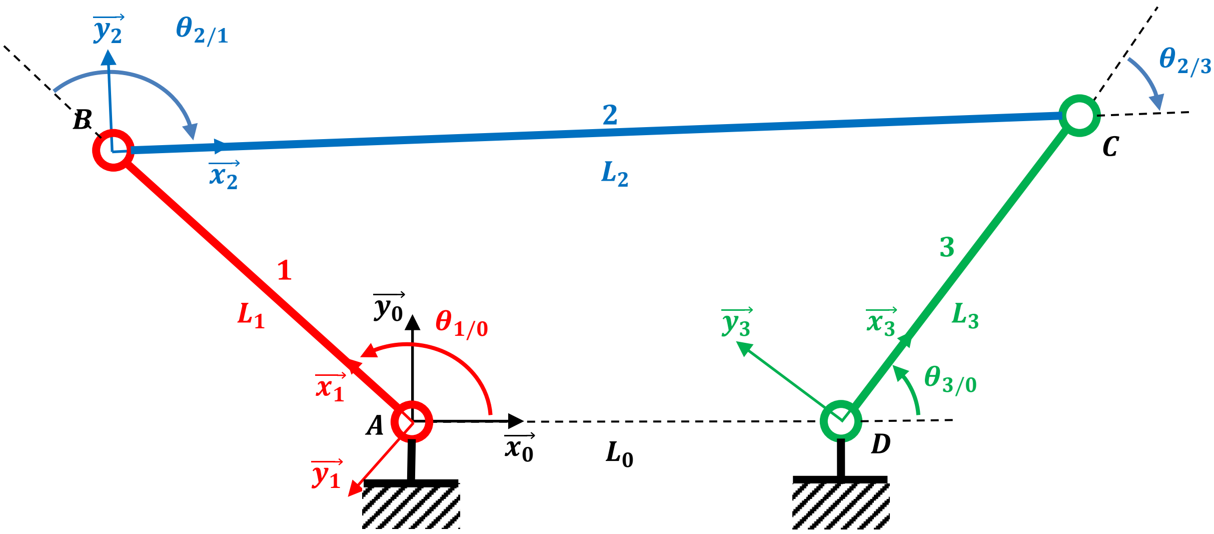


Question 1: Ecrire la fermeture de chaîne géométrique du système et en déduire les 3 équations scalaires associées par projection dans la base 0

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{\mathrm{DA}} = \vec{0}$$
$$L_1\overrightarrow{x_1} + L_2\overrightarrow{x_2} - L_3\overrightarrow{x_3} - \mathrm{L}_0\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \theta_{10} + \theta_{21} + \theta_{32} + \theta_{03} = 0 \\ L_1 \cos\theta_{10} + L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) - L_3 \cos\theta_{30} - L_0 = 0 \\ L_1 \sin\theta_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) - L_3 \sin\theta_{30} = 0 \end{cases}$$

Question 2: Justifier le fait que le choix de la base 0 est propice à la détermination de la relation liant θ_{10} et θ_{30}

On remarque que l'on va pouvoir faire disparaître les termes en $(\theta_{21} + \theta_{10})$ et il ne restera plus que les deux paramètres intéressants, à savoir θ_{10} et θ_{30}

Question 3: Mettre en place la relation entre θ_{10} et θ_{30} et les longueurs du système

$$L_1\overrightarrow{x_1} + L_2\overrightarrow{x_2} - L_3\overrightarrow{x_3} - \mathrm{L}_0\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \theta_{10} + \theta_{21} + \theta_{32} + \theta_{03} = 0 \\ L_1 \cos\theta_{10} + L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) - L_3 \cos\theta_{30} - L_0 = 0 \\ L_1 \sin\theta_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) - L_3 \sin\theta_{30} = 0 \end{cases}$$

$$\cos(\theta_{21} + \theta_{10}) = \frac{L_3 \cos\theta_{30} + L_0 - L_1 \cos\theta_{10}}{L_2}$$
$$\sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = \frac{L_3 \sin\theta_{30} - L_1 \sin\theta_{10}}{L_2}$$

$$\cos^2(\theta_{21} + \theta_{10}) = \frac{(L_3 \cos\theta_{30} + L_0 - L_1 \cos\theta_{10})^2}{{L_2}^2}$$

$$\sin^2(\theta_{21}+\theta_{10})=\frac{(L_3\sin\theta_{30}-L_1\sin\theta_{10})^2}{{L_2}^2}$$

$$\cos^2(\theta_{21}+\theta_{10})+\sin^2(\theta_{21}+\theta_{10})=1$$

$$(L_3\cos\theta_{30}+L_0-L_1\cos\theta_{10})^2+(L_3\sin\theta_{30}-L_1\sin\theta_{10})^2-{L_2}^2=0$$

$$\begin{gathered}{L_3}^2\cos^2\theta_{30}+2L_3\cos\theta_{30}\,(L_0-L_1\cos\theta_{10})+(L_0-L_1\cos\theta_{10})^2+{L_3}^2\sin^2\theta_{30}\\-2L_3\sin\theta_{30}\,L_1\sin\theta_{10}+{L_1}^2\sin^2\theta_{10}-{L_2}^2=0\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}{L_3}^2\cos^2\theta_{30}+2L_3L_0\cos\theta_{30}-2L_3\cos\theta_{30}\,L_1\cos\theta_{10}+{L_0}^2-2L_0L_1\cos\theta_{10}+{L_1}^2\cos^2\theta_{10}\\+{L_3}^2\sin^2\theta_{30}-2L_3\sin\theta_{30}\,L_1\sin\theta_{10}+{L_1}^2\sin^2\theta_{10}-{L_2}^2=0\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}2L_0L_3\cos\theta_{30}-2L_1L_3(\cos\theta_{30}\cos\theta_{10}+\sin\theta_{30}\sin\theta_{10})-2L_0L_1\cos\theta_{10}+{L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2\\=0\end{gathered}$$

$$2L_0(L_3\cos\theta_{30}-L_1\cos\theta_{10})-2L_1L_3\cos(\theta_{30}-\theta_{10})+{L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2=0$$

$$\boxed{2L_0(L_3\cos\theta_{30}-L_1\cos\theta_{10})-2L_1L_3\cos(\theta_{30}+\theta_{01})+{L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2=0}$$

On note :

$$x=\theta_{10}\quad;\quad y=\theta_{30}$$

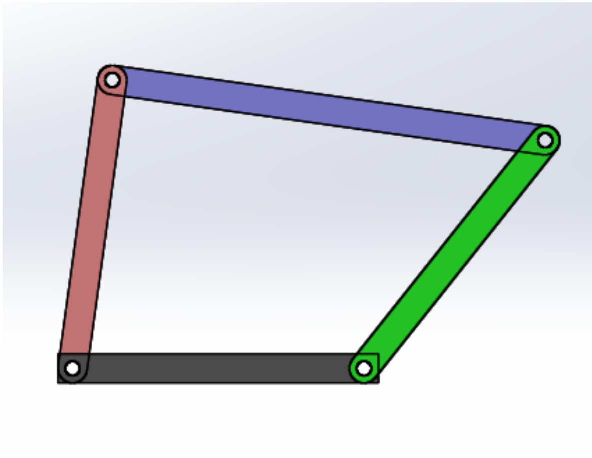
Question 4: Mettre cette relation sous la forme $-a\cos x+b\cos y-c\cos(y-x)+d=0$ en précisant ce que valent les constantes a,b,c,d

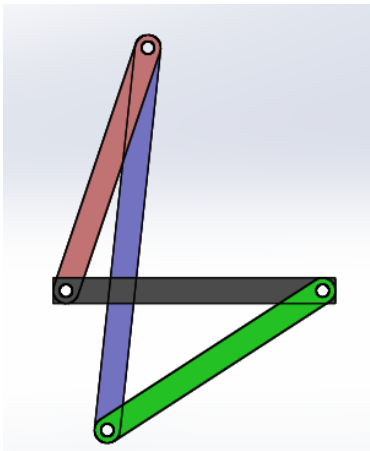
$$2L_0(L_3\cos\theta_{30}-L_1\cos\theta_{10})-2L_1L_3\cos(\theta_{30}+\theta_{01})+{L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2=0$$
$$-2L_0L_1\cos\theta_{10}+2L_0L_3\cos\theta_{30}-2L_1L_3\cos(\theta_{30}+\theta_{01})+{L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2=0$$

$$-a\cos x+b\cos y-c\cos(y-x)+d=0$$
$$\begin{cases}a=2L_0L_1\\ b=2L_0L_3\\ c=2L_1L_3\\ d={L_0}^2+{L_1}^2-{L_2}^2+{L_3}^2\end{cases}$$

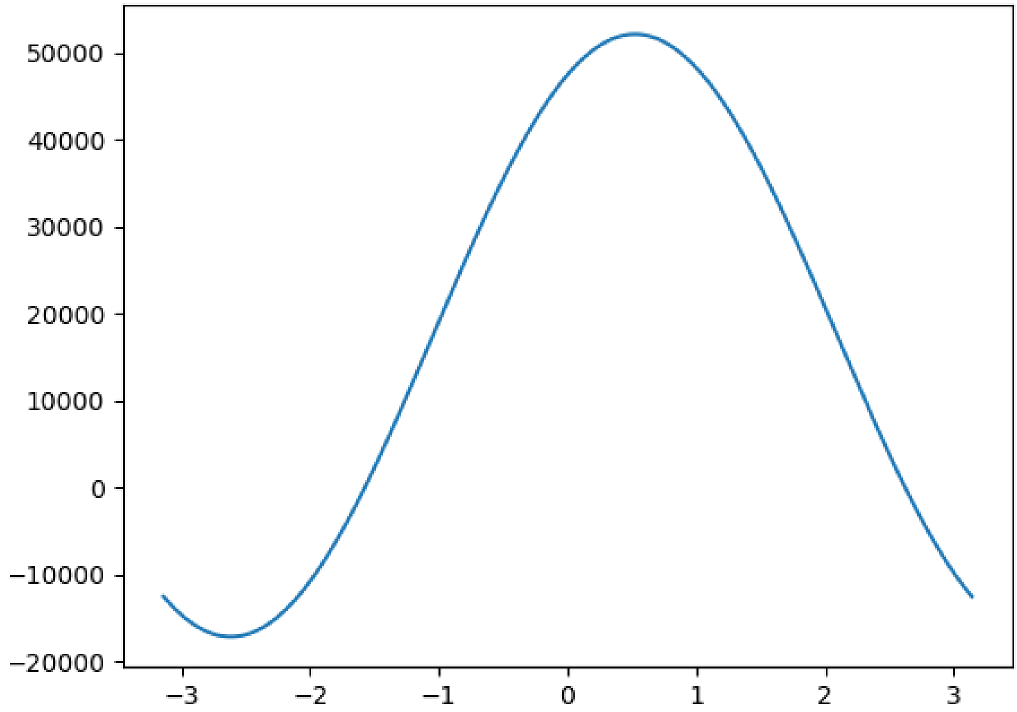
Question 5: En vous aidant du modèle SolidWorks fourni, justifier le fait que cette équation admet, dans le cas d'un système « qui peut fonctionner », deux solutions y dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ pour une valeur de x donnée

Les deux solution croisé ou non croisé existent :





Tracé de fy(y) pour x=240°



Tracé de la relation entrée/sortie y=f(x)