos i_m \geq 0 \\ &\iff 4(1 - \sin^2 i_m) = n^2(1 - \frac{\sin^2 i_m}{n^2}) \\ &\iff \sin^2 i_m = \frac{4 - n^2}{3} \\ &\iff \boxed{i_m = \arcsin\left(\sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}\right)} \end{aligned}$$

La figure 2 montre que la fonction de déviation  $D(i)$  admet un minimum marqué, confirmant que l'angle  $i_m$  trouvé correspond bien à la déviation minimale du rayon.

L'eau étant un milieu dispersif, son indice de réfraction dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  de la radiation qui la traverse. Cette dépendance spectrale est classiquement décrite à l'aide de lois de dispersion empiriques, introduites par Sellmeier pour rendre compte de la variation de l'indice optique loin des résonances électroniques [2].

Dans le cas de l'eau pure, les valeurs expérimentales de l'indice en fonction de la longueur d'onde ont été mesurées et compilées dans la littérature, notamment par Dorsey [3, p. 280]. Sur le domaine spectral considéré et pour une température de  $T = 20^\circ\text{C}$ , ces données peuvent être approchées par la relation empirique de type Sellmeier suivante :

$$n^2(\lambda) = 1,76253 - 0,0133998\lambda^2 + \frac{0,00630957}{\lambda^2 - 0,0158800} \quad (2)$$

avec  $\lambda$  exprimée en  $\mu\text{m}$ .

Le tableau ci-dessous regroupe l'indice de réfraction, l'angle du minimum de déviation, la déviation minimale et l'angle  $\alpha$  entre les rayons incident et sortant, correspondant à différentes radiations :

Longueur d'onde [nm]	Couleur	Indice de réfraction [-]	$i_m$ [°]	$D_m$ [°]	Angle $\alpha$ de l'arc [°]
700	rouge	1,330	59,6	137,5	42,5
605	orange	1,333	59,4	137,9	42,1
580	jaune	1,333	59,4	138,0	42,0
540	vert	1,335	59,3	138,2	41,8
510	cyan	1,336	59,2	138,4	41,6
475	bleu	1,338	59,1	138,6	41,4
445	indigo	1,340	59,0	138,9	41,1
405	violet	1,343	58,8	139,3	40,7

TABLE 1 : Variation de l'angle  $\alpha$  de l'arc primaire en fonction de la longueur d'onde.

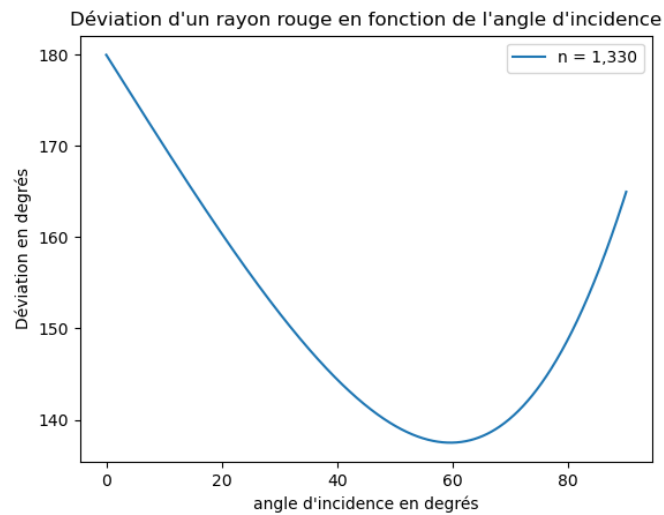


FIGURE 2 : Déviation d'un rayon rouge en fonction de l'angle d'incidence du rayon solaire sur la goutte.

Le minimum de déviation joue un rôle essentiel dans la formation visible de l'arc-en-ciel. Il ne concerne pas un rayon isolé, mais un faisceau de rayons solaires incidents dont les angles d'incidence sont voisins de l'angle  $i_m$  correspondant à ce minimum.

Autour de l'angle  $i_m$  correspondant au minimum de déviation, la fonction de déviation  $D(i)$  varie très peu : pour une variation de l'angle d'incidence de l'ordre de  $\Delta i \simeq 2^\circ$ , la variation correspondante de l'angle de déviation est de l'ordre de  $\Delta D \simeq 0,02^\circ$  (voir la figure 2). Il en résulte un fort effet de concentration angulaire : un grand nombre de rayons incidents sont déviés vers des directions très proches, ce qui produit une intensité lumineuse élevée dans cette direction privilégiée. Le facteur de concentration angulaire est ainsi de l'ordre de 100.

Ce mécanisme explique pourquoi l'arc-en-ciel apparaît comme une structure lumineuse bien définie, et non comme une répartition diffuse de lumière. La plage angulaire  $\Delta i \simeq 2^\circ$  ne correspond pas à l'angle apparent du Soleil de l'ordre de  $0,5^\circ$ , valeur déduite de son diamètre et de sa distance à la Terre, mais à la diversité des trajectoires possibles à l'intérieur d'une goutte. Pour une direction solaire donnée, les rayons peuvent pénétrer la goutte en des points différents de sa surface (figure 1), ce qui correspond à des angles d'incidence distincts autour de  $i_m$ .

La figure 3 illustre ce mécanisme du point de vue de l'observateur : seules certaines gouttes, situées dans des directions bien définies par rapport à l'axe antisolaire, envoient des rayons réfractés jusqu'à l'œil. Les rayons issus de gouttes situées au-dessus ou en dessous de cette zone n'atteignent pas l'observateur.

On appelle *axe antisolaire* la droite passant par l'œil de l'observateur et dirigée à l'opposé du Soleil. Les angles d'observation des arcs-en-ciel sont mesurés par rapport à cet axe, comme indiqué sur le croquis de la figure 7.

L'angle d'observation de l'arc primaire est voisin de  $42^\circ$ . Cette valeur correspond à l'angle  $\alpha$  associé au minimum de déviation pour la lumière visible, et peut être interprétée comme une valeur moyenne des angles de déviation minimaux pour les différentes longueurs d'onde.

La dispersion de l'indice de l'eau entraîne une dépendance de cet angle avec la couleur : le minimum de déviation est légèrement plus grand pour le violet que pour le rouge. Il en résulte une séparation angulaire des couleurs. Géométriquement, les gouttes qui envoient la lumière rouge vers l'observateur sont situées légèrement plus loin de l'axe antisolaire que celles responsables du violet, comme illustré sur la figure 3 ci-dessous. Ainsi, le rouge apparaît à l'extérieur de l'arc, tandis que le violet se situe à l'intérieur, comme illustré sur la figure 7.

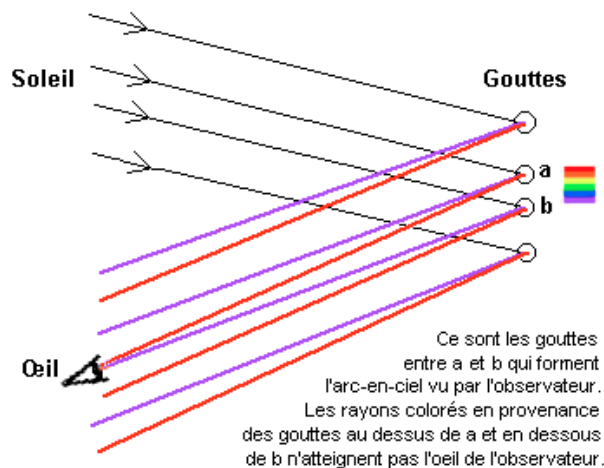


FIGURE 3 : Schéma illustrant l'arrivée des rayons réfractés dans l'œil de l'observateur (d'après [4]).

Le croquis ci-dessous schématise le processus de formation et les conditions d'observation d'un arc-en-ciel.

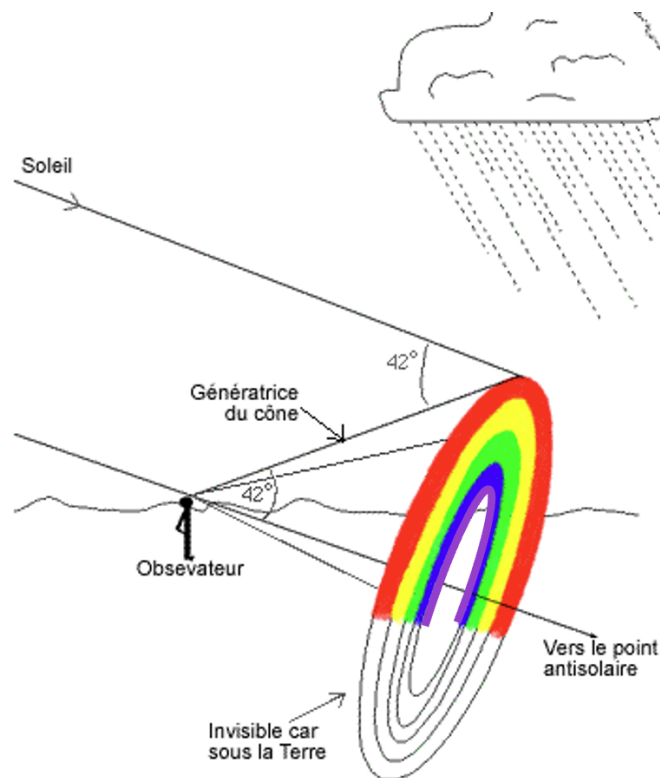


FIGURE 4 : Croquis résumant le phénomène de l'arc-en-ciel. (d'après [5]).

## 2.2 - Arc secondaire

L'arc-en-ciel secondaire résulte du trajet de rayons solaires qui subissent *deux réflexions internes* successives à l'intérieur des gouttes d'eau. Ce mécanisme, moins efficace que celui de l'arc primaire, conduit à un arc plus large, plus faible en intensité et situé à un angle plus grand par rapport à la direction antisolaire. Le trajet correspondant est représenté schématiquement sur la figure 5.

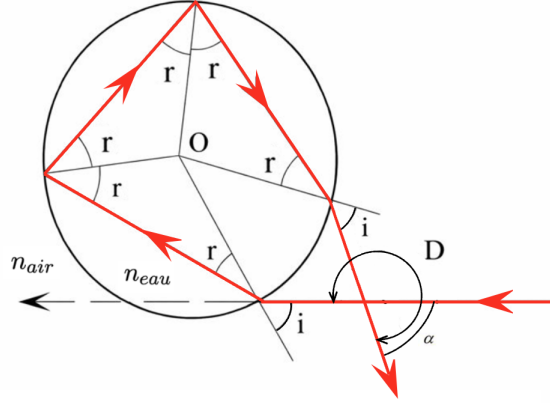


FIGURE 5 : Schéma du trajet optique d'un rayon lumineux dans une goutte d'eau avec double réflexion (adapté d'après [6]).

La démarche suivie est analogue à celle de l'arc primaire. La réfraction à l'entrée de la goutte étant identique, la relation reliant les variations angulaires  $dr$  et  $di$  issue de la loi de Snell-Descartes reste valable :

$$\frac{dr}{di} = \frac{n_{\text{air}} \cos i}{n_{\text{eau}} \cos r}$$

La déviation totale  $D$  du rayon s'obtient en additionnant les déviations élémentaires associées aux deux réfractions et aux deux réflexions internes. Les deux réfractions contribuent chacune d'une déviation  $(i - r)$ , tandis que chaque réflexion interne apporte une déviation  $(\pi - 2r)$ . On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} D &= (i - r) + (\pi - 2r) + (\pi - 2r) + (i - r) \\ &= 2\pi + 2i - 6r \end{aligned}$$

Cherchons le minimum de déviation de ce rayon :

On a :

$$\frac{dD}{di} = 2 - 6 \frac{dr}{di}$$

$$\frac{dD}{di} = 2 \left( 1 - 3 \frac{n_{\text{air}} \cos i}{n_{\text{eau}} \cos r} \right) = 2 \left( 1 - \frac{3 \cos i}{n \cos r} \right)$$

avec  $n_{\text{air}} = 1$  et  $n_{\text{eau}} = n$ .

Cette dérivée s'annule pour :

$$3 \cos i_m = n \cos r_m \iff 9 \cos^2 i_m = n^2 \cos^2 r_m \text{ car } \cos i_m \geq 0$$

$$\iff 9(1 - \sin^2 i_m) = n^2(1 - \frac{\sin^2 i_m}{n^2})$$

$$\iff \sin^2 i_m = \frac{9 - n^2}{8}$$

$$\iff i_m = \arcsin \left( \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}} \right)$$

Les valeurs correspondantes de l'angle de l'arc secondaire, calculées pour différentes longueurs d'onde, sont regroupées dans le tableau 2. On constate que l'arc secondaire est observé à un angle moyen d'environ  $51^\circ$  par rapport à l'axe antisolaire, supérieur à celui de l'arc primaire.

Longueur d'onde [nm]	Couleur	Indice de réfraction [-]	$i_m$ [°]	$D_m$ [°]	Angle $\alpha$ de l'arc [°]
700	rouge	1,330	71,9	230,1	50,1
605	orange	1,333	71,9	230,8	50,8
580	jaune	1,333	71,8	231,0	51,0
540	vert	1,335	71,8	231,3	51,3
510	cyan	1,336	71,7	231,7	51,7
475	bleu	1,338	71,7	232,1	52,1
445	indigo	1,340	71,6	232,6	52,6
405	violet	1,343	71,5	233,4	53,4

TABLE 2 : Variation de l'angle  $\alpha$  de l'arc secondaire en fonction de la longueur d'onde.

Comme pour l'arc primaire, la fonction de déviation présente un minimum marqué (figure 6), ce qui engendre un effet de concentration angulaire. Celui-ci est toutefois moins prononcé : pour une plage d'incidences de l'ordre de  $2^\circ$ , la variation de déviation est d'environ  $0,05^\circ$ , ce qui correspond à un facteur de concentration d'environ 40.

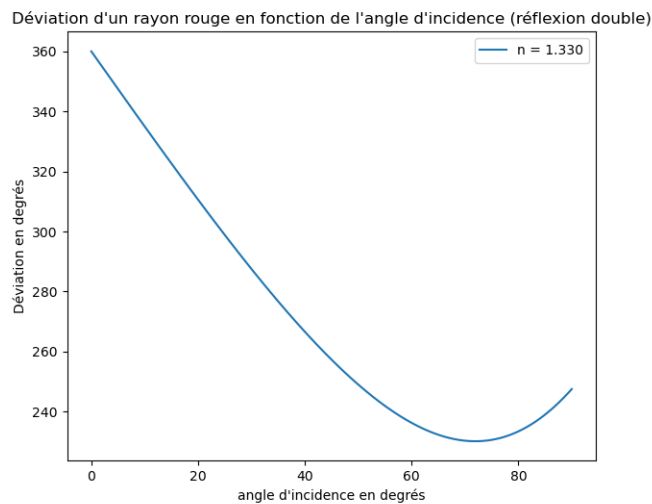


FIGURE 6 : Déviation d'un rayon rouge en fonction de l'angle d'incidence du rayon solaire sur la goutte avec double réflexion.

Enfin, l'ordre des couleurs est inversé par rapport à l'arc primaire. Cette inversion résulte du nombre pair de réflexions internes subies par les rayons dans la goutte. Pour l'arc secondaire, le minimum de déviation correspond à un angle d'observation plus grand pour le violet que pour le rouge (voir tableau 2).

Or les angles d'observation des arcs-en-ciel sont mesurés par rapport à l'axe antisolaire. Un angle plus grand signifie que la goutte responsable de la couleur observée est située plus loin de cet axe. Ainsi, les gouttes qui envoient la lumière violette vers l'observateur sont situées plus loin de l'axe antisolaire que celles responsables du rouge, comme on le voit sur le croquis de la figure 7.

Il en résulte que, pour l'arc secondaire, le violet apparaît à l'extérieur de l'arc, tandis que le rouge se situe à l'intérieur, en inversion par rapport à l'arc primaire.

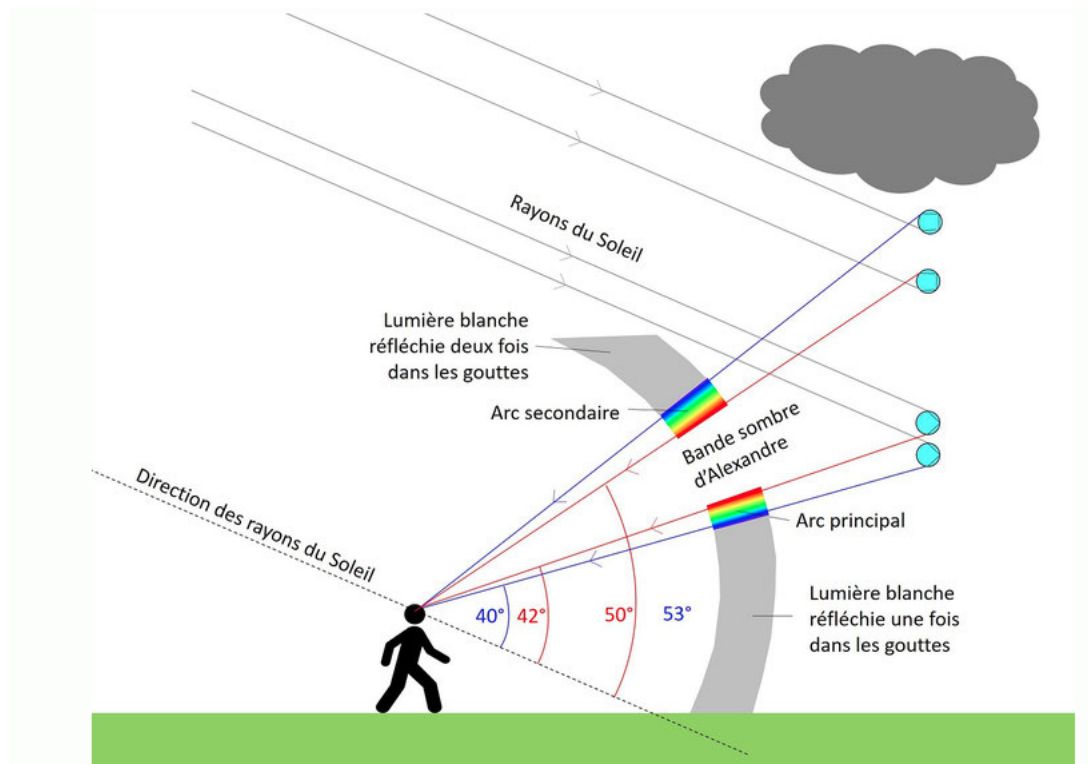


FIGURE 7 : Schéma synthétique formation d'un arc-en-ciel (d'après [7]).

### 2.3 - Synthèse et structure globale des arcs-en-ciel

L'analyse géométrique met en évidence un mécanisme central : pour un rayon solaire incident, la déviation totale présente un extremum en fonction de l'angle d'incidence. Cette condition sélectionne une direction privilégiée d'observation, située à environ  $42^\circ$  pour l'arc primaire, expliquant l'apparition d'un arc lumineux bien défini dans le ciel opposé au Soleil. L'ensemble des gouttes satisfaisant cette condition géométrique forme ainsi un cône d'observation dont l'intersection avec la sphère céleste est un cercle.

L'arc secondaire résulte d'un mécanisme analogue, impliquant une double réflexion interne dans la goutte. La déviation correspondante est plus importante, ce qui place l'arc à un angle plus grand (environ  $51^\circ$ , avec une inversion de l'ordre des couleurs). Entre les deux arcs apparaît la *bande sombre d'Alexandre* : dans cette région angulaire, aucun rayon ne peut atteindre l'observateur après une ou deux réflexions internes, ce qui explique son contraste marqué avec les zones adjacentes. Cette zone porte le nom d'Alexandre d'Aphrodise (v.150–215), philosophe grec de l'Antiquité, qui fut le premier à en proposer une description qualitative.

À l'intérieur de l'arc primaire, les rayons correspondant à différentes longueurs d'onde se recouvrent largement. Il en résulte une superposition partielle des couleurs et une luminance accrue, sans séparation chromatique nette. Le découpage du spectre visible en un nombre fini de couleurs est donc en partie arbitraire et dépend des conventions adoptées, le phénomène physique sous-jacent étant en réalité continu.

Cependant, l'optique géométrique ne rend pas compte de tous les détails observés. En particulier, la présence d'arcs surnuméraires, visibles à l'intérieur de l'arc primaire, révèle la nature ondulatoire de la lumière. Ces franges supplémentaires résultent d'interférences entre rayons émergents de trajectoires proches et nécessitent une description plus complète faisant intervenir la diffraction et les méthodes asymptotiques. Une synthèse moderne et approfondie de ces effets, reliant optique géométrique et optique ondulatoire, est donnée par Nussenzveig [8].



### 3 - Mirages : lumière courbée par un gradient d'indice

Les mirages sont des illusions optiques dues à la propagation de la lumière dans une atmosphère dont l'indice de réfraction varie avec l'altitude. Contrairement aux arcs-en-ciel, où la déviation de la lumière se produit à des interfaces nettes entre milieux distincts, la déviation responsable des mirages est continue : les rayons lumineux se courbent progressivement au sein de l'air.

Cette variation d'indice résulte des gradients de température atmosphériques. À pression donnée, l'indice de réfraction de l'air dépend de sa densité, elle-même inversement liée à la température : un air plus chaud est moins dense et possède un indice plus faible qu'un air plus froid. Les gradients thermiques verticaux se traduisent ainsi par des gradients d'indice, responsables de la courbure des trajectoires lumineuses.

Dans cette section, on établit le lien entre un profil d'indice  $n(z)$  et la trajectoire des rayons lumineux, avant d'appliquer ces résultats aux principaux types de mirages : mirage inférieur, mirage supérieur et phénomène de Fata Morgana.

#### 3.1 - Modèle atmosphérique stratifié et notations

On modélise l'atmosphère comme un milieu transparent stratifié, dont l'indice de réfraction dépend uniquement de l'altitude  $z$  :

$$n = n(z)$$

et ne dépend pas de la coordonnée horizontale  $x$ . Cette dépendance en  $z$  traduit l'existence d'un gradient vertical de température supposé lent et régulier sur les distances considérées.

D'un point de vue physique, cette variation de l'indice peut être comprise à partir de la relation entre indice de réfraction et densité du milieu. Pour un gaz peu dense comme l'air, l'indice de réfraction est très proche de l'unité et vérifie, dans une bonne approximation, la loi de Gladstone-Dale [9] :

$$n - 1 \propto \rho$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique du gaz.

##### Rappel — loi de Gladstone-Dale

Pour un milieu transparent faiblement dense, l'indice de réfraction  $n$  est très proche de l'unité et vérifie la loi empirique de Gladstone-Dale :

$$n - 1 = K \rho,$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique du milieu et  $K$  une constante caractéristique du milieu considéré (faiblement dépendante de la longueur d'onde).

Cette loi est valable pour des gaz et des milieux dilués, dans le régime où les interactions entre particules sont faibles et où  $n \simeq 1$ .

En assimilant localement l'air à un gaz parfait et en supposant la pression quasi constante sur la hauteur considérée, on a  $\rho \propto 1/T$ , ce qui conduit à la loi approchée :

$$n - 1 \propto \frac{1}{T}$$

Cette relation montre que l'indice de réfraction décroît lorsque la température augmente. Les gradients thermiques atmosphériques se traduisent donc directement par des gradients d'indice de réfraction, responsables de la déviation progressive des rayons lumineux.

### 3.2 - Invariant de Snell en milieu stratifié

Considérons l'atmosphère comme une succession de couches horizontales d'épaisseur finie, chacune d'indice constant  $n_1, n_2, \dots, n_5$ , comme illustré sur la figure 8 ci-dessous.

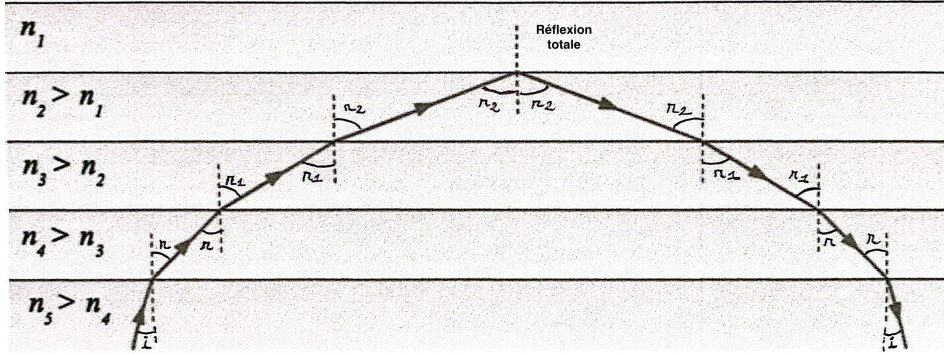


FIGURE 8 : Trajectoire d'un rayon à travers un milieu à gradient d'indice (adapté d'après [10]).

Sur la figure 8, les angles sont notés  $i$  et  $r$  ; dans la suite, on utilise la notation plus générale  $\theta$  pour désigner l'angle du rayon. Dans chaque couche, le rayon se propage en ligne droite. Les interfaces étant parallèles, l'angle  $\theta$  que fait le rayon avec la normale est conservé au sein d'une couche donnée. On peut ainsi appliquer la loi de Snell-Descartes de proche en proche.

Entre deux couches successives d'indices  $n_k$  et  $n_{k-1}$ , on a :

$$n_k \sin \theta_k = n_{k-1} \sin \theta_{k-1} \quad (3)$$

En chaînant ces relations le long de la trajectoire, on obtient un invariant discret :

$$\boxed{n_k \sin \theta_k = \text{constante}} \quad (4)$$

où  $\theta_k$  désigne l'angle du rayon avec la normale dans la couche d'indice  $n_k$ . Cette constante est fixée par les conditions initiales à l'entrée du milieu stratifié.

La figure 8 met également en évidence la possibilité d'une réflexion totale interne. Lorsque le rayon atteint une interface vers une couche d'indice plus faible avec un angle d'incidence trop grand, la loi de Snell-Descartes ne peut plus être satisfaite. L'angle critique est alors défini par :

$$\sin \theta_c = \frac{n_{\text{haut}}}{n_{\text{bas}}} \quad (n_{\text{bas}} > n_{\text{haut}}) \quad (5)$$

et le rayon est réfléchi tout en conservant la valeur de l'invariant (voir le rappel page 2).

Enfin, lorsque l'épaisseur des couches devient très petite, on peut modéliser l'atmosphère comme un milieu stratifié continu, d'indice  $n = n(z)$ . En faisant tendre l'épaisseur des couches vers zéro, l'invariant discret se transforme en un invariant continu le long du rayon. La pente géométrique de la trajectoire s'écrit :

$$\tan \theta(z) = \frac{dz}{dx} \quad (6)$$

et l'invariant peut se réécrire sous la forme

$$\boxed{n(z) \sin \theta(z) = C_0} \quad (7)$$

où  $C_0$  est une constante déterminée par la direction initiale du rayon.

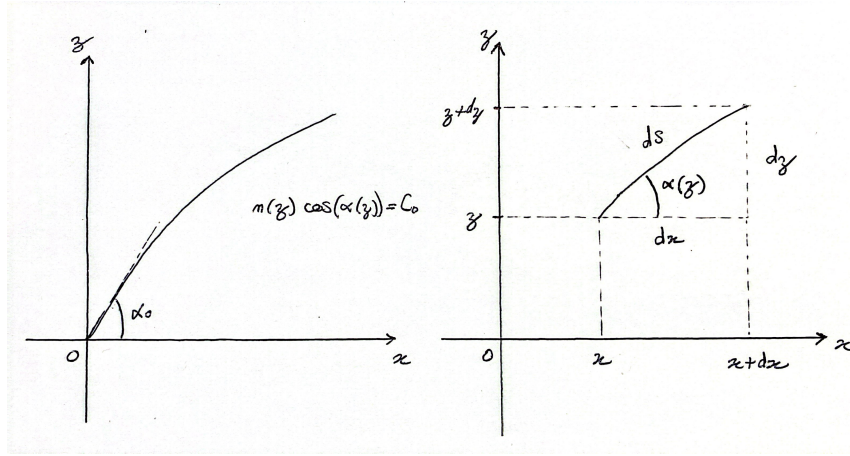


FIGURE 9 : Modélisation d'un rayon à travers un milieu à gradient d'indice.

### 3.3 - Équation différentielle de la trajectoire

On se place dans le plan vertical  $(x, z)$  et l'on note  $\alpha(z)$  l'angle que fait le rayon avec l'horizontale, comme sur la figure 9. On notera que  $\alpha$  est l'angle complémentaire de l'angle  $\theta$  introduit précédemment, défini par rapport à la verticale. Cette convention explique le passage d'une écriture en  $\sin \theta$  à une écriture en  $\cos \alpha$  pour l'invariant de propagation. Sur un élément infinitésimal de trajectoire, on introduit  $dx$  (projection horizontale),  $dz$  (projection verticale) et  $ds$  (longueur d'arc). On a alors, par simple géométrie :

$$\cos \alpha(z) = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dz^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} \quad (8)$$

D'après la section précédente, l'application de la loi de Snell-Descartes couche par couche conduit, dans la limite continue, à l'invariant le long du rayon

$$n(z) \cos \alpha(z) = C_0, \quad (9)$$

où  $C_0$  est fixé par la direction initiale du rayon à l'entrée du milieu. En combinant (8) et (9), on obtient immédiatement :

$$\frac{dx}{ds} = \frac{C_0}{n(z)} \quad (10)$$

En réécrivant  $ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx$ , on en déduit

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} = \frac{C_0}{n(z)} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = \left(\frac{n(z)}{C_0}\right)^2 - 1 \quad (11)$$

Cette relation fournit une première forme (d'ordre 1) de l'équation de la trajectoire. Elle montre notamment que la pente  $dz/dx$  augmente lorsque  $n(z)$  augmente : le rayon se redresse vers les régions d'indice plus élevé.

On peut également obtenir une équation différentielle d'ordre 2 en dérivant (11). Posons  $p(x) = dz/dx$ . Alors  $p^2 = \left(\frac{n(z)}{C_0}\right)^2 - 1$  et, en dérivant par rapport à  $x$ ,

$$2p \frac{dp}{dx} = \frac{2}{C_0^2} n(z) \frac{dn}{dz} \frac{dz}{dx}$$

Comme  $p = dz/dx$ , les facteurs  $p$  se simplifient et l'on obtient l'équation simple :

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{1}{C_0^2} n(z) \frac{dn}{dz} \quad (12)$$

Les équations (11) et (12) relient ainsi directement le profil d'indice  $n(z)$  (donc le gradient thermique via  $n(z)$ ) à la courbure de la trajectoire. Elles constituent le point de départ de l'analyse des mirages.

### 3.4 - Courbure du rayon : rôle du gradient d'indice

On a établi précédemment l'équation différentielle de la trajectoire dans un milieu stratifié :

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{1}{C_0^2} n(z) \frac{dn}{dz} \quad (13)$$

où  $C_0$  est une constante fixée par les conditions initiales. Cette relation relie directement la *courbure* du rayon (via  $d^2 z/dx^2$ ) au gradient d'indice.

On en déduit immédiatement le sens de courbure :

- si  $\frac{dn}{dz} > 0$ , alors  $\frac{d^2 z}{dx^2} > 0$  : la trajectoire est concave vers le haut ;
- si  $\frac{dn}{dz} < 0$ , alors  $\frac{d^2 z}{dx^2} < 0$  : la trajectoire est concave vers le bas.

Ce dernier comportement est illustré qualitativement sur la figure 9, construite dans un modèle discret de couches stratifiées, qui constitue une approximation du milieu continu lorsque l'épaisseur des couches est suffisamment faible.

### 3.5 - Approximation de faible gradient : trajectoire parabolique

Dans de nombreuses situations (route chauffée, surface de mer froide), l'indice varie faiblement sur la hauteur considérée. On peut alors approximer :

$$n(z) \simeq n_0 + \gamma z \quad \text{avec } |\gamma z| \ll n_0, \quad (14)$$

où  $\gamma = \frac{dn}{dz}$  est supposé constant. Dans cette approximation, on peut aussi prendre  $n(z) \simeq n_0$  dans le facteur multiplicatif de (12), ce qui donne une courbure (quasi) constante :

$$\frac{d^2 z}{dx^2} \simeq \frac{1}{C_0^2} n_0 \gamma = \kappa \quad (\text{constante}) \quad (15)$$

En intégrant deux fois, on obtient la trajectoire sous forme parabolique :

$$z(x) \simeq z_0 + p_0 x + \frac{\kappa}{2} x^2 = z_0 + p_0 x + \frac{n_0 \gamma}{2C_0^2} x^2, \quad (16)$$

où  $z_0 = z(0)$  et  $p_0 = \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=0}$  sont fixés par la condition initiale.

Cette expression montre que, à faible gradient, la trajectoire est bien une parabole, dont la concavité est déterminée par le signe de  $\gamma = \frac{dn}{dz}$ .

### 3.6 - Mirage inférieur : image renversée du ciel (route « mouillée »)

On considère le cas d'un sol fortement chauffé en été, par exemple une route asphaltée exposée au soleil. L'air au voisinage immédiat du sol est alors plus chaud, moins dense, et donc d'indice de réfraction plus faible. En montant en altitude, l'air se refroidit et l'indice augmente, ce qui correspond à un gradient d'indice positif :

$$\frac{dn}{dz} > 0$$



FIGURE 10 : Photographie d'un mirage inférieur observé sur une route chauffée (d'après [11]).

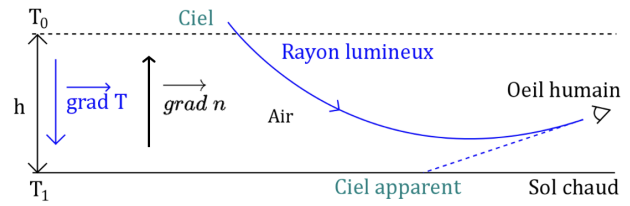


FIGURE 11 : Schéma de principe : courbure des rayons lumineux dans une atmosphère à gradient de température et d'indice (d'après [12]).

Les figures 10 et 11 illustrent ce phénomène à la fois par une observation réelle (photographie) et par un schéma explicatif. Dans ces conditions, d'après l'équation différentielle de la trajectoire établie précédemment, un gradient d'indice positif entraîne une courbure des rayons lumineux vers le haut.

Des rayons issus du ciel, arrivant vers le sol avec une pente descendante, sont progressivement déviés par le gradient d'indice. Ils peuvent atteindre un point de retournement où leur trajectoire devient quasi horizontale, avant de remonter vers l'observateur. Dans le modèle continu, ce comportement correspond à une réflexion totale interne au sein de l'atmosphère stratifiée.

L'œil prolonge localement le dernier segment du rayon reçu en ligne droite. Le rayon perçu semble alors provenir du sol : l'observateur voit une image renversée du ciel, interprétée comme une réflexion sur une surface d'eau. Cette illusion visuelle est à l'origine de l'expression courante de route « mouillée ».

### 3.7 - Mirage supérieur : inversion thermique et image relevée

Le mirage supérieur apparaît dans des situations d'*inversion thermique*, lorsque l'air au voisinage du sol (ou de la surface de la mer, de la banquise) est plus froid que l'air situé au-dessus. L'air froid, plus dense, possède alors un indice de réfraction plus élevé près de la surface. Par conséquent, *l'indice de réfraction diminue lorsque l'altitude augmente*, ce qui s'écrit mathématiquement :

$$\frac{dn}{dz} < 0.$$

D'après la relation reliant la courbure du rayon au gradient d'indice, les rayons lumineux se courbent dans ce cas *vers le bas*. Des rayons émis par un objet lointain peuvent ainsi être progressivement déviés de façon à atteindre l'observateur, alors que, géométriquement, l'objet devrait être masqué par la courbure de la Terre ou situé sous l'horizon apparent. L'image est alors observée *au-dessus* de sa position attendue : on parle de *mirage supérieur*.

Les figures 12 et 13 illustrent ce phénomène. La photographie montre un navire apparaissant déformé et partiellement relevé au-dessus de l'horizon marin, tandis que le schéma explicatif représente la propagation des rayons lumineux dans une atmosphère stratifiée à gradient d'indice négatif.

Il est important de souligner que tous les rayons issus de l'objet ne traversent pas les mêmes régions de l'atmosphère. Certains rayons restent proches de trajectoires quasi rectilignes, tandis que d'autres sont fortement incurvés par le gradient d'indice. Il peut ainsi exister simultanément plusieurs trajets optiques reliant un même point de l'objet à l'œil, ce qui conduit à la superposition de plusieurs images.

Les rayons faiblement déviés produisent une image géométrique directe, tandis que les rayons fortement courbés engendrent une image secondaire, généralement déformée et parfois inversée.





FIGURE 12 : Photographie d'un mirage supérieur observé en milieu marin : le navire apparaît relevé au-dessus de l'horizon. Photographie © Pekka Parviainen.

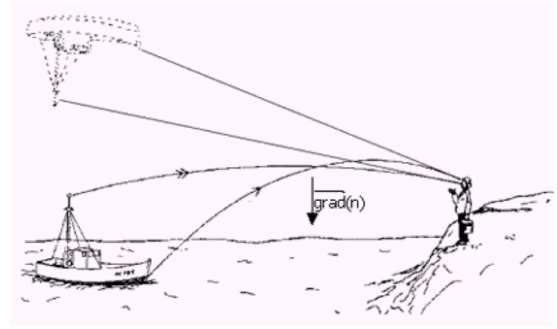


FIGURE 13 : Mirage supérieur : transporteur de minerais apparaissant déformé et relevé au-dessus de l'horizon (d'après [13]).

L'image issue des rayons courbés peut apparaître *inversée*. Cette inversion s'explique par le fait que les rayons provenant de la partie basse de l'objet traversent des zones d'indice plus élevé et sont davantage déviés que ceux issus de la partie haute. L'ordre vertical des points de l'objet est alors inversé lors de la reconstruction visuelle.

Enfin, comme le cerveau prolonge localement les rayons lumineux en ligne droite, il attribue à ces rayons courbés une position apparente erronée, située au-dessus de la position réelle de l'objet. L'observateur perçoit ainsi simultanément une image directe et une ou plusieurs images déformées ou inversées, caractéristique des mirages supérieurs.

### 3.8 - Fata Morgana : profils complexes et images multiples

Dans certaines situations atmosphériques particulières, typiquement au-dessus d'une mer froide ou d'une banquise, l'atmosphère peut présenter plusieurs couches d'air superposées à températures alternées. Le profil de l'indice de réfraction  $n(z)$  n'est alors plus monotone : le gradient  $dn/dz$  peut changer de signe avec l'altitude, traduisant la présence de plusieurs inversions thermiques successives.



FIGURE 14 : Mirage de type Fata Morgana observé au-dessus de l'océan Arctique. L'iceberg, photographié au large de l'île de Padloping (Nunavut, Canada), apparaît fortement déformé et structuré en niveaux superposés sous l'effet de gradients thermiques complexes dans l'atmosphère. Crédit photo : David Stanley (2023).

Dans ce contexte, l'équation différentielle régissant la trajectoire des rayons lumineux peut admettre plusieurs solutions reliant une même source à l'observateur. Plusieurs rayons issus d'un même point de l'objet suivent alors des trajectoires distinctes, chacune pouvant présenter un ou plusieurs points de retournement où le rayon devient localement quasi horizontal avant de se recourber à nouveau.

Il en résulte une superposition d'images correspondant à ces différents trajets optiques. Sur la figure 14, on distingue ainsi une bande principale qui se décompose en plusieurs sous-bandes superposées verticalement : certaines contiennent une image à l'endroit de l'iceberg, tandis que d'autres présentent une image inversée. Ces images peuvent également être étirées ou comprimées selon la géométrie locale du profil d'indice.

Cette coexistence d'images droites et inversées ne résulte pas d'une réflexion sur la surface de l'eau, mais de la multiplicité des trajectoires permises par les gradients thermiques complexes de l'atmosphère. Chaque sous-bande correspond à un chemin optique distinct reliant l'objet à l'œil de l'observateur.

Ce type de mirage, appelé *Fata Morgana*, peut être interprété comme une généralisation du mirage supérieur, caractérisée par la superposition d'images multiples issues d'un même objet lorsque le profil d'indice  $n(z)$  présente plusieurs inversions successives.

### 3.9 - Synthèse

Les mirages inférieur et supérieur sont deux manifestations d'un même mécanisme : la propagation de la lumière dans une atmosphère stratifiée, dont l'indice de réfraction dépend de l'altitude  $n(z)$ . Le gradient vertical d'indice impose une courbure continue des trajectoires lumineuses, décrite par l'équation (12).

Le signe de  $dn/dz$  détermine la nature du mirage. Lorsque l'indice augmente avec l'altitude ( $dn/dz > 0$ ), les rayons se courbent vers le haut et produisent un mirage inférieur (image renversée du ciel). À l'inverse, lorsque l'indice décroît avec l'altitude ( $dn/dz < 0$ ), les rayons se courbent vers le bas et donnent un mirage supérieur, où l'image est relevée au-dessus de sa position géométrique.

Des profils d'indice plus complexes, non monotones, peuvent engendrer plusieurs trajectoires reliant une même source à l'observateur, conduisant à des images multiples et déformées : le phénomène de *Fata Morgana*.

## 4 - Conclusion

Les arcs-en-ciel et les mirages, bien que très différents dans leurs manifestations visuelles, reposent sur un même principe fondamental : la déviation de la lumière lorsqu'elle se propage dans un milieu dont l'indice de réfraction n'est pas uniforme. Dans le cas des arcs-en-ciel, cette variation d'indice est localisée à des interfaces nettes entre l'air et l'eau des gouttes, ce qui conduit à des phénomènes de réfraction et de réflexion interne responsables d'angles de déviation caractéristiques. Dans le cas des mirages, la variation d'indice est continue, liée à des gradients thermiques atmosphériques, et engendre une courbure progressive des trajectoires lumineuses.

L'approche par l'optique géométrique permet de décrire ces deux phénomènes à l'aide de lois simples, telles que la loi de Snell-Descartes et son invariant en milieu stratifié. Malgré les simplifications du modèle (rayons, gradients lents, approximation locale), les résultats obtenus rendent compte de manière remarquable des observations : formation d'arcs colorés, images renversées du ciel, images relevées ou multiples dans le cas de la *Fata Morgana*.

Ces phénomènes illustrent ainsi la capacité de modèles physiques relativement simples à expliquer des effets naturels complexes et spectaculaires. Ils constituent également un exemple particulièrement parlant du lien entre des situations du quotidien et des notions fondamentales de la physique, telles que la dispersion, la réfraction et la propagation des ondes dans les milieux inhomogènes.

## Références

- [1] Llanco. Cours n°4 – arc en ciel, 2010. Billet de cours en ligne, *Physique de la lumière – Université Paris 7*.
- [2] Wilhelm Sellmeier. Zur erklärang der abnormen farbenfolge im spectrum einiger substanzen. *Annalen der Physik und Chemie*, 219 :272–282, 1871.
- [3] N. Ernest Dorsey. *The Properties of Ordinary Water-Substance*. Reinhold Publishing Corporation, New York, 1940.
- [4] Konstantinos Grivopoulos. Analyse d’une activité d’enseignement : l’arc-en-ciel, November 2021. Document pédagogique disponible sur ResearchGate.
- [5] Stéphane Peysson and Vincent Daniel. L’arc-en-ciel, 2003. CultureSciences Physique – ENS Lyon, article de vulgarisation (ISSN 2554-876X).
- [6] F. Coeffin. Arc-en-ciel – optique géométrique, s.d. Document pédagogique de classes préparatoires (PTSI), cahier-de-prepa.fr.
- [7] L’arc-en-ciel, s.d. Site 1,2,3 Couleurs, explications pédagogiques sur l’arc-en-ciel.
- [8] H. M. Nussenzweig. The theory of the rainbow. *Scientific American*, 236(4) :116–127, April 1977.
- [9] J. H. Gladstone and T. P. Dale. Researches on the refraction, dispersion, and sensitiveness of liquids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 153 :317–343, 1863.
- [10] Benjamin Mollier. Milieux d’indice variable, s.d. Module pédagogique “Milieux d’indice variable” sur les lois de Snell-Descartes, Observatoire de Paris / Lumières sur l’Univers.
- [11] Anaïs Equey. Mirage, s.d. Article pédagogique en ligne, Intra-Science.
- [12] Culture Sciences Physique. Détermination de la température à partir de mesures optiques, 2012. Ressource pédagogique en ligne.
- [13] Le Cerveau – TheBrain. Les mirages. [https://thebrain.lecerveau.ca/flash/capsules/pdf\\_articles/les\\_mirages.pdf](https://thebrain.lecerveau.ca/flash/capsules/pdf_articles/les_mirages.pdf), 2009. Document pédagogique, consulté le 26 décembre 2025.
- [14] Max Born and Emil Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 7 edition, 1999.
- [15] W. G. Rees. The physics of mirages. *Reports on Progress in Physics*, 53(6) :735–780, 1990.
- [16] David Stanley. Fata morgana mirage. <https://www.flickr.com/>, 2023. Iceberg near Padloping Island, Nunavut, Canada.