

Petite histoire des chiffres et notations des équations - 2

Les mathématiques et les sciences existent depuis toujours, cependant la manière de les décrire avec des chiffres, symboles et opérateurs est relativement récente. Avant l'avènement de notations, courantes de nos jours, des phrases rédigées décrivaient les opérations, ce qui rendait les équations plus difficiles à lire et moins universelles. La notation des équations comprend un ensemble de représentations, des chiffres indo-arabes aux opérateurs symboliques, des lettres grecques et des symboles créés au fur et à mesure des avancées des savants.

Cette ressource remonte le temps et examine l'origine et les évolutions de quelques symboles usuels des sciences, sans être une liste exhaustive de tous les symboles utilisés de nos jours. Une première partie de la « *Petite histoire des chiffres et notations des équations - 1* » [1] explore les origines des chiffres, du point décimal et des opérateurs de base ; dans cette partie 2, nous évoquons l'utilisation du formalisme littéral et quelques symboles usuels (π , Π , Σ , $\sqrt{\quad}$, $\int$, f').

1 – Utilisation de lettres [2,3,4,5,7,8,9,10,11,12, 13]

Francesco Maurolico¹, ou encore Francesco de Messine, est le premier à utiliser des notations qui annoncent les notations de l'algèbre actuelle. Dans ses ouvrages, en particulier les deux volumes d'un traité d'arithmétique, *Arithmeticon libri duo, nunc primum in lucem editi*² (figure1), publié l'année de sa mort en 1575, il emploie une écriture symbolique de lettres et propose la formulation « a in b » pour un produit.

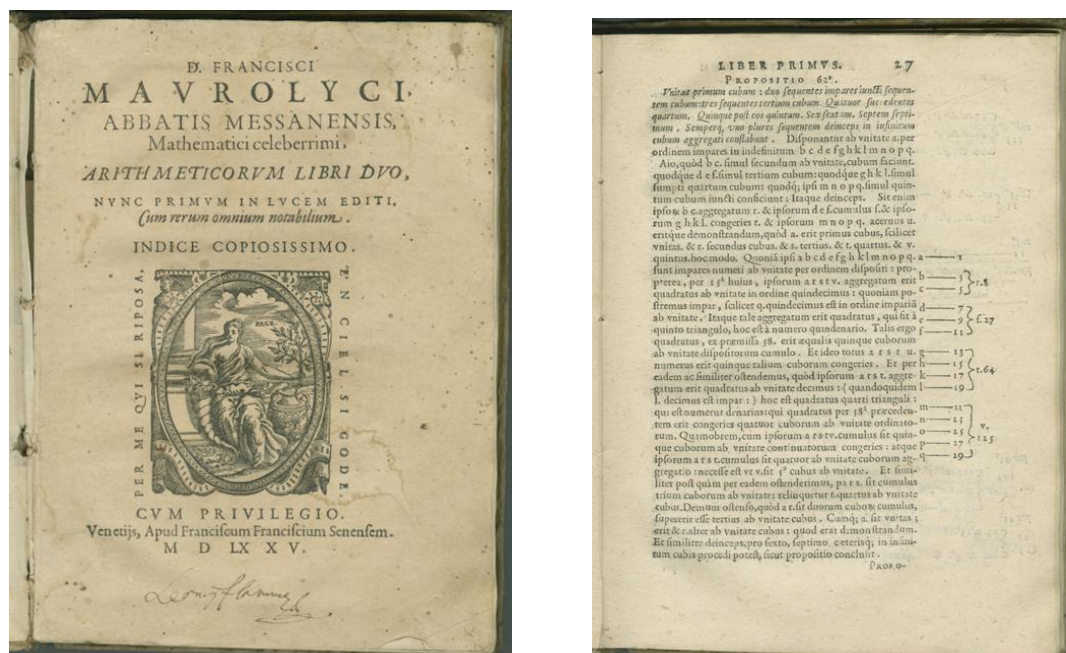


Figure 1 : *Arithmeticon libri duo, nunc primum in lucem editi* de F. Maurolico (1575), page de garde et extrait de la page 27, source [6]

¹ Francesco Maurolico (1494-1575), mathématicien et astronome sicilien

² Deux livres d'arithmétique, maintenant pour la première fois dans la lumière (traduction des auteurs)

Quinze ans après, François Viète³, de 54 ans son cadet, publie en 1591 *In artem analyticam isagoge*⁴, premier ouvrage où l'usage des lettres pour désigner les inconnues et les paramètres d'une équation algébrique est systématique. Ce petit fascicule rédigé en latin se décompose en huit chapitres relativement courts⁵ [8] :

- *Caput I : De definition et partitione analyseos, et de ijs quae iuuant eteticem* « Sur la définition et la partition de l'analyse, et sur ce qui aide l'éthique ». François Viète donne les définitions de son analyse se décomposant en trois temps : zététique⁶, poristique⁷, exégétique⁸. Il propose donc une méthode de résolution basée sur les symboles (*non iam in numeris sed sub specie* : non plus en nombre mais en nature⁵), de la mise en équation d'un problème, puis l'examen des propositions déduites et la vérification numériques ou géométriques des solutions.
- *Caput II : De symbolis æqualitatum et proportionum* « Sur les symboles d'égalités et de proportions ». Viète décrit les symboles utilisés ainsi que les proportions, et donne les règles axiomatiques par exemple le point 6 : *si aequalia per aequalia dituidantur, orta esse aequalia*, que l'on peut traduire par « si les égaux sont divisés par des égaux, alors des égaux sont apparus »⁵, autrement dit si $a = b$ et sont divisés par le même c , alors $a/c = b/c$.
- *Caput III : De lege homogeneorum, et gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum* « Sur la loi des homogénéités, et des degrés et genres de grandeurs comparées ». C'est une description des lois d'homogénéité des facteurs des puissances (1 est le côté ou racine, 2 le carré, 3 le cube, etc.). Il note pour l'homogénéité complémentaire des facteurs de ces puissances : 1 Longueur, 2 Plane, 3 Solide, 4 Plane/Plane, 5 Plane/Solide, 6 Solide/Solide, etc. François Viète reprend le principe de base grec, on ne peut additionner ou soustraire et comparer des grandeurs homogènes.
- *Caput III : De præceptis Logistiques speciosæ* « Sur les préceptes de la logiques spécieuse ». Viète donne les préceptes de la logique spécieuse : les axiomes d'addition, de produit et de symboles désignant des grandeurs de natures comparables. Prenons un exemple page 6 [8] (figure 2), et reprenons chaque terme afin de transposer en algèbre actuelle :

<i>Itaque in Additionibus, Oporteat</i> $\frac{A}{B}$ <i>plano addere</i> <i>Z.</i> <i>Summa erit</i> $\frac{A}{B} + \frac{Z}{B}$ <i>A planum</i> $\frac{A+Z}{B}$

Itaque in Additionibus : donc en ajout

Addere : ajouter

Oporteat : devrait être

Summa erit : ce sera la somme de

In plano : indique la dimension 2 de A

In : dans

Ce qui peut s'écrire (sans préciser les dimensions) : $\frac{A}{B} + Z = \frac{A+Z.B}{B}$

- *Caput V : De legibus Zeteticis* « Sur les lois zététiques ». François Viète précise les fondements de la formulation des équations (comme réserver des lettres aux quantités connues, *data* pour « donnée » en latin, et d'autres lettres aux inconnues, *incertidus*,

³ François Viète (1540-1603), avocat et mathématicien français, il est également chargé du décryptage des codes secrets ennemis du roi Henri IV

⁴ Dans l'art de l'analyse isagoge (Introduction à une étude) (traduction des auteurs)

⁵ Traduction des auteurs

⁶ Zététique : mise en équation du problème et la manipulation de cette équation pour la mettre sous une forme canonique qui donne lieu à une interprétation en termes de proportions

⁷ Poristique : examen de la vérité des propositions au travers des théorèmes ordinaires

⁸ Exégétique : détermination des solutions, numériques ou géométriques, obtenues à partir des propositions générales de la poristique

« incertain ») ainsi que la manière de mener l'analyse du problème, sa résolution et enfin sa vérification géométrique.

- *Caput VI : De Theorematum per Poristicem examinatione* « Sur les théorèmes par examen poristique ». Deuxième temps de l'analyse, une fois la modélisation faite via la zététique, François Viète expose théorèmes et règles de syntaxe.
- *Caput VII : De officio Rhetites* « Sur le travail rhétique ». Troisième et dernier temps de l'analyse, Viète précise qu'il est nécessaire de transformer le résultat littéral par un résultat chiffré ou une construction géométrique, même si le résultat littéral est considéré comme juste.
- *Caput VIII : Æquationum notatio et artis Epilogue* « Notation des équations et art de l'épilogue ». En 29 points, François Viète reprend les étapes de son raisonnement qui, ce sont les derniers mots, ne sauraient laisser une seule question irrésolue (Nullum non problema solvere) :

N V L L V M N O N P R O B L E M A S O L V E R E .

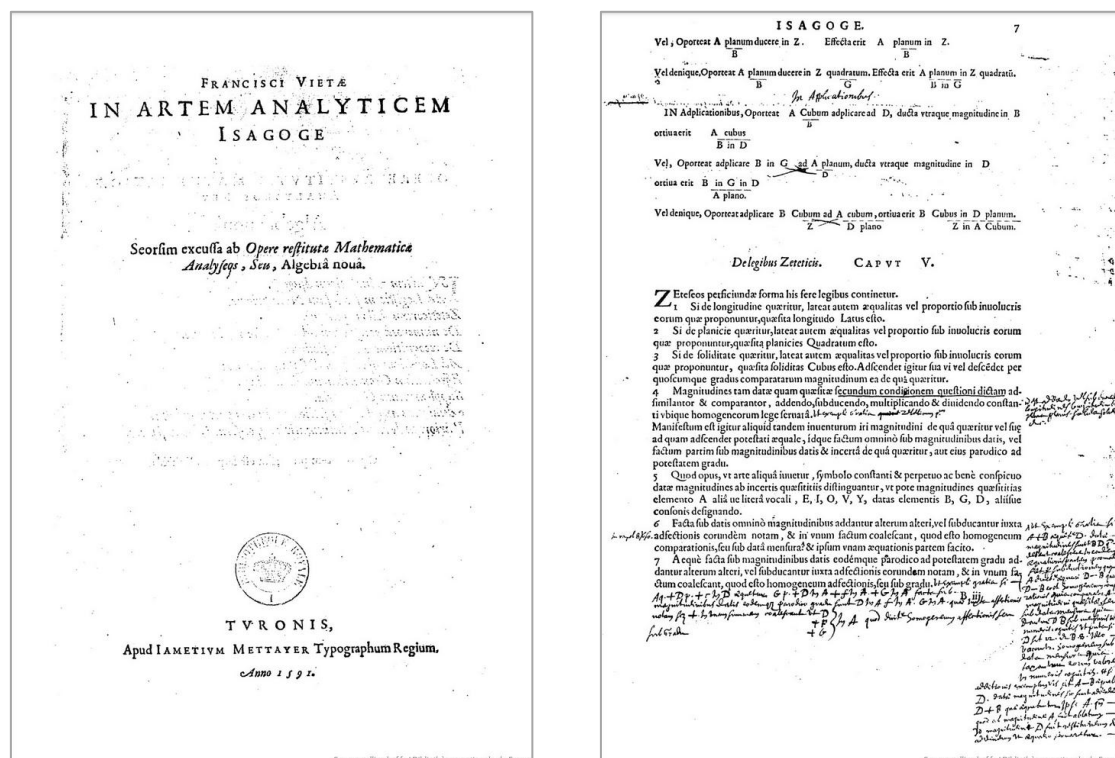


Figure 2 : *In artem analyticem isagoge* page de garde et page 7 (extrait du *Caput III*), F. Viète (1791), source [8]

Après la publication de *l'Isagoge*, c'est-à-dire introduction, François Viète complète assez rapidement ses travaux avec *Zeteticorum libri quinque*⁹ qui enrichit son algèbre, qu'il appelle *algèbre spécieuse*, en développant la méthode proposée sur dix problèmes, ce qui en fait la première illustration de son analyse.

Durant la première moitié du XVII^e siècle, les notations de Viète seront simplifiées par d'autres savants comme ses contemporains Thomas Harriot¹⁰, que nous avons évoqué dans la première ressource de cette petite histoire [1] en particulier pour les symboles 'inférieur à' et 'supérieur à', ou Albert Girard¹¹ à l'origine de beaucoup de notations et de formulation de théorèmes, nous le

⁹ Cinq livres de la Zététique (traduction des auteurs)

¹⁰ Thomas Harriot (1560-1621), astronome et mathématicien anglais

¹¹ Albert Girard (1595-1632), mathématicien français

retrouverons plus loin. René Descartes¹² poursuivra l'usage des lettres de l'alphabet latin mais en minuscule pour désigner les grandeurs mesurables, en particulier l'utilisation des premières lettres de l'alphabet pour des quantités connues et des dernières pour les inconnues ; c'est un usage qui perdure de nos jours, puisque les paramètres sont souvent notés a , b ou c alors que les variables sont x , y ou z . Ce formalisme est ensuite adopté universellement et se développe avec des formes légèrement variables et des ajouts au fur et à mesure des travaux de tous les savants du XVII^e siècle à nos jours.

2 - Utilisation des lettres grecques [2,15,16,17]

L'alphabet latin ne comportant que 26 lettres (52 avec minuscules et majuscules) les 24 lettres de l'alphabet grec permettent 48 caractères supplémentaires. Beaucoup d'entre eux désignent maintenant des grandeurs spécifiques, trop nombreuses pour être toutes évoquées !

La première utilisation de π , pi, pour désigner le périmètre d'un cercle est due à William Oughtred¹³ au début du XVII^e siècle. L'utilisation de π , comme constante pour représenter le rapport entre la circonférence du cercle à son diamètre, revient à William Jones¹⁴ en 1706 dans son ouvrage *Synopsis Palmariorum Mathesios or, a New Introduction to the mathematics*¹⁵ ; rédigé en anglais on peut le parcourir sur [15]. Ce symbole est repris par Leonhard Euler¹⁶, et on le trouve dans son ouvrage en deux volumes *Introductio in analysin infinitorum*¹⁷ publié en 1748. Son emploi se généralise alors dans le monde savant, ses nombreux échanges épistolaires avec Jean Bernoulli¹⁸ (le premier [18] indique que ce dernier reprend l'usage d'Euler à partir de 1740.

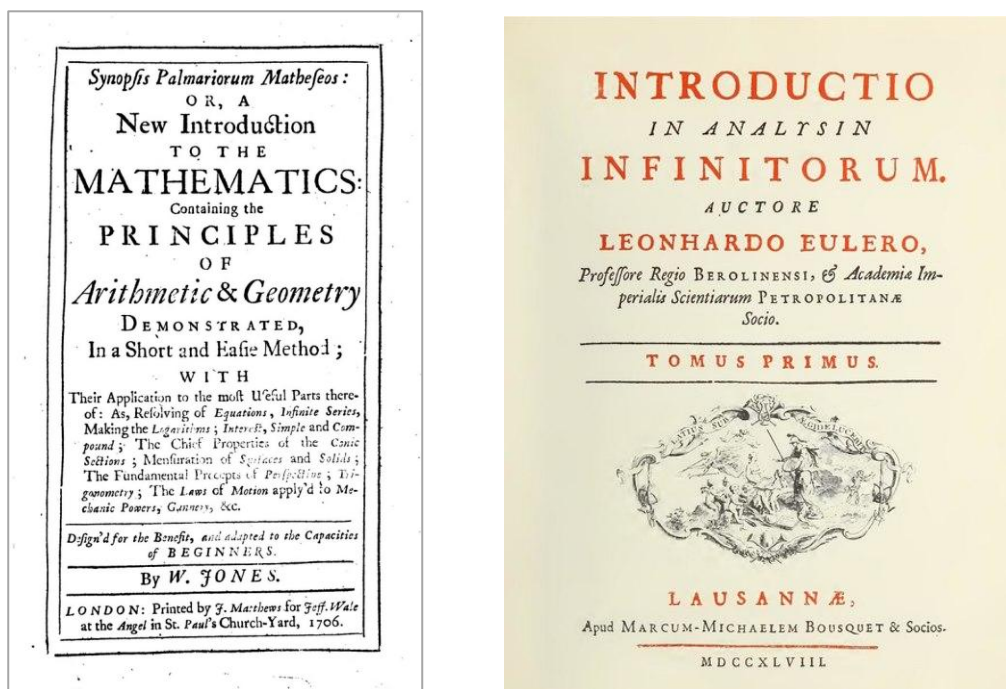


Figure 3 : Couvertures de *Synopsis Palmariorum Mathesios or, a New Introduction to the mathematics*, W. Jones (1706) [15] et d'*Introductio in analysin infinitorum*, L. Euler (1748), Creative Commons

¹² René Descartes (1596-1650), mathématicien, physicien et philosophe français

¹³ William Oughtred (1574-1660), mathématicien et théologien britannique

¹⁴ William Jones (1675-1749), mathématicien gallois

¹⁵ *Synopsis des Éléments de Mathématiques, ou une nouvelle introduction aux mathématiques* (traduction des auteurs)

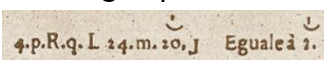
¹⁶ Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien et physicien suisse

¹⁷ *Introduction à l'Analyse infinitésimale* (traduction des auteurs)

¹⁸ Jean ou Johann Bernoulli (1667-1748), mathématicien et physicien suisse, issu d'une grande famille scientifique il est le premier des trois Jean, voir la ressource « La famille Bernoulli, lequel a fait quoi ? » [18]

Leonhard Euler a rédigé de très nombreux ouvrages de ses travaux, ses apports scientifiques sont innombrables ; son emploi fréquent de lettres grecques comme variables ou constantes diffusera cet usage. On lui doit le sigma majuscule, Σ , comme symbole de l'addition en 1755 dans *Differentialis de calculi d'Institutiones*¹⁹, Fondements du calcul différentiel. Le symbole de produit, pi majuscule, Π , proviendrait de René Descartes.

3 - Les parenthèses et crochets [14,19,20,21,22]

Dans l'ouvrage *L'algebra, parte maggiore dell'aritmetica*²⁰, paru en 1572, Raffaele Bombelli²¹ utilise des crochets pour indiquer la lecture des expressions et regrouper les termes, expressions qui comportent du latin et des symboles ainsi l'expression  peut s'écrire de nos jours : $4 + \sqrt{24 - 20x} = 2x$, sachant que

m. et p. (abréviation de *minus* et *plus* en latin) signifient moins et plus ; R.q. désigne la racine carrée (R pour *radix* ou racine, q pour *quadratus* ou carré) ; L est le crochet ouvrant et J le crochet fermant ; les puissances (ici 1) sont indiquées par un chiffre souligné d'un arc au-dessus de la valeur.

L'ouvrage de Bombelli est un manuel d'algèbre commençant par les carrés et les racines carrées et finissant par la résolution des équations algébriques des quatre premiers degrés. Il contribua à la compréhension des nombres imaginaires. Raffaele Bombelli note les puissances de façon analogue à celle de Nicolas Chuquet²² un siècle plus tôt dans son ouvrage manuscrit *Triparty en la science des nombres*. Ce mathématicien de la fin du moyen-âge utilisait le zéro et les nombres négatifs comme exposants, cependant son manuscrit a été publié tardivement retrouvé par Aristide Marre²³ à la fin du XIX^e siècle.

Afin de se rendre compte du formalisme mathématique du début du XVII^e siècle, on peut lire en français l'ouvrage *Invention nouvelle en L'algèbre* d'Albert Girard, publié en 1629 [14] (figure 4).

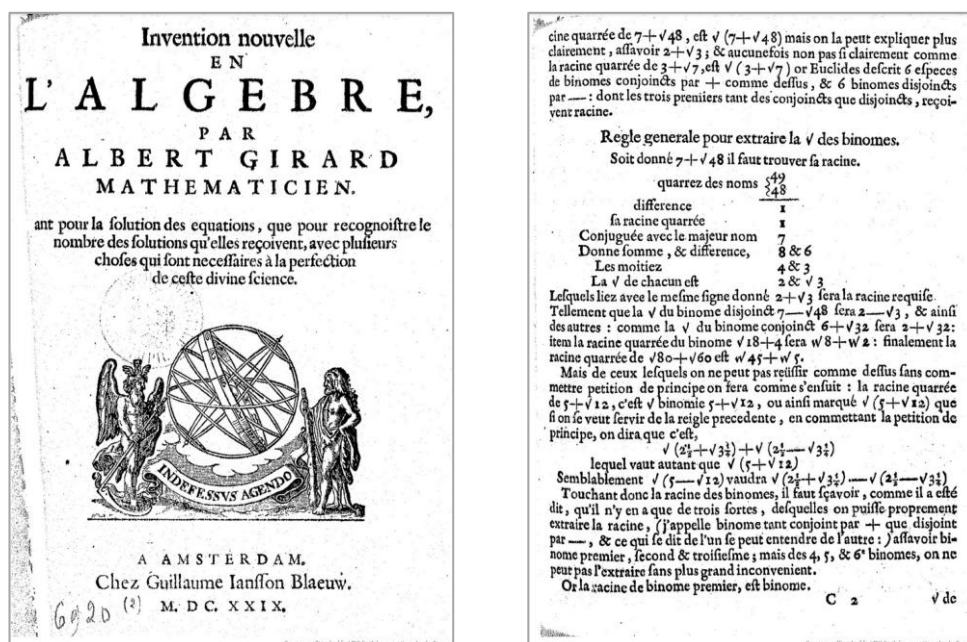


Figure 4 : Couverture et extrait d'*Invention nouvelle en l'algèbre* d'Albert Girard (1629) [14]

¹⁹ Institutions du calcul différentiel (traduction des auteurs)

²⁰ L'algèbre, partie majeure de l'arithmétique (traduction des auteurs)

²¹ Raffaele Bombelli (1526-1572), ingénieur et mathématicien bolognais

²² Nicolas Chuquet (~1450-1488), mathématicien français

²³ Aristide Marre (1823-1948), érudit et éditeur scientifique français

4 – Racine carrée et autres fonctions [23,25,26]

La racine carrée, que nous avons vu notée **R.q.** chez Raffaelle Bombelli, finit par déformation du **R** par s'écrire $\sqrt{\quad}$ en 1525, dans l'ouvrage *Behend und hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebra*²⁴ de Christoff Rudolf²⁵ (figure 5).

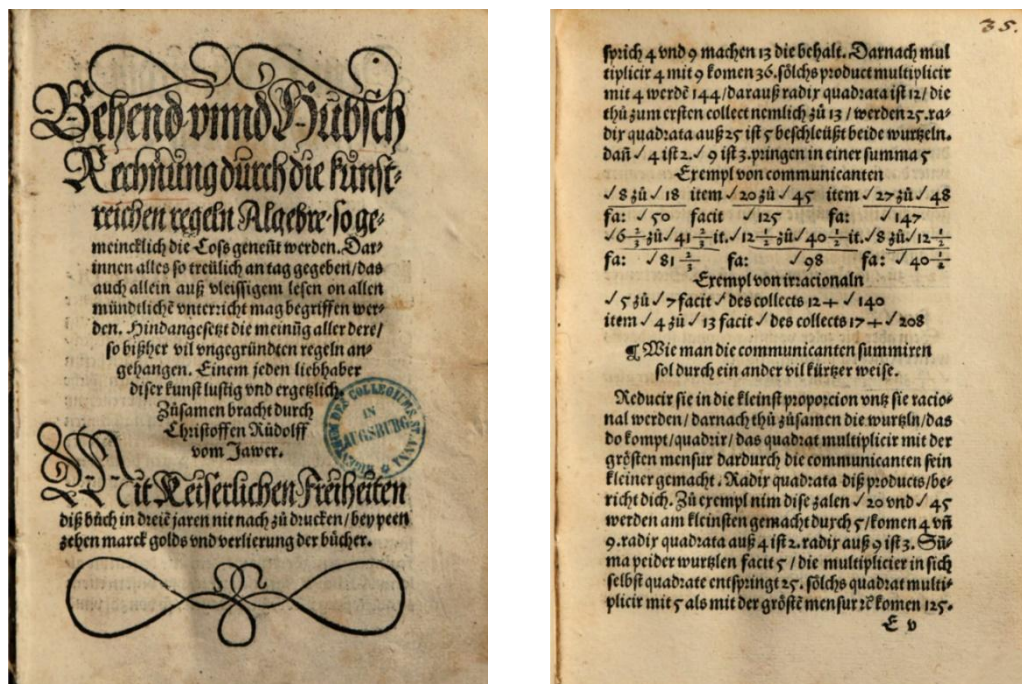


Figure 5 : *Behend und hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebra* couverture et extrait, Christoff Rudolf (1525) [24]

Si on reprend la racine carrée exprimée par Bombelli (section 3) **R.q.**[24.m.20x] (en oubliant la notation de la puissance égale à 1), elle devient pour Rudolf $\sqrt{24-20x}$, or les parenthèses pouvaient être remplacées par une barre horizontale, ce qui donne $\sqrt{24-20x}$. On voit qu'il ne reste plus qu'à accoler la barre et la racine pour obtenir l'écriture actuelle $\sqrt{24-20x}$, ce que fait René Descartes dans son ouvrage *La géométrie*, en 1637.

Le concept d'intégrale introduit dans le dernier quart du XVII^e siècle par Isaac Newton²⁶ et Gottfried Leibniz²⁷ est utilisé dans de nombreuses disciplines scientifiques, pour calculer des aires, des volumes ou des moments d'inerties pour ne citer que quelques exemples. Cet outil fondamental en sciences de l'ingénieur est déjà présent en Grèce antique cependant c'est Leibniz qui introduit le fondement de la théorie de l'intégration dans *Geometria recondita*²⁸ en 1686. Il symbolise l'intégration par un S long $\int$ (initiale du *summa* latin pour somme, dont la graphie était *fumma*). Dès 1675, Leibniz propose cette écriture dans un courrier à Henry Oldenburg²⁹, grand organisateur d'un vaste réseau de collaboration entre les savants européens du XVII^e siècle : *Utile erit scribi f pro omnia, ut fl = omnia l, id est summa ipsorum l* : Il sera utile d'écrire $\int$ pour tout, de sorte que $\int l$ = tous les l , c'est-à-dire la somme de leurs l ³⁰.

²⁴ Des calculs agiles et jolis grâce aux règles ingénieuses de l'algèbre (traduction des auteurs)

²⁵ Christoff Rudolf (1499-1545), mathématicien allemand

²⁶ Isaac Newton (1642-1727), mathématicien, physicien, astronome et philosophe britannique

²⁷ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), mathématicien, philosophe et diplomate allemand

²⁸ Géométrie cachée (traduction des auteurs)

²⁹ Heinrich devenu Henry Oldenburg (1619-1677), scientifique et diplomate d'origine allemande, premier secrétaire de la Royal Society de Londres

³⁰ Traduction des auteurs

Autre concept très utilisé dans de nombreuses sciences et outil indispensable aux sciences de l'ingénieur : la notion de dérivée. Si elle voit le jour dans les écrits de Leibniz et ceux de Newton au XVII^e siècle, c'est à Joseph-Louis Lagrange³¹ à la fin du XVIII^e siècle que l'on doit la notation $f'(x)$ pour désigner la fonction dérivée première de f évaluée en x , et $f''(x)$ pour la dérivée seconde. C'est également lui qui introduit le terme « dérivée ». L'écriture dx , dy ou $\frac{dx}{dy}$ est introduite par Leibniz dans un manuscrit de 1675. Ainsi Lagrange dans son ouvrage *Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables* de 1773, écrit (figure 6) : $du = u' dx$ et $u' = \frac{du}{dx}$. On peut le lire en français sur [26].

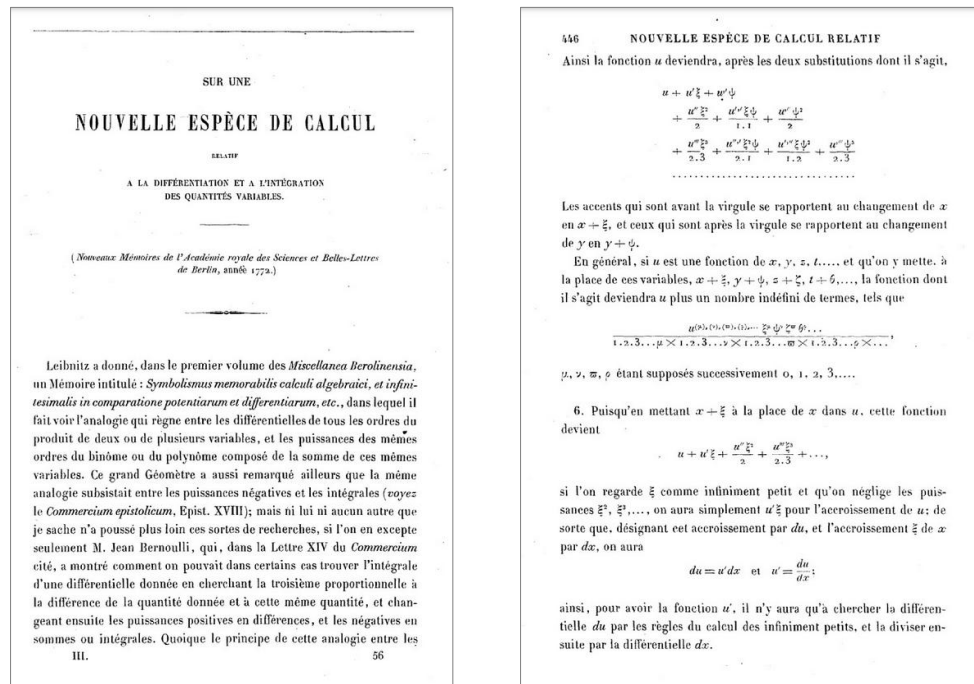


Figure 6 : Page de garde et extrait de *Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables* de Lagrange, 1772, source [26]

Et le concept de fonction ? C'est une très longue histoire ! les tablette d'argile des babyloniens³², les mathématiciens babyloniens ont gravé des tablettes d'argile arrivées jusqu'à nos jours qui prouvent que le concept est en germe dès ces époques anciennes comme chez les mathématiciens de la Grèce antique. Ce sont surtout des tables liant des valeurs, pour autant l'entité qui permet de passer d'une colonne à l'autre n'est pas considérée. Les fonctions du temps apparaissent à la fin du moyen-âge au XIV^e siècle, dans les écoles de philosophie naturelle de Paris et d'Oxford. Les savants de ces écoles étudient les mouvements des solides, la cinématique, et établissent des liens entre des grandeurs physiques et le temps. Citons Nicolas Oresme³³ pour ses travaux, ainsi que pour sa contribution au principe et à l'utilité des coordonnées cartésiennes pour la représentation des phénomènes que l'on trouve dans un abrégé de son ouvrage *Tractatus de configuratione qualitatum et motuum*³⁴. Au XVII^e siècle, le calcul littéral introduit par François Viète formalise la notion de fonction, ainsi on trouve par la suite, des lois formulées par des fonctions et Galilée³⁵ en 1623 dans son ouvrage *Il Saggiatore*³⁶ énonce que l'univers, la physique, est écrit en langage

³¹ Joseph-Louis Lagrange, né Guiseppe Luigi Lagrangia (1736-1813), mathématicien, mécanicien et astronome français originaire du royaume de Sardaigne

³² Entre 2000 ans av. J.-C. et le début de notre ère

³³ Nicolas Oresme (~1320-1382), philosophe, astronome, mathématicien, traducteur (...) français

³⁴ Traité sur la configuration des qualités et des mouvements (traduction des auteurs)

³⁵ Galileo Galilei ou Galilée (1564-1642), mathématicien, physicien, géomètre et astronome pisan

³⁶ Le sage (traduction des auteurs)

mathématique. Ainsi pour René Descartes, un concept de fonction est associé et même défini par une équation pour les courbes géométriques. Enfin en 1667, James Gregory³⁷ dans son ouvrage *Vera circuli et hyperbolae quadratura*³⁸, définit le concept de fonction comme une quantité obtenue à partir d'autres quantités par une succession d'opérations algébriques ou opération imaginable. Le terme de **fonction** est introduit par Gottfried Leibniz en 1692 sous la forme latine *functio* dans le sens d'accomplissement, d'exécution, ce terme est rapidement repris par Jean Bernoulli¹⁵.

5 – Quelques portraits de noms évoqués



François Viète

par Rabel Jean (1548-1603) ou Daniel (1578-1637)



Thomas Harriot, vers 1602



René Descartes,

par Frans Hals (1582-1666)

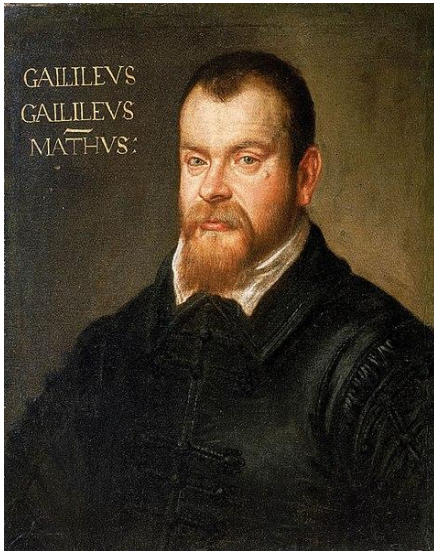


William Oughtred

par Wenceslaus Hollar (1607-1677)

³⁷ James Gregory (1638-1675),

³⁸ Véritables quadrature du cercle et de l'hyperbole (traduction des auteurs)



*Galileo Galilei vers 1602-1607,
par Domenico Tintoretto (Le Tintoret) (1560-1635)*



*Jean Bernoulli
par Johann Rudolf Huber (1668-1748)*



*William Jones,
par William Hogarth (1697-1764)*



*Gottfried Wilhelm Leibniz
par Christoph Bernhard Franckle (1660-1729)*



*Leonhard Euler
par Jakob Emanuel Handmann (1718-1781)*



Jospeh-Louis Lagrange

5 – Conclusion

Au cours des travaux des savants de nombreux pays, l'expression des concepts étudiés se formalise à l'aide de symboles qui se diffusent à travers les ouvrages d'abord manuscrits puis imprimés. Les symboles actuellement utilisés découlent de l'appropriation et de l'utilisation par d'autres savants, ce qui finit par faire une règle d'écriture.

Après avoir exploré les origines des chiffres, du point décimal et des opérateurs de base dans « *Petite histoire des chiffres et notations des équations - 1* » [1], nous venons d'évoquer l'utilisation du formalisme littérale, quelques symboles usuels. Cette promenade dans la petite histoire des chiffres et notations des équations se continue avec des outils très utilisés en sciences de l'ingénieur comme les coordonnées cartésiennes ou polaires, les vecteurs ou encore les fonctions trigonométriques dans « *Petite histoire des chiffres et notations des équations - 3* » [27].

Références :

- [1]: Petite histoire des chiffres et notations des équations - 1, H. Horsin Molinaro, 2025, https://sti.eduscol.education.fr/si-ens-paris-saclay/ressources_pedagogiques/petite-histoire-des-chiffres-et-notation-scientifiques-1
- [2]: Histoire et origine des symboles mathématiques, Math93, <https://www.math93.com/index.php/histoire-des-maths/les-symboles-menu>
- [3]: Francesco Mauricolo dit Francesco da Messina, Larousse
- [4]: Francesco Mauricolo, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Francesco_Maurolico
- [5]: MAUROLICO Francesco (Franciscus Maurolycus), italien, 1494-1575, ChronoMath, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/Maurolycus.html>
- [6]: Mathematical Treasures - Franciscus Maurolycus's Arithmeticonum libri duo, Mathematical Association of América, <https://maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-franciscus-maurolycus-arithmeticonum-libri-duo>
- [7]: In Artem analyticem isagoge, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/In_artem_analyticem_isagoge
- [8]: In Artem analyticem isagoge, Francisco Vietæ, Gallica, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k108865t.r=.langFR>
- [9]: Algèbre nouvelle, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Alg%C3%A8bre_nouvelle
- [10]: Zeteticorum libri quinque, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Zeteticorum_libri_quinque
- [11]: Le symbolisme algébrique : L'usage des lettres, math93, <https://www.math93.com/histoire-des-maths/les-symboles-menu/19-histoire-des-mathematiques/135-le-symbolisme-algebrique.html>
- [12]: Albert Girard, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Albert_Girard
- [13]: Descartes, m@ths et tiques, <https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/descartes>
- [14]: Invention nouvelle en l'Algèbre, A. Girard, 1629, Gallica, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5822034w.r>

- [15]: Synopsis Palmariorum Matheseos or, a New Introduction to the mathematics, W. Jones, 1706, <https://archive.org/details/SynopsisPalmariorumMatheseosOrANewIntroductionToTheMathematics/page/n5/mode/2up?view=theater>
- [16]: Leonhard Euler (15 avril 1707-18 septembre 1783), bibm@th, <https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=euler>
- [17]: Leonhard Euler, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler
- [18]: La famille Bernoulli, lequel a fait quoi ? H. Horsin Molinaro, M. Poncelet, octobre 2023, https://eduscol.education.fr/sti/si-ens-paris-saclay/ressources_pedagogiques/la-famille-bernoulli-lequel-a-fait-quoi
- [19]: BOMBELLI Raffaele, italien, 1526-1572, ChronoMath, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/Bombelli.html>
- [20]: Bombelli L'Algebra fragments, G. Hamon, IREM de Rennes, 1996, <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/RN/IRN11002/IRN11002.pdf>
- [21]: L'algebra opera di Rafael Bombelli da Bologna, 1629, rara : <https://www.e-rara.ch/zut/content/zoom/1230879>
- [22]: Nicolas Chuquet, Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Chuket
- [23]: Christoff Rudolf (1499-1545), Scolab, <https://lexique.netmath.ca/christoff-rudolff/>
- [24]: Behend und hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebra, C. Rodolf, MDZ, <https://www.digitale-sammlungen.de/de/view/bsb11267680?>
- [25]: Les symboles mathématiques, Math93.com, <https://www.math93.com>
- [26]: Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables, Œuvres de Lagrange. T. 3 / publiées par les soins de M. J.-A. Serret [et G. Darboux] ; [précédé d'une notice sur la vie et les ouvrages de J.-L. Lagrange, par M. Delambre], Gallica, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k229222d/f442.item>
- [27]: Petite histoire des chiffres et notations des équations - 3, H. Horsin Molinaro, 2025, https://sti.eduscol.education.fr/si-ens-paris-saclay/ressources_pedagogiques/petite-histoire-des-chiffres-et-notations-scientifiques-3