

Informatique

Intégration numérique

TD

Accéléromètre

Contexte

Nous allons dans ce TP extraire d'un fichier texte généré par l'application « VibSensor » les listes du temps et des accélérations suivant x, y et z mesurés lors d'un mouvement dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) réalisé avec un iPhone afin de remonter à la trajectoire réalisée par intégration numérique. Cette appli n'existe plus, mais vous en trouverez d'autres comme « [phyphox](#) » ou « [Physics Toolbox](#) ».

Travailler dans le dossier élèves qui vous est partagé.

Import des données du fichier texte

Question 1: Créer une fonction `f_Extraction(Nom_Fichier)` qui renvoie les 4 listes des temps et accélérations suivant x, y et z

Question 2: Utiliser cette fonction pour créer les 4 listes Temps, Ax, Ay et Az correspondantes

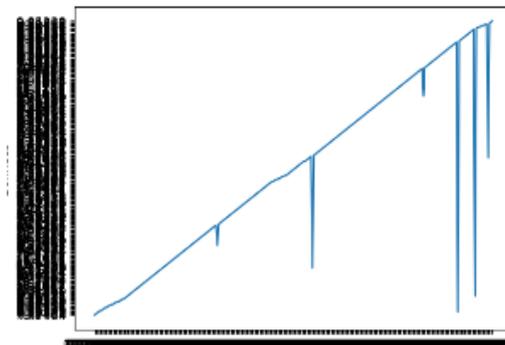
Affichage

Question 3: Créer la fonction `Affiche(fig,Lx,Ly,ax=0)` qui trace la liste Ly en fonction de Lx sur la figure numéro fig et tel que si `ax=1`, les axes sont orthonormés (cf. remarque)

Remarque : pour obtenir des trajectoires affichées de manière réaliste dans la suite (repère orthonormé), on redimensionnera si nécessaire les fenêtres avec `plt.axis('scaled')`

Question 4: Tracer l'accélération Az en fonction du temps sur un premier graphique et discutez la valeur moyenne affichée

Vous obtenez l'image ci-dessous ? Vous avez affiché des strings !



Dans la suite, nous ne travaillerons que sur les accélérations Ax et Ay.

Question 5: Tracer les accélérations Ax et Ay en fonction du temps sur un premier graphique

Primitive

Rappel : Soit F la primitive de f qui s'annule en 0, on a :

$$F(t) = \int_0^t f(u)du$$

Question 6: Créer une fonction `f_Primitive(Temps,Liste)` intégrant la liste « Liste » en fonction de « Temps » par la méthode des trapèzes et renvoyant la liste correspondant à la primitive de la liste « Liste »

Remarques :

- Penser à initialiser la primitive à 0 (première valeur de la liste renvoyée) car au temps initial, l'intégrale vaut 0. Autrement dit, on obtient la primitive s'annulant en 0. Cela permettra d'ailleurs d'avoir une liste finale de la même taille que la liste Temps
- Calculer le pas de temps pour chaque intervalle car il n'y a aucune certitude qu'il soit constant

Question 7: Vérifier sur des exemples simples que votre intégrale fonctionne

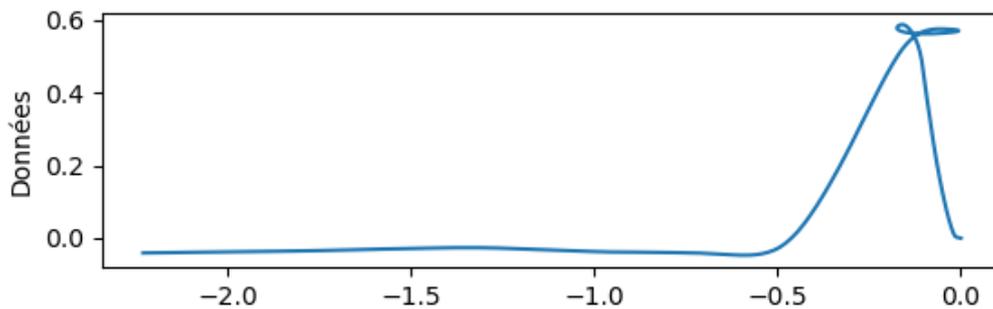
Application des primitives

Question 8: Ecrire un programme qui détermine et trace les vitesses V_x et V_y en fonction du temps

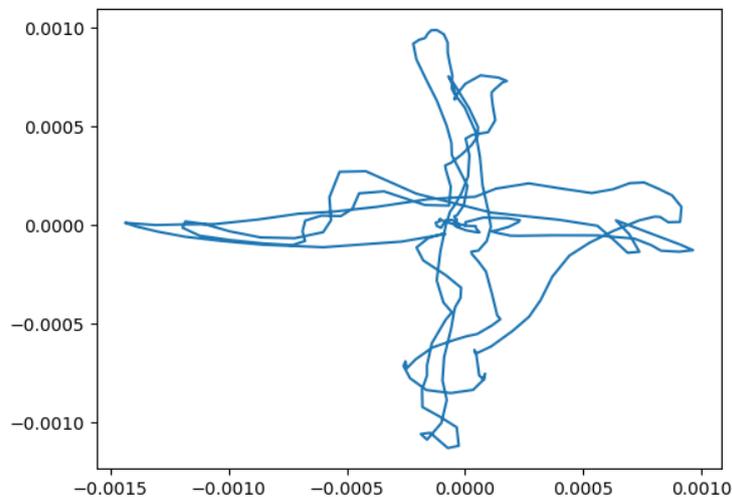
Question 9: Ecrire un programme qui détermine et trace les positions X et Y en fonction du temps

Question 10: Tracer la trajectoire $Y=f(X)$

Vous devriez obtenir :



Il se peut que vous obteniez :



L'origine de ce graphique vient d'une erreur dans votre fonction de primitive. Au lieu de renvoyer une liste contenant l'intégrale de la courbe de 0 à l'instant t , vous avez stocké dans cette liste les intégrales sur chaque segment. Allez donc corriger la fonction `f_Primitive`.

Amélioration

Question 11: Visualisez les courbes d'accélération en zoomant au début et regardez les valeurs initiales censées être nulles – Justifiez la trajectoire obtenue

Normalement, sur un mouvement où les vitesses initiale $V(t_i)$ et finale $V(t_f)$ sont nulles, l'intégrale de l'accélération réelle $a(t)$ doit être nulle :

$$\int_{t_i}^{t_f} a(t) dt = V(t_f) - V(t_i) = 0$$

Cela veut donc aussi dire que la valeur moyenne de l'accélération doit être nulle puisqu'elle s'écrit ainsi :

$$\frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt$$

Si l'accélération mesurée $a'(t)$ est décalée d'une constante $a'(t) = a(t) + c$, ce qui est parfois le cas avec l'utilisation d'accéléromètres, on a :

$$\int_{t_i}^{t_f} a'(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} (a(t) + c) dt = \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt + c(t_f - t_i) = c(t_f - t_i)$$

Autrement dit, la valeur moyenne de l'accélération mesurée vaut :

$$Moy = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} a'(t) dt = c$$

Pour corriger l'accélération mesurée, on peut donc retirer sa valeur moyenne à chaque accélération mesurée.

Nous allons faire en sorte de retirer les moyennes de A_x et A_y à celles-ci afin de respecter cette condition de valeur moyenne nulle.

Attention, nous devons calculer les valeurs moyennes des fonctions, et non les moyennes des listes qui les représentent (somme des termes / nombre de termes). Ce n'est que lorsqu'une fonction est représentée par une liste d'abscisses avec un pas constant (ce qui est certes, notre cas) que l'on peut obtenir une approximation de la moyenne de la fonction par la moyenne des valeurs de la liste.

Question 12: En copiant/collant et modifiant légèrement la fonction `F_Primitive`, proposer une fonction `f_Integre(Temps,Liste)` qui renvoie l'intégrale de la liste « Liste » en fonction de « Temps »

Question 13: Mettre en place une fonction `f_Moyenne(Temps,Liste_F)` qui renvoie la moyenne d'une fonction définie par la liste « Liste_F »

Question 14: Observez les valeurs moyennes des intégrales de A_x et A_y ... Sont-elles nulles ?

Question 15: Mettre en place une fonction `f_Enleve_Moyenne(Temps,Liste_F)` qui renvoie la liste `Liste_F` en enlevant à chacun de ses termes la moyenne de la fonction F décrite par `Liste_F`

Question 16: Enlever la moyenne à chaque liste A_x et A_y avant de les intégrer et visualiser la trajectoire corrigée

A propos du filtrage

Dans notre cas assez simple, et si en plus, on part et on arrive d'une position initiale identique, on peut encore améliorer les choses en enlevant la valeur moyenne des vitesses puisque :

$$\int_{t_i}^{t_f} V(t) dt = X(t_f) - X(t_i) = 0$$

Dans la mesure que vous venez d'étudier, je suis parti et revenu à la même position. On part des accélérations filtrées.

Question 17: Afficher dans la console les valeurs moyennes des vitesses Vx et Vy

Question 18: Réaliser un nouveau filtrage sur les vitesses et observer le résultat obtenu

Question 19: Ayant déplacé mon téléphone sur les contours d'une table, quelles en étaient ses dimensions ?

Toutefois, lorsque l'on se place dans le cas général, il faut envisager des techniques de filtrage comme le [filtre de Kalman](#).

Et après ?

Si vous avez une application vous permettant de réaliser des mesures et d'exporter un fichier texte, adaptez votre code et essayez différentes trajectoires. Sinon, ouvrez les fichiers des mesures supplémentaires partagés et copiez/collez le contenu dans votre fichier « ... - Mesures.txt », et utilisez votre code pour déterminer les trajectoires réalisées. Comparez alors réalité et résultat intégré afin d'en comprendre les limites.