

La famille Bernoulli : lequel a fait quoi ?

Aux XVII^e et XVIII^e siècles, une famille de scientifiques suisses de grande renommée a laissé son nom dans de nombreux domaines : théorème de Bernoulli (mécanique des fluides), hypothèse de Navier-Bernoulli (RdM), loi de Bernoulli (théorie des probabilités), équation différentielle de Bernoulli, ...

Mais qui étaient les Bernoulli ? Et lequel a fait quoi ?

Cette ressource propose de parcourir plus d'un siècle de la vie scientifique de la famille Bernoulli sur trois générations, et d'attribuer à chacun ses travaux. *Les références utilisées sont mentionnées en début de sections et listées à la fin de ce document.*

1 – Origine de la famille

Au XVII^e siècle, la famille Bernoulli originaire d'Anvers en Belgique, est installée à Bâle en Suisse après un passage en Allemagne. C'est une famille de riches commerçants importateurs d'épices d'Extrême-Orient depuis des générations. Nicolas Bernoulli (1623-1708) et son épouse Margaretha Schönauer (1628-1673) auront de nombreux enfants et descendants scientifiques dont certains sont l'objet de cette ressource.

Note des rédacteurs : De génération en génération, les enfants Bernoulli se voient attribuer les mêmes prénoms, ce qui peut perturber la compréhension des liens de parenté. Pour exemple, l'arbre généalogique présenté figure 1, côté Nicolas Bernoulli père des premiers scientifiques : en quatre générations seuls deux prénoms masculins sont attribués. Sur cet arbre, les lieux de naissance et de décès permettent de suivre les déplacements de la famille. *L'habitude de franciser les prénoms a été reprise dans le texte, cependant figure 1, les prénoms sont laissés dans leur version originale.*

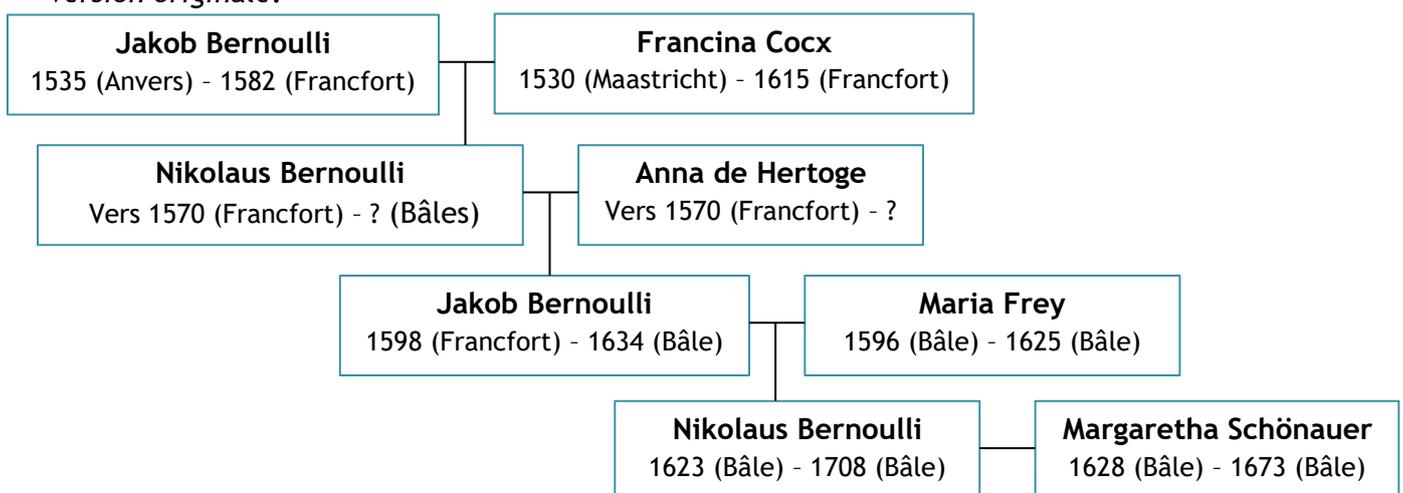


Figure 1 : 4 générations de Bernoulli : un premier Jakob (Jacques) né en Belgique s'installe en Allemagne où naissent son fils Nikolaus (Nicolas) et son petit-fils Jakob, qui lui s'installe en Suisse où naît son fils Nikolaus qui aura la descendance partiellement représentée figure 2, d'après source [1,2]

L'arbre généalogique figure 2 est partiel, il ne reprend que les filiations avec les scientifiques faisant l'objet de cette ressource. Toutes les descendance ne sont donc pas mentionnées.

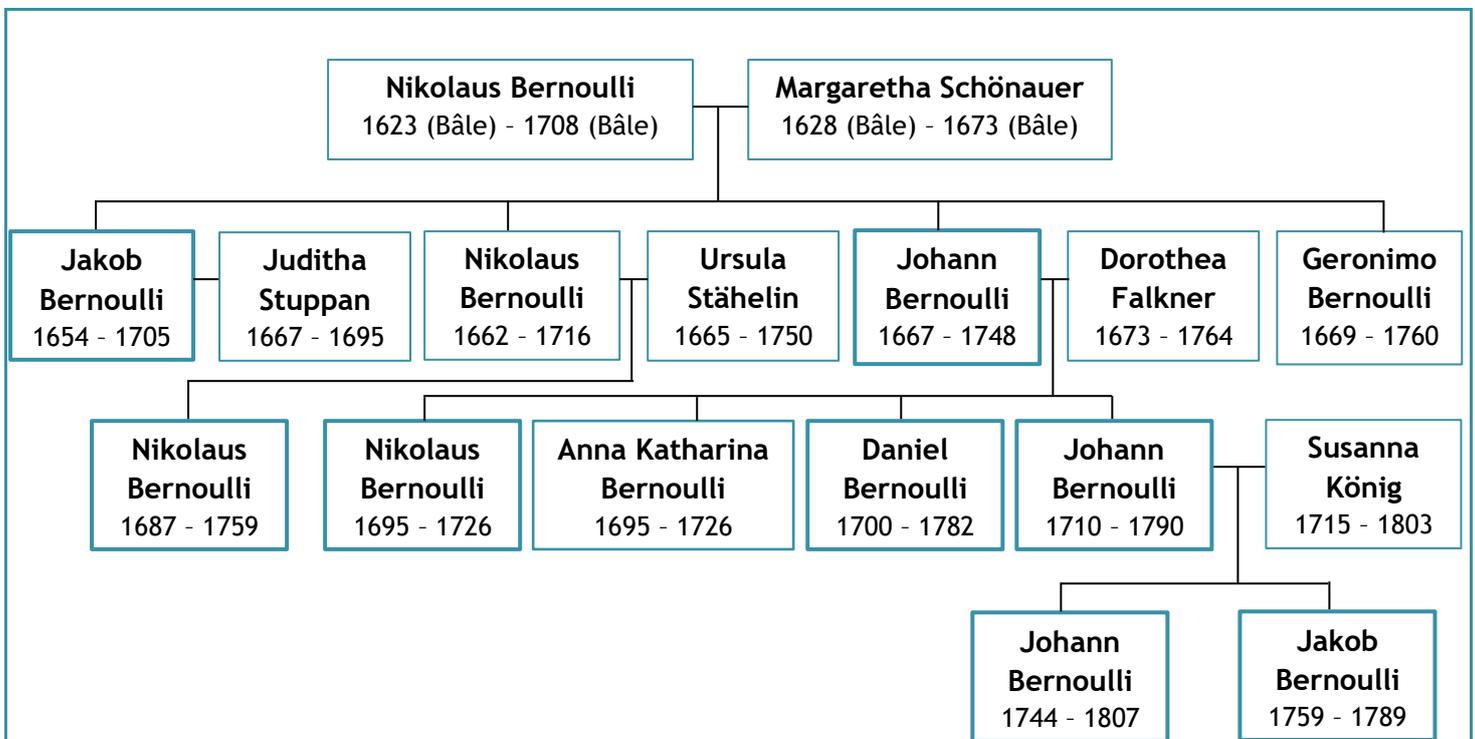


Figure 2 : Arbre généalogique des membres de la famille Bernoulli évoqués dans cette ressource, d'après sources [1,2]

Pour faciliter la lecture, une frise chronologique de la famille Bernoulli est proposée page 31-32.

1 – Jacques I (1654-1705) [5,6,7,8,9,10,13]

Jakob, ou Jacques, Bernoulli est né le 21 décembre 1654 à Bâle, il y mourra le 16 août 1705 et sera enterré dans la cathédrale. Jacques est le cinquième enfant du couple Bernoulli-Schönauer et le premier des enfants Bernoulli à étudier les sciences. Comme il existera, deux générations plus tard, un autre Jacques également mathématicien, ce premier est souvent appelé Jacques I.



Figure 3 : Jacques I Bernoulli en 1687 (33 ans) peint par son frère Nikolaus (1662-1716), peintre-portraitiste, source [3]



Figure 4 : Plaque tombale avec gravure d'une spirale qui selon le souhait de Jacques devait être logarithmique, et qui se trouve être une spirale d'Archimède par une erreur du graveur, source [4]

L'aisance de sa famille permet à Jacques Bernoulli d'étudier, dans un premier temps selon les souhaits de son père, la théologie et la philosophie à l'université de Bâle. Assez rapidement, son intérêt se tourne vers les sciences (mathématiques, physique et astronomie) et son avenir est alors décidé. Son père, un temps contrarié, accepte son choix et lui permet même des voyages en Europe entre 1676 et 1683 ; Jacques Bernoulli rencontrera alors les scientifiques les plus renommés de l'époque, avec lesquels à son retour, il entretiendra une correspondance importante. Durant l'année 1678, Jacques Bernoulli, âgé de 24 ans, est en France et peut côtoyer et travailler avec des disciples de René Descartes¹ (décédé depuis 28 ans). En 1681, il est aux Pays-Bas ; en 1682, il se rend en Grande Bretagne et fait la connaissance des deux célèbres physiciens et mathématiciens que sont Robert Boyle² et Robert Hooke³. Durant ses voyages, Jacques Bernoulli rédige de premiers écrits mathématiques qui ne seront publiés qu'à son retour à Bâle.

En 1684, à 30 ans, Jacques I épouse Juditha Stuppan (1667-1695) à Bâle ; les enfants qui naîtront de cette union ne seront pas scientifiques. En 1687, Jacques Bernoulli devient professeur à l'Université de Bâle, il y enseigne la physique et les mathématiques jusqu'à sa mort à 50 ans en 1705 ; il aura comme élèves son neveu Nicolas I, fils de son frère Nicolas artiste peintre, et Paul Euler (1670-1745), futur père de Leonhard Euler⁴ que nous évoquerons avec les divers Bernoulli dans les sections suivantes. C'est également l'année où Jacques I publie un article sur la géométrie proposant une construction pour diviser un triangle en quatre parties égales par deux droites perpendiculaires.

Les principaux travaux de Jacques Bernoulli commencent à son retour à Bâle, en émulation avec son jeune frère Jean (section 2) de 13 ans son cadet ; celui-ci étudie la médecine mais se tourne également vers les mathématiques avec son frère aîné. Les deux frères commencent ensemble l'étude des travaux de Gottfried Leibniz⁵, père du calcul différentiel, travaux publiés en 1684 dans les *Acta Eruditorum*⁶. Jacques I est un des premiers scientifiques à comprendre et à appliquer le calcul différentiel et intégral, proposé par Gottfried Leibniz, et il le perfectionne considérablement. Jacques Bernoulli propose des applications à la mécanique et à la géométrie, ce qui permet la diffusion de ce nouveau calcul. L'expression *calcul intégral* est introduite par Jacques I en 1690, Gottfried Leibniz proposait *calcul sommatoire*.

Durant la fin des années 1680 et le début des années 1690, Jacques Bernoulli travaille sur le calcul infinitésimal qu'il met en rapport avec les courbes comme la lemniscate (figure 5) ou la spirale ; on lui doit la première introduction des coordonnées polaires en géométrie analytique. Jacques I étudie la fonction exponentielle et ses rapports avec le logarithme, découvre les propriétés d'invariance de la spirale logarithmique (figure 6) qui le fascinent. Jacques Bernoulli la nommera *spira mirabilis* et la souhaitait gravée sur sa tombe (nous avons vu, figure 4, que le graveur s'est trompé de spirale) accompagnée de la maxime *eadem mutata resurgo* (« je renais changé à l'identique ») et il y consacra un ouvrage en 1691.

¹ René Descartes (1596-1650), mathématicien, physicien et philosophe français

² Robert Boyle (1627-1691), physicien et chimiste irlandais

³ Robert Hooke (1635-1703), scientifique anglais

⁴ Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien et physicien suisse. Il fait ses études à Bâle avec comme professeur Jean I Bernoulli. À 20 ans il rejoindra, à Saint-Pétersbourg, Nicolas II et Daniel Bernoulli (sections 4 et 5), les fils de Jean I

⁵ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), philosophe, mathématicien et scientifique allemand

⁶ Revue scientifique mensuelle allemande, rédigée en latin, publiée de 1682 à 1782

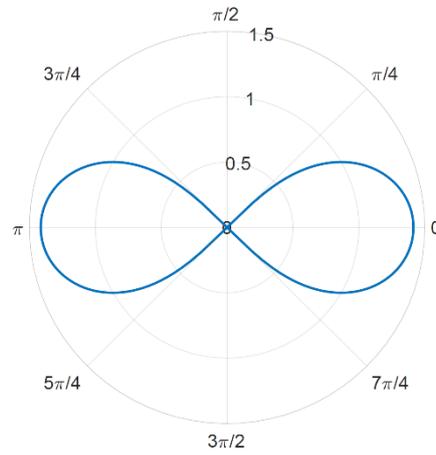


Figure 5 : Lemniscate dite de Bernoulli, première lemniscate dont la formule analytique a été exprimée (par Jacques I)

Étant donné deux points distincts $F(a,0)$ et $F'(-a,0)$, la lemniscate est l'ensemble des points M du plan tels que $MF \times MF' = a^2$, ci-dessus $a = 1$. En coordonnées polaires, la lemniscate a pour équation : $r^2 = 2a^2 \cos 2t$

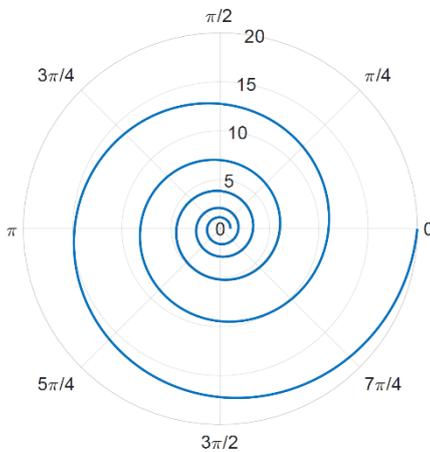


Figure 6 : Spirale logarithmique d'équation $r = a^t$ (ici $a=1,1$), qui se retrouve à l'état naturel, source [11]

En 1689, Jacques Bernoulli publie *Positiones arithmeticae de seriebus infinitis*, un de ses cinq traités sur les séries infinies (le premier en 1682 et le cinquième en 1704), qui expose son travail sur la loi des grands nombres dans la théorie des probabilités. Rédigé en latin (figure 5), on peut le feuilleter sur le lien [12].

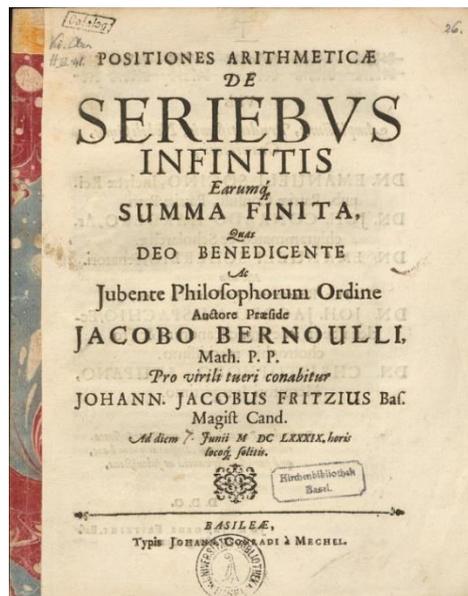
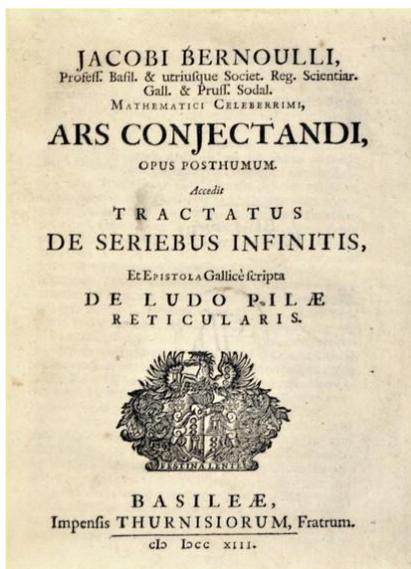


Figure 7 : Positiones arithmeticae de seriebus infinitis publié en 1689, source [12]

De 1684 à 1689, alors que Jacques Bernoulli enseigne à l'Université de Bâle, il rédige le manuscrit d'*Ars Conjectandi* (l'art de conjecturer, figure 8). Ce manuscrit, publié post-mortem en 1713, est un apport fondamental à la théorie des probabilités, science récente au XVII^e siècle.



... Atque si porrò ad aliores gradatim potestates pergere, levique negotio sequentem adornare laterculum licet :

Summae Potestatum

$$f n = \frac{1}{2} n n + \frac{1}{2} n$$

$$f n n = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n n + \frac{1}{6} n$$

$$f n^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n n$$

$$f n^4 = \frac{1}{5} n^5 + \frac{1}{2} n^4 + \frac{1}{3} n^3 - \frac{1}{30} n$$

$$f n^5 = \frac{1}{6} n^6 + \frac{1}{2} n^5 + \frac{5}{12} n^4 - \frac{1}{12} n n$$

$$f n^6 = \frac{1}{7} n^7 + \frac{1}{2} n^6 + \frac{1}{2} n^5 - \frac{1}{42} n^3 + \frac{1}{42} n$$

$$f n^7 = \frac{1}{8} n^8 + \frac{1}{2} n^7 + \frac{7}{24} n^6 - \frac{7}{24} n^4 + \frac{1}{24} n n$$

$$f n^8 = \frac{1}{9} n^9 + \frac{1}{2} n^8 + \frac{2}{3} n^7 - \frac{7}{45} n^5 + \frac{2}{9} n^3 - \frac{1}{30} n$$

$$f n^9 = \frac{1}{10} n^{10} + \frac{1}{2} n^9 + \frac{3}{4} n^8 - \frac{1}{10} n^6 + \frac{1}{4} n^4 - \frac{1}{12} n n$$

$$f n^{10} = \frac{1}{11} n^{11} + \frac{1}{2} n^{10} + \frac{5}{6} n^9 - n^7 + n^5 - \frac{1}{6} n^3 + \frac{5}{66} n$$

Quin imò qui legem progressionis inibi attentius ensperevit, eundem etiam continuare poterit absque his ratiociniorum ambagibus : Sumtã enim c pro potestatis cujuslibet exponente, fit summa omnium n^c seu

$$\int n^c = \frac{1}{c+1} n^{c+1} + \frac{1}{2} n^c + \frac{c}{2} A n^{c-1} + \frac{c \cdot c - 1 \cdot c - 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} B n^{c-3}$$

$$+ \frac{c \cdot c - 1 \cdot c - 2 \cdot c - 3 \cdot c - 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} C n^{c-5}$$

$$+ \frac{c \cdot c - 1 \cdot c - 2 \cdot c - 3 \cdot c - 4 \cdot c - 5 \cdot c - 6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} D n^{c-7} \dots \text{ \& ita deinceps,}$$

exponentem potestatis ipsius n continuè minuendo binario, quosque perveniat ad n vel nn. Literae capitales A, B, C, D & c. ordine denotant coefficients ultimorum terminorum pro f nn, f n⁴, f n⁶, f n⁸, & c. nempe

$$A = \frac{1}{6}, B = -\frac{1}{30}, C = \frac{1}{42}, D = -\frac{1}{30}.$$

Figure 8 : *Ars Conjectandi* publié en 1713, et extrait (retranscrit) *Summae Potestatum*, sources [14,15]

Trois décennies plus tôt en 1657, Christian Huygens⁷ avait publié *De ratiociniis in ludo aleae* (sur le calcul dans les jeux de hasard), premier ouvrage connu sur les probabilités. Jacques Bernoulli, dans la première partie de son manuscrit, énonce les résultats de Christian Huygens et répond aux questions posées à la fin de l'ouvrage de ce dernier. Jacques I étudie ensuite l'analyse combinatoire qu'il met en application au calcul des chances dans les jeux de cartes ou de dés, jeux très populaires au XVII^e siècle. Jacques Bernoulli termine son manuscrit en démontrant comment l'analyse combinatoire pourrait être appliquée aux processus de décisions dans des domaines très variés, de la politique à la justice en passant par le commerce ou même la vie personnelle. Le grand apport de Jacques I est d'interpréter une probabilité comme un degré mesurable de certitude. C'est le premier à introduire, sous l'appellation *théorème d'or*, la *loi des grands nombres*, essentielle dans la technique des sondages, en précisant qu'une moyenne effectuée sur un échantillon s'approche de la moyenne sur tout l'ensemble lorsque la taille de l'échantillon croît. Ce qui est maintenant appelé *épreuve* ou *schéma de Bernoulli* est exposé dans *Ars Conjectandi*. Il s'agit de la répétition de manière indépendante d'une même épreuve, pour laquelle chaque résultat ne peut prendre que deux valeurs, comme le lancé répété d'une pièce de monnaie. Jacques I associe à ce schéma la loi binomiale, loi de probabilité discrète décrite par deux paramètres : le nombre de fois où l'expérience est faite, n, et la probabilité de succès de l'expérience, p ; la probabilité de k succès dans une répétition de n expériences s'écrit :

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

C'est également dans cet ouvrage que vont apparaître pour la première fois les propriétés des nombres constituant une suite de nombres rationnels reliés à l'expression de la somme des puissances énièmes des k premiers entiers (1ⁿ+2ⁿ+3ⁿ+...+kⁿ) ; ils seront appelés ensuite par Abraham de Moivre⁸ *nombres de Bernoulli*. En 1842, Ada Lovelace⁹, traduisant une description de

⁷ Christiaan Huygens (1629-1695), mathématicien, astronome et physicien néerlandais, il a initié Gottfried Leibniz aux mathématiques en 1672 à Paris
⁸ Abraham de Moivre (1667-1754), mathématicien français, membre de la Royal Society de Londres
⁹ Ada Lovelace ou Augusta Ada King (1815-1852), pionnière britannique de l'informatique

la machine analytique de Charles Babbage¹⁰, décrit un algorithme permettant de générer des nombres de Bernoulli avec cette machine. Ainsi les *nombres de Bernoulli* sont l'objet du premier programme informatique complexe publié ! [16]

Jacques Bernoulli résout les problèmes de l'isopérimètre (recherche de la courbe, parmi toutes celles de même longueur, qui délimite une aire maximale). À partir d'un problème proposé par Christian Huygens en 1687 et Gottfried Leibniz en 1689, Jacques I étudie la courbe isochrone (courbe de descente constante, le long de laquelle une particule va descendre par gravité depuis n'importe quel point de départ jusqu'à l'extrémité exactement dans le même temps), initiant le calcul des variations. Dans un article publié en 1690 dans les *Acta Eruditorum*, Jacques Bernoulli montre que le problème de la détermination de la courbe isochrone est équivalent à la résolution d'une équation différentielle non linéaire du premier ordre, résolution qu'il fera par ce qui maintenant appelé séparation des variables. C'est dans cet article que le mot *intégrale* apparaît pour la première fois avec le sens du calcul intégral actuel.

En 1696, Jacques Bernoulli publie la première intégration de l'équation différentielle toujours appelée *équation différentielle de Bernoulli*, équation du premier ordre de la forme :

$$y'(x) + a(x)y(x) = b(x)y^m(x)$$

à ne pas confondre avec l'équation de Bernoulli en dynamique des fluides que l'on doit à Daniel Bernoulli, son neveu (section 5)

Nous avons vu que Jacques I étudie les problèmes relevant du mouvement par le calcul des variations qu'il contribue à fonder. Ainsi en 1697, il résout, simultanément avec d'autres scientifiques comme son frère Jean I avec qui les relations sont un peu tendues, Gottfried Leibniz, Isaac Newton¹¹ ou encore Guillaume de l'Hôpital¹², un problème de variations qui est la recherche de la courbe de descente la plus rapide pour un point pesant ; on parle de *courbe brachistochrone* (ainsi nommée par Jean I Bernoulli en 1718). La trajectoire qui permet le temps de descente le plus court, est un arc de cycloïde commençant par une tangente verticale.

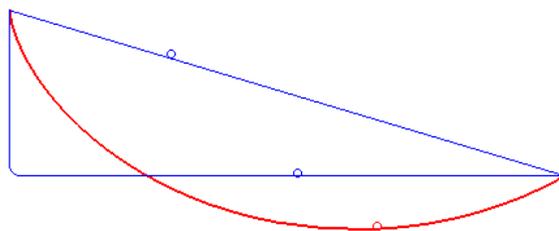


Figure 9 : Trois trajectoires de points pesants se déplaçant sans vitesse initiale du point haut au point bas, le temps le plus court correspond à la courbe rouge, dite brachistochrone, source [17]

La résistance des solides est également un sujet de recherche de Jacques Bernoulli, qui étudie par exemple la déformation de l'*elastica*, ligne élastique se déformant en flexion sans compression ni extension. Il montre que le moment de flexion est proportionnel à la courbure correspondante de la tige. On trouve dans le *Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique, résistance des corps solides* publié par Claude-Henri Navier¹³, dès sa préface de 1826 et dans la partie *Historique abrégé des recherches sur la résistance et sur l'élasticité des corps solides* [18], de nombreuses références aux publications de Jacques Bernoulli.

¹⁰ Charles Babbage (1791-1871), mathématicien britannique, précurseur de l'informatique

¹¹ Isaac Newton (1642-1727), mathématicien, physicien, astronome anglais, père de la mécanique classique, titulaire de la chaire de mathématique à l'Université de Cambridge

¹² Guillaume François Antoine marquis de l'Hôpital (1661-1704), mathématicien français

¹³ Claude Louis Marie Henri Navier (1786-1836), ingénieur et mathématicien français que l'on retrouve en mécanique des fluides avec les équations de Navier-Stokes.

Citons ici deux textes : *Curvatura laminae elasticae* (Courbure d'une plaque élastique) dans *Acta eruditorum lipsiae* en 1694, et *Véritable hypothèse de la résistance des solides, avec la démonstration de la courbure des corps qui font ressort*, une des dernières publications de Jacques Bernoulli, en mars 1705 quelques mois avant sa mort, dans les *Mémoires de l'Académie royale*. Entre 1705 et les travaux dans les années 1820 de Claude-Henri Navier, nombre de savants se sont penchés sur la résistance des solides, chacun édifiant un peu plus l'étude de la résistance des matériaux et l'élasticité. Nous n'avons pas trouvé à quelle date l'hypothèse de non gauchissement des sections droites est devenue l'*Hypothèse de Navier-Bernoulli*, mais il s'agit bien de Jacques I dont il est question dans cet intitulé.

Jacques Bernoulli a occupé la chaire de mathématiques de l'Université de Bâle jusqu'à sa mort en 1705, il a alors à peine 50 ans. Il aura eu de nombreux élèves aux brillants parcours. Nous avons déjà cité son frère Jean I, qui va lui succéder à la chaire de l'Université de Bâle, son neveu Nicolas I, et Paul Euler futur père de Leonhard Euler, citons encore Jakob Hermann¹⁴ qui soutiendra sa thèse sur les séries infinies en 1696 et que nous retrouverons auprès de Nicolas I (section 3). Jacques Bernoulli est élu membre de l'Académie royale des sciences de Paris en 1699, et en 1702, de la toute nouvelle Académie royale des sciences de Prusse dont le premier président sera Gottfried Leibniz ; son frère Jean Bernoulli dont nous allons maintenant parler en était membre depuis 1701.

2 – Jean I (1667-1748) [19,20,21,22,23,24]

Johann, ou Jean, est né le 27 juillet 1667 à Bâle. Petit frère de Jacques I, il est le dixième enfant de la famille de Nicolas Bernoulli et Margaretha Schönauer. Jean aura un fils et un petit fils avec ce même prénom, aussi il est appelé Jean I. Son père voulait qu'il reprenne le commerce d'épices familial, mais Jean I préfère étudier la médecine à l'Université de Bâle, et, en parallèle, il étudie les mathématiques avec son frère Jacques.

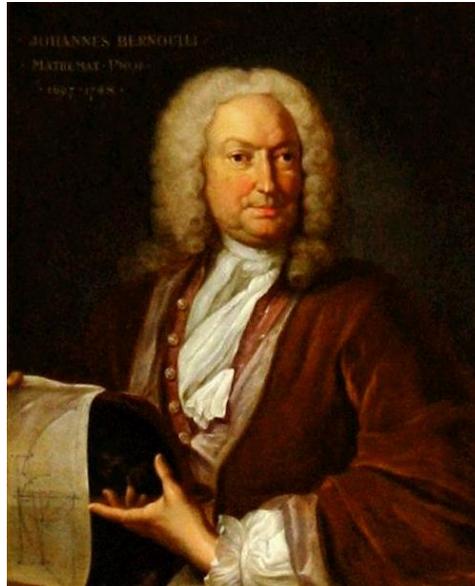


Figure 10 : Portrait de Jean I Bernoulli vers 1740 (73 ans) par Johann Rudolf Huber¹⁵, source [25]

En 1690, Jean Bernoulli, qui a alors 23 ans résout, quasi simultanément avec Christian Huygens et Gottfried Leibniz, un défi lancé par son frère Jacques I sur la forme que prend une fine chaînette suspendue en déterminant les équations de la forme exacte.

¹⁴ Jakob Hermann (1678-1733) mathématicien suisse, cousin de Leonhard Euler ; élève de Jacques I Bernoulli, il obtient sa maîtrise en 1696 en soutenant une thèse sur les séries infinies

¹⁵ Johann Rudolf Huber (1668-1748), peintre portraitiste suisse

Comme nous l'avons vu dans la section 1, les deux frères Jacques I et Jean I Bernoulli étudient le calcul infinitésimal nouvellement découvert, ils sont parmi les premiers savants à comprendre et à diffuser l'*Analyse*, nouvelle discipline. Ainsi en 1691, Jean I est à Paris, et il y enseigne le nouveau calcul leibnizien. Remarquable professeur, il rédige le premier traité de calcul différentiel et intégral à l'intention de Guillaume de L'Hôpital, futur auteur de l'ouvrage *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, premier livre français sur le calcul différentiel publié en 1696 et traduction remaniée du traité de Jean I. À Paris, Jean I Bernoulli rencontre également Gottfried Leibniz (figure 12), avec qui il entretiendra une vaste correspondance (figure 13).



Figure 11 : Portrait de Gottfried Leibniz vers 1695 (49 ans) par Christoph Bernhard Francke¹⁶, source [26]

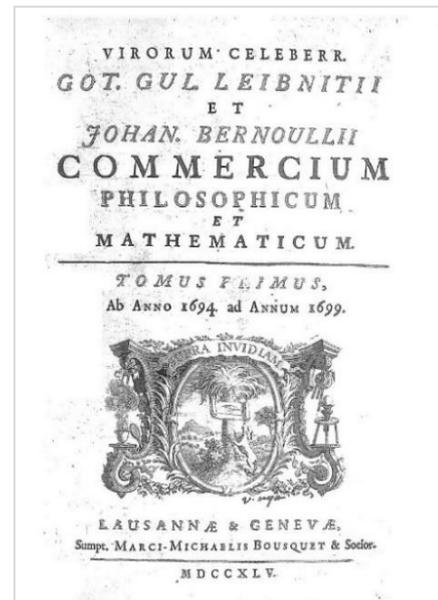


Figure 12 : *Commercium philosophicum et mathematicum*, correspondance entre Gottfried Leibniz et Jean (I) Bernoulli, publiée en 1745, source [27]

Jean Bernoulli est en relations épistolaires avec les mathématiciens de toute l'Europe, défendant le calcul infinitésimal dans un style plus contemporain que celui de son frère Jacques, de 13 ans son aîné. Formé par Jacques I, Jean I a longtemps travaillé en bonne entente avec lui pour développer les applications du nouveau calcul infinitésimal, cependant une rivalité s'est créée entre eux lors de résolution de problèmes. Les polémiques scientifiques des deux frères sont publiques et leurs excès a conduit l'Académie royale des sciences de Paris, lorsqu'ils y ont été admis au tout début du XVIII^e siècle, à les appeler à la modération. On peut lire cette note en bas de page de l'article *Solution du problème sur les isopérimètres, proposé par M. Jacques Bernoulli dans les actes de Leipzig du mois de mai de l'année 1697 ; trouvée en deux manières par M. Jean Bernoulli, son frère et communiquée à M. Leibnitz au mois de Juin 1698* (page 424 du tome 1 de l'ouvrage *Opera omnia* de Jean Bernoulli, 1742, [28]) :

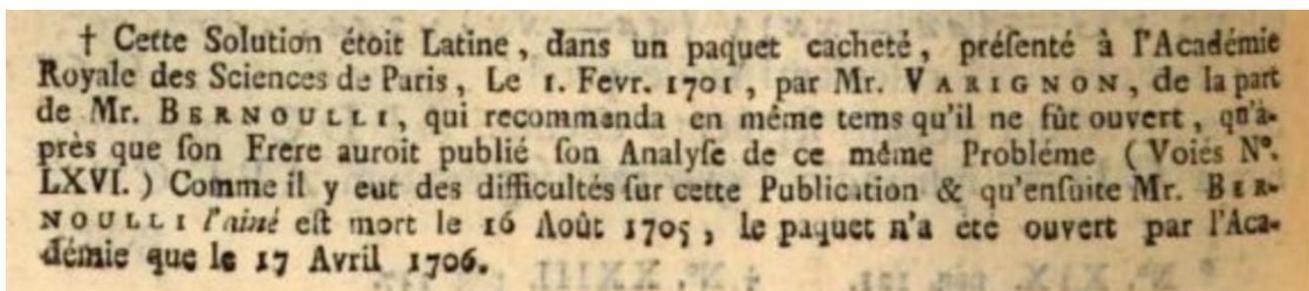


Figure 13 : Note de bas de page de l'article *Solution du problème sur les isopérimètres*, de Jean Bernoulli, publié dans *Opera omnia - Tomus primus* en 1742 ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [28]

¹⁶ Christoph Bernhard Francke (1665-1729), officier et peintre allemand

On doit à Jean Bernoulli la notation g pour désigner l'accélération de la pesanteur. Dans le domaine de la mécanique, comme son frère Jacques I, Jean I prônent les idées cartésiennes (théorie de René Descartes où l'Univers est composé d'un ensemble de tourbillons imbriqués au centre desquels se trouvent les astres Soleil et planètes, expliquant l'attraction à distance) s'opposant ainsi la théorie de la gravitation d'Isaac Newton, et retardant le développement de la mécanique newtonienne en Europe. Néanmoins, Jean et Jacques Bernoulli contribuèrent aux avancées de la mécanique, en particulier Jean I, qui d'après Joseph-Louis Lagrange¹⁷, prit la mesure le premier de la généralité et de l'importance du principe des vitesses virtuelles. Jean Bernoulli est donc un des fondateurs de la mécanique analytique avec le principe des déplacements virtuels. À ce sujet, on peut lire en français [29] *Discours sur les loix de la communication du mouvement* daté de 1727 (figure 14). Jean I réalise également des travaux en optique, ainsi qu'une théorie des marées et une théorie de la manœuvre des vaisseaux [30] (figure 15).

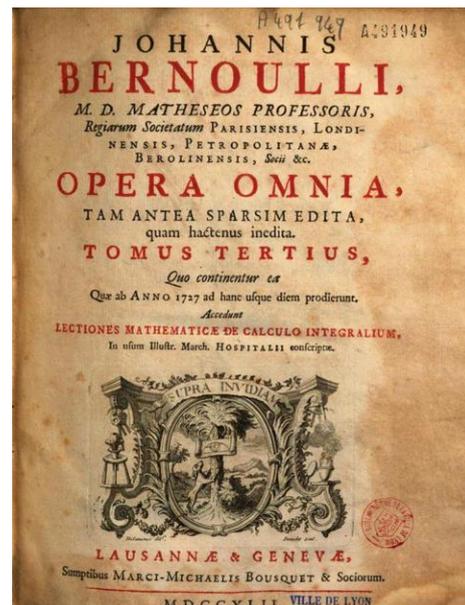
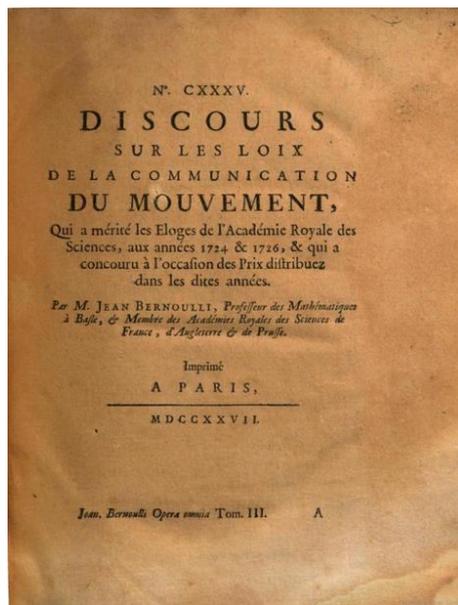


Figure 14 : *Discours sur les loix de la communication du mouvement* (1727), de Jean Bernoulli, publié dans *Opera omnia - Tomus tertius* en 1742 ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [29]

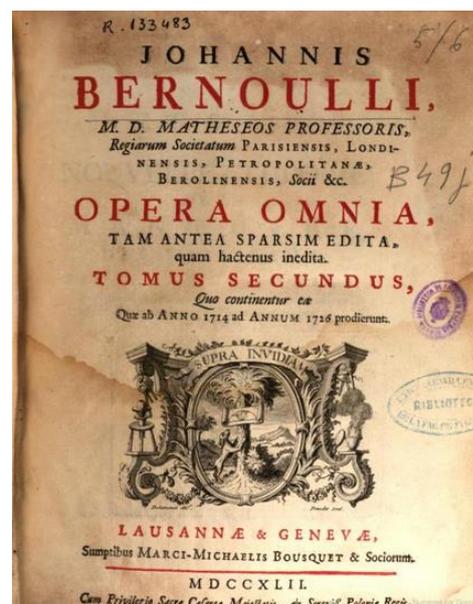
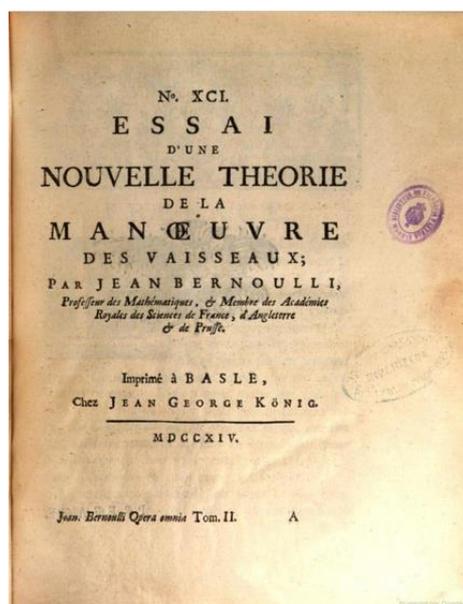


Figure 15 : *Essai d'une nouvelle théorie de la manœuvre des vaisseaux*, de Jean Bernoulli, publié dans *Opera omnia - Tomus secundus* en 1742 ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [30]

¹⁷ Joseph-Louis de Lagrange ou Giuseppe Luigi Lagrangia (1736-1813), mathématicien, mécanicien et astronome naturalisé français en 1802

En mars 1694, à Bâle, Jean Bernoulli épouse Dorothea Falkner (1673-1764), avec qui il aura de nombreux enfants, nous évoquerons quatre d'entre eux dans la suite de ce document. Son fils Nicolas II (section 4) naît en 1695, année où Jean I obtient une chaire de mathématiques à l'Université de Groningue, Pays-Bas. C'est à cette époque qu'avec Gottfried Leibniz, ils procèdent aux premières études des fonctions exponentielles (appellation donnée par Gottfried Leibniz), développées ensuite par son frère Jacques I, puis, perfectionnées par Leonhard Euler. Sa fille Anna Katharina et son fils Daniel (sections 7 et 5) sont nés en 1698 et 1700 à Groningen.

En 1701, Jean Bernoulli, parallèlement à Gottfried Leibniz, fonde la méthode de décomposition des fractions rationnelles en éléments simples, technique fondamentale permettant de calculer des primitives et des intégrales alors jugées inaccessibles. On doit également à Jean I des travaux sur les fonctions et calculs exponentiels qu'il développa en 1691, sur les fonctions circulaires (trigonométrie) ainsi que sur le problème d'une particule se déplaçant dans un champ de gravité, problème de la courbe brachistochrone ainsi dénommée par lui en 1718.

En 1705, Jean I revient à Bâle, son frère Jacques I vient de mourir et il lui succède à la chaire de mathématiques. À l'Université de Bâle, Jean I a alors comme élève son neveu Nicolas I (section 3), et aura également comme élèves ses fils Nicolas II, Daniel et Jean II né en 1710 (sections 4, 5 et 6) ainsi que Leonhard Euler, dont le père Paul Euler avait étudié les mathématiques avec Jacques I, ou encore Jean d'Alembert¹⁸ qui dira de lui « *Je lui dois presque entièrement le peu de progrès que j'ai fait en géométrie* ».

Au décès de Gottfried Leibniz en 1716, Jean Bernoulli reste le principal représentant de l'analyse en Europe ; il continuera à défendre Gottfried Leibniz dans la polémique de priorité d'élaboration des principes du calcul infinitésimal menée par des membres de la Royal Society qui en donnaient la paternité à Isaac Newton.

Les polémiques familiales de Jean Bernoulli ont repris lorsque son fils Daniel fut reconnu par la communauté scientifique. En 1734, Jean I prit ombrage de devoir partager avec Daniel le prix de l'Académie royale des Sciences de Paris, il semble alors que le fils dut partir de la maison familiale. En 1738, Daniel Bernoulli publia son ouvrage *Hydrodynamica*, œuvre majeure de la mécanique des fluides dont le titre donnera le nom de cette nouvelle science. Le premier manuscrit d'*Hydrodynamica* date de 1733 mais la publication a été retardée. Jean I qui a eu connaissance des travaux de son fils Daniel, commence alors de son côté la rédaction de son traité *Hydraulica*, qu'il achèvera en 1740 et publiera en 1742, mais il précisera dans le titre, afin de contester à son fils la priorité de ses recherches : *Hydraulica nunc primum detecta ac demonstrata directe ex fundamentia pure mechanicis. Anno 1732*, c'est-à-dire « Hydraulique, aujourd'hui pour la première fois découverte et directement démontrée à partir de fondements purement mécaniques. Année 1732 » ! Ce texte fait partie du tome 4 de *Opera Omnia* (page 387) de Jean Bernoulli publié en 1742 (figure 16) [31].

¹⁸ Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), mathématicien, physicien et encyclopédiste français

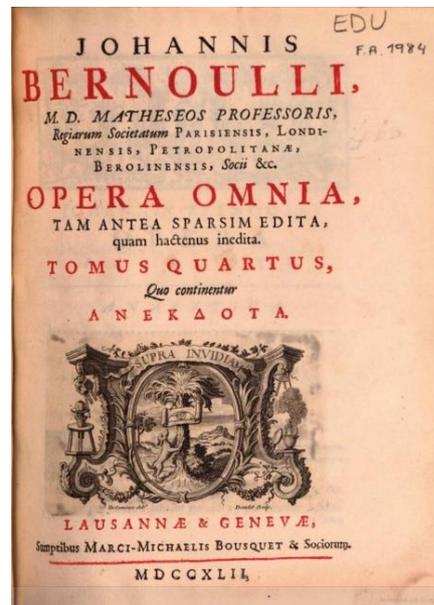
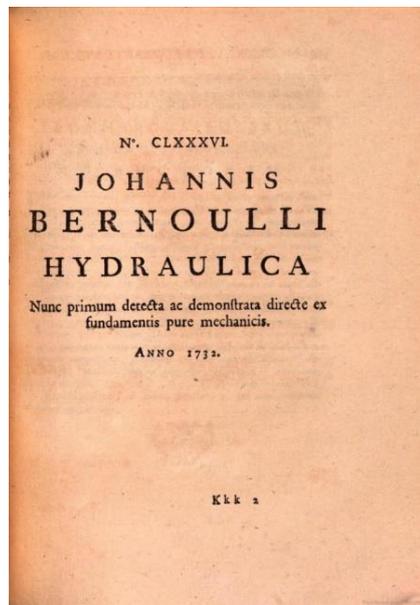


Figure 16 : *Hydraulica, nunc primum detecta ac demonstrata directe ex fundamentis pure mechanicis.* Anno 1732, de Jean Bernoulli, publié dans *Opera omnia - Tomus quartus* en 1742 ; rédigé en latin, on peut le feuilleter sur [31]

Jean Bernoulli sera membre de l'Académie royale des sciences de Paris et de l'Académie royale des sciences de Berlin en 1701, de la Société royale de Londres en 1712 et de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg en 1735.

Il est possible de lire des articles et courriers de Jean Bernoulli dans les quatre tomes de ses ouvrages *Opera Omnia* publiés en 1742 (six ans avant son décès). Nous avons déjà cité quelques titres, ajoutons quelques exemples :

- *Solution du problème de la courbure que fait une Voile enflée par le vent*, article signé par Mr. Bernoulli, frère du Professeur à Bâle (tome 1 [28] page 59). Des articles sont également signés Mr. Bernoulli, le médecin (voir *Solution d'un problème proposé dans le 28^{ème} journal de cette année 1693* tome 1 [28], page 67) ;
- *Sur les jeux de Hazard, lettre de M. Jean Bernoulli à M. de Montmort* (tome 1 [28] page 453) ;
- *Sur la lumière des Corps frottez* (tome 1 [28] page 435) ;
- *Le cabestan délivré des inconvénients ordinaire, par rapport à son usage sur mer - 1739* (tome 4 [31] page 205) ;
- *Du pendule composé dans un milieu résistant* (tome 4 [31] page 382).

3 – Nicolas I (1687-1759) [32,33,34,35]

Nikolaus, ou Nicolas, est né le 21 octobre 1687 à Bâle, il y mourra en 1759. Nicolas est le neveu de Jacques I et Jean I, fils de leur frère Nicolas (1662-1716) artiste peintre. Jean I aura également un fils Nicolas, mathématicien ; celui qui nous intéresse dans cette section sera dénommé Nicolas I pour le différencier de son cousin Nicolas II (section 4).

Nicolas Bernoulli étudie le droit et les mathématiques, élève de son oncle Jacques à l'Université de Bâle. En 1704, Nicolas I obtient sa maîtrise en défendant des thèses de son oncle Jacques I sur les séries infinies. Jacques Bernoulli meurt l'année suivant en 1705, laissant ses travaux inachevés, c'est-à-dire un manuscrit de synthèse sur les jeux de hasard, la logique du probable et l'estimation des probabilités correspondant à une vingtaine d'années de travaux, ainsi que tous les éléments de recherche qui pouvaient permettre de compléter son manuscrit. Nicolas I et Jakob Hermann, que nous avons croisé en évoquant Jacques I, aident ce dernier à la fin de sa vie pour finaliser son

manuscrit *Ars Conjectandi* ; ainsi les travaux de l'oncle sont parfaitement connus du neveu lorsqu'il présente une thèse de doctorat sur l'application des probabilités à certains problèmes juridiques en 1709, intitulée *De usu artis conjectandi in jure* (sur l'usage de l'art de la conjecture en droit), qui sera publiée sous une forme abrégée dans un article des *Acta Eruditorum*.

Au décès de Jacques I, Jean Bernoulli succède à son frère comme professeur de mathématique à l'Université de Bâle et auprès de son neveu Nicolas I, âgé de 18 ans, dans son initiation aux développements du calcul différentiel et intégral de Gottfried Leibniz. En 1712 et 1713, Nicolas I voyage en Europe, il rencontre des mathématiciens (Isaac Newton en Angleterre, Abraham de Moivre et Pierre Rémond Montfort¹⁹ en France) avec lesquels il aura toute sa vie une correspondance scientifique. Nicolas Bernoulli a peu publié, cependant ses très nombreux courriers recèlent de ses travaux sur la théorie des probabilités, les équations différentielles ou la convergence des séries infinies. Un exemple de la correspondance de Nicolas I est publié par Pierre Rémond de Montmort dans son ouvrage *Essay d'analyse sur les jeux de hasard* portant sur les probabilités. On y trouve notamment dans une lettre datée de 1713 (figure 17), la première évocation du jeu de pile ou face et la première formulation de ce qui sera par la suite appelé le *paradoxe de Saint-Pétersbourg*. Cette appellation viendra de la publication en 1738 dans les *Commentarii* de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg par cousin Daniel Bernoulli (section 5) de l'essai *Théorie sur la mesure du risque*, où il propose une solution au paradoxe énoncé 25 ans plus tôt par Nicolas I.

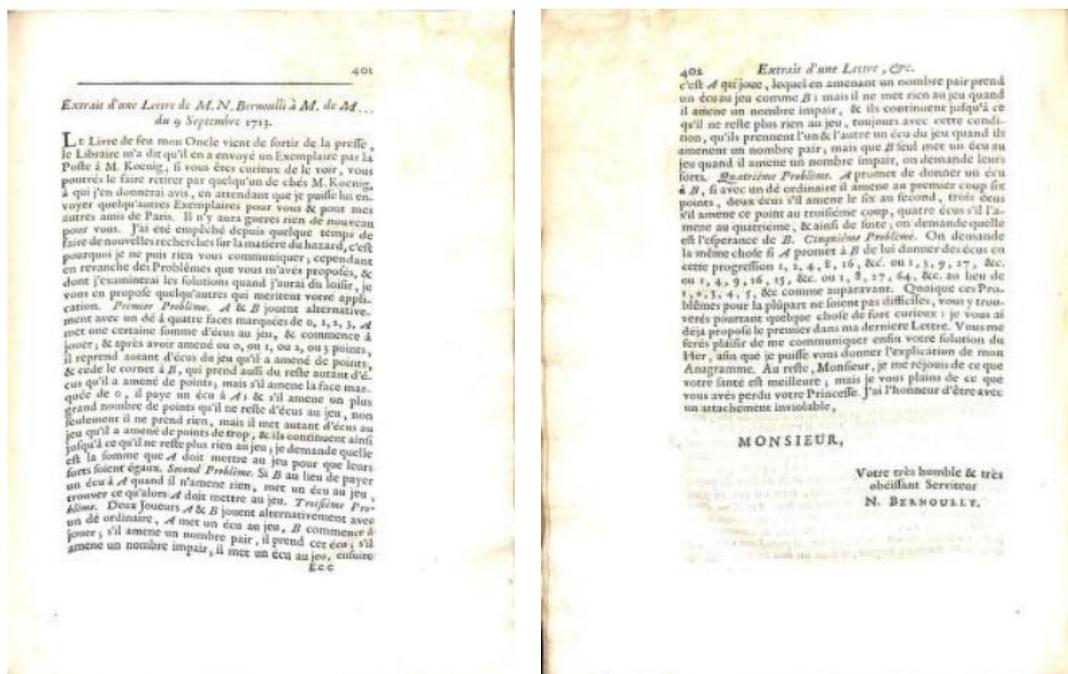


Figure 17 : Extrait de la lettre de Nicolas Bernoulli à Pierre Rémond de Montmort en date du 9 septembre 1713 ; rédigé en français on peut la feuilleter sur [36]

Paradoxe de Saint-Pétersbourg [37, 38] :

C'est un jeu de jeté de pièces entre deux joueurs (désignés par A et B dans la lettre), lorsque face apparaît le jeu s'arrête : A promet à B de lui donner des écus en cette progression 1, 2, 4, 8, 16, etc. Autrement dit si le tirage est face au premier jeté, B gagne 1, et le jeu s'arrête. Si le tirage est pile-face, B gagne 2, si c'est pile-pile-face, B gagne 4, etc. Quoique ces problèmes pour la plupart ne soient pas difficiles, vous y trouverez pourtant quelque chose de fort curieux conclue Nicolas Bernoulli dans sa lettre de 1713. En quoi est-ce curieux et donc où est le paradoxe ?

¹⁹ Pierre Rémond de Montmort (1678-1719), mathématicien français, élu à l'Académie des sciences en 1716

Lié aux probabilités et à la théorie de la décision en économie, ce paradoxe consiste en un jeu de loterie modélisé par une variable aléatoire dont l'espérance mathématique est infinie, et pour lequel les participants n'accepteraient de payer qu'une petite somme d'argent pour y jouer. Le paradoxe de Saint-Pétersbourg montre qu'un critère de décision naïf basé uniquement sur l'espérance mathématique amène à des choix que personne ne ferait dans la pratique.

B parie une mise initiale, encaissée par A, le jeté de la pièce de monnaie à pile ou face continue tant qu'elle sort pile. Le jeu se termine quand face sort, alors A paie son gain à B. Ce gain est la mise initiale doublée pour chaque apparition de pile : le gain est donc de 1 si face sort au premier jeté, 2 si face sort au deuxième, 4 au troisième, 8 au quatrième, ... Donc, si face apparaît pour la première fois au $n^{\text{ième}}$ jeté, A paie $2^{(n-1)}$ à B. La question qui se pose est de savoir quelle est la mise initiale B pour qu'elle soit égale à son espérance de gain, et qu'en conséquence ni B ni A ne soient avantagés. Donc, si la loi des grands nombres s'applique, quel est le gain moyen espéré du joueur au cours d'une partie ?

Examinons le calcul : Le joueur mise par exemple un écu, il gagne une fois sa mise, donc 1 écu, si face sort au premier lancé, et la probabilité pour que ce cas arrive est de $1/2$, l'espérance de gain pour ce cas est donc $1/2 \times 1 = 1/2$. La probabilité que face sorte au deuxième lancé est de $1/2 \times 1/2 = 1/4$, le gain est de 2 fois la mise, ce qui donne une espérance de gain de $1/2$ écu. En généralisant, la probabilité que face sorte au $n^{\text{ième}}$ lancé est de $(1/2)^n$ pour un gain de $2^{(n-1)}$ d'où une espérance de gain de $1/2$ écu. L'espérance est la somme des espérances de gain de tous les cas, c'est donc la somme d'une infinité de terme de $1/2$, soit une infinité d'écus.

Le paradoxe est que si l'on applique la loi des grands nombres, le joueur devrait miser l'ensemble de ses biens puisque le jeu offre une espérance de gain infinie, ce qui est nécessairement supérieure à toutes les mises, ce que pourtant aucun joueur ne fait.

Les échanges épistolaires entre Nicolas I Bernoulli et Pierre de Montfort peuvent être feuilletés sur le lien [39] à partir de la page 283 de l'ouvrage de ce dernier, *Essay d'analyse sur les jeux de hasard*. Nicolas Bernoulli correspondra également avec Gottfried Leibniz et Leonhard Euler sur des problèmes d'analyse, de convergence. Dans ces échanges, en 1737, Nicolas I propose une solution au problème de la somme des inverses des carrés, $\sum (1/n^2)$, sur lequel son oncle Jacques I et Gottfried Leibniz ont buté (mais notons qu'en comparaison, on sait seulement depuis 1978 que la somme des inverses des cubes est irrationnelle !).

Élu membre de l'Académie des sciences de Berlin en 1713, et de la Royal Society de Londres l'année suivante, Nicolas Bernoulli a 29 ans en 1716, lorsqu'il est nommé à la chaire de mathématiques à l'Université de Padoue succédant à Jakob Hermann et grâce à l'appui de Gottfried Leibniz (on peut lire sur ce lien [40] les circonstances de sa nomination). Nicolas I restera trois années à Padoue, il y poursuit les travaux de son oncle Jacques sur les équations différentielles. Nicolas I apporte ainsi sa contribution à la résolution de l'équation différentielle proposée par Iacopo Riccati²⁰ :

$y' = ay^2 + bx^n$, avec a , b et n des constantes réelles. Daniel Bernoulli (section 5), cousin de Nicolas I et fils de Jean I, travailla également sur la résolution de cette équation.

En 1722, Nicolas Bernoulli retourne à Bâle où il est titulaire de la chaire de logique puis de celle de droit des fiefs en 1731 jusqu'à sa mort à 72 ans en 1759.

Le nom de Nicolas Bernoulli est souvent associé à la publication posthume, en 1713, de *Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli, son oncle (section 1). D'après [34] il y aurait confusion entre la publication de l'ouvrage, due à l'épouse et au fils de Jacques I, et au fait que Nicolas I ait continué

²⁰ Iacopo Francesco Riccati (1676-1754), physicien et mathématicien italien et père de deux scientifiques Vincenzo Riccati (1707-1775), mathématicien, et Giordano Riccati (1709-1790), physicien et architecte

les travaux de son oncle sur ce qui s'appellera le calcul des probabilités. Les recherches de Nicolas Bernoulli portant sur le projet *d'usage et d'application de l'art de conjecturer aux affaires civiles, morales et économiques* développé pendant la courte période 1705-1714 ont contribué à diffuser modestement les premières tentatives théoriques. En 1865, Isaac Todhunter²¹ dans son ouvrage *History of the theory of probability*, écrit : *L'Ars Conjectandi a été publié en 1713. Une préface de deux pages a été fournie par Nicolas Bernoulli, le fils d'un frère de Jacques et de Jean.*

4 – Nicolas II (1695-1726) [32,41,42,43]

Nikolaus, ou Nicolas, est né le 6 février 1695 à Groningen, Pays-Bas, où son père Jean I (section 2) est nommé professeur de mathématiques à l'Université. Nicolas Bernoulli meurt le 31 juillet 1726 à Saint-Pétersbourg d'un accès de fièvre (sans doute une appendicite), il n'a que 31 ans. Nicolas est le neveu de Jacques I et le fils aîné de Jean I, pour le différencier de son cousin Nicolas I de la section précédente, il est appelé Nicolas II. Nicolas II Bernoulli aura deux frères Daniel et Jean II (sections 5 et 6), ainsi qu'une sœur Anna Katharina, qui n'aura pas une carrière de scientifique (c'est très rarement possible pour les femmes à cette époque ...) mais dont la descendance s'illustrera dans les sciences (section 7).



Figure 18 : Portrait de Nicolas II Bernoulli vers 1723 (28 ans), par Johann Rudolf Huber²², source [44]

Nicolas II Bernoulli étudie, très jeune, les mathématiques à l'université de Bâle. Il est aussi polyglotte, obtient une maîtrise en philosophie en 1711 à 16 ans, un doctorat en droit en 1715. Alors qu'il a à peine plus de 20 ans, Nicolas II passe une année à Venise comme précepteur. Puis en 1723, à 28 ans, il est nommé professeur de droit supérieur à l'Académie de Berne en Suisse. Nicolas II sera l'assistant de son père Jean I. En particulier il est l'auteur de lettres défendant Gottfried Leibniz dans la polémique de priorité d'élaboration des principes du calcul infinitésimal menée par des membres de la Royal Society qui en donnaient la paternité à Isaac Newton. Il est également au côté de son père lors du conflit de priorité entre ce dernier et Brook Taylor²³ sur la solution au problème du centre d'oscillation.

²¹ Isaac Todhunter (1820-1884), mathématicien anglais, membre de la Royal Society, auteur de livres sur l'histoire des mathématiques. La citation dans le texte est : *The Ars Conjectandi was published in 1713. A preface of two pages was supplied by Nicolas Bernoulli, the son of a brother of James and John*

²² Johann Rudolf Huber (1668-1748), portraitiste Suisse de Bâle

²³ Brook Taylor (1685-1731), mathématicien anglais

À l'automne 1725, avec son frère Daniel (section 5), répondant à l'invitation de Pierre le Grand²⁴ qui vient de fonder l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, Nicolas Bernoulli arrive en Russie. Il occupe le poste de mathématiques et physique durant seulement huit mois puisqu'il meurt brutalement en juillet 1726. Son poste sera repris par son frère Daniel ; Leonhard Euler, son ami et élève de son père Jean I arrivera à Saint-Pétersbourg en 1727 auprès de Daniel.

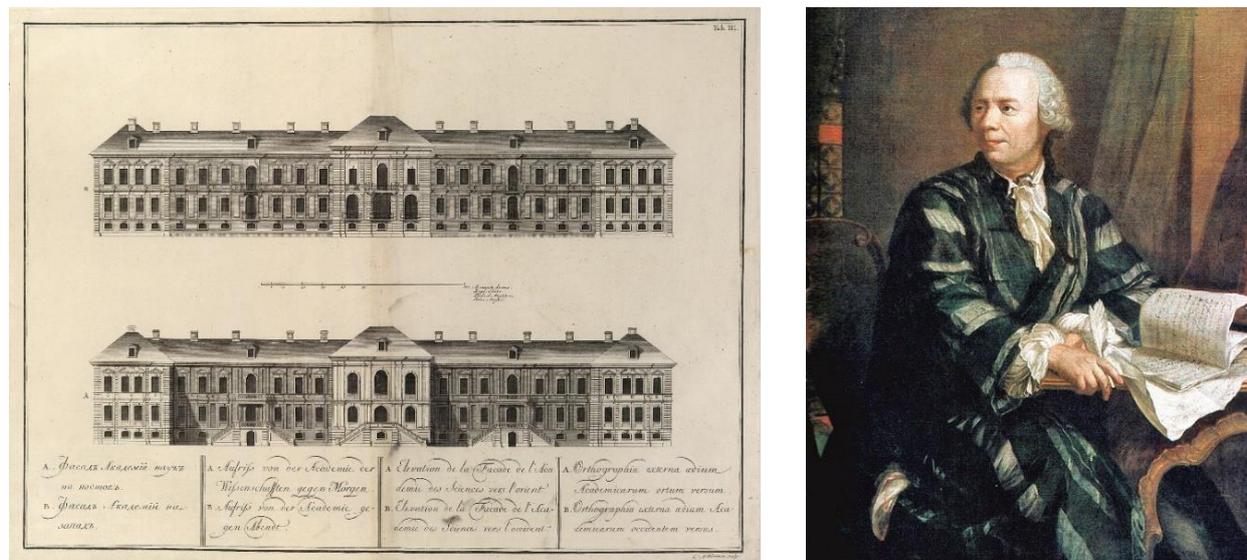


Figure 19 : Gravure de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg créée en 1724, et portrait de Leonhard Euler vers 1756 (49 ans) par Jakob Emanuel Handmann²⁵, sources [45,46]

Malgré une vie très courte, Nicolas II Bernoulli a travaillé sur de nombreux domaines comme les probabilités, il discutera avec son frère Daniel du paradoxe de Saint-Pétersbourg et sur lequel Daniel publiera (voir section 3). Nicolas II travaille également sur les équations différentielles ou les courbes en particulier sur les courbes orthogonales. (Deux familles de courbes sont dites orthogonales lorsqu'en tout point commun à une courbe de chaque famille, les tangentes sont orthogonales, comme une famille de cercles concentriques et les rayons de ces cercles ou encore les parallèles et méridiens de la Terre ; les méthodes usuelles de détermination de trajectoires orthogonales sont données par la résolution d'équations différentielles).

5 – Daniel (1700-1782) [21,23,47,48,49,50,51,52,53]

Daniel est né le 8 février 1700 à Groningen au Pays-Bas où son père Jean I (section 2) est professeur de mathématiques à l'université depuis 1695 et pour encore 5 années. Daniel Bernoulli vivra quelques années à Saint-Pétersbourg, puis reviendra à Bâle, où il mourra à 82 ans le 17 mars 1782.

Son père Jean I pousse Daniel vers une carrière liée au commerce, mais celui-ci fera des études médecine qu'il commence à Bâle en 1716, qu'il poursuit à Heidelberg (Allemagne) en 1718 puis à Strasbourg en 1719. Daniel Bernoulli revient à Bâle en 1720, il est docteur en médecine en 1721. Au cours de sa formation, les mathématiques occupent une place importante. Daniel apprendra auprès de son père Jean I et surtout de son frère Nicolas II les derniers développements du calcul infinitésimal. Ainsi, sa thèse de médecine mêle les deux aspects de sa formation, portant sur le mécanisme de la respiration, ses travaux s'orientent plus vers la physique mathématique plutôt que la médecine.

²⁴ Pierre 1^{er} ou Pierre le Grand (1672-1725), tsar de Russie en 1682 et empereur de toutes les Russies en 1721

²⁵ Jakob Emanuel Handmann (1781-1781), peintre-portraitiste suisse



Figure 20 : Portrait de Daniel Bernoulli vers 1750 (environ 50 ans), source [54]

En 1723, Daniel Bernoulli se rend à Venise afin de poursuivre sa formation auprès du médecin Pietro Antonio Michelotti²⁶. C'est durant ce séjour qu'il rédige et publie, avec l'appui de Christian Goldbach²⁷, son premier ouvrage, *Exercitationes quædam mathematicæ* (Quelques exercices mathématiques). Comprenant quatre parties, l'ouvrage traite des probabilités via un jeu pratiqué à Venise dans ce XVIII^e siècle (le jeu du pharaon), de l'écoulement de l'eau par un orifice dans un réservoir, des équations de Ricatti (voir section 3) et de problèmes géométriques sur des figures délimitées par deux arcs de cercle. On remarquera sur la page de garde (figure 21) la mention *Joh. Fil.* (« fils de Jean »).

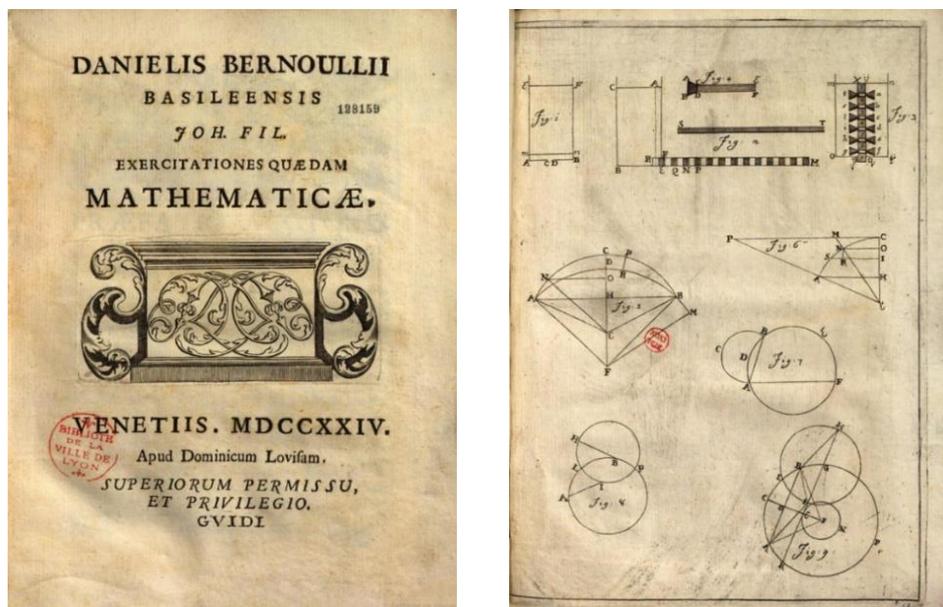


Figure 21 : *Exercitationes quædam mathematicæ*, de Daniel Bernoulli, 1724 ; rédigé en latin (est proposée ici la seule page de schémas) on peut le feuilleter sur [55]

²⁶ Pierre Antonio Michelotti (1673-1740), médecin vénitien qui a suivi les enseignements de Jakob Hermann, élève de Jacques I Bernoulli sur le calcul différentiel et intégral ; Jakob Hermann lui fit connaître deux textes fondamentaux pour sa nouvelle doctrine iatro-mécanique (phénomène essentiellement mécanique de la sécrétion), les traités *De motu musculorum* (1694) et *De effervescentia et fermentatione* (1690) de Jean I Bernoulli. Michelotti joua un rôle dans la nomination de Nicolas I Bernoulli à la chaire de mathématiques de Padoue laissée vacante par Jakob Hermann en 1716 (voir section 3)

²⁷ Christian Goldbach (1690-1764), mathématicien allemand, membre de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg

En 1725, Daniel Bernoulli accepte, avec son frère Nicolas II, l'invitation de Pierre le Grand qui vient de fonder l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg. Daniel est alors professeur au département de Physiologie. Nicolas II meurt quelques mois après leur arrivée, Daniel reprend la chaire de mathématiques et de physique, et est rejoint en 1727 par son grand ami Leonhard Euler que nous avons déjà croisé avec les autres membres de la famille Bernoulli. Commence alors pour Daniel Bernoulli une période scientifiquement très fructueuse. Daniel Bernoulli et Leonhard Euler travaillent ensemble dans plusieurs domaines des mathématiques et de la physique. Tous les deux, ainsi que Jean I Bernoulli, recevront plusieurs années le prix annuel de l'Académie royale des sciences de Paris ; Daniel Bernoulli le reçut en :

- 1725 pour *Sur la manière la plus parfaite de conserver sur mer l'égalité du mouvement des clepsidres ou sabliers* ;
- 1734 partagé avec son père Jean I (figure 22) pour la question *Quelle est la cause de l'inclinaison des plans des orbites des planètes par rapport au plan de l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe, et d'où vient que les inclinaisons de ces orbites sont différentes entre elles ?* ;
- 1737 pour la troisième question *Quelle est la meilleure manière d'éprouver les ancres ?* (Jean I l'ayant reçu pour la première question *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux ancres ?*) ;
- 1740 partagé avec Leonhard Euler pour *Sur le flux et le reflux de la mer* ;
- 1743 avec Leonhard Euler pour *Sur la meilleure construction des boussoles d'inclinaison* ;
- 1747 pour son ouvrage *Recherches mécaniques et astronomiques* ;
- 1751 pour *La meilleure manière de déterminer quand on est en mer, les courans, leur force & leur direction* ;
- 1757 pour *La meilleure manière de diminuer le plus qu'il est possible le roulis & le tangage d'un navire*.

Ces prix sont d'une valeur de de 2000 à 5000 livres. On peut lire sur [56] la liste des récipiendaires de 1720 à 1792, on y trouvera également le nom de *Jean Bernoulli (fils)* dont nous parlerons dans la section suivante.

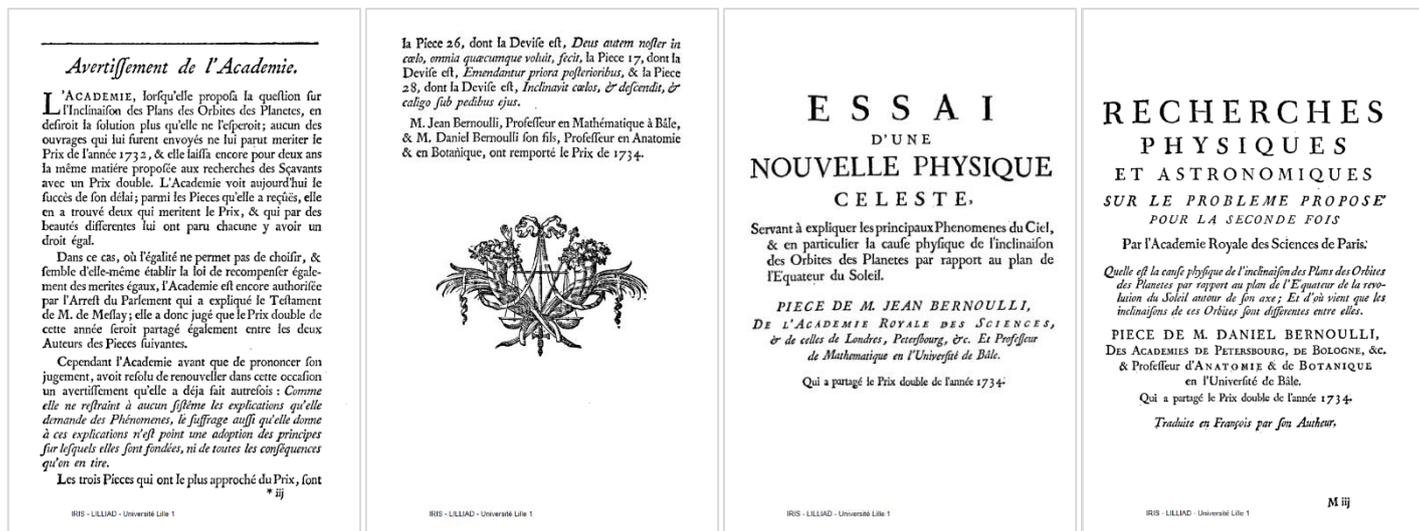


Figure 22 : Extraits du Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'Académie royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent, tome troisième, 1738 : les deux pages d'avertissement de l'Académie expliquant le choix de l'égalité, et les pages de gardes des deux publications père (Jean I) et fils (Daniel) pour le prix de 1734 ; rédigés en français on peut les feuilleter sur [57]

Lorsqu'il est établi à Saint-Pétersbourg, Daniel Bernoulli réalise des travaux majeurs sur les phénomènes oscillatoires et l'acoustique, il définit les nœuds et la fréquence d'oscillation d'un système. Il travaille également sur le parallélogramme des forces, la dynamique des corps solides ou encore les phénomènes de friction ou l'inclinaison des orbites planétaires... Daniel Bernoulli

entreprind également des travaux en hydrodynamique et c'est à cette période qu'il rédige son ouvrage *Hydrodynamica*.

En 1733, Daniel Bernoulli quitte Saint-Pétersbourg avec une première version d'*Hydrodynamica* dont la publication sera annoncée dès septembre 1734 dans la gazette *Mercure suisse*, cependant son manuscrit ne sera publié qu'en 1738. Cet ouvrage majeur, dont tire son nom l'hydrodynamique, contient de nombreuses avancées. Partant de la loi des gaz de Boyle-Mariotte²⁸ (à température constante, la pression est inversement proportionnelle au volume et réciproquement), Daniel Bernoulli explique les propriétés macroscopiques d'un gaz par les mouvements de ses molécules, et énonce les premiers éléments de la théorie des gaz ; il donnera également, mais pas dans le détail, l'équation d'état des fluides proposé par Johannes Diderik van der Waals²⁹ en 1873.

Dans *Hydrodynamica*, Daniel Bernoulli propose une première théorie générale des écoulements basée sur le principe de conservation de l'énergie (appelée alors conservation des forces vives) et sur l'hypothèse du parallélisme des tranches. Cette hypothèse propose de diviser le fluide en tranches parallèles animées de vitesses homogènes dans la direction de l'écoulement du fluide. Cela ramène l'étude du mouvement à une seule dimension, ce qui permet la modélisation par des équations différentielles plus simples et maîtrisées par les savants de cette première moitié du XVIII^e siècle. Daniel Bernoulli relie alors ses résultats théoriques de cette approche unidimensionnelle, aux résultats expérimentaux réalisés avec Leonhard Euler entre 1730 et 1733.

Le *théorème de Bernoulli* est présent dans *Hydrodynamica*. Traduisant la conservation de l'énergie dans le cas d'un écoulement stationnaire, initialement formulé pour des fluides en circulation dans une conduite, c'est encore de nos jours un des principes fondamentaux de l'hydrodynamique et de l'aérodynamique, et donc de l'aéronautique, même s'il apparaît à l'époque sous une forme très différente de celle utilisée de nos jours. Ce théorème énonce que pour un écoulement incompressible, parfait et stationnaire d'un fluide homogène soumis uniquement aux forces de pression et de pesanteur, une augmentation de vitesse entraîne une diminution de pression. Daniel Bernoulli établit donc pour la première fois un lien entre vitesse et pression du fluide dans les cas d'écoulements stationnaires.

Jean I Bernoulli (section 2), père de Daniel, publie quelques années après, sa propre théorie du mouvement des fluides. Par sa très dense correspondance avec Leonhard Euler, dont il a été le professeur, Jean I a eu connaissance très tôt des travaux de son fils. Jean Bernoulli termine la rédaction de son propre traité en 1740, il sera publié 1742 sous le titre, *Hydraulique, aujourd'hui pour la première fois découverte et directement démontrée à partir de fondements purement mécaniques. Année 1732*, afin de contester à Daniel la priorité de ses travaux. Notons que Daniel Bernoulli, sur la couverture de son ouvrage *Hydrodynamica*, se présente comme *Joh. Fil.* (« fils de Johann ») (figure 23).

²⁸ Des noms des codécouvreurs, indépendamment l'un de l'autre : Robert Boyle (1627-1691), physicien et chimiste irlandais et Edmé Mariotte (1620-1684), abbé physicien et botaniste français

²⁹ Johannes Diderik van der Waals (1837-1923), physicien néerlandais, prix Nobel de physique en 1910

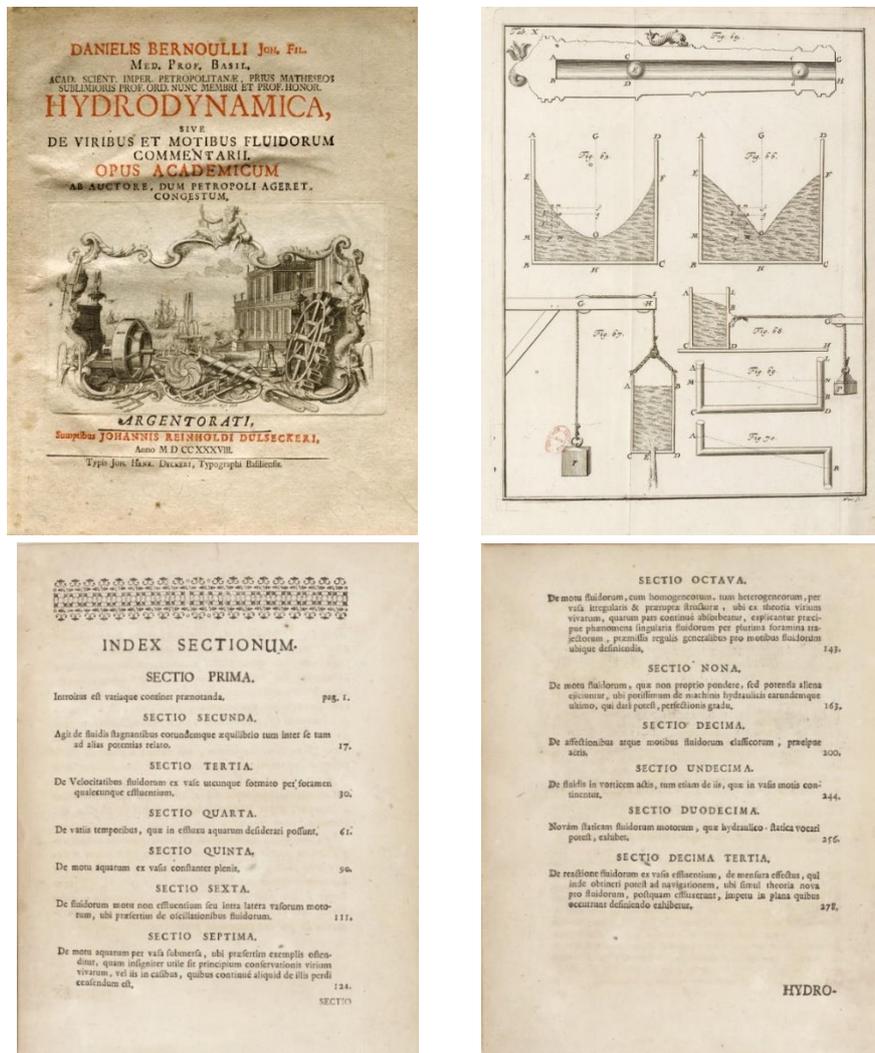


Figure 23 : *Hydrodynamica* (1738) de Daniel Bernoulli, une des pages de figures et les deux pages de sommaire ; rédigé en latin on peut le feuilleter sur [58]

1738, année de la publication d'*Hydrodynamica*, est également l'année où Daniel Bernoulli propose dans son essai *Théorie sur la mesure du risque*, une solution au paradoxe énoncé 25 ans plus tôt en 1713, par son cousin Nicolas I (section 3) dans un courrier à Pierre Rémond de Montfort. La publication de la solution dans les *Commentarii* de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg lui donne le nom de *paradoxe de Saint-Pétersbourg*.

Daniel Bernoulli voulant revenir enseigner à l'Université de Bâle, il obtient en 1733 un poste de professeur d'anatomie et de botanique. Il a alors 33 ans et s'installe dans la maison familiale. Leonhard Euler demeure à Saint-Pétersbourg comme professeur de physique et leurs échanges ont continué dans une correspondance importante en particulier sur les systèmes vibrants.

À la différence de son oncle Jacques I et de son père Jean I, Daniel Bernoulli est convaincu de la théorie de la gravitation ; il a déjà rédigé une étude du problème des deux corps, première traduction analytique de la théorie d'Isaac Newton, ce qui généra surement quelques querelles familiales. Rappelons-nous qu'en 1734, il reçut le prix double de l'Académie royale de Paris (figure 19) conjointement avec son père Jean I qui prit ombrage que son fils puisse être considéré comme son égal. Les relations père-fils ont été rompues, le fils a été interdit de la maison familiale.

Daniel Bernoulli enseigne à l'Université de Bâle de 1733 jusqu'à son décès en 1782. Il sera dix ans professeur d'anatomie et de botanique, puis à partir de 1743, il sera professeur de physiologie et enfin à partir de 1750 professeur de physique. Ses enseignements sont appuyés par des expériences

réalisées devant son auditoire et à partir desquelles Daniel Bernoulli déduit des lois. Ses travaux touchent à la fois les sciences mathématiques, les sciences physiques ou les sciences naturelles ; les problèmes à résoudre lui font développer des outils mathématiques comme les équations différentielles ou les séries. On trouve des travaux de Daniel Bernoulli en élasticité, dans le mécanisme des marées ou encore le problème des cordes vibrantes. En 1753, Daniel Bernoulli publie deux mémoires sur ce dernier sujet au cœur de nombreuses discussions entre Jean d'Alembert, Leonhard Euler et Joseph-Louis de Lagrange. Dans le premier mémoire, intitulé *Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'Académie de 1747 & 1748* (figure 24), il établit sans calcul l'expression générale de la solution sous la forme d'une combinaison de vibrations simples. La médecine fait également partie de ses centres d'intérêt. En anatomie Daniel Bernoulli produira des études de mécanique respiratoire ainsi que le principe d'un calcul correct du travail cardiaque. Il sera aussi pionnier des modèles mathématiques en médecine avec sa publication de 1766, mais rédigé en 1760, *Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, & des avantages de l'inoculation pour la prévenir* (figure 25) ; il s'agit là du premier modèle mathématique en épidémiologie³⁰ [59] !

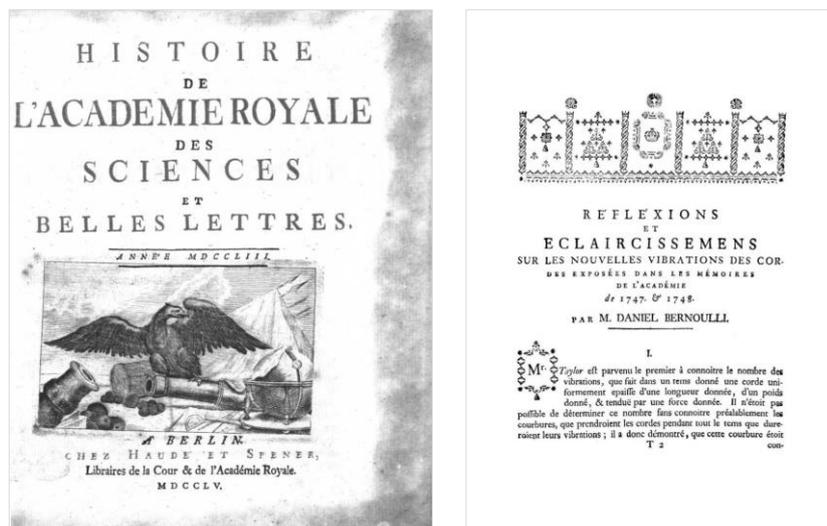


Figure 24 : *Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'Académie de 1747 & 1748*, publiés en 1753 ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [60]

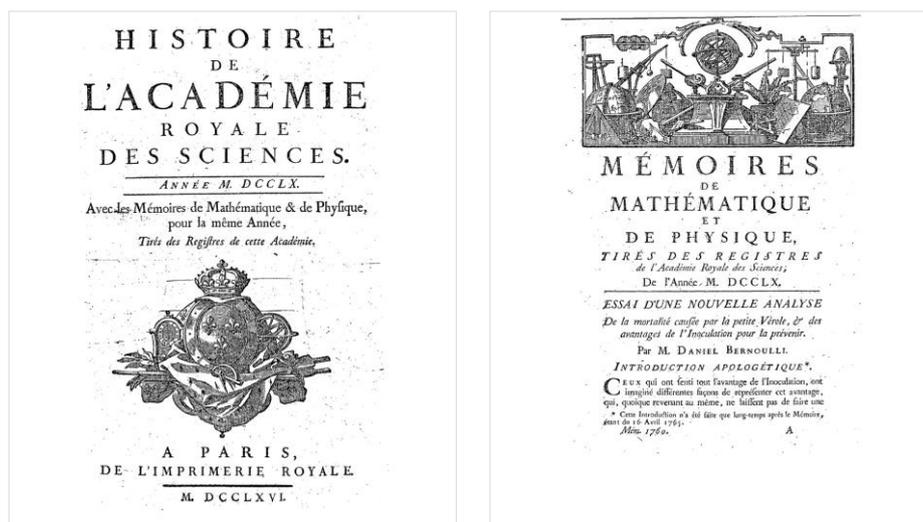


Figure 25 : *Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, & des avantages de l'inoculation pour la prévenir*, publiés en 1766 ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [61]

³⁰ La variole, ou petite vérole, est une maladie virale sévère souvent mortelle et très contagieuse.

Reconnu et honoré de son vivant, Daniel Bernoulli a été membre des grandes Académies des sciences de ce XVIII^e siècle : Saint-Pétersbourg, Paris, Académie royale de Prusse, Royal society de Londres, Académie des sciences de l'Institut de Bologne, ... On peut lire dans les premières pages de *Nova Acta Helvetica Volume I*, un texte *Vita Danielis Bernoullii* (« La vie de Daniel Bernoulli », figure 26) daté de mars 1783, soit une année après le décès de Daniel, c'est un long éloge (en latin) de 26 pages se terminant par une liste des publications de Daniel Bernoulli sur 6 pages. On trouvera également un éloge de Daniel Bernoulli dans [62] en 27 pages et en français, par Nicolas de Condorcet³¹ à l'Académie royale des sciences de Paris.

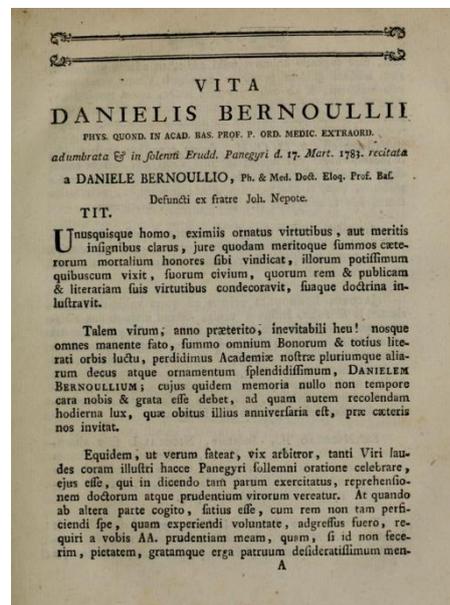
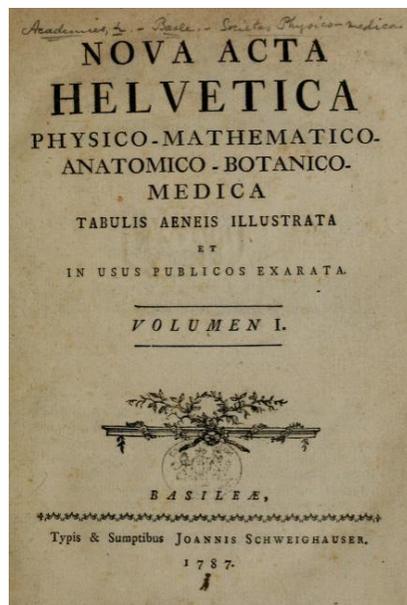


Figure 26 : *Vita Danielis Bernoullii*, publié dans *Nova Acta Helvetica*, Volume I ; rédigé en latin on peut le feuilleter sur [63]

6 – Jean II (1710-1790) [56,64,65,66]

Johann, ou Jean, est né le 18 mai 1710 à Bâle, il y mourra le 17 juillet 1790. Il est le plus jeune fils de Jean I, âgé alors de 43 ans. Pour ne pas le confondre avec son père, il est souvent appelé Jean II. Jean II est donc le frère de Nicolas II et de Daniel (sections 4 et 5), qui, à sa naissance, ont alors respectivement 15 et 10 ans. Il épouse Susanna König (1715-1803) en février 1744 à Bâle, ils auront cinq fils Jean, Emmanuel, Daniel, Nicolas et Jacques. Deux seront mathématiciens à Bâle, Jean III et Jacques II (sections 7 et 8). Daniel II sera professeur d'éloquence à Bâle, nous n'en dirons pas plus sur lui dans ce document.

En 1724, Jean II étudie à l'Université de Bâle, le droit, et, avec son père Jean I qui y est professeur, les mathématiques, il est ami avec Leonhard Euler de trois ans son aîné. Jean II obtient sa licence de droit en 1729 et soutient sa thèse de doctorat en droit en 1732. Jean II, âgé de 22 ans, entreprend alors des voyages dans l'Europe, à Saint-Pétersbourg, où son frère Daniel est toujours professeur, il y retrouve également Léonard Euler arrivé peu après le décès de Nicolas II

³¹ Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet (1743-1794), mathématicien, philosophe et homme politique français

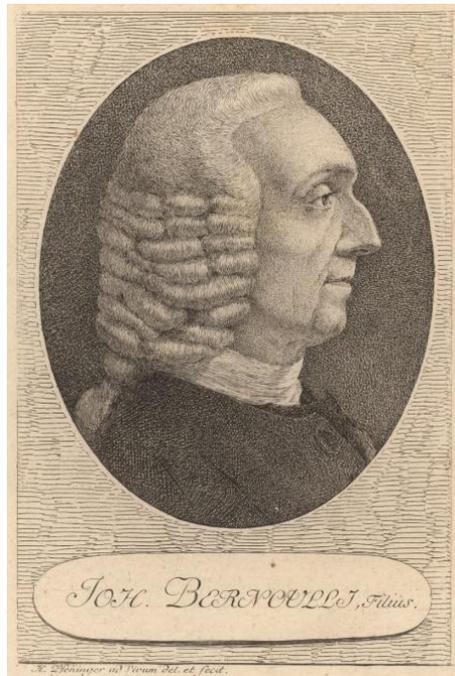


Figure 27 : Portrait de Jean II Bernoulli, gravure de Heinrich Pfeninger³², source [67]

En 1739, il se rend en France et se lie d'amitié avec Pierre Louis Moreau de Maupertuis³³ (qui mourra chez Jean II à Bâle en 1759). En accompagnant son ami au château de Cirey chez Émilie du Châtelet³⁴, Jean II connaîtra Voltaire³⁵. Émilie du Châtelet, est une des rares femmes de sciences de ce XVIII^e siècle, elle est connue pour sa traduction en français de l'ouvrage d'Isaac Newton *Principia Mathematica*, traduction qui fait encore autorité aujourd'hui. Elle a également contribué à diffuser en France les travaux de Gottfried Leibniz, que lui a fait découvrir Johann Samuel König³⁶, élève de Jean I.



Figure 28 : Pierre Louis Moreau de Maupertuis en costume d'expédition pour la Laponie (1740) par Robert Tournières³⁷ et Émilie du Châtelet à sa table de travail, sources [68,69]

³² Heinrich Pfenninger (1749-1815), graveur et portraitiste suisse

³³ Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759), philosophe, mathématicien, physicien et astronome français, membre de la Royal Society, premier savant français à relayer les théories d'Isaac Newton

³⁴ Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, marquise du Châtelet (1706-1749), femme de lettre, mathématicienne et physicienne française

³⁵ François-Marie Arouet, dit Voltaire (1694-1778), écrivain et philosophe français

³⁶ Johann Samuel König ou Koenig (1712-1757), mathématicien allemand, auteur d'une traduction en français des *Éléments* d'Euclide (mathématicien de la Grèce antique, 300 av. J.-C.)

³⁷ Robert Le Vrac de Tournières (1667--1752), peintre français

En 1736, Jean II Bernoulli reçoit le prix de l'Académie royale des sciences de Paris pour sa réponse à la question *Comment se fait la propagation de la lumière ?* Jean II expose la diffusion de la lumière par l'éther selon une théorie qui préfigure la théorie de James Maxwell³⁸ du début des années 1860, plus d'un siècle après. Cependant Jean II propose une ondulation longitudinale et non transversale. Jean II Bernoulli aura à nouveau le prix de l'Académie royale des sciences de Paris en 1741 pour *Sur la meilleure construction du cabestan* et, en 1746, pour *L'explication de l'attraction mutuelle de l'aimant & du fer, de la direction de l'aiguille aimantée vers le nord, de sa déclinaison & de son inclinaison* (prix partagé avec Léonard Euler et Daniel Bernoulli son oncle). Jean II apparaît dans la liste des prix attribués [56] par l'Académie royale des sciences de 1720 à 1792, sous *Jean Bernoulli (fils)*.

En 1743, Jean II Bernoulli devient professeur d'éloquence à l'Université de Bâle, il a 33 ans. Il épouse Susanna König l'année suivante, son premier enfant Jean III naît l'année suivante (section 8). En 1746, Jean II est membre de l'Académie des sciences de Berlin.

En 1748, après le décès de son père Jean I, Jean II reprend la chaire de mathématiques de l'Université de Bâle perpétrant pendant la deuxième moitié du XVIII^e siècle le prestige mathématique de la ville à la suite des deux premiers Bernoulli. Jean II sera recteur de l'université de Bâle en 1765-1766 et deviendra membre de l'Académie royale des sciences de Paris en 1782.

Toute sa vie Jean II Bernoulli aura une abondante correspondance avec nombre de savants de ce XVIII^e siècle, notamment avec Pierre de Maupertuis, Émilie du Châtelet ou Voltaire. La bibliothèque nationale de France (BnF) conserve des courriers échangés dans les années 1750 entre Jean II Bernoulli et Jean-Philippe Rameau³⁹ sur le principe de l'harmonie [70]. La BnF conserve également la *Dissertation sur la meilleure construction du cabestan* de Jean II qui lui a permis de remporter en 1741 le prix de l'Académie royale des sciences de Paris.

Jean II Bernoulli décède en 1790, ses deux fils Jean III et Jacques II (sections 8 et 9) sont les derniers mathématiciens de la famille Bernoulli dont nous parlerons, après avoir évoqué, section suivante, la célèbre descendance de sa sœur Anna Katharina.

7 – Anna Katharina (1698-1780)

Anna Katharina Bernoulli est née le 19 novembre 1698 à Groningue où son père Jean Bernoulli est professeur de mathématiques. Elle meurt à Mulhouse le 4 novembre 1780. En 1720, Anna Katharina Bernoulli épouse Jean Dollfus (1694-1736) issu d'une grande famille de manufacturiers suisses installée à Mulhouse en Alsace depuis le milieu du XVI^e siècle ; de cette union sont nés Jean-Henri Dollfus⁴⁰ (1724-1802), un des fondateurs de la future entreprise DMC, et Jean Dollfus (1729-1800) qui auront pour descendance de célèbres physiciens.

Le fils aîné d'Anna Katharina, Jean-Henri Dollfus marié à Anne Marguerite Vetter (1725- 1763), eut plusieurs enfants dont Jean-Jacques Dollfus (1747-1820). Celui-ci épousa Anne-Marguerite Risler (1749-1885), de leur union naquit Julienne Dollfus (1775-1855). Celle-ci mariée à Jean Hoffer (1772-1814) eut une fille Augustine Hoffer (1804-1883) qui deviendra la grand-mère de Pierre Curie (1859-1906), lui-même père d'Irène Curie. Ces liens de parenté sont repris figure 29 dans l'arbre partiel et direct de Jean I Bernoulli à Irène Curie. Jean I Bernoulli est donc l'arrière-arrière-arrière-arrière-

³⁸ James Clerk Maxwell (1831-1879), physicien et mathématicien écossais.

³⁹ Jean-Philippe Rameau (1683-1764), compositeur français et théoricien de la musique

⁴⁰ Jean-Henri Dollfus (1724-1802), peintre, il créa avec Samuel Koechlin et Jean-Jacques Schmalzer une fabrique de toiles peintes, ce sera la *Koechlin, Dollfus & Cie*, qui deviendra, en 1800 l'entreprise DMC (pour Dollfus-Mieg et Compagnie) de textile qui existe encore actuellement.

arrière-grand-père de Pierre Curie (figure 30), prix Nobel de Physique avec son épouse Marie Sklodowska-Curie en 1903. Jean I Bernoulli est donc également l'arrière-arrière-arrière-arrière-arrière-arrière-grand-père d'Irène Curie, prix Nobel de Chimie avec son époux Frédéric Joliot en 1935.

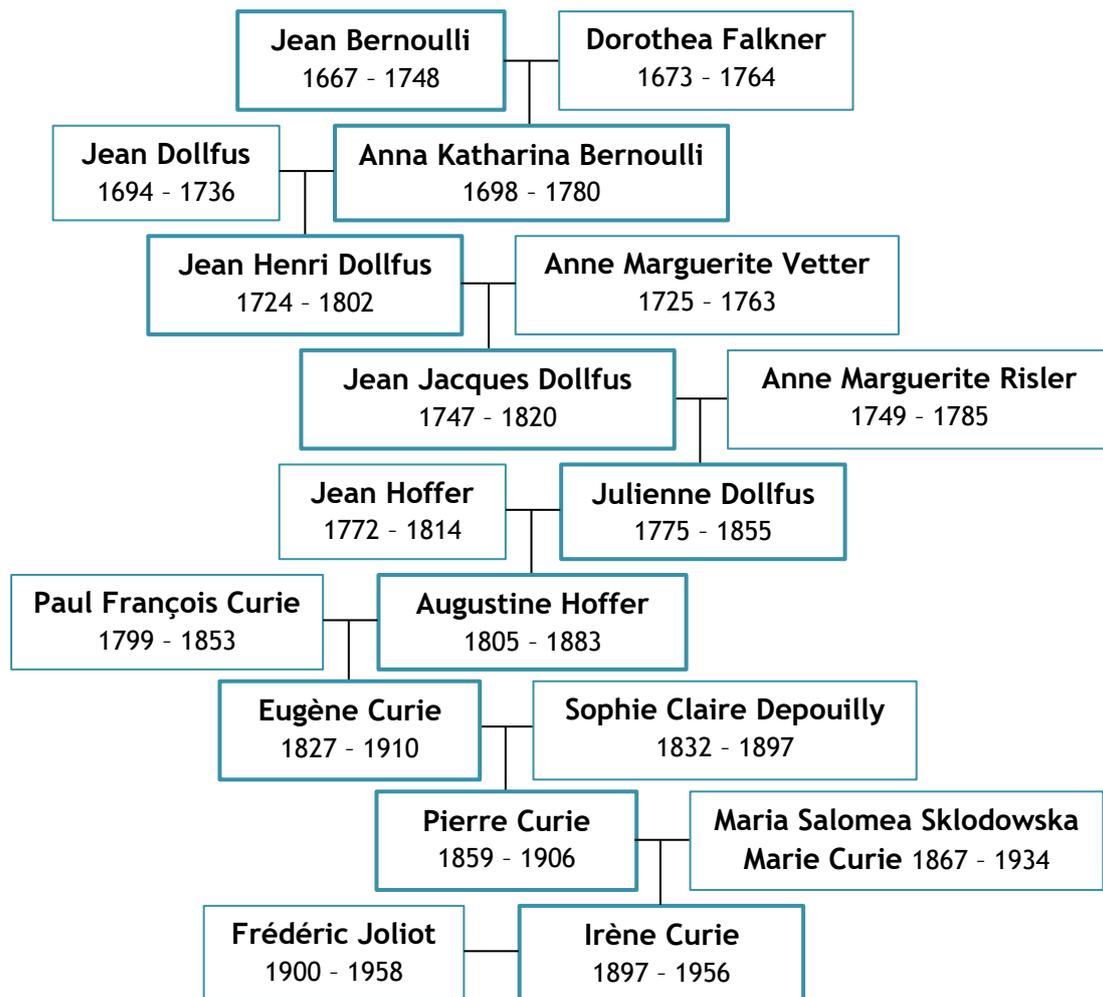


Figure 29 : Arbre généalogique direct entre Jean Bernoulli et Pierre Curie, physicien français, prix Nobel de physique en 1903 avec son épouse Marie Curie et Henri Becquerel, d'après [1]

Pierre et Marie Curie sont les parents d'Irène Curie qui avec son époux, Frédéric Joliot, ont reçu le prix Nobel de Chimie en 1935

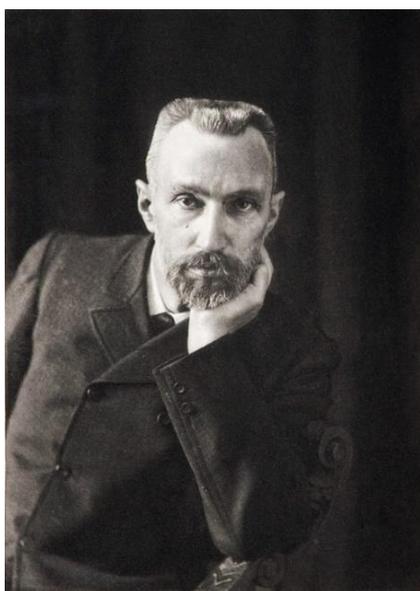


Figure 30 : Pierre Curie en 1906, année de son décès accidentel, et diplôme du prix Nobel de physique obtenu avec son épouse Marie Curie en 1903, sources [71,72]

De l'union d'Anna Katharina Bernoulli et Jean Dollfus est également né Jean Dollfus (1729-1800) et si on suit l'arbre généalogique partiel représenté figure 31, on observe que Jean I Bernoulli est également l'arrière-arrière-arrière-arrière-arrière-arrière-grand-père d'un troisième prix Nobel, en Physique, Pierre-Gille de Gennes, prix reçu en 1991.

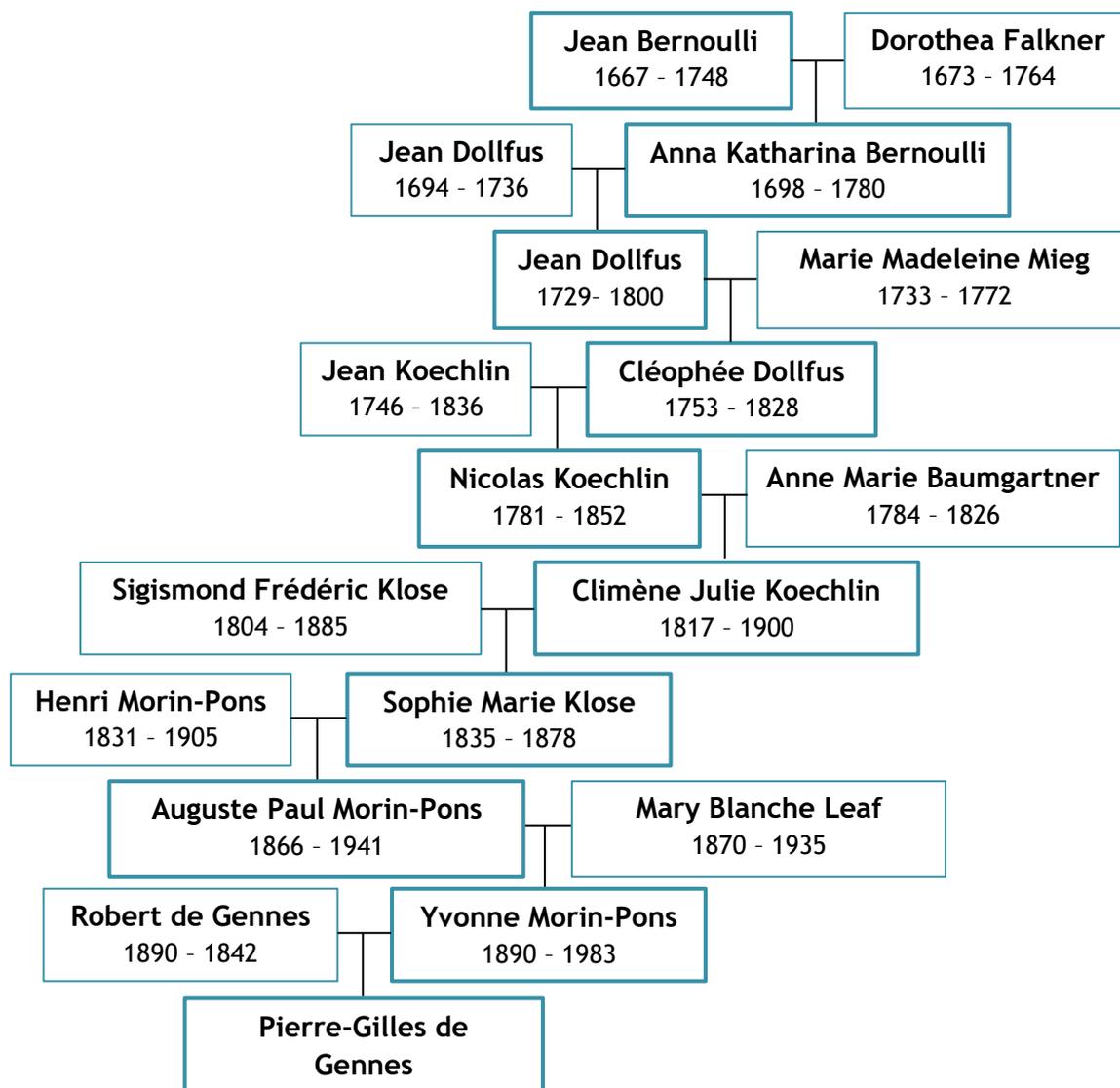


Figure 31 : Arbre généalogique direct entre Jean Bernoulli et Pierre-Gilles de Gennes, physicien français, prix Nobel de physique en 1991, d'après [1]

8 – Jean III (1744-1807) [73,74,75,76]

Johann, ou Jean, est né le 4 novembre 1744 à Bâle, il est le fils aîné de Jean II, âgé alors de 34 ans et professeur d'éloquence à l'Université de Bâle. Pour ne pas le confondre avec son père Jean II, ni avec son grand père Jean I, qui a alors 77 ans, il est appelé Jean III.

Jean III Bernoulli commence ses études à Bâle. En 1755, à 11 ans, il étudie à Neuchâtel où il apprend le français. On le retrouve en 1758 à l'Université de Bâle pour des études de droit, il a à peine 14 ans ; Jean III sera licencié en 1763. L'éducation familiale qui se transmet de génération en génération continue, Jean II, son père, et Daniel, son oncle, assurent sa formation en mathématiques et en astronomie. Jean III voyage lui aussi en Europe, France, Hollande et Allemagne où il arrive en 1763, il a 19 ans. Quelques mois après, il devient membre de l'Académie des sciences de Berlin. En 1767 il est astronome et directeur de l'Observatoire de Berlin, il sera également directeur de la classe de mathématiques en 1791. Il deviendra membre d'autres

académies comme l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg, la Royal Society de Londres, l'Académie royale des sciences de Suède ou encore l'Académie des Arcades de Rome.

Jean III Bernoulli a beaucoup voyagé loin de Berlin et de la Prusse où il s'était établi. En 1769, il a 24-25 ans, il est en Angleterre puis à Paris, et séjourne ensuite à Bâle où il épouse Veronika Beck (1747-1792) en août 1769, de cette union naquit une dizaine d'enfants. Jean III épousera en deuxième noce en 1793 à Berlin, Carolina Sophia Tempelhof (1763-1829), avec qui il aura également une descendance.



Figure 32 : Portrait de Jean III Bernoulli, gravure datée de 1786, il a 42 ans, source [77]

En 1774, Jean III Bernoulli, parfaitement bilingue, publie une traduction en français des *Éléments d'Algèbre* de Leonhard Euler (figure 33) que l'on peut feuilleter sur ce lien [78].

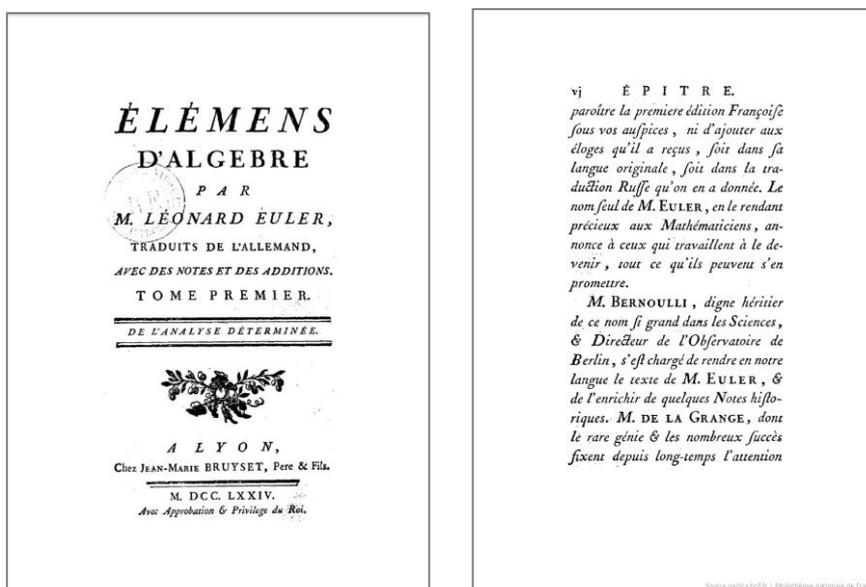


Figure 33 : *Éléments d'algèbre* de Léonard Euler, traduction de Jean Bernoulli, publié en 1774, et extrait de l'épître mentionnant la traduction, source [78]

En 1774-1775, Jean III traverse l'Allemagne, la Suisse et la France, il arrive ensuite en Italie qu'il visite largement et dont il rend compte dans une publication *Baslerische Italienreisen vom Beginn des 18. Bis in die 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts* (Les voyages bâlois en Italie du début du 18^e siècle à la 2^e moitié du 19^e siècle) parue dans le tome 119 des *Basler Beiträge zur Geschichtswissenschaft* (Contributions bâloises à la science historique). En 1777, Jean III voyage en Pologne et en 1778, il est en Russie. Là encore il publie en 1779, un ouvrage en six volumes sur *Johann Bernoulli's Reisen durch Brandenburg, Pommern, Preussen, Curland, Russland und Pohlen in den Jahren 1777 und*

1778 (Voyages de Jean Bernoulli à travers le Brandebourg, la Poméranie, la Prusse, la Cure⁴¹, la Russie et la Pologne en 1777 et 1778, figure 34).

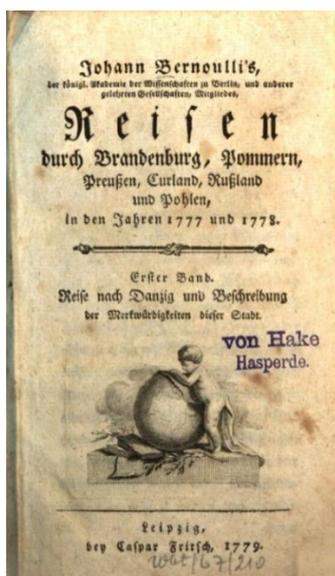


Figure 34 : Bernoulli's *Reisen durch Brandenburg, Pommern, Preussen, Curland, Russland und Pohlen in den Jahren 1777 und 1778*, publié en 1779, source [79]

Durant quatre années de 1781 à 1784, Jean III lance une revue trimestrielle destinée au grand public allemand *Johann Bernoulli's Sammlung kurzer Reisebeschreibungen und anderer zur Erweiterung der Länder und Menschenkenntniss dienender Nachrichten* (Recueil par Jean Bernoulli de brèves descriptions de voyages et d'autres informations utiles à l'élargissement des pays et à la connaissance des hommes). De 1786 à 1788, est également publié *Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik herausgegeben von J. Bernoulli, und C.F. Hindenburg* (Magazine de Leipzig pour les mathématiques pures et appliquées édité par J. Bernoulli, et C.F. Hindenburg⁴²) biannuel de plus de 500 pages.

Après le décès de son père Jean II, en 1790, Jean III tenta vainement de publier les nombreux manuscrits laissés par son père et même son grand père Jean I. Il a finalement pu les vendre à la bibliothèque ducale de Gotha en Allemagne, et à l'académie royale des sciences de Stockholm, Suède. Bien des années plus tard, en 1935 et 1965, la bibliothèque universitaire de Bâle les rachètera. Jean III fut certainement le Bernoulli qui a le plus publié mais il n'a pas laissé son nom à quelques équations ou nombres. Jean Bernoulli meurt le 13 juillet 1807 à 62 ans dans sa maison de Cöpenick (l'actuelle Köpenick rattachée à Berlin). Cette même année sa maison brûla, il est probable que des documents de la famille Bernoulli aient disparu dans l'incendie.

9 – Jacques II (1759-1789) [10,80,81]

Jakob, ou Jacques, Bernoulli est né le 17 octobre 1759 à Bâle, il meurt 3 juillet 1789 à Saint-Pétersbourg, il n'a pas 30 ans. Il est le fils de Jean II, alors professeur de mathématiques à Bâle et âgé de presque 50 ans, il est le petit fils de Jean I (mort depuis 11 ans), et le jeune frère de Jean III que nous venons d'évoquer, ils ont 15 ans d'écart. Pour ne pas le confondre avec Jacques le frère de son grand père, il est appelé Jacques II.

Brillant dans ses études à l'image des autres membres de la famille, Jacques II étudie la littérature et le droit à Bâle puis se rend à Neuchâtel pour parfaire son français. En 1778, comme son frère

⁴¹ Région de Lettonie

⁴² Carl Friedrich Hindenburg (1741-1808), mathématicien allemand

Jean III, Jacques II obtient une licence de droit, il a 19 ans. Sa formation en mathématiques et en physique est comme toujours une transmission familiale, son père Jean II et son oncle Daniel seront ses professeurs. En 1780, Jacques II n'a que 21 ans, il remplace son oncle Daniel dans ses cours de physique expérimentale à Bâle jusqu'au décès de celui-ci en 1782.

En 1783, il prend une charge de secrétaire d'ambassadeur, ce qui le fait voyager en Europe en Allemagne, France et Italie. Jacques II sera membre de l'Académie des sciences de Turin à partir de 1784, puis en 1787 recommandé par Nikolaus Fuss⁴³, de celle de Saint-Pétersbourg où il est nommé professeur de mathématique en 1788. Il retourne ainsi sur les pas de ses oncles Daniel et Nicolas II, et de son père Jean II et de Leonhard Euler. Ce dernier aura passé la plus grande partie de sa vie à Saint-Pétersbourg, il y est mort en 1783. Leonhard Euler de son mariage avec Katharina Gsell (1707-1773) à Saint-Pétersbourg, eut huit enfants dont les fils Jean-Albert (1734-1800), Christopher (1743-1808) seront mathématiciens à Saint-Pétersbourg. Jean-Albert Euler marié avec Charlotte Hagemeister (1734-1805) eurent de nombreux enfants dont Charlotte Euler (1773-1831) qui en 1789 épouse Jacques II. Cette même année, quelques mois après son mariage et deux mois avant ses trente ans, en juillet 1789, Jacques II meurt noyé dans la Neva.

Jacques II Bernoulli a effectué d'importantes recherches, et parmi ses traités de mécanique, d'hydraulique et d'élasticité des corps, ses travaux sur les phénomènes vibratoires spécialement sur les oscillations des plaques minces, sont particulièrement importants. Des travaux de Jacques II ont été publiés dans les volumes I à VI des *Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*. Dans ces ouvrages de l'Académie impériale des sciences, les mémoires peuvent être rédigés en latin ou en français comme *Sur le mouvement gyrotoire d'un corps attaché à un fil extensible* en trois mémoires (figures 35,36 et 37) ou encore *Essai théorétique sur les vibrations des plaques élastiques, rectangulaires et libres* (figure 38). Jacques Bernoulli a également publié des travaux dans les *Nova Acta Helvetica* comme *Considérations hydrostatiques* que l'on peut lire en français (figure 39). On retrouve encore ses travaux dans les publications de son frère Jean III (section précédente).

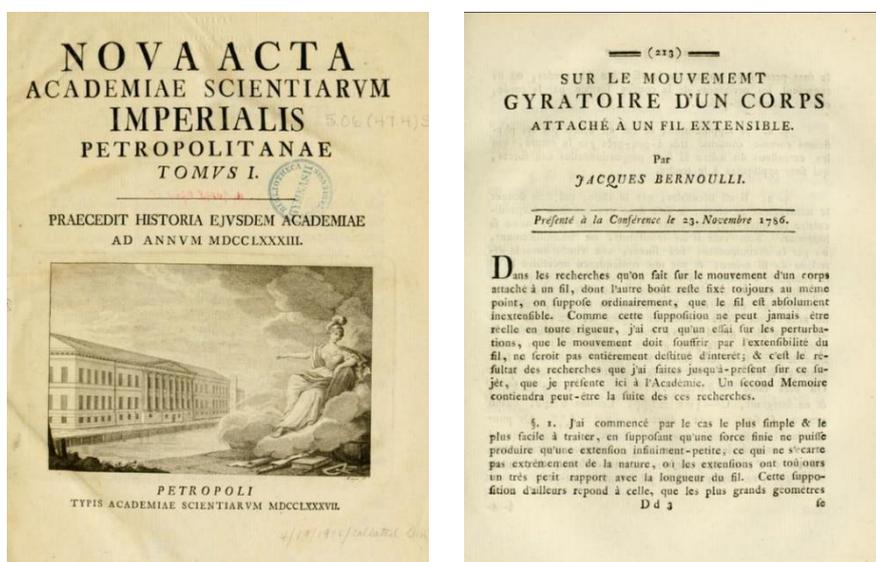


Figure 35 : *Sur le mouvement gyrotoire d'un corps attaché à un fil extensible*, premier mémoire (1786), de Jacques II Bernoulli, publié dans *Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* tomus I ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [82]

⁴³ Nikolaus Fuss (1755, 1826), mathématicien suisse natif de Bâle, assistant de Leonhard de 1773 à sa mort en 1783 à Saint-Pétersbourg sur recommandation de Daniel Bernoulli. Nikolaus Fuss épousera Albertine Euler (1766-1822), petite fille de Leonhard et sœur aînée de Charlotte Euler (1773-1831), épouse de Jacques II.

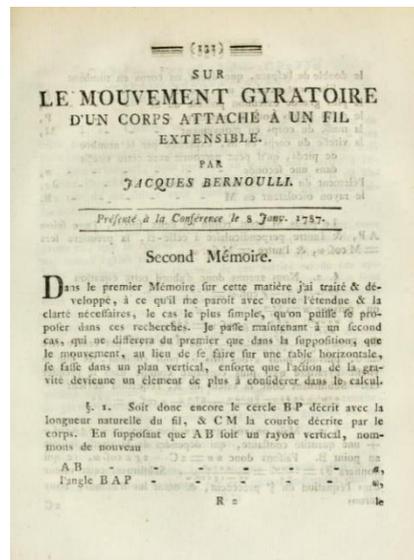
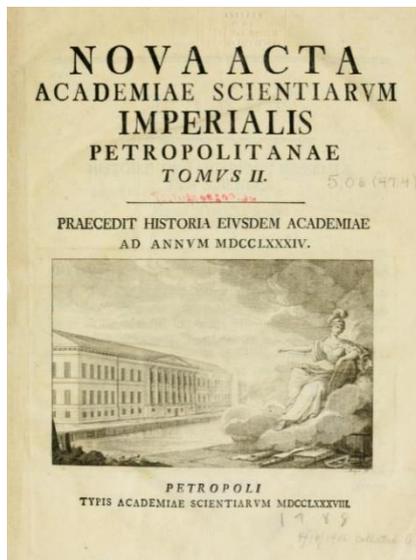


Figure 36 : Sur le mouvement gyrotoire d'un corps attaché à un fil extensible, deuxième mémoire (1787), de Jacques II Bernoulli, publié dans Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus II ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [83]

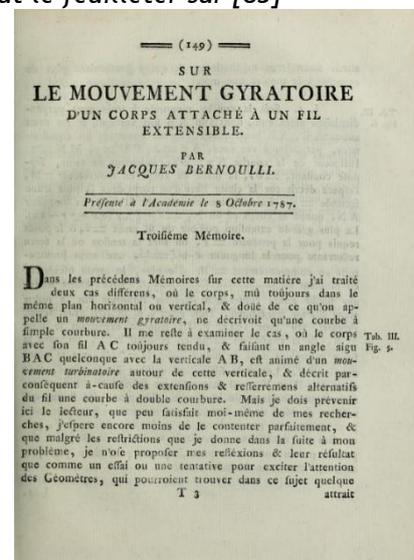
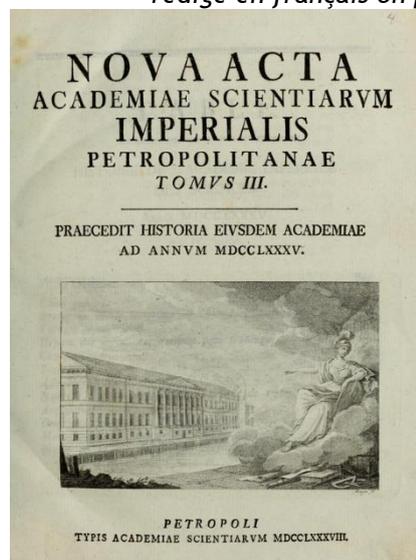


Figure 37 : Sur le mouvement gyrotoire d'un corps attaché à un fil extensible, troisième mémoire (1787), de Jacques II Bernoulli, publié dans Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus III ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [84]

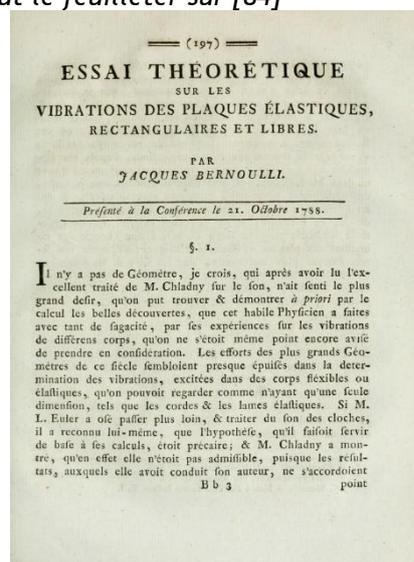
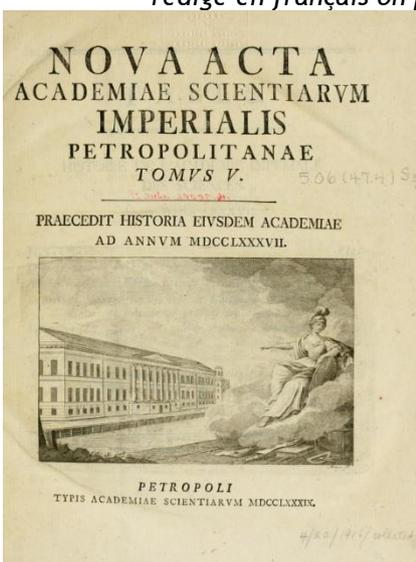


Figure 38 : Essai théorique sur les vibrations des plaques élastiques, rectangulaires et libres (1788), de Jacques II Bernoulli, publié dans Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus V ; rédigé en français on peut le feuilleter sur [85]

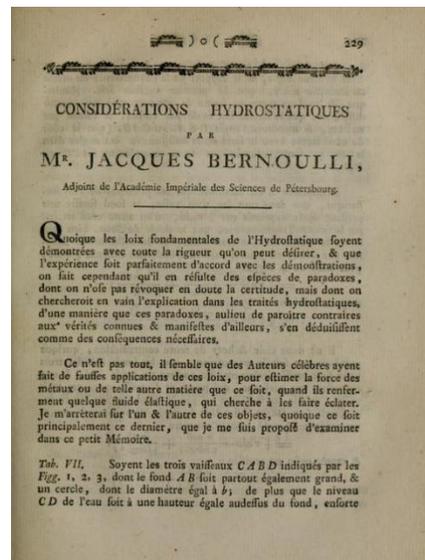
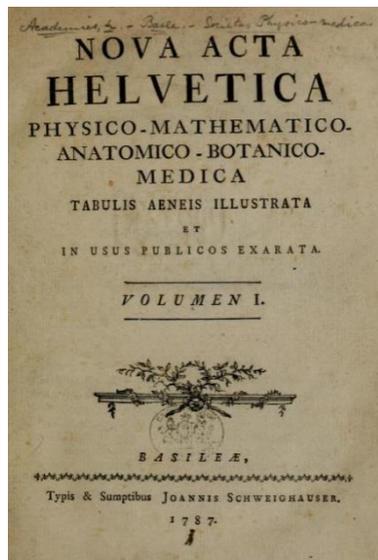


Figure 39 : *Considérations hydrostatiques*, de Jacques II Bernoulli, publié dans *Nova Acta Helvetica*, *Volumen I* (1787) ; rédigé en français on peut le feuilletter sur [86]

10 – Épilogue

Cette déambulation le long des XVII^e et XVIII^e siècles avec la famille Bernoulli a permis d'attribuer à chacun la trace gardée de leurs travaux à travers le nom laissé à telle loi, hypothèse, équation ou encore théorème. Cela permet également de mesurer l'émulation scientifique de ces siècles passés, les nombreuses avancées dans de vastes domaines, les fructueux échanges entre des savants dont les noms sont restés célèbres à une époque où voyager et même transporter un courrier restaient une aventure.

Les connaissances scientifiques doivent beaucoup aux savants de la famille Bernoulli depuis le XVII^e siècle et jusqu'à nos jours. Dans ce document, nous avons surtout évoqué les savants en suivant le nom Bernoulli. En regardant les arbres généalogiques sur toutes les générations des différents noms se croisant au gré des mariages, on rencontre d'autres savants comme Koechlin : Daniel (1785-1871) est chimiste et frère de Nicolas (1781-1852) arrière-arrière-arrière-grand-père de Pierre-Gilles De Gennes (figure 31). Michel Hau et Nicolas Stoskopf, auteurs de *Dynasties alsaciennes du XVII^e siècle à nos jours*⁴⁴ expliquent « *La fréquence des savants dans certaines familles aisées des populations [alsaciennes] (...) par la transmission intégrale, sur une dizaine de générations, de traditions comportementales qui ont permis à de nombreux enfants de mieux exploiter leur potentiel intellectuel* » [87].

Pour honorer cette grande famille et ses nombreux savants, son nom a été donné, en plus des théorèmes, chiffres et équations, à :

- Un astéroïde de la ceinture principale (région du Système solaire située entre les orbites de Mars et de Jupiter) : (2034) *Bernoulli* a été découvert en 1973 par Paul Wild⁴⁵ depuis l'observatoire Zimmerwald en Suisse ;
- Un cratère lunaire : *le cratère Bernoulli* est un cratère d'impact dans la région nord-est de la Lune au sud du cratère Messala et à l'est du cratère Geminus, formation presque circulaire, avec quelques montagnes au long du périmètre et un pic central ;

⁴⁴ Edition Perrin, 2005

⁴⁵ Paul Wild (1925-2014), astronome suisse, directeur de l'Institut d'astronomie de l'Université de Berne

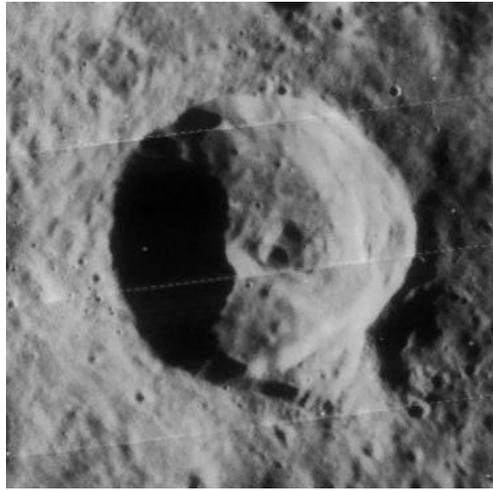


Figure 40 : Le cratère lunaire Bernoulli, source [88]

- Une association professionnelle qui vise à favoriser les progrès des probabilités mathématiques et de la statistique : La *Société Bernoulli pour la statistique mathématique et les probabilités* (ou *Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability*, BS), fondée en 1975 dans le cadre de l'Institut international de statistique. La société publie la revue *Bernoulli* et *Stochastic Processes and their Applications*, et un bulletin d'information, *les Bernoulli News* ;



- Un personnage de jeu vidéo : *Bernard Bernoulli* dans *Day of the Tentacle* est présenté comme un « nerd », c'est-à-dire un solitaire, obnubilé par des sujets intellectuels peu attractifs et liés aux sciences (en général symboliques, comme les mathématiques, la physique ou la logique) et aux techniques.
- Une *sphère de Bernoulli* est évoquée dans le jeu vidéo *Sonic Adventure 2* (la station spatiale est en fait une sphère de Bernal).

Terminons par un dialogue du film *Spider Man 2* qui confirme que le nom de Bernoulli fait partie de la culture populaire :

ROSIE: You need to sleep soundly tonight, Otto.

OTTO: Did Edison sleep before he turned on the light? Did Marconi sleep before he turned on the radio? Did Beethoven sleep before he wrote the 5th?

PETER: Did Bernoulli sleep before he found the curves of quickest descent?

*OTTO: Rosie, I love this boy.*⁴⁶

11 - Frise Chronologique famille Bernoulli, 1654-1807

⁴⁶ Traduction des rédacteurs :

ROSIE : Il faut que tu dormes profondément ce soir, Otto.

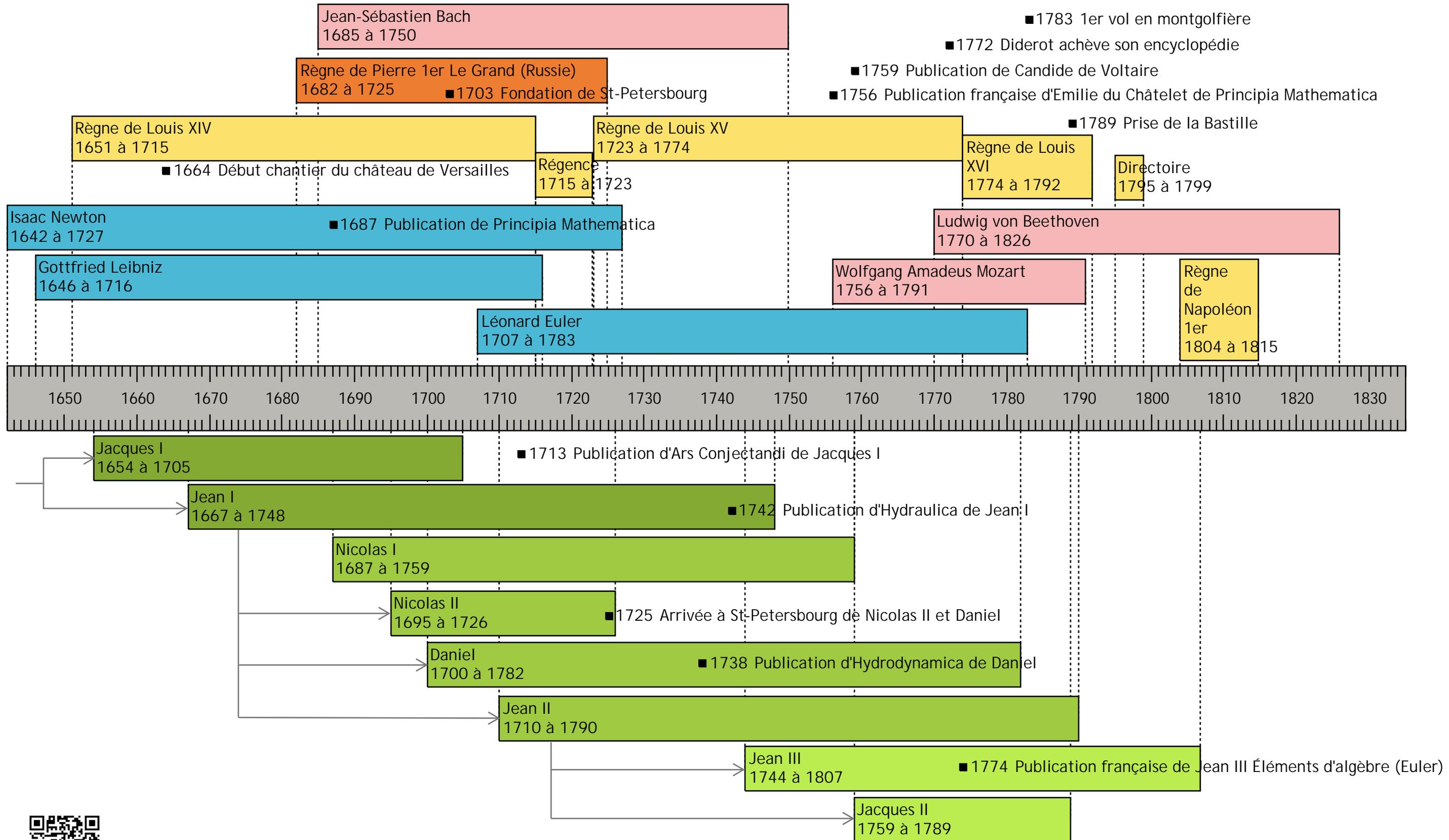
OTTO : Edison a-t-il dormi avant d'allumer la lumière ? Marconi a-t-il dormi avant d'allumer la radio ? Beethoven a-t-il dormi avant d'écrire la 5e ?

PETER : Bernoulli a-t-il dormi avant de trouver les courbes de descente les plus rapides ?

OTTO : Rosie, j'adore ce garçon.

Frise chronologique famille BERNOULLI

1654 - 1807



Références :

- [1] : Généalogie de Jacques Bernoulli, Geneastar, <https://www.geneastar.org/celebrite/bernoullija/jacques-bernoulli>
- [2] : Généalogie Niclaus Bernoulli, Geneneat, <https://gw.geneanet.org/titeufs6?lang=fr&pz=gisele+rose+marie&nz=alabert&p=niclaus&n=bernoulli>
- [3] : Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=266673>
- [4]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=213482>
- [5]: Jacques Bernoulli, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Jacques_Bernoulli
- [6]: Jacob Bernoulli (21 décembre 1654 [Bâle]-16 août 1705 [Bâle]), bibm@th.net, <https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=bernoullijacob>
- [7]: Les Bernoulli, Jacques, Universalis, <https://www.universalis.fr/encyclopedie/les-bernoulli/1-jacques-bernoulli/>
- [8]: Jacques Bernoulli, FranceArchives, https://francearchives.gouv.fr/fr/pages_histoire/39206
- [9]: Bernoulli Jakob, suisse, 1654-1705, ChronoMath, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/BernoulliJK.html>
- [10]: Bernoulli Jacques, <https://publimath.univ-irem.fr/glossaire/BE008.htm>
- [11]: Chris 73, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=19711>
- [12]: Positiones arithmeticae de seriebus infinitis, J. Bernoulli, 1689, <https://www.e-rara.ch/download/pdf/18058642.pdf>
- [13]: Ars Conjectandi, Jacob Bernoulli, Universalis, <http://www.universalis-edu.com/encyclopedie/ars-conjectandi/>
- [4]: The difficult birth of stochastic: Jacob Bernoulli's *Ars Conjectandi* (1713), Historia Mathematica, ScienceDirect, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086014000482#fg0020>
- [15]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4224019>
- [16]: Nombre de Bernoulli, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_de_Bernoulli
- [17]: Robert ferréol, Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6522682>
- [18]: Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique, résistance des corps solides, fascicule I, Louis Marie Henri Navier, troisième édition avec des notes et des appendices par M. Barré de Saint-Venant, 1864, https://books.google.fr/books?id=QTNVAAAAMAAJ&printsec=frontcover&hl=fr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- [19]: Bernoulli Johann, suisse, 1667-1748, ChronoMath, S. Mehl, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/BernoulliJean.html>
- [20]: Les Bernoulli, Jean, Universalis, <https://www.universalis.fr/encyclopedie/les-bernoulli/2-jean-bernoulli/>
- [21]: Les Bernoulli, Larousse, https://www.larousse.fr/encyclopedie/groupe-personnage/les_Bernoulli/108586
- [22]: Les frères Bernoulli, M@th en Ligne, Université de Grenoble, <https://membres-ljk.imag.fr/Bernard.Ycart/mel/ed/node18.html>
- [23]: La « république des hydrodynamiciens » de 1738 jusqu'à la fin du 18^e siècle , A. Guilbaud, Cain.info, <https://www.cairn.info/revue-dix-huitieme-siecle-2008-1-page-173.htm>
- [24]: Jean Bernoulli, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Bernoulli

- [25]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15829852>
- [26]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=146619>
- [27]: Disponible dans la bibliothèque numérique du BEIC et téléversé dans le cadre du partenariat avec la Fondation BEIC., Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=38837140>
- [28]: Opera omnia - Tomus primus, 1690 à 1713, Books Google, <https://books.google.be/books?id=6RQOAAAAQAAJ&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>
- [29]: Opera omnia - Tomus tertius 1727 jusqu'à ce jour (1742), Books Google, <https://books.google.be/books?id=qsCvDXsO9gMC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>
- [30]: Opera omnia - Tomus secundus, 1714 à 1726, Books Google, <https://books.google.be/books?id=10EiPJr29RUC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>
- [31]: Opera omnia - Tomus quartus, Books Google, <https://books.google.fr/books?id=K6SSYGzj4u0C&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>
- [32]: Bernoulli Nicolas, publimath, <https://publimath.univ-irem.fr/glossaire/BE014.htm>
- [33]: Bernoulli Nicolas Ier, Suisse, 1687-1759, ChronoMath, S. Mehl, <http://serge.mehl.free.fr/ch2rono/BernoulliNic1.html>
- [34]: Nicolas, neveu exemplaire, N. Meusnier, juin 2006, <https://www.jehps.net/Juin2006/Meusnier.pdf>
- [35]: Nicolas Bernoulli, Dictionnaire historiques suisse, 2004, <https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/023986/2004-06-11/>
- [36]: Extrait d'une Lettre de M. N[icolaus] Bernoulli à M. de M[ontmort] du 9 Septembre 1713. (St. Peterburg Paradox), Internet Archives, <https://archive.org/details/ExtraitDuneLettreDeM.N.BernoulliM.DeExtraitDuneLettreDeM.NicolausBernoulliLM.DeMontmort/mode/2up>
- [37]: Une histoire de mathématiques, Le paradoxe de Saint-Pétersbourg, hist-math.fr, <https://www.hist-math.fr/pdf/petersbourg.pdf>
- [38]: Paradoxe de Saint-Pétersbourg, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_de_Saint-P%C3%A9tersbourg
- [39]: Essay d'analyse sur les jeux de hasard, Pierre Rémond de Montfort, 1713, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110519q.image>
- [40]: La conquête de la chaire de mathématiques de Padoue par les leibniziens, A. Robinet, Revue d'histoire des sciences, 1991, https://www.persee.fr/doc/rhs_0151-4105_1991_num_44_2_4181
- [41]: Bernoulli Nicolas II, Suisse, 1695-1726, ChronoMath, S. Mehl, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/BernoulliNic2.html>
- [42]: Nicolas III Bernoulli (6 février 1695 [Bâle]-31 juillet 1726 [Saint-Petersbourg]), bibm@th.net, <https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=bernoullin3>
- [43]: Nicolas Bernoulli (1695-1726), Wikipédia, [https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bernoulli_\(1695-1726\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bernoulli_(1695-1726))
- [44]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10963524>
- [45]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1395805>
- [46]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1001511>
- [47]: Daniel Bernoulli (29 janvier 1700 [Bâle]-17 mars 1782 [Bâle]), bibm@th.net, <https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=bernoullid>

- [48]: Les Bernoulli, Daniel, Universalis, <https://www.universalis.fr/encyclopedie/les-bernoulli/3-daniel-bernoulli/>
- [49]: Bernoulli Daniel, suisse, 1700-1782, ChronoMath, S. Mehl, <http://serge.mehl.free.fr/chrono/BernoulliDan.html>
- [50]: Bernoulli, Daniel (1700-1782), Lumières Lausanne, <https://lumieres.unil.ch/fiches/bio/600/>
- [51]: Daniel Bernoulli, A. Ross, <https://www.lozedion.com/wp-content/uploads/2013/09/Bernoulli05.pdf>
- [52]: Daniel Bernoulli, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli
- [53]: Histoire : Daniel Bernoulli, <http://lha.lha.pagesperso-orange.fr/meca/cours/bernoulli/histdaniel-b.htm>
- [54]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=59419205>
- [55]: Exercitationes quædam mathematicæ, Daniel Bernoulli, 1724, https://books.google.fr/books?id=a9j1ztaBggsC&pg=PA1&hl=fr&source=gbs_selected_pages&cad=3#v=onepage&q&f=false
- [56]: Liste des prix de l'Académie royale des sciences de 1720 à 1792, https://vieillemarine.pagesperso-orange.fr/histoire/page_academie.htm
- [57]: Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'Académie royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent, tome troisième, 1738, Iris - Bibliothèque numérique en histoire des sciences, Université de Lille, https://iris.univ-lille.fr/bitstream/handle/1908/1518/AP170_003.pdf?sequence=3
- [58]: Hydrodynamica, D. Bernoulli, 1738, BnF, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k15177430>
- [59]: J.-P. Gabriel, P. de la Harpe, Daniel Bernoulli, pionnier des modèles mathématiques en médecine. Images des Mathématiques, CNRS, 2010. En ligne, URL : <http://images.math.cnrs.fr/Daniel-Bernoulli-pionnier-des.html>
- [60]: Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'Académie de 1747 & 1748, D. Bernoulli, Sound & Sciences : Digital Histories, https://soundandscience.de/static/pdfViewer/pdfjs/web/viewer.html?file=https%3A//soundandscience.de/content/texts/609/609_pdf/609_bernoulli1753_text.pdf
- [61]: Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, & des avantages de l'inoculation pour la prévenir, D. Bernoulli, BnF, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3558n/f220.item.langFR>
- [62]: Eloge de M. Bernoulli, Académie des sciences, https://www.academie-sciences.fr/pdf/eloges/bernoulli_p82_vol3581.pdf
- [63]: Vita Danielis Bernoullii, Nova Acta Helvetica, Volume, I, 1787, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/41154#page/16/mode/1up>
- [64]: Jean Bernoulli, Dictionnaire historique de la Suisse, <https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/025846/2014-07-01/>
- [65]: Bernoulli Jean (1710-1790), Lumières Lausanne, <https://lumieres.unil.ch/fiches/bio/1870/>
- [66]: Jean Bernoulli, Wikipédia, [https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Bernoulli_\(1710-1790\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Bernoulli_(1710-1790))
- [67]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=24697296>
- [68]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=29628380>
- [69]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1900520>
- [70]: Johann Bernoulli (1710-1790) : Œuvres, BnF, https://data.bnf.fr/14852857/johann_bernoulli/
- [71]: Dujardin, Traité de radioactivité. Edition, Paris : Gauthier, 1910, Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=25625628>
- [72]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=75189767>

- [73]: Bernoulli Jean III, Dictionnaire des journalistes <https://dictionnaire-journalistes.gazettes18e.fr/journaliste/066-jean-johann-iii-bernoulli>
- [74]: Jean III Bernoulli (4 novembre 1744 [Bâle]-18 juillet 1807 [Bâle]), [bibm@th.net, https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=bernoullijean3](https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=bernoullijean3)
- [75]: Bernoulli, Jean III (1744-1807), Lumières Lausanne, <https://lumières.unil.ch/fiches/bio/1871/>
- [76]: Jean Bernoulli (1744-1807), Wikipédia, [https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Bernoulli_\(1744-1807\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Bernoulli_(1744-1807))
- [77]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=114933527>
- [78]: Éléments d'algèbre, L. Euler, BnF, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110159v/f2.item>
- [79]: Johann Bernoulli's Reisen durch Brandenburg, Pommern, Preussen, Curland, Russland und Pohlen in den Jahren 1777 und 1778, Münchener DigitalisierungsZentrum, Digitale Bibliothek, <https://www.digitale-sammlungen.de/de/view/bsb10466341?page=1>
- [80]: Jacques Bernoulli, Dictionnaire historique de la Suisse - DHS, <https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/025845/2002-07-02/>
- [81]: Jacques Bernoulli (1759-1789), Wikipédia, [https://fr.wikipedia.org/wiki/Jacques_Bernoulli_\(1759-1789\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jacques_Bernoulli_(1759-1789))
- [82]: Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus I, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/38629#page/502/mode/1up>
- [83]: Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus II, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/38498#page/252/mode/1up>
- [84]: Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus III, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/113772#page/367/mode/1up>
- [85]: Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae tomus V, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/38592#page/307/mode/1up>
- [86]: Nova Acta Helvetica, Volume, I, 1787, Biodiversity Heritage Library, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/41154#page/244/mode/1up>
- [87]: Les Bernoulli, de sacrés matheux, ancêtres de trois prix Nobel, billet d'humeur D. Maillard, FNEP, mars 2022, <https://fnep.org/blog/2022/03/14/mars-2022-les-bernoulli-de-sacres-matheux-ancetres-de-trois-prix-nobel/>
- [88]: Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=24363231>