

# SEANCE DE TRAVAUX PRATIQUES EN CLASSE DE MATHEMATIQUES SPECIALES PSI

## ETUDE DYNAMIQUE DE LA PLATE-FORME 6-AXES

René BONCOMPAIN \* et Hugues TEMPLIER \*\*

### Réforme des classes préparatoires aux grandes écoles

Les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) ont fait l'objet d'une importante réforme qui s'applique depuis la rentrée 96 aux classes de première et deuxième année (Mathématiques supérieures et Mathématiques spéciales).

La structure traditionnelle des filières M et P a laissé la place à une organisation qui aboutit, avec certaines passerelles en cours de première année et entre la première et la deuxième année, à trois classes de deuxième année : MP (dominantes Mathématiques et Physique), PC (dominantes Physique et Chimie) et PSI (dominantes Physique et Sciences Industrielles). Dans ces filières de classes préparatoires dites "classiques", l'importance de l'enseignement des Sciences Industrielles s'est donc vu sensiblement rehaussé.

Les filières Technologiques (ex-"T"), rebaptisées "PTSI" en première année, permettent désormais d'accéder à une deuxième année PSI ou PT (dominantes Physique et Technologie).

### Nouveaux programmes / importance des travaux pratiques

Les systèmes industriels actuels sont le plus souvent constitués d'ensembles mécaniques automatisés. C'est pourquoi l'enseignement des sciences industrielles en CPGE s'appuie désormais sur la mécanique (cinématique, statique et dynamique) et sur l'automatique (logique combinatoire, logique séquentielle et asservissements).

Cette rénovation pédagogique offre une place privilégiée aux séances de travaux pratiques. Le laboratoire de Sciences Industrielles qui est créé à cette occasion dans les filières classiques se fait avec tout ou partie des supports techniques retenus dans le guide d'équipement :

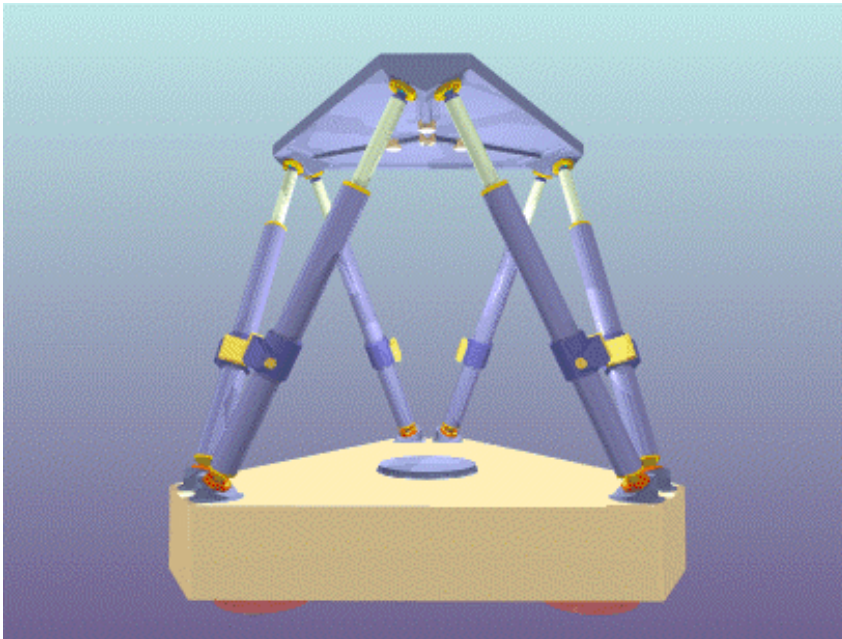
- Système industriel instrumenté de conduite de bateau ;
- Plate-forme 6-axes ;
- Chaîne fonctionnelle extraite d'un robot de cueillette de fruits ;
- Robot industriel vertébral instrumenté ;
- Système automoteur filoguidé et instrumenté ;
- Vantaux instrumentés à bras articulés et commande séquentielle
- Système automatisée de distribution de pelliculés photo ;
- Maquette bivalente de suspension arrière de moto ;
- Système de dosage instrumenté.

\* : professeur en CPGE au lycée La Martinière à Lyon

\*\* : professeur en CPGE au lycée Jacques Decour à Paris

Auteurs pour le CNR en CFIAO

## La plate-forme 6-axes



C'est une maquette développée par la société Deltalab sur le principe des plate-formes de Stewart.

Cette structure est utilisée en particulier pour les simulateurs de vol, pour des machines-outils de nouvelle génération et pour des positionneurs fins

L'architecture de la partie opérative est celle d'un robot parallèle, comportant 6 vérins montés en parallèle. Chacun des vérins possède une extrémité qui s'articule sur une embase fixe et dont l'autre s'articule sur la plate-forme mobile. Chaque vérin est un vérin motorisé par un moteur électrique à courant continu asservi en position par une génératrice tachymétrique et un capteur absolu de position.

La commande de la plate-forme se fait à partir d'un PC comportant un logiciel de simulation-pilotage interfacé à l'aide d'une carte électronique de commande d'axes. Une carte d'interface E/S permet l'acquisition des données en temps réel sur trois axes.

## Utilisation de la plate-forme 6-axes comme support au programme de dynamique en filière PSI

Les applications du principe fondamental de la dynamique et du théorème de l'énergie cinétique doivent se réduire d'après les programmes officiels à deux cas de résolution : la détermination des efforts extérieurs spécifiés lorsque la loi de mouvement est connue ou la détermination de la loi de mouvement lorsque les efforts extérieurs sont connus.

C'est la détermination des efforts extérieurs lors d'une loi de déplacement imposée (une translation rectiligne du plateau mobile avec une loi des vitesses en trapèze) qui est étudiée dans le sujet présenté ici.

La complexité du système d'équations obtenu rend illusoire toute tentative de résolution analytique. Comme le précisent les programmes : "La résolution de ces équations

différentielles peut être conduite indirectement par des logiciels adaptés. L'accent est mis alors sur la modélisation, l'acquisition correcte des données et sur l'exploitation des résultats. ”

Les objectifs du T.P. reprennent ces consignes.

---

## Objectif du TP

---

L'**objectif terminal** de ce travail est d'évaluer les efforts et la puissance à fournir aux vérins de la plate-forme d'un simulateur de vol fabriqué par THOMSON-CSF pour les avions de type BOEING-777 pour mettre en mouvement celle-ci dans les conditions de performances maximales.

Les résultats issus de la simulation seront confrontés aux données fournies par le constructeur.

Les objectifs opérationnels seront alors :

- Analyser le problème à résoudre et écrire le principe fondamental de la dynamique (PFD) appliqué au plateau supérieur de la plate-forme;
- Construire un modèle CSMT\* en vue d'effectuer numériquement les calculs complexes induits par la résolution des équations liées au PFD ;
- Analyser les résultats fournis et les confronter à ceux du constructeur.

*\* : CSMT est un module d'analyse géométrique, cinématique et dynamique associé au logiciel DMT10. Dans la présente étude, il doit être configuré en “ mode 386 ” sur une version DMT 10 version 2.0 ou ultérieure (DMT 20).*

**Remarque :** Il s'agit ici d'un TP de simulation. Son intérêt réside dans le fait que l'on possède des données précises, fournies par le constructeur (THOMSON-CSF), sur l'architecture, la géométrie et la répartition des masses d'un simulateur opérationnel (voir annexe 2).

Dans l'état actuel de la maquette de la plate-forme, une expérimentation dynamique n'est pas possible pour des raisons matérielles. En effet, pour mener à bien une telle expérimentation, il faudrait disposer sur cette maquette de capteurs d'efforts et/ ou d'accéléromètres, ce qui n'est pas le cas actuellement.

---

## Pré-requis du TP

---

On aborde ce TP en supposant que ce système a fait l'objet de la part des étudiants d'un TP de modélisation géométrique et cinématique qui a permis de solutionner les problèmes de repérage du plateau mobile en modèle inverse et direct et de définir les liaisons mécaniques nécessaires.

# SUJET DU T.P.

## 1. Analyse du problème à résoudre

### 1.1. Données- Hypothèses

(voir figure 1, annexe 1)

- Le repère  $R_F$  est considéré comme galiléen ;

- Le torseur d'effort extérieur est supposé connu au centre de gravité G du plateau

mobile (M) de la plate-forme , soit par :  $\{ \text{ext} \rightarrow M \} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_e \\ \vec{M}_e \end{array} \right\}}$

Ces efforts comprennent le poids du plateau mobile et les efforts extérieurs éventuellement appliqués.

Chaque vérin dont on néglige la masse devant celle du plateau mobile chargé applique

un effort sur celle-ci de type glisseur porté par l'axe  $\vec{u}_i$  tel que  $\underset{A_i}{\left\{ \begin{array}{c} F_i \vec{u}_i \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$ .

- On connaît les éléments d'inertie du plateau mobile de la plate-forme en son centre de gravité G.

- Masse m ;

- Le point G est tel que, dans la base mobile :

$$\vec{O}_M G = x_G \vec{x}_M + y_G \vec{y}_M + z_G \vec{z}_M$$

- La matrice d'inertie en G s'exprime sur la base mobile  $B_M$  par :

$$\tilde{I}(G, M) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{B_M}$$

- On connaît le mouvement de la plateau mobile (voir les figures 1,2 et 3 de l'annexe 1). En d'autres termes, on connaît les lois de position linéaires :

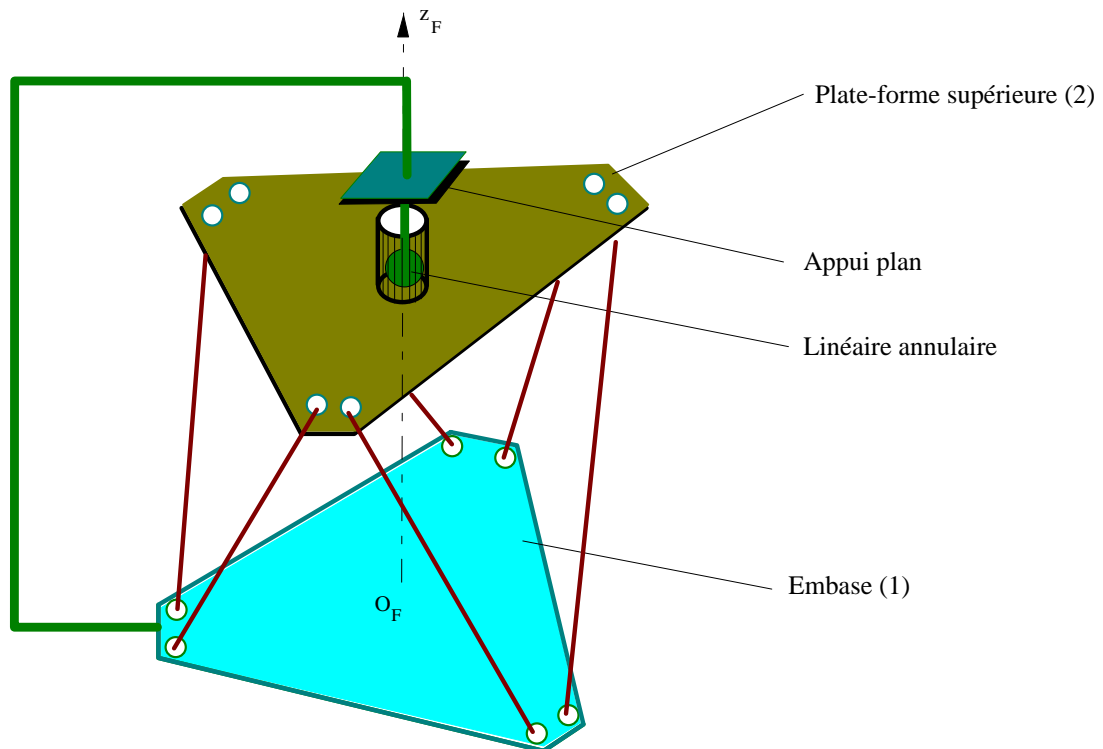
$\vec{O}'_M \vec{O}_M = x(t) \vec{x}_F + y(t) \vec{y}_F + z(t) \vec{z}_F$  et angulaires :  $\theta_X(t)$ ,  $\theta_Y(t)$ ,  $\theta_Z(t)$ . Ces angles sont ceux d'Euler-Bryant ; leur emploi est bien adapté à la description géométrique de la position du plateau mobile (M)

## 1.2. Travail demandé

Appliquer le principe fondamental de la dynamique au plateau mobile de la plate-forme et montrer que l'on détermine les efforts dans les vérins en résolvant un système linéaire que l'on écrira mais que l'on ne cherchera pas à résoudre analytiquement.

## 2. Construction d'un modèle d'étude

Construire un modèle mécanique à l'aide du logiciel CSMT afin de permettre l'étude dynamique du plateau mobile **en mouvement imposé**.



**Schéma cinématique du modèle CSMT**

Outre les six vérins, le modèle CSMT comportera une liaison appui plan et une linéaire annulaire afin de pouvoir piloter la plate-forme **en modèle inverse** (on se donne  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  et  $\theta_x(t)$ ,  $\theta_y(t)$ ,  $\theta_z(t)$ ).

Les données, fournies par le constructeur THOMSON-CSF et rappelées en annexe 2, sont les suivantes :

### **Paramètres géométriques :**

$$\begin{aligned}\alpha &= 5^\circ \\ \beta &= 5^\circ \\ R_m &= 2409 \text{ mm} \\ R_f &= 2689 \text{ mm} \\ h &= 1097,1 \text{ mm}\end{aligned}$$

Course des vérins : 1460 mm

**Masse :** 13380 kg

**Le centre de gravité G** est tel que :  $\vec{O_M G} = 1058 \vec{z_M}$  ( en mm )

$$\text{Matrice d'inertie en G : } I(G, M) \approx \begin{bmatrix} 27862 & -2,1 & -104,4 \\ -2,1 & 28326 & 1,56 \\ -104,4 & 1,56 & 49328 \end{bmatrix}_{B_M}$$

(en Kg.m<sup>2</sup> dans la base mobile B<sub>M</sub>)

On testera le mouvement de translation du plateau mobile parallèlement à un axe horizontal.

Le plateau mobile se translate horizontalement suivant une loi de vitesse trapézoïdale :

- La phase totale de mouvement est de 1,7 s
- En 0,15 seconde la vitesse passe de 0 à 1m/s
- Phase accélération : 0,15 s
- Phase décélération : 0,15 s

**Remarque :** *La courbe de vitesse est fournie dans le fichier Thomson.csv*

Analyser les résultats obtenus, en particulier :

- déterminer les efforts à fournir par les vérins pour obtenir ce mouvement ;
- évaluer la pression et la puissance fournie par le vérin le plus sollicité ;
- comparer ces résultats à ceux fournis par le constructeur ;
- conclure quant à la validité du modèle pris en compte.

# Eléments de corrigé

**Recherche des efforts dans les vérins en dynamique connaissant le torseur des efforts extérieurs appliqué au plateau supérieur chargé et les caractéristiques d'inertie de celui-ci.**

Le repère  $R_F$  est considéré comme galiléen.

## 1. Eléments d'inertie

On connaît les éléments d'inertie du plateau supérieur de la plate-forme en son centre de gravité G.

- Masse  $m$  ;
- Le point G est tel que, dans la base mobile :  

$$\vec{O_M G} = x_G \vec{x}_M + y_G \vec{y}_M + z_G \vec{z}_M$$
- La matrice d'inertie en G s'exprime sur la base mobile  $B_M$  par :

$$I(G, M) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{B_M}$$

## 2. Efforts extérieurs

Le torseur d'effort extérieur est supposé connu au centre de gravité G du plateau mobile

de la plate-forme , soit par :  $\{ \text{ext} \rightarrow M \} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{R_e} \\ \vec{M_e} \end{array} \right\}}$

Ces efforts comprennent le poids du plateau mobile et les efforts extérieurs éventuellement appliqués.

Le point G est tel que, dans la base mobile :  $\vec{O_M G} = x_G \vec{x}_M + y_G \vec{y}_M + z_G \vec{z}_M$

Chaque vérin dont on néglige la masse devant celle du plateau mobile applique un effort

sur celle ci de type glisseur porté par l'axe  $\vec{u}_i$  tel que  $A_i \left\{ \begin{array}{c} F_i \vec{u}_i \\ 0 \end{array} \right\}$ .

Dans ces conditions en G l'on obtient :  $\{ \text{Vérin } n^o i \rightarrow M \} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} F_i \vec{u}_i \\ \vec{GA}_i \wedge F_i \vec{u}_i \end{array} \right\}}$

### 3. Principe fondamental de la dynamique

Ainsi, le principe fondamental de la dynamique appliqué au plateau mobile (M) de la plate-forme en son centre de gravité G s'énonce par : le torseur dynamique galiléen du

plateau mobile  $\{ D(M/R_F) \}$  est égal au torseur des efforts extérieurs  $\{ \bar{M} \rightarrow M \}$  qui lui sont appliqués

Soit :  $\{ D(M/R_F) \} = \{ \bar{M} \rightarrow M \}$

$$\text{Avec : } \{ D(M/R_F) \} = \left\{ \begin{array}{c} m \Gamma(\vec{G}/R_F) \\ \delta(G, \vec{M}/R_F) \end{array} \right\}_G \text{ et } \{ \bar{M} \rightarrow M \} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_e \\ \vec{M}_e \end{array} \right\}_G + \sum_{i=1}^6 \left\{ \begin{array}{c} F_i \vec{u}_i \\ \vec{GA}_i \wedge F_i \vec{u}_i \end{array} \right\}_G$$

$$\text{Il vient alors : } \left\{ \begin{array}{c} m \Gamma(\vec{G}/R_F) \\ \delta(G, \vec{M}/R_F) \end{array} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_e \\ \vec{M}_e \end{array} \right\}_G + \sum_{i=1}^6 \left\{ \begin{array}{c} F_i \vec{u}_i \\ \vec{GA}_i \wedge F_i \vec{u}_i \end{array} \right\}_G$$

### 4. Calcul du torseur dynamique en G

#### 4.1. Calcul de la résultante dynamique

Si les coordonnées de G dans la base fixe  $B_F$  s'expriment par :

$$\vec{O_F G} = X_G \vec{x}_F + Y_G \vec{y}_F + Z_G \vec{z}_F$$

Alors, l'accélération  $\Gamma(\vec{G}/R_F)$  s'écrit :  $\Gamma(\vec{G}/R_F) = \ddot{X}_G \vec{x}_F + \ddot{Y}_G \vec{y}_F + \ddot{Z}_G \vec{z}_F$

Il faut donc calculer  $X_G, Y_G$  et  $Z_G$  compte tenu de  $x_G, y_G$  et  $z_G$  et de la position du plateau mobile.

$$\text{Or : } \vec{O_F G} = \vec{O_F O_{M'}} + \vec{O_{M'} O_M} + \vec{O_M G}$$

$$\text{Soit : } \left. \begin{array}{c} \vec{O_F G} \\ \vec{O_F G} \end{array} \right|_{B_F} = \left. \begin{array}{c} x_M \\ y_M \\ z_M + h \end{array} \right|_{B_F} + \left. \begin{array}{c} \vec{O_M G} \\ \vec{O_M G} \end{array} \right|_{B_F}$$

Dans le repère  $(O_F; \vec{x}_F, \vec{y}_F, \vec{z}_F)$  on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{O_F G} \Big|_{B_F} &= \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M + h \end{bmatrix}_{B_F} + \approx \mathbf{P}_{FM} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \\ \boxed{\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}_{B_F} &= \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M + h \end{bmatrix}_{B_F} + \approx \mathbf{P}_{FM} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

Il s'agit donc de dériver deux fois par rapport au temps la colonne du premier membre. Ceci se fait numériquement.

#### 4.2. Calcul du moment dynamique en G

De par le cours on sait que :  $\delta(\vec{G/R_F}) = \frac{d \vec{\sigma}(G/R_F)}{dt} / B_F$

On obtient alors les composantes du moment dynamique en G sur la base mobile par :

$$\vec{\sigma}(G/R_F) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{B_M} \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix}_{B_M}$$

et la formule de dérivation vectorielle permet d'écrire :

$$\delta(\vec{G/R_F}) = \frac{d \vec{\sigma}(G/R_F)}{dt} / B_M + \vec{\Omega}(M/F) \wedge \vec{\sigma}(G/R_F)$$

On obtient ainsi les deux équations vectorielles ( en G ) :

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^6 F_i \vec{u}_i + \vec{R}_e &= m ( \overset{\circ\circ}{X}_G \vec{x}_F + \overset{\circ\circ}{Y}_G \vec{y}_F + \overset{\circ\circ}{Z}_G \vec{z}_F ) \\ \sum_{i=1}^6 \vec{GA}_i \wedge \vec{F}_i + \vec{M}_e &= \delta(\vec{G/R_F}) \end{aligned} \right.$$

En posant :  $\vec{GA}_i = x_i \vec{x}_F + y_i \vec{y}_F + z_i \vec{z}_F$  et  $\vec{u}_i = u_{ix} \vec{x}_F + u_{iy} \vec{y}_F + u_{iz} \vec{z}_F$

Il vient le système de deux équations vectorielles :

$$\sum_{i=1}^6 F_i (u_{ix} \vec{x}_F + u_{iy} \vec{y}_F + u_{iz} \vec{z}_F) + (X_e \vec{x}_F + Y_e \vec{y}_F + Z_e \vec{z}_F) = m ( \overset{\circ\circ}{X}_G \vec{x}_F + \overset{\circ\circ}{Y}_G \vec{y}_F + \overset{\circ\circ}{Z}_G \vec{z}_F )$$

$$\sum_{i=1}^6 (x_{iF} \vec{x}_F + y_{iF} \vec{y}_F + z_{iF} \vec{z}_F) \wedge F_i (u_{ix} \vec{x}_F + u_{iy} \vec{y}_F + u_{iz} \vec{z}_F) + \vec{M}_e = \delta(\vec{G}/R_F)$$

### **4.3. Résolution**

Si l'on connaît la loi du mouvement du plateau mobile. C'est à dire si l'on connaît les lois :

$X(t)$  ,  $Y(t)$  ,  $Z(t)$  et  $\theta_X(t)$  ,  $\theta_Y(t)$  ,  $\theta_Z(t)$

On obtient alors un système algébrique linéaire de 6 équations à 6 inconnues qui sont les 6 efforts  $F_i$  délivrés par les vérins de la plate-forme.

$$\sum_{i=1}^6 (F_i u_{ix}) + X_e = m \ddot{X}$$

$$\sum_{i=1}^6 (F_i u_{iy}) + Y_e = m \ddot{Y}$$

$$\sum_{i=1}^6 (F_i u_{iz}) + Z_e = m \ddot{Z}$$

$$\sum_{i=1}^6 F_i (y_i u_{iz} - z_i u_{iy}) + L_e = \delta(\vec{G}/R_F) \cdot \vec{x}_F$$

$$\sum_{i=1}^6 F_i (z_i u_{ix} - x_i u_{iz}) + M_e = \delta(\vec{G}/R_F) \cdot \vec{y}_F$$

$$\sum_{i=1}^6 F_i (x_i u_{iy} - y_i u_{ix}) + N_e = \delta(\vec{G}/R_F) \cdot \vec{z}_F$$

## **5. Construction d'un modèle d'étude**

### **5.1. Construction du modèle**

#### **Pièces et liaisons**

Chaque vérin comporte 2 pièces reliées par une liaison glissière. Une liaison pivot glissant entre ces deux pièces aurait conduit à 6 degrés de mobilités supplémentaires. Chaque extrémité de vérin est liée soit à l'embase fixe, soit au plateau mobile par une liaison rotule.

*Aspect topologique :*

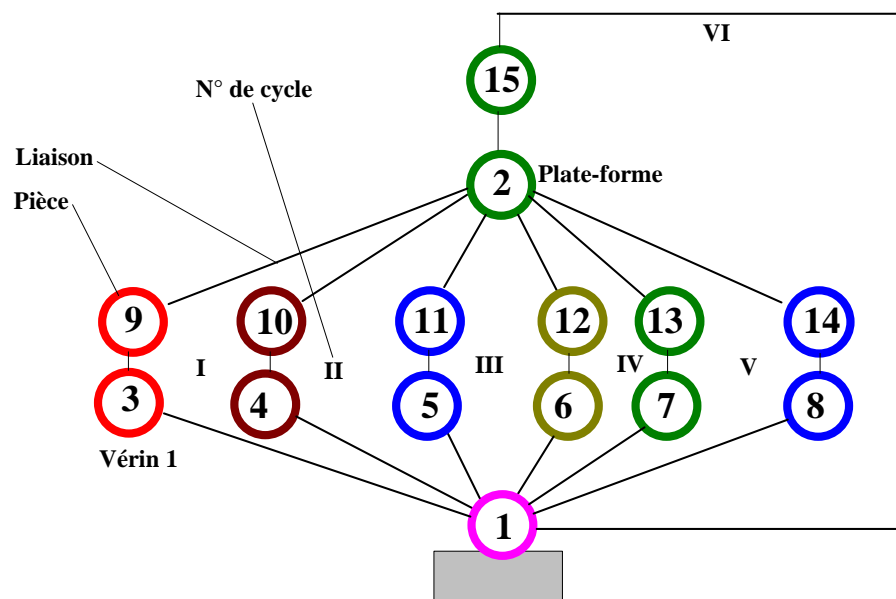
*Nombre de pièces mobiles : 14*

2 pièces par vérin + plateau mobile + support appui plan,  
linéaire annulaire

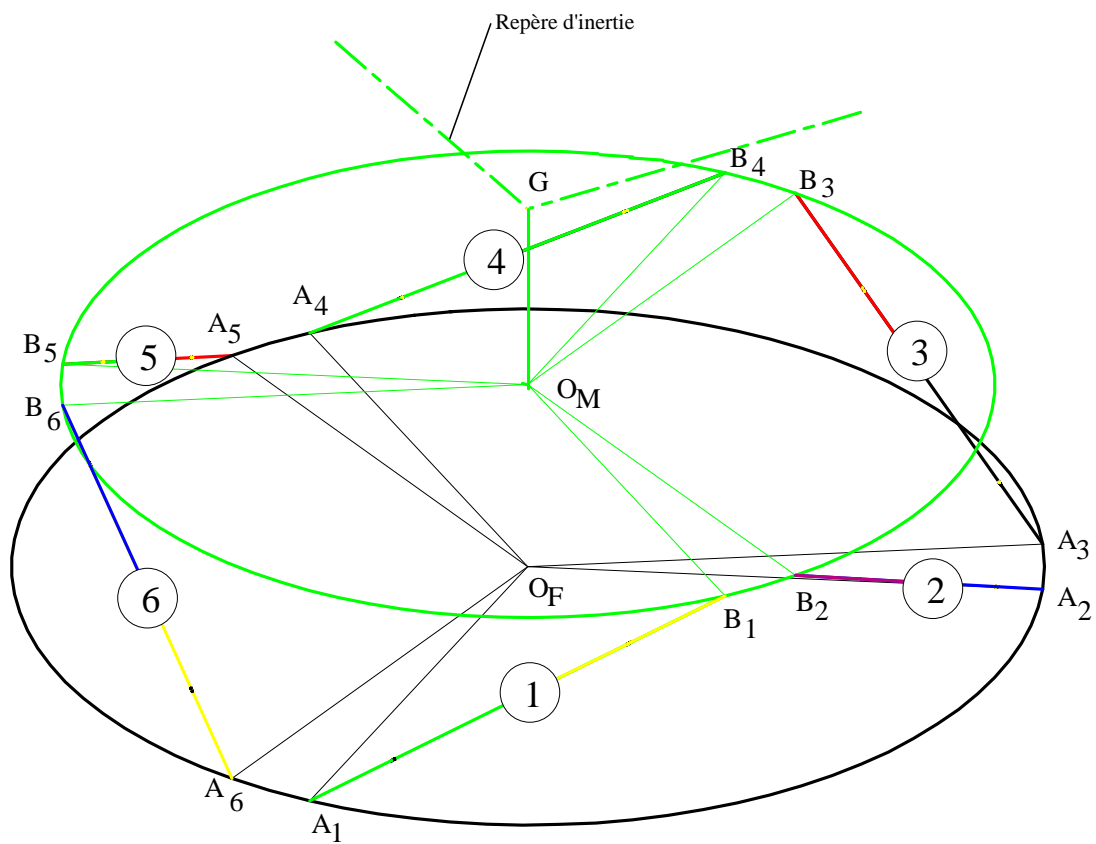
*Nombre de liaisons cinématiques 20*

3 liaisons par vérin + appui plan, linéaire annulaire

*Cycles indépendants 6 ( I à VI)*



Topologie du modèle CSMT



## Modèle CSMT ( fichier THOMSON.PRO)

### Efforts extérieurs inconnus

Par l'intermédiaire des liaisons plane et linéaire annulaire, on impose les déplacements dans les 6 vérins. Il faut donc imposer 6 "**efforts inconnus de type vérin**" entre les pièces reliées par la glissière pour que le calcul dynamique soit possible (seule la norme de ces efforts est inconnue)

### Analyse logiciel

Lorsque l'on exécute le calcul, le logiciel envoie les résultats de l'analyse qu'il a réalisé sur la configuration de référence :

On doit obtenir un résultat du type suivant :

**Aspect topologique :**  
    **Nombre de pièces mobiles : 14**  
    **Nombre de liaisons cinématiques 20**  
    **Cycles indépendants 6**  
    **Degrés de mobilité 13**

**Aspect cinématique :**  
    **Equations cinématiques 36**  
    **Inconnues cinématiques 49**

**Aspect dynamique :**  
    **Equations dynamiques 84**  
    **Inconnues d'efforts de liaisons 71**  
    **Inconnues d'efforts extérieurs 6**  
    **Degré d'hyperstaticité 0**

**L'étude dynamique est demandée**

### Commentaires de cette analyse

*Nombre de degrés de mobilité : 13*

6 mobilités utiles du plateau mobile ( 3 rotations + 3 translations) + 6 rotations des vérins autour de leurs axes propres + rotation de la pièce (15) autour de l'axe vertical.

*Aspect cinématique :*

*Nombre d'équations cinématiques : 36*

6 cycles donc  $6 \times 6 = 36$  équations de fermeture de chaînes

*Nombre d'inconnues cinématiques : 49*

6 vérins  $\Rightarrow 6 \times ( 3 + 3 + 1 )$

appui plan  $\Rightarrow 3$

linéaire annulaire  $\Rightarrow 4$

*Aspect dynamique :*

*Nombre d'équations dynamiques: 84*

14 pièces mobiles  $\Rightarrow 14 \cdot 6 = 84$  équations

*Nombre d'inconnues d'efforts de liaisons : 71*

Pour chaque liaison  $n_s + n_c = 6$

20 liaisons  $\Rightarrow 6 \cdot 20 = 49 + N_s \Rightarrow N_s = 71$

*Inconnues d'efforts extérieurs 6*

On impose indirectement les déplacements dans les 6 vérins. Il faut donc imposer 6 efforts inconnus de type vérin entre les pièces reliées par la glissière pour que "l'équilibre dynamique" soit possible.

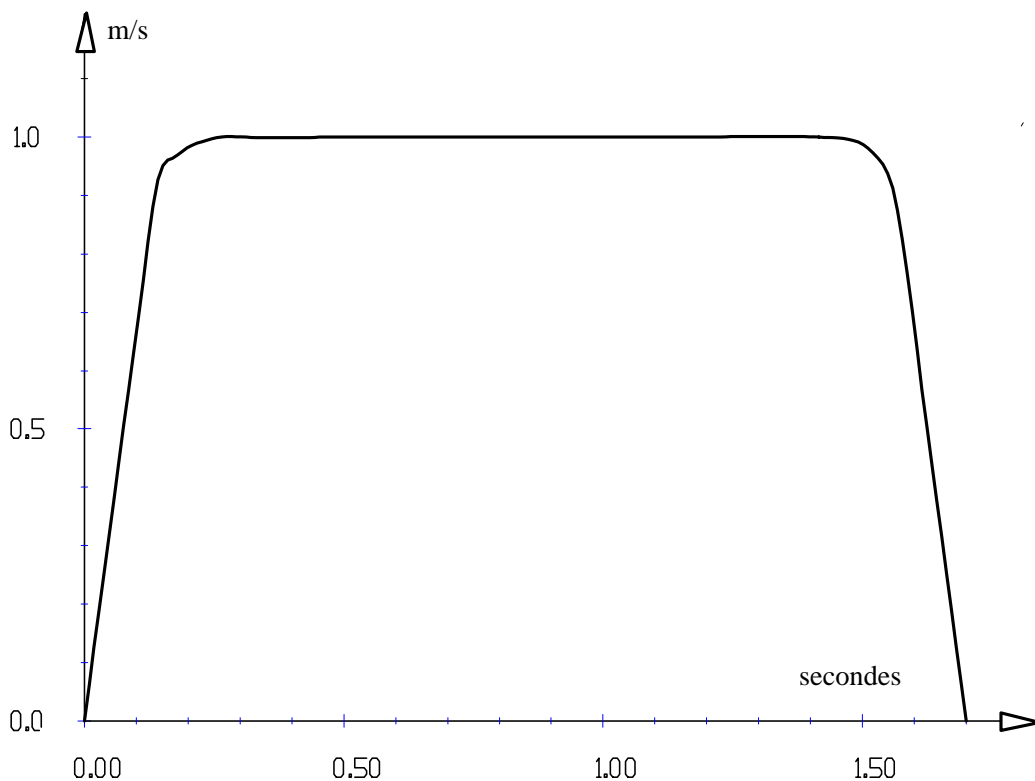
*Degré d'hyperstaticité 0*

Un tel modèle est isostatique

On exécute le calcul avec 60 positions sur une amplitude de 1,7 s.

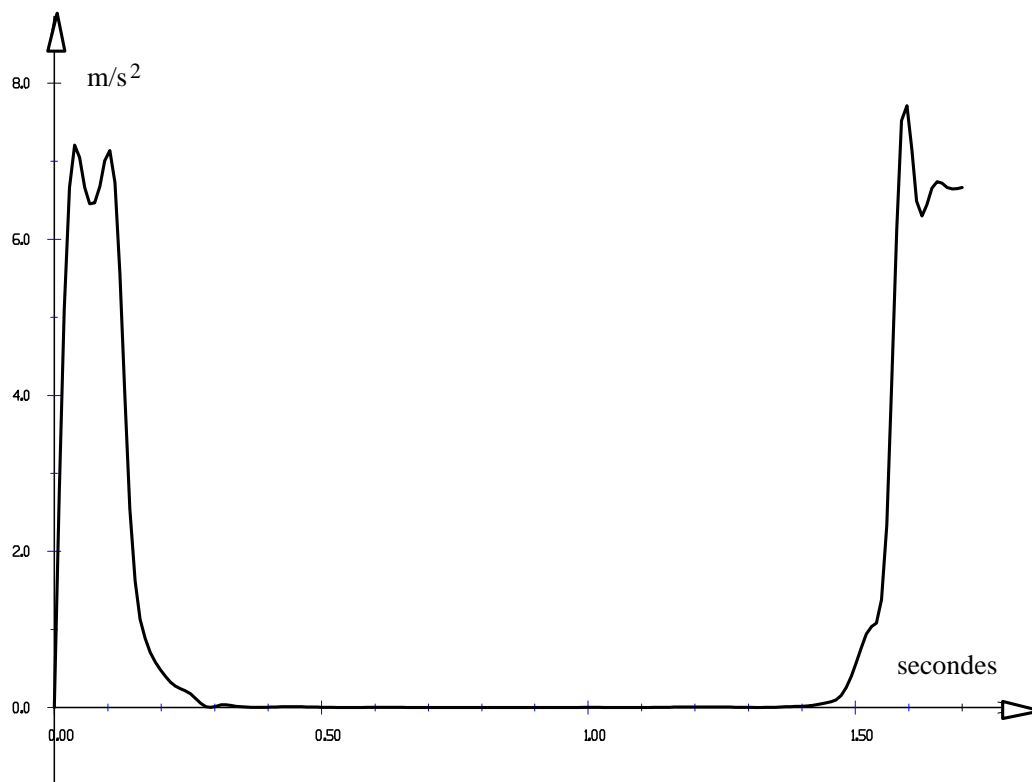
On impose à un degré de liberté de la liaison appui plan d'être piloté en vitesse par le fichier THOMSON.CSV qui traduit la loi de vitesse en trapèze.

## **5.2. Résultats associés au modèle**

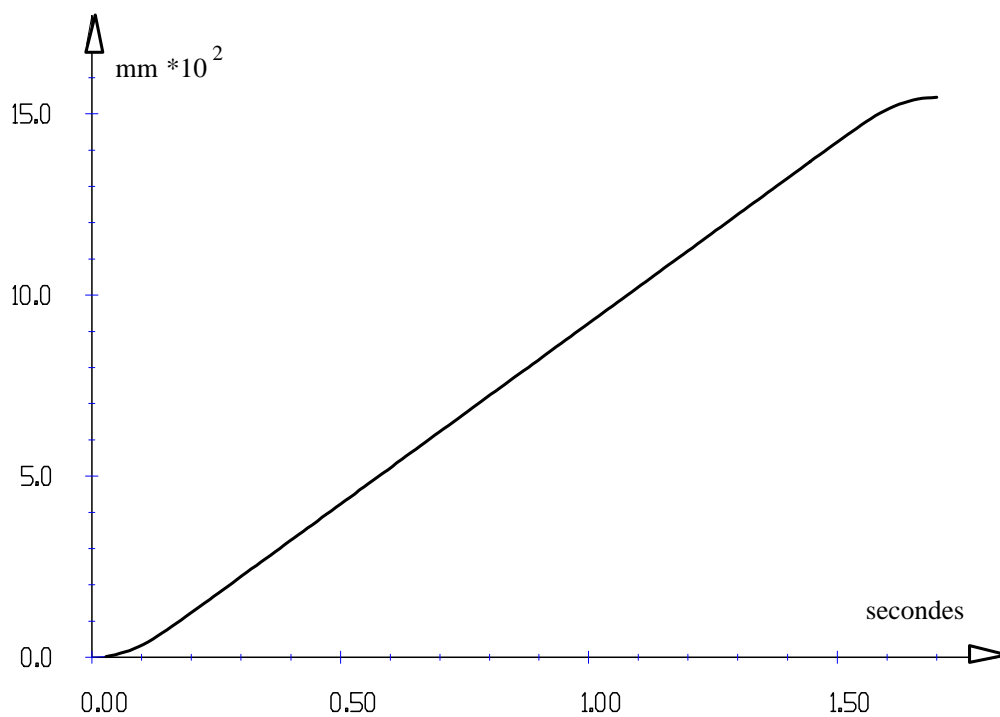


**Courbe 1 : Vitesse de la commande ( liaison appui plan n°2 )**

Vitesse maximale : 1 m/s

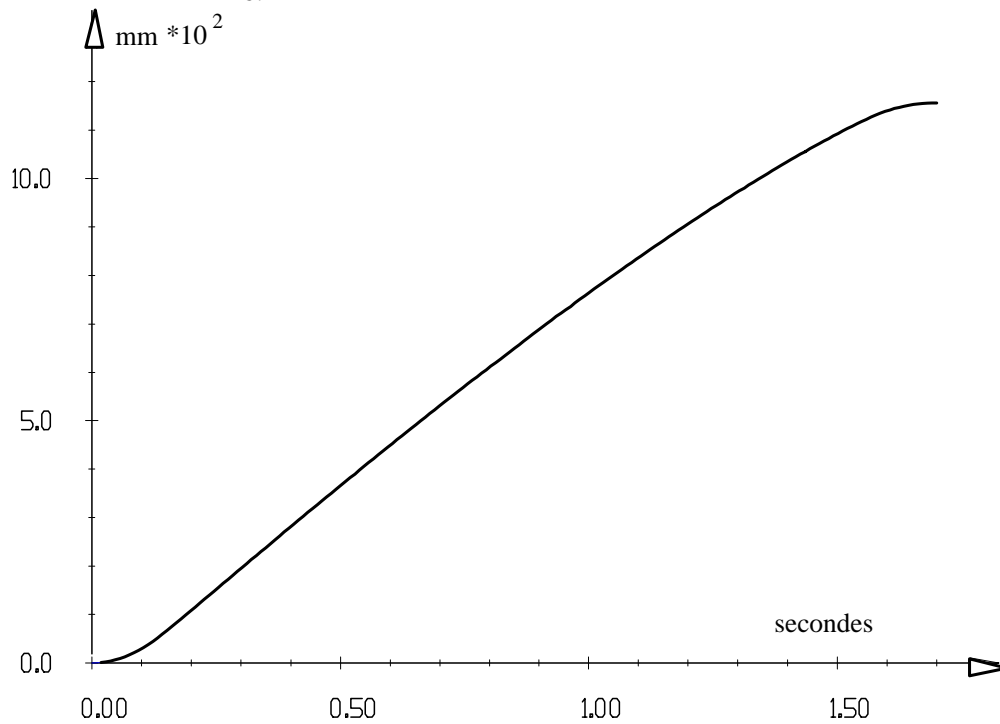


**Courbe 2 : Accélération dans la liaison appui plan n°2**  
 Accélération maxi : 7  $\text{m/s}^2$

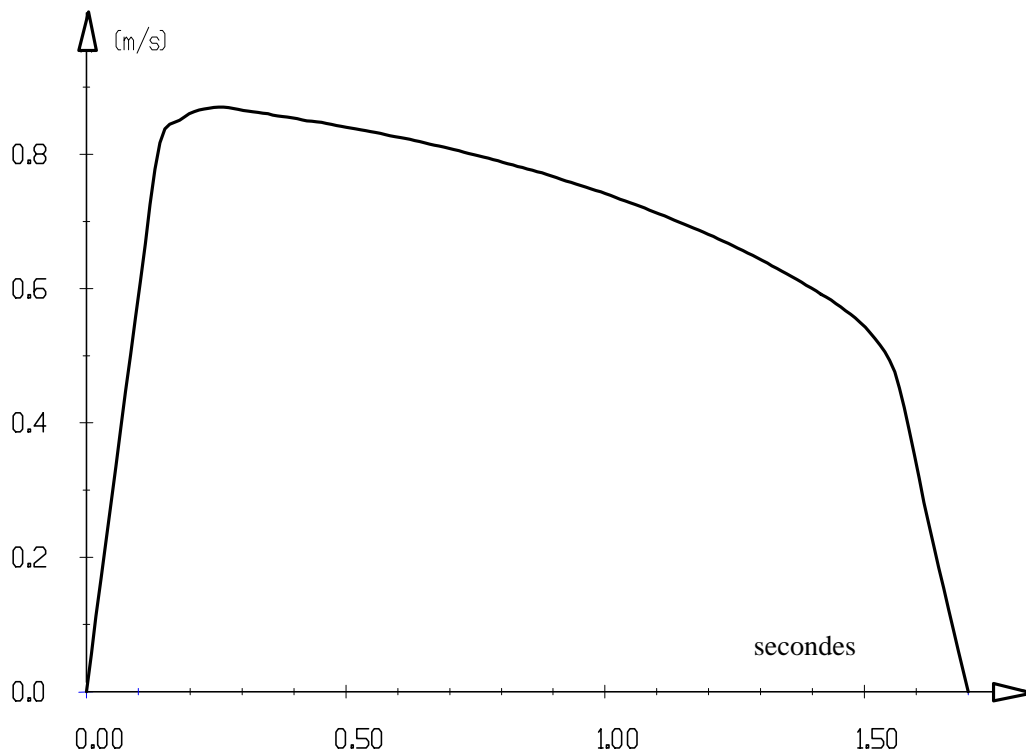


**Courbe 3 : Déplacement dans la liaison de commande ( liaison appui plan n°2)**  
 Déplacement maximal : 1540 mm

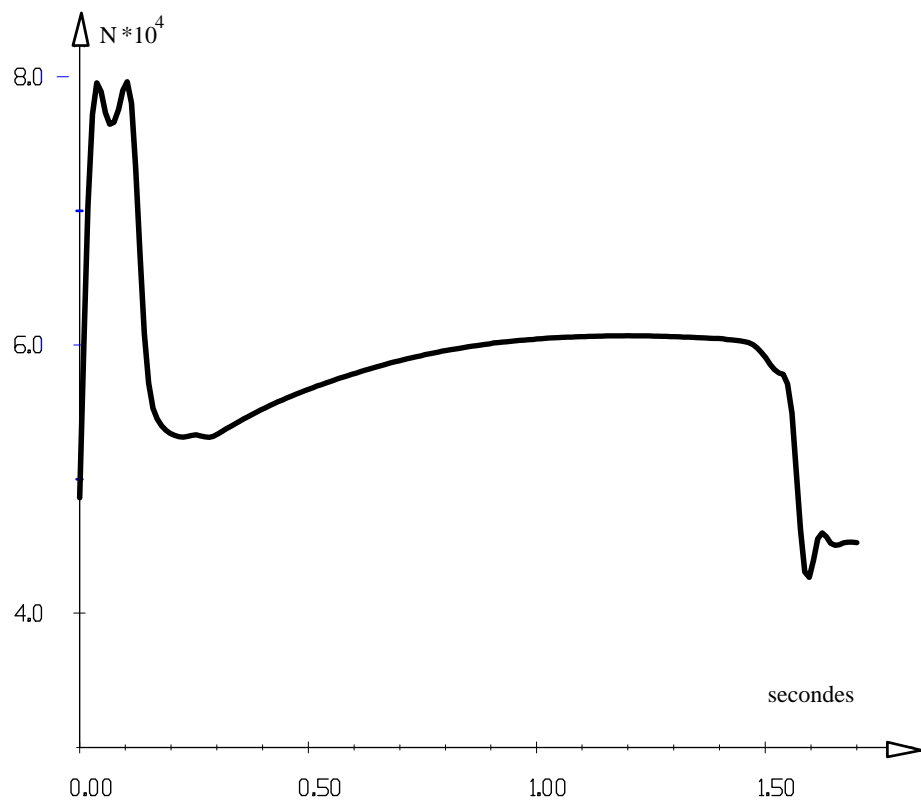
Les résultats qui suivent concernent le vérin associé à la liaison glissière n°16.



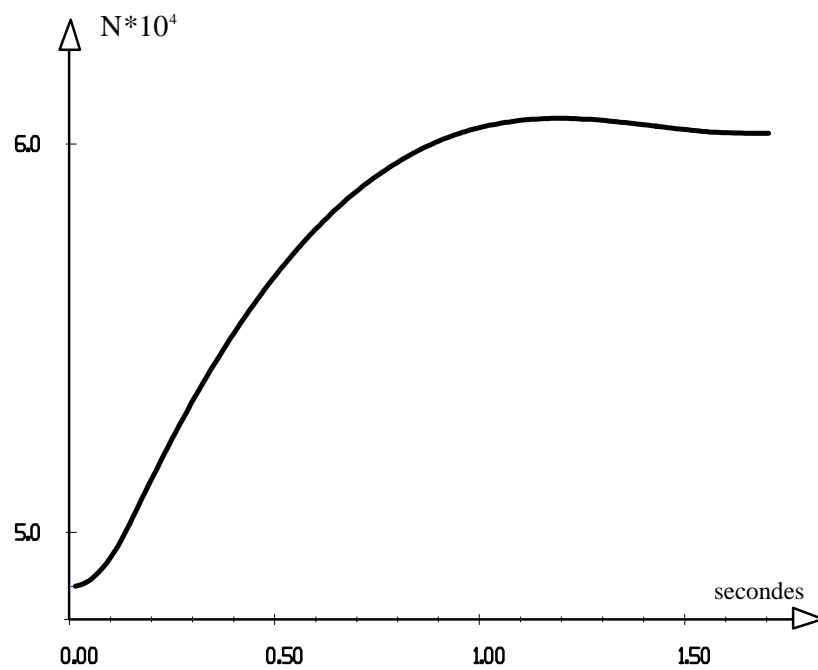
**Courbe 4 : Déplacement dans la liaison glissière n°16**  
Valeur maxi : 1156 mm



**Courbe 5 : Vitesse de déplacement dans la liaison glissière n°16**  
Vitesse maximale = 0,87 m/s



**Courbe 6 : Effort dans le vérin le plus chargé ( effort n° 4 )**  
 Valeur maxi de l'effort : 79629 N



**Courbe 7 : Effort dans le vérin le plus chargé en statique ( effort n° 4 )**  
 Valeur maxi de l'effort : 60000 N

### **5.3 Exploitation des résultats**

#### **5.3.1 Loi de vitesse imposée**

La simulation effectuée a pour but de modéliser le mouvement du plateau mobile dans les conditions de performance maximales.

On impose en entrée une loi de vitesse de déplacement horizontal au plateau mobile. Cette loi est trapézoïdale et possède les caractéristiques suivantes définies sur la courbe 1.

La vitesse maximale = **1 m/s** est atteinte en 0,17 s, c'est-à-dire une accélération de

$$a = \frac{1}{0,17} \approx \mathbf{0,6\ g}$$

La loi de vitesse couvre une période de 1,7 s, soit un déplacement latéral du plateau supérieur de la plate-forme de **1,48 m**

Les valeurs de déplacement, de vitesse et d'accélération de cette loi d'entrée correspondent donc bien aux performances maxi du simulateur THOMSON.

La courbe 2 (accélération dans la liaison appui plan n°2) confirme la valeur de l'accélération maxi (0,6g), ainsi que la courbe 3 (déplacement dans la liaison de commande) la valeur déplacement latéral de 1,48m.

#### **5.3.2 Confrontation aux données constructeur**

Les courbes issues de la simulation nous permettent de valider le choix des actionneurs, dont les caractéristiques sont fournies par le constructeur.

##### **a) Déplacements**

La courbe 4 donne l'évolution des déplacement dans la liaison glissière N°16, c'est-à-dire dans l'un des deux vérins dont le mouvement est le plus grand. La valeur du déplacement total est de 1156 mm, on se retrouve donc bien au voisinage de la course maximale annoncée de 1460 mm. C'est une validation du modèle géométrique retenu.

##### **b) Vitesses**

La courbe 5 donne l'évolution de la vitesse de déplacement dans le vérin, sur cette courbe on peut lire la vitesse maximale : 0,87 m/s.

Sur le système, la vitesse de l'ensemble des six vérins est directement conditionnée par le débit de fluide que le groupe hydraulique (pompes + accumulateurs) est capable de fournir. Pour le simulateur THOMSON, le groupe délivre un débit maximal de l'ordre de 1800 l/min (fixé par la capacité des servo-valves).

Si les 6 vérins sortent à la même vitesse (cas de la translation verticale du plateau supérieur), le débit maximal par vérin est de l'ordre de 300 l/min, soit une sortie de 0,64 m/s de chaque vérin.

Dans le mouvement que nous étudions les vitesses de sortie des 6 vérins sont très inégales, le débit se répartit donc de manière à permettre la sortie des deux vérins les plus rapides à 0,87 m/s.

### c) Efforts

La pression de travail des circuits hydrauliques est fonction de l'énergie stockée par les accumulateurs. Elle est au minimum égale à 80 bars, et vaut 100 bars (pression de consigne) si les accumulateurs ont eu auparavant une période suffisante pour se recomprimer (quelques secondes).

Pour une pression  $p = 80$  bars, l'effort sur le piston est de :

$$F = P \times \frac{\pi d^2}{4} = 80 \times 10^5 \times \frac{\pi (0,1)^2}{4} = 62831 \text{ N}$$

Pour  $p = 100$  bars, l'effort sur le piston est :  $F = 78539 \text{ N}$

La courbe 6 (Effort dans le vérin le plus chargé ( effort n° 4 ) donne une valeur (79629 N) est donc proche (à moins de 2 %) de l'effort maximum annoncé par le constructeur 78539 N.

Le fait d'imposer lors de l'étude dynamique un déplacement et non un effort semble licite dans la mesure où une pompe volumétrique débite un volume constant de fluide incompressible à 100 bars.

La courbe 7 donne la valeur de l'effort calculé en statique dans le vérin le plus chargé. Cette situation correspond donc à la valeur de l'effort dans un mouvement dont les accélérations seraient très faibles. La comparaison avec la courbe 6 met en évidence les phénomènes dynamiques sur le mouvement brusque que l'on étudie. Sur ce mouvement l'effort dans le vérin est supérieur de 30% en crête à celui obtenu en statique.

### d) Puissance

Si dans une première approximation on ne tient pas compte des phases d'accélération et de décélération (0,17 s chacune), la puissance nécessaire pour mouvoir ce vérin peut-être calculé par :

$$P_u = F_{Moy} \times V_{Moy} = 60000 \times 0,8 = 48 \text{ kW}$$

Bien que les autres vérins soient moins chargés, la puissance nécessaire pour mouvoir les 6 vérins semble largement dépasser les  $2 \times 45 = 90 \text{ kW}$  de puissance des deux moteurs.

C'est ce qui nécessite l'emploi des accumulateurs de pression. En pointe les accumulateurs restituent une énergie importante (jusqu'à 90% de l'énergie nécessaire sur des mouvements de faible amplitude).

## Conclusion

Ce travail permet de montrer que l'association d'un logiciel d'analyse dynamique des systèmes mécaniques indéformables et de données issues d'un constructeur permet de retrouver de façon assez proche les performances annoncées par ce constructeur.

Ce fait est essentiel pour l'étudiant, car les résultats obtenus lui permettent de valoriser ses connaissances, de valider son modèle, sa démarche et de façon plus générale, l'enseignement qu'il a reçu.

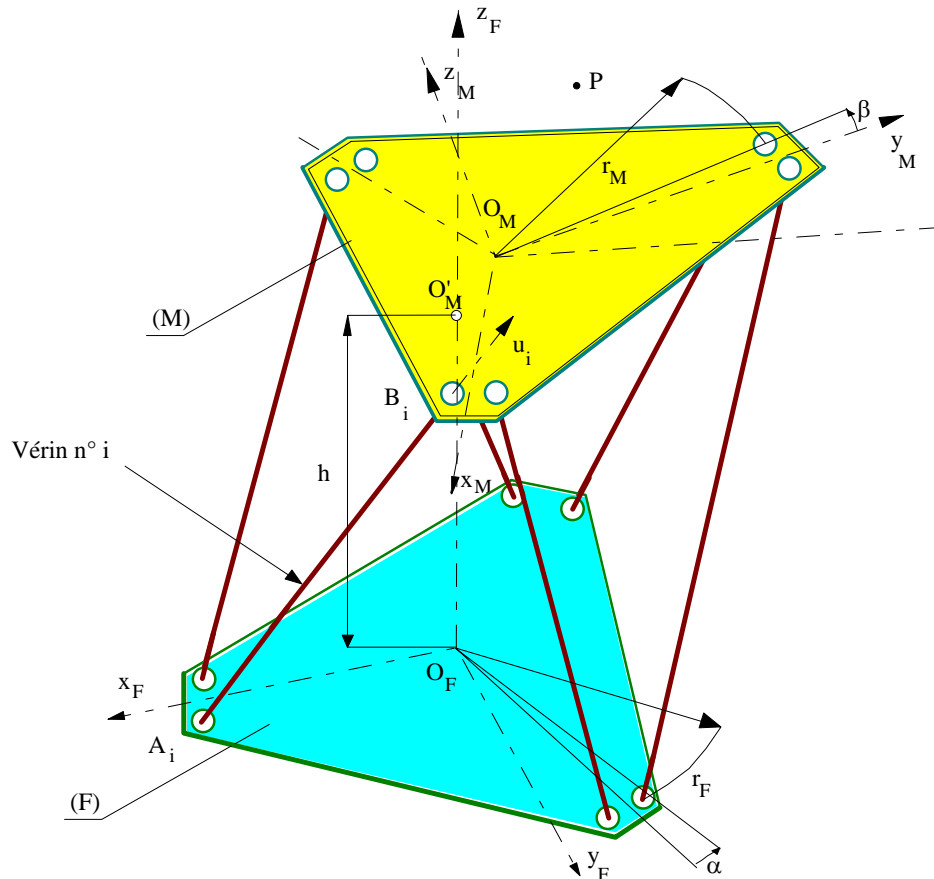
Par ailleurs, les résultats obtenus ici mettent en évidence, s'il en était encore besoin, l'apport incomparable des logiciels de simulation dans le domaine de la dynamique. En effet, il y a peu d'années encore, les TD de dynamique consistaient en une épreuve formelle d'écriture des équations algébriques ou différentielles issues du principe

fondamental de la dynamique. L'absence de résultats interdisait toute analyse de ceux-ci. En d'autres termes la mécanique restait totalement découplée de la conception dès lors que l'on abordait les problèmes dynamiques.

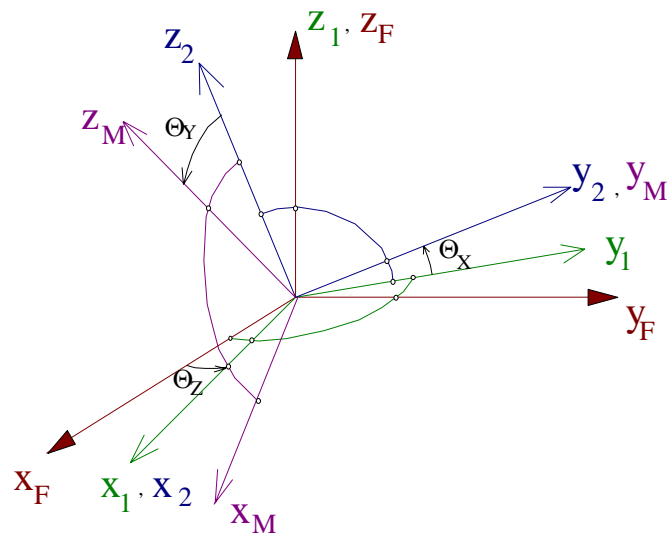
A l'heure actuelle, les outils informatiques d'analyse et de calcul autorisent une intégration plus poussée des différentes disciplines composant les Sciences Industrielles. La mesure sur maquette ou sur système réel viendrait heureusement compléter ces résultats de simulation. Toutefois, les composants et les chaînes d'acquisition nécessaires à la réalisation de mesures dynamiques restent encore d'un coup élevé.

## Annexe 1 Paramétrage de la Plate-forme

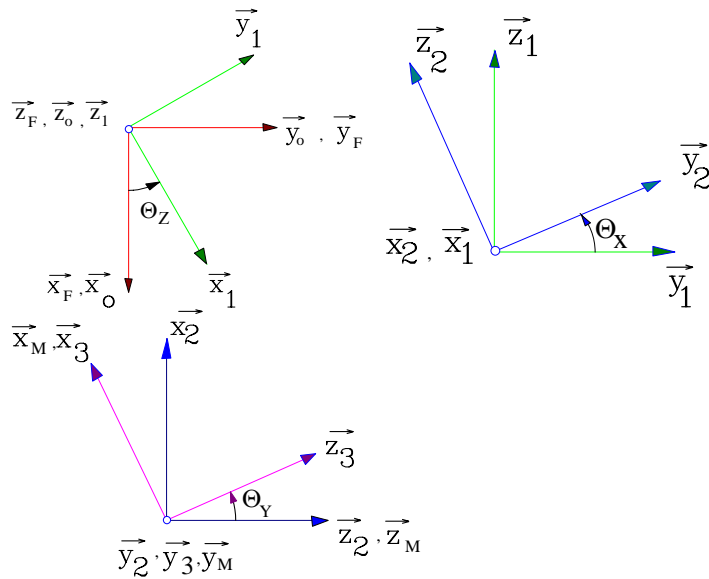
Le schéma du paramétrage géométrique de la plate-forme est le suivant :



**Figure 1 : Paramétrage géométrique de la plate-forme supérieure**



**Figure 2: Angles d'Euler/Bryant . Passage de  $B_F$  à  $B_M$**



**Figure 3 : Rotations associées aux angles d' Euler /Bryant**

**Rappel :**

On obtient les composantes sur le repère  $R_F$  d'un vecteur  $\vec{O_M P}$  connu par ses composantes  $x_P$ ,  $y_P$ , et  $z_P$  dans le repère  $R_M$  par la relation :

$$\begin{bmatrix} \vec{O_F P} \\ B_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M + h \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{P}}_{FM} \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}$$

avec :  $\tilde{\mathbf{P}}_{FM} =$

$$\begin{bmatrix} C\theta_3 C\theta_1 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 & S\theta_3 C\theta_1 + S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 \\ S\theta_1 C\theta_3 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & C\theta_1 C\theta_2 & S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 \\ -S\theta_3 C\theta_2 & S\theta_2 & C\theta_2 C\theta_3 \end{bmatrix}$$

dans cette matrice les angles  $\theta_i$  sont les angles d'Euler-Bryant (  $\theta_1 = \theta_X$ ,  $\theta_2 = \theta_Y$ ,  $\theta_3 = \theta_Z$  )

## Annexe 2

### PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DU SIMULATEUR DE VOL THOMSON-CSF

Charge maximale : **18 000 Kg**

1) Partie commande :

Carte interface digitale / asservissement position et vitesse

Période d'acquisition : 1 ms

2) Type des capteurs de position sur chaque vérin : à ultrasons

3) Actionneurs :

6 vérins hydrauliques

Diamètre du piston (mm)	Diamètre de la tige (mm)	Cours e (m)
100	85	1,46

4) Groupe hydraulique : Pression de consigne : **100 bars**

Pompes :

	Type de pompe	Puissance moteurs	Débit
Pompes principales	pistons / débit variable	2 X 45 kW	2 X 230 l/mn
Pompes auxiliaires	pistons / débit variable	5,5 kW	35 l/mn
Pompe de gavage	à engrenages	3 kW	110 l/mn

Accumulateurs : (1 accumulateur par vérin)

Type :	à membrane simple
Capacité :	50 litres
Fluide accumulateur :	azote (fonctionnement adiabatique)
Pression du fluide accumulateur au repos :	50 bars

5) Caractéristiques d'inertie du simulateur de vol fournies par THOMSON-CSF

Masse de la plate-forme mobile en charge : 18380 kg

Position du centre de gravité G en position plate-forme au repos : X=26 mm

Y=-0.043 mm

Z=1058 mm

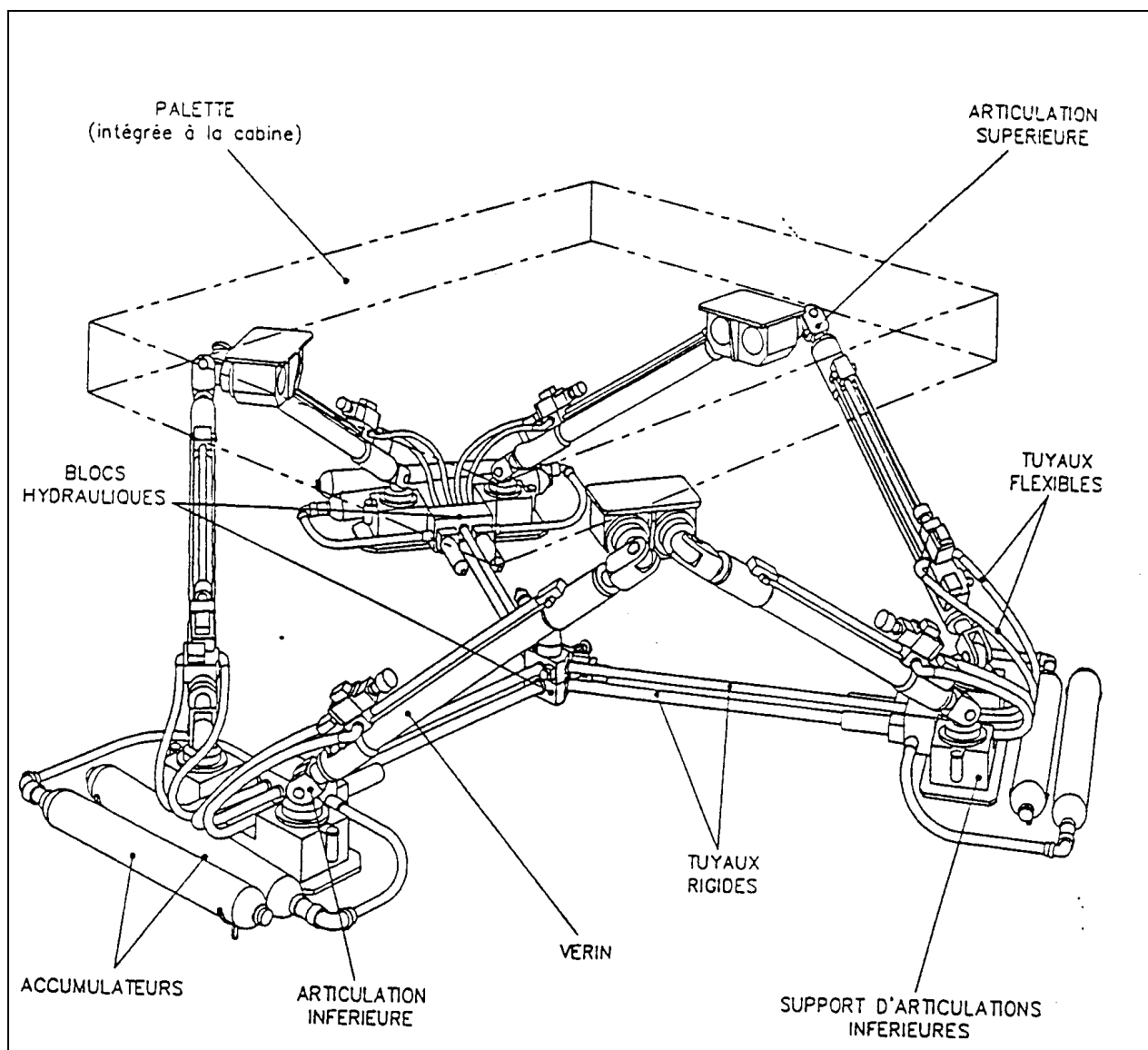
Tenseur d'inertie en G dans la base liée à la plate-forme :  $B_M$

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27862 & -2.1 & -104.4 \\ -2.1 & 28326 & 1.56 \\ -104.4 & 1.56 & 49328 \end{bmatrix} \text{ en kg.m}^2$$

N.B : Ces caractéristiques d'inertie ont été déterminées sur un logiciel interne à l'entreprise à partir de la répartition des masses des équipements installés dans le simulateur.

#### 6) Performances générales

	Course / débatte ment	Vitesse	Accélération
Tangage	$\pm 28^\circ, -34^\circ$	$\pm 28^\circ/s$	$\pm 250^\circ/s^2$
Roulis	$\pm 30^\circ$	$\pm 24^\circ/s$	$\pm 200^\circ/s^2$
Lacet	$\pm 28^\circ$	$\pm 26^\circ/s$	$\pm 250^\circ/s^2$
Vertical	$\pm 0,96m$	$\pm 0,8m / s$	$\pm 1,0g$
Latéral	$\pm 1,48m$	$\pm 1,0m / s$	$\pm 0,6g$
Longitudinal	$\pm 1,37m$	$\pm 1,0m / s$	$\pm 0,6g$



**Vue en perspective de la partie opérative du simulateur de vol THOMSON-CSF**

## SIX DEGREES OF FREEDOM

### HYDROSTATIC MOTION SYSTEM

13004-1

---

### PERFORMANCE

---

	Excursion	Velocity	Accel.	Onset accel. rates
• Pitch	+28°, -34°	±28°/s,	±250°/s <sup>2</sup>	±300°/s <sup>2</sup> /s
• Roll	±30°	±24°/s	±200°/s <sup>2</sup>	±300°/s <sup>2</sup> /s
• Yaw	±28°	±26°/s	±250°/s <sup>2</sup>	±300°/s <sup>2</sup> /s
• Vertical	±0.96 m	±0.8 m/s	±1.0 g	±6 g/s
• Lateral	±1.48 m	±1.0 m/s	±0.6 g	± 3.5 g/s
• Longitud.	±1.37 m	±1.0 m/s	± 0.6 g	± 3.5 g/s

---

## HYDRAULIC POWER UNIT

---

☐ **Main pumps**

- ⇒ Variable flow piston pumps : 2 x 230 l/mn
- ⇒ Two motors : 2 x 45 kw

☐ **Auxiliary pump**

- ⇒ Variable flow piston pump : 35 l/mn
- ⇒ One motor : 5.5 kw

☐ **Oil cooling and filtering pump**

- ⇒ Gear pump : 110 l/mn
- ⇒ One motor : 3 kw



TRAINING AND SIMULATION SYSTEMS DIVISION

---

## HIGH SPEED DIGITAL CONTROL

---

☐ **Cycle time : 1 ms**

☐ **Position + velocity drive**

☐ **Automatic calibration of analog I/O**

☐ **Automatic transducer offset compensation**

☐ **Automatic tuning**



TRAINING AND SIMULATION SYSTEMS DIVISION

---

## HYDROSTATIC ACTUATOR

---

☐ **Cylinder**

- ⇒ Rod diameter : 85 mm
- ⇒ Piston diameter : 100 mm
- ⇒ Stroke : 1.46 m
- ⇒ High efficiency end of travel snubbers

☐ **Servo valve**

- ⇒ Flow rate 328 l/mn
- ⇒ Abort valve

☐ **Position transducer**

- ⇒ Ultrasonic



TRAINING AND SIMULATION SYSTEMS DIVISION

---

## MAIN CHARACTERISTICS

---

☐ **Maximum payload : 18000 kg**

- ⇒ Large FOV display systems

☐ **Hydrostatic actuators**

- ⇒ Low reversal bump

☐ **Ultrasonic position transducer**

- ⇒ High reliability

☐ **High speed digital control**

- ⇒ Automatic calibration/tuning

☐ **Microprocessor-based logic**

- ⇒ Maintenance



TRAINING AND SIMULATION SYSTEMS DIVISION