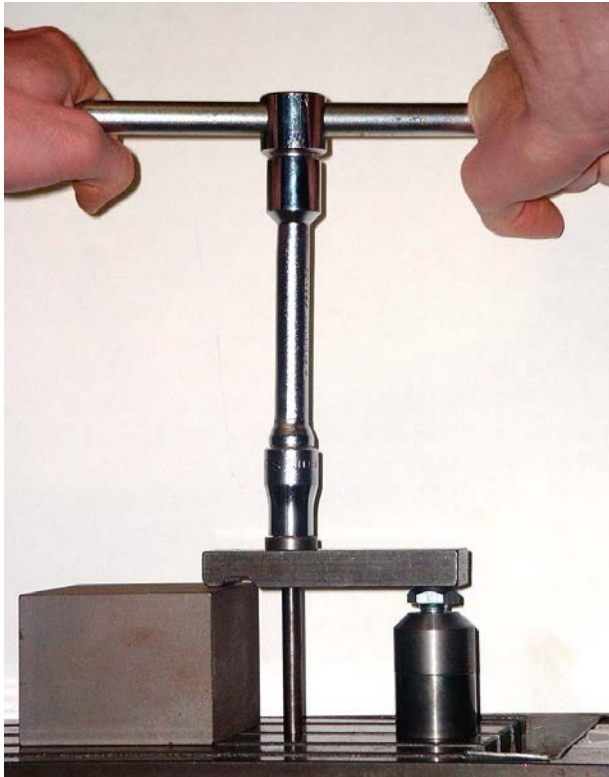


ETUDE DE L'ELASTICITE : TRACTION + FLEXION
Etat de contrainte et de déformation autour d'un point

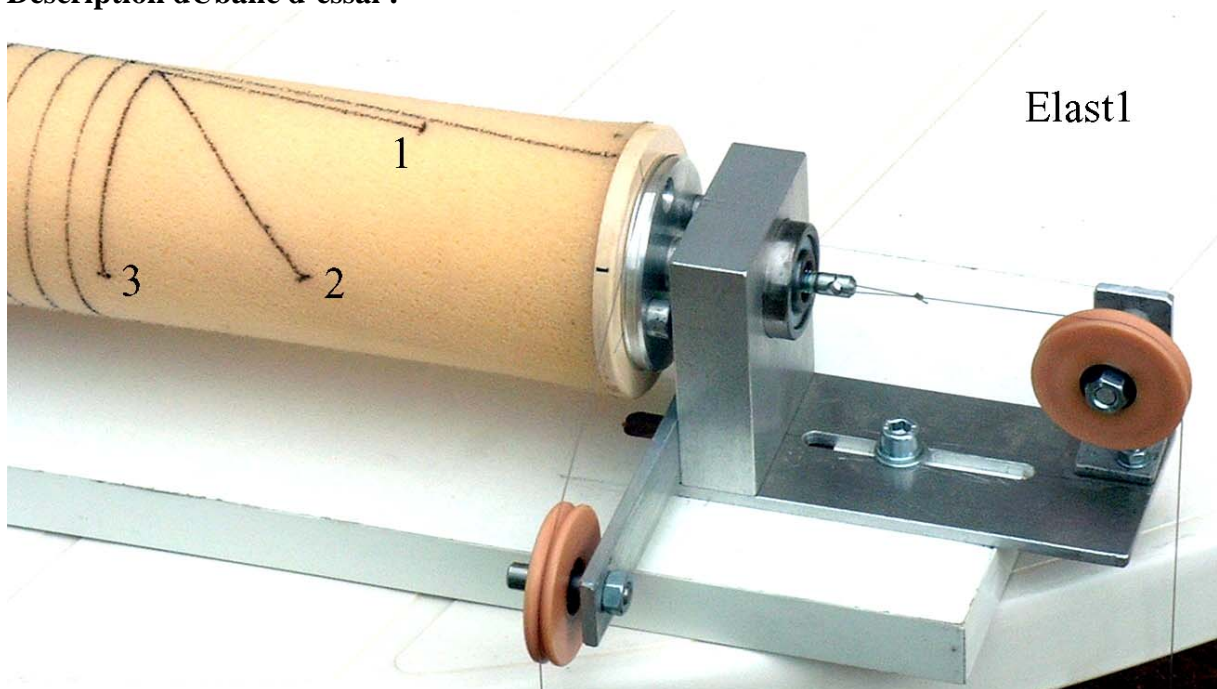
Mise en situation :



Pendant la phase de serrage, la tige du boulon (\varnothing M 8) supporte une sollicitation de traction et de torsion.

Une partie seulement du couple de serrage se retrouve sur la tige, l'autre sert à vaincre les frottements entre l'écrou et la rondelle.

Description du banc d'essai :



La photo **Elast1** montre une vue générale du banc, la mousse (\varnothing 7 cm, longueur 35 cm) est en liaison encastrement du côté gauche, et en liaison pivot glissant du côté droit (roulement spécial : cage contenant 8 billes en contact avec 2 surfaces cylindriques)

La pièce de liaison du côté droit joue le rôle de poulie de chargement ($\varnothing 5,5\text{cm}$) associée à un fil de nylon, une poulie de renvoi, et un jeu de poids. On peut ainsi exercer un moment de torsion connu sur la pièce.

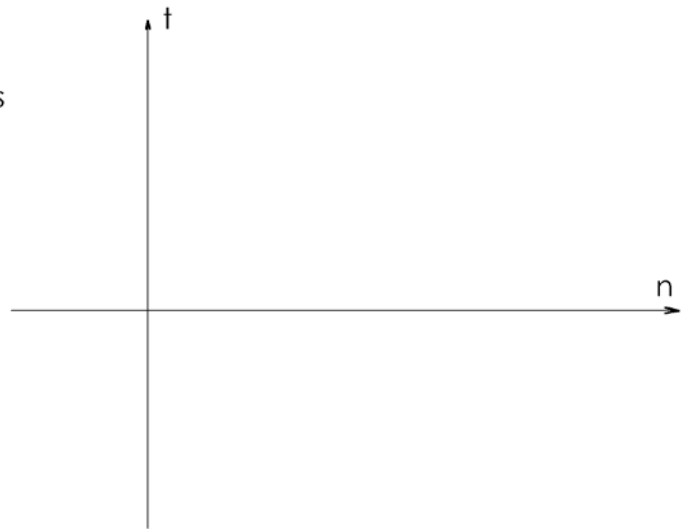
Un système analogue permet d'exercer une traction dans l'axe de la poutre. L'étude des tracés effectués sur la surface de la poutre n'est pas très facile du fait de sa forme cylindrique, aussi nous allons travailler sur un développement partiel de la surface latérale du cylindre montrant les jauges de déformation (traits 1, 2, 3 sur la photo Elast1 et le doc Drélast5). La jauge 1 (au repos) est parallèle à l'axe x de la poutre.

Plan du TP :

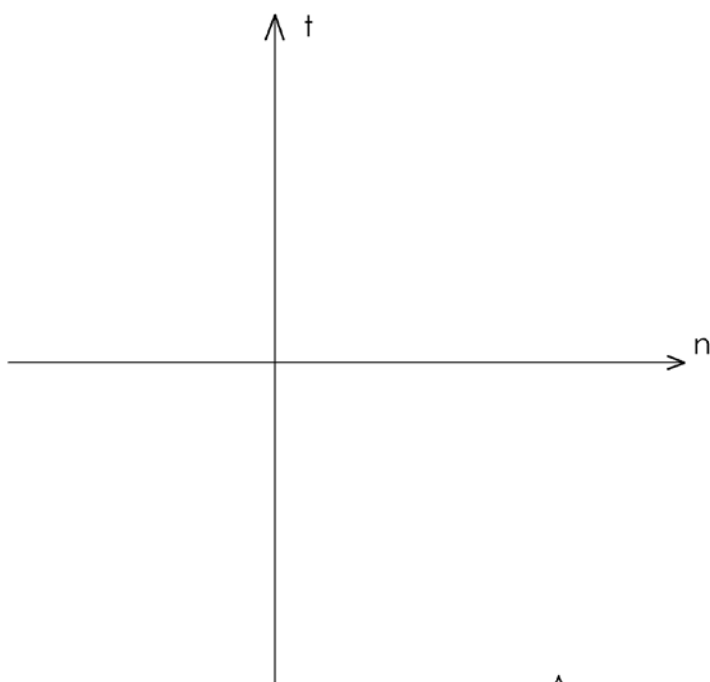
- 1 – Calculer les contraintes de traction et de torsion dues au chargement, tracer le cercle de Mohr des contraintes à partir des calculs précédents en déduire les contraintes et des directions principales.
- 2 – Rechercher le cercle de Mohr des déformations (extensométrie avec 3 jauges à 45°). Puis les déformations et contraintes principales et comparer avec les contraintes et directions principales issues du chargement.

DRélast5

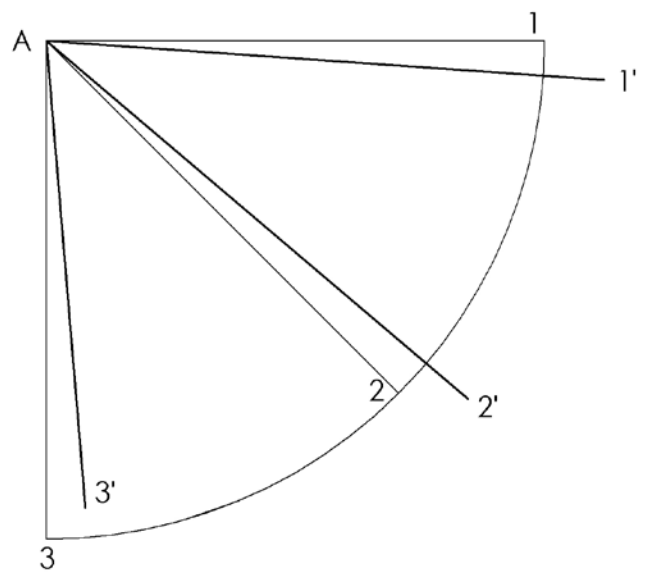
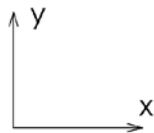
Cercle de Mohr des contraintes
éch: 1 mm \leftrightarrow 0,015 N/cm²



Cercle de Mohr des déformations
éch: 1 mm \leftrightarrow 0.0025



Jauges de contraintes



Drélast6

ETUDE DE LA TRACTION+ TORSION

Voir photo Elast1 et Drélast5.

1 – A partir des données, calculer sur une facette de normale x située sur la périphérie de la poutre (correspondant à la jauge N°1) :

* La contrainte normale de traction σ_x .

* La contrainte tangentielle de torsion τ_{xy} .

Données : Poutre de longueur 35 cm, $\varnothing 7$ cm ; $N = 36,94$ N ; $M_t = 27.82$ N.cm.

2 – A partir des résultats précédents, tracer le cercle de Mohr des contraintes sur Drélast5 (éch : 1 mm \leftrightarrow 0.015 N/cm²) et déterminer les contraintes principales, ainsi que l'angle des directions principales avec l'axe x .

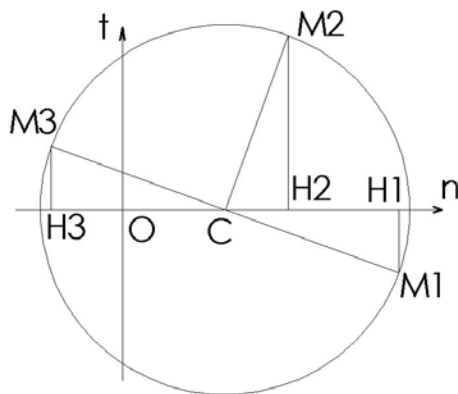
3 – A partir du document Drélast5 (jauges sur la poutre chargée) rechercher ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 , tracer le cercle de Mohr des déformations (éch : 1 mm \leftrightarrow 0,0025) en déduire les déformations principales ainsi que l'angle des directions principales par rapport à x . Calculer alors les contraintes principales et comparer avec les résultats de la question 1.

Rappels :

* Relations déformations contraintes : ($E = 8$ N/cm² ; $\nu = 0.52$).

$$\sigma_I = \frac{E}{(1+\nu).(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_I - \nu\epsilon_{II}] \quad \sigma_{II} = \frac{E}{(1+\nu).(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{II} - \nu\epsilon_I]$$

* Méthode graphique de recherche des valeurs et des directions principales, utilisation de 3 jauges à 45°:



1 – Sur l'axe n porter les points OH_1 , OH_2 , OH_3 et

relever des droites \perp à n en ces points

2 – Le centre C du cercle se trouve au milieu du segment H_3H_1 . (l'angle entre M_1 et M_3 vaut le double de l'angle entre les jauges 1 et 3).

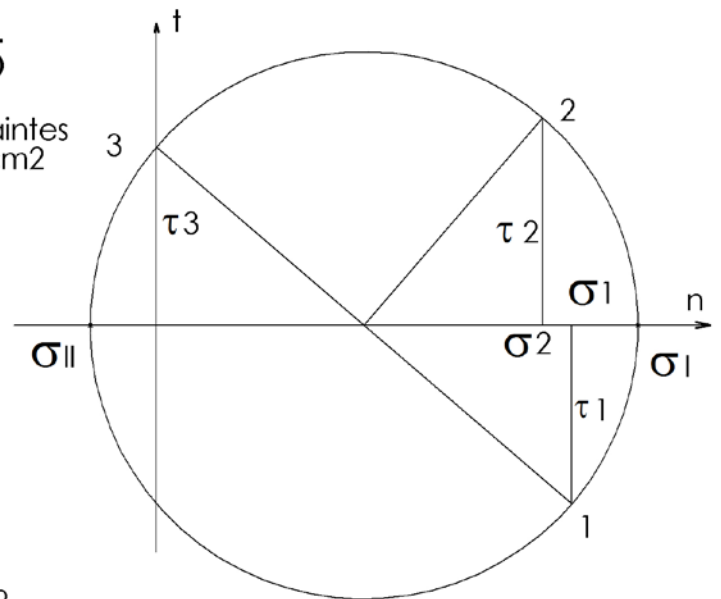
3 – porter $H_2M_2 = CH_1$ ($=CH_3$ car tous les triangles CMH sont égaux).

3 – Tracer le cercle de centre C et de rayon CM_2 .

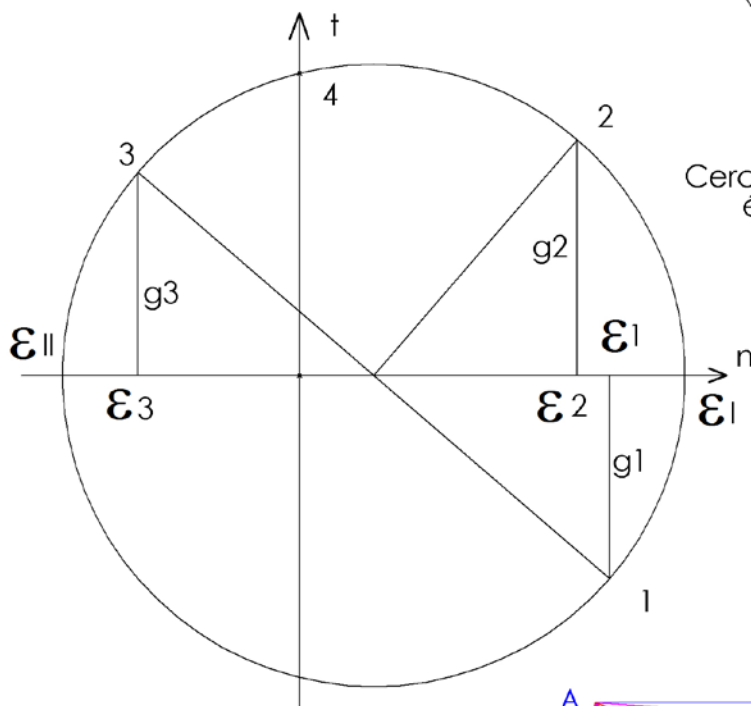
4 – Vérifier que l'on parcourt le cercle (de M_1 à M_3) dans le sens opposé à celui nécessaire pour aller de la jauge N°1 à la N°3 (car il existe 2 possibilités symétriques par rapport à n pour positionner les points M).

CORRIGE DE DRélast5

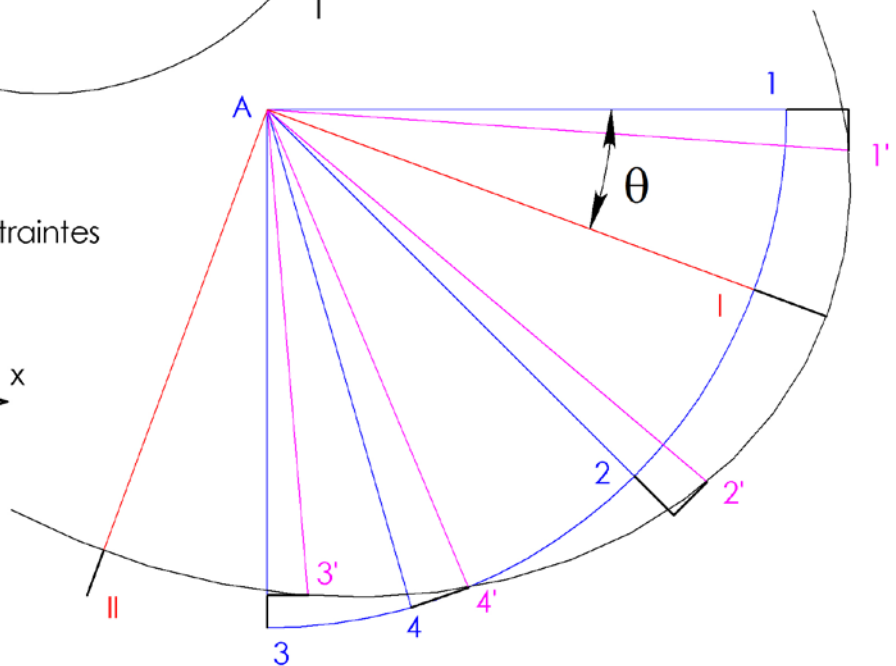
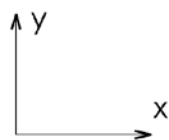
Cercle de Mohr des contraintes
éch: 1 mm \leftrightarrow 0,015 N/cm²



Cercle de Mohr des déformations
éch: 1 mm \leftrightarrow 0.0025



Jauges de contraintes



ETUDE DE LA TRACTION+ TORSION

Voir photo ci dessous et Drélast5.

1 – A partir des données, calculer sur une facette de normale x située sur la périphérie de la poutre (correspondant à la jauge N°1) :

* La contrainte normale de traction σ_x .

* La contrainte tangentielle de torsion τ_{xy} .

Données : Poutre de longueur 35 cm, $\varnothing 7$ cm ; $N = 36,94$ N ; $M_t = 27.82$ N.cm.

2 – A partir des résultats précédents, tracer le cercle de Mohr des contraintes sur Drélast5 (éch : 1 mm \leftrightarrow 0.015 N/cm²) et déterminer les contraintes principales, ainsi que l'angle des directions principales avec l'axe x .

$$\sigma_I = 1,113 \text{ N/cm}^2 ; \sigma_{II} = -0,153 \text{ N/cm}^2$$

$$\theta = -20,354^\circ$$

Voir : corélast5.jpg

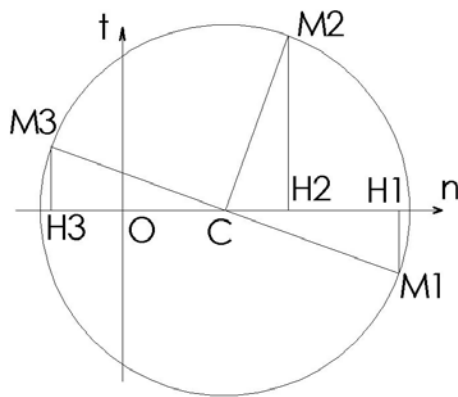
3 – A partir du document Drélast5 (jauges sur la poutre chargée) rechercher ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 , tracer le cercle de Mohr des déformations (éch : 1 mm \leftrightarrow 0,0025) en déduire les déformations principales ainsi que l'angle des directions principales par rapport à x . Calculer alors les contraintes principales et comparer avec les résultats du 1.

Rappels :

* Relations déformations contraintes : : ($E = 8 \text{ N/cm}^2$; $\nu = 0.52$).

$$\sigma_I = \frac{E}{(1+\nu).(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_I - \nu\epsilon_{II}] \quad \sigma_{II} = \frac{E}{(1+\nu).(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{II} - \nu\epsilon_I]$$

* Méthode de recherche des valeurs et des directions principales, utilisation de 3 jauges à 45°:



$$\epsilon_I = 0,149 \quad \epsilon_{II} = -0,09147$$

1 – Sur l'axe n porter les points OH1, OH2, OH3 et relever des droites \perp à n en ces points

2 – Le centre C du cercle se trouve au milieu du segment H3 H1. (l'angle entre M1 et M3 vaut le double de l'angle entre les jauges 1 et 3).

3 – porter H2M2 = CH1 (=CH3 car tous les triangles CMH sont égaux).

3 – Tracer le cercle de centre C et de rayon CM2.

4 – Vérifier que l'on parcourt le cercle (de M1 à M3) dans le sens opposé à celui nécessaire pour aller de la jauge N°1 à la N°3 (car il existe 2 possibilités symétriques par rapport à n pour positionner les points M).

Commentaires et compléments

Il s'agit d'une application classique de l'extensométrie dans un cas plus général que les 2 précédents.

L'état de traction + torsion a bien sûr été choisi pour avoir une contrainte constante sur toute sa surface extérieure de la poutre.

La photo Elast1 ne sert que de mise en situation, car l'expérience réelle ne donne pas de résultats cohérents à cause du comportement dissymétrique de la mousse (voir l'introduction). Les valeurs ont été « fabriquées » à partir de données de départ issues de l'essai de traction.

Le corrigé montre les directions principales et la jauge 4 ($\epsilon_4 = 0$).