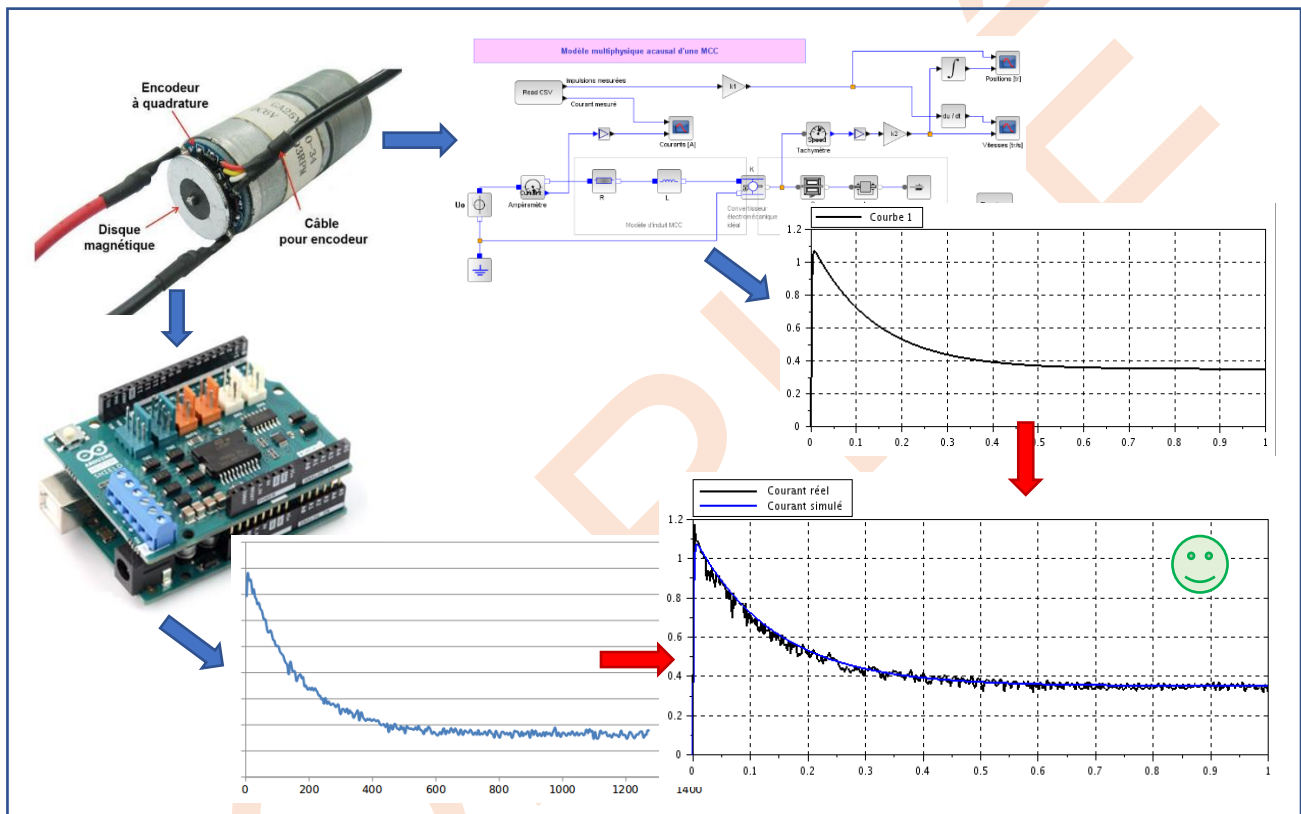


Cycle 7 : Analyser et modéliser la chaîne de conversion électromécanique

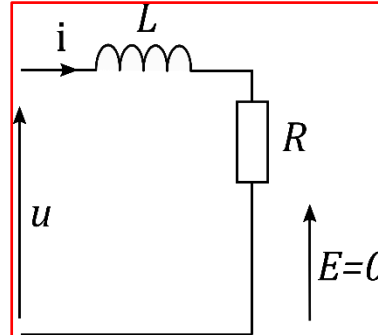
Modélisation multiphysique d'une Machine à Courant Continu TP



1. Analyse

1.1. Etude à rotor bloqué

Question 1 : donner le modèle électrique équivalent au niveau de l'induit de la MCC.



Question 2 : en passant dans le domaine de Laplace, montrer que la fonction de transfert $I(p)/U(p)$ peut se mettre sous la forme canonique d'un premier ordre, dont on précisera les expressions du gain statique K_I et de la constante de temps τ_e .

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \Rightarrow U(p) = Lp I(p) + R I(p)$$

$$U(p) = (Lp + R) I(p)$$

$$\frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1/R}{1 + \frac{L}{R}p} = \frac{K_I}{1 + \tau_e p}$$

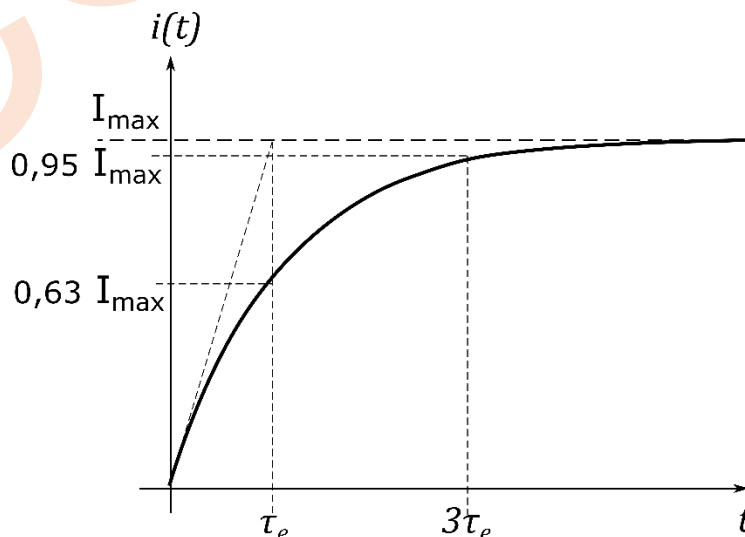
avec :

$$K_I = \frac{1}{R}$$

$$\tau_e = \frac{L}{R}$$

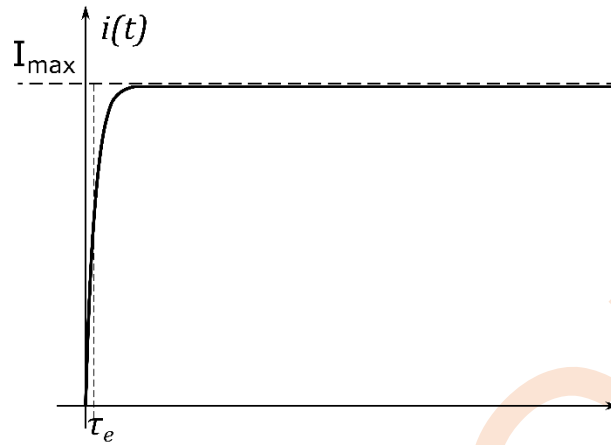
Question 3 : pour une tension $u(t)$ de type échelon d'amplitude U_0 , tracer la réponse indicielle de $i(t)$ en faisant apparaître τ_e et $I_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} i(t)$, dont on précisera l'expression littérale en fonction de R et U_0 .

Réponse indicielle du premier ordre de constante de temps τ_e et de valeur finale $K_I \cdot U_0 = I_{max} = \frac{U_0}{R}$:



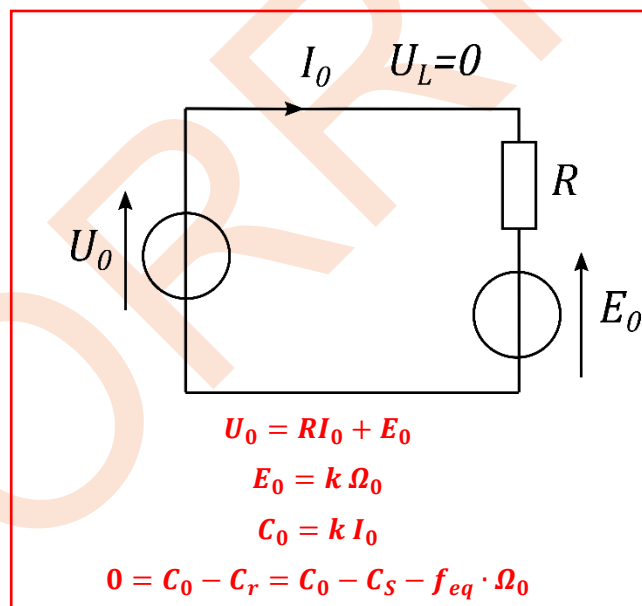
Question 4 : Que se passe-t-il d'un point de vue du démarrage de la MCC si τ_e est très faible (proche de 0) ?

Le courant maximal au blocage est très vite atteint, et à la limite on peut presque dire que le courant démarre à I_{max} à $t = 0$ (ce qui permettra d'en estimer sa mesure si τ_e est très petit devant les actions mécaniques).



1.2. Etude en régime permanent

Question 5 : donner le modèle électrique équivalent au niveau de l'induit de la MCC, ainsi que l'équation dynamique correspondant à ce régime.



Question 6 : en déduire les expressions littérales de :

- ☐ E_0 en fonction de U_0 , R et I_0 ;
- ☐ k en fonction de E_0 et Ω_0 ;
- ☐ C_r en fonction de k et I_0 .

$$E_0 = U_0 - RI_0$$

$$k = \frac{E_0}{\Omega_0}$$

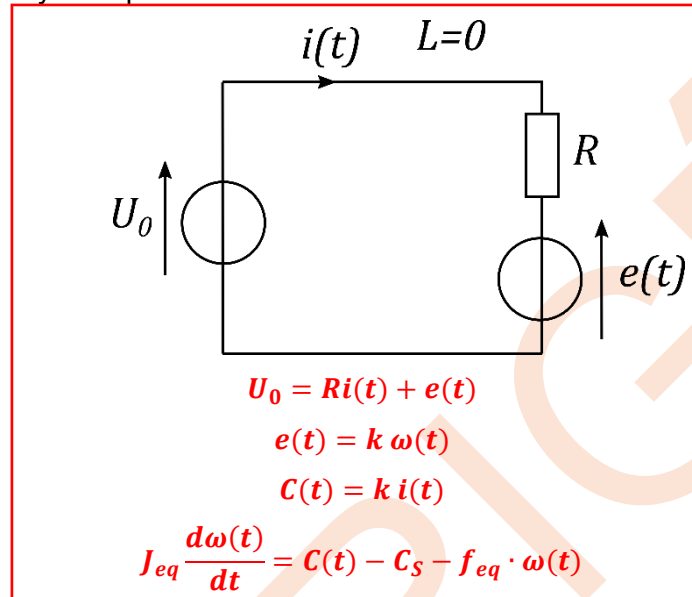
$$C_r = C_0 = k I_0 = C_s + f_{eq} \cdot \Omega_0$$

Question 7 : si l'on considère que les frottements visqueux sont négligeables devant les frottements secs ($f_{eq} \cdot \omega \ll C_s, \forall \omega$) en déduire l'expression de C_s en fonction de K et I_0 .

$$C_s = k I_0$$

1.3. Etude en régime transitoire

Question 8 : donner le modèle électrique équivalent au niveau de l'induit de la MCC, ainsi que l'équation dynamique.



Question 9 : sachant que $\Omega_0 = \frac{k U_0 - R C_s}{k^2 + R f_{eq}}$ (voir TD), montrer que la vitesse de rotation $\omega(t)$ satisfait l'équation différentielle suivante :

$$\tau_{em} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = \Omega_0$$

$$J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} = k \frac{U_0 - k \omega(t)}{R} - C_s - f_{eq} \cdot \omega(t)$$

$$R J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} + k^2 + R f_{eq} \omega(t) = k U_0 - R C_s$$

$$\frac{R J_{eq}}{k^2 + R f_{eq}} \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = \frac{k U_0 - R C_s}{k^2 + R f_{eq}}$$

$$\tau_{em} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = \Omega_0$$

avec

$$\tau_{em} = \frac{R J_{eq}}{k^2 + R f_{eq}}$$

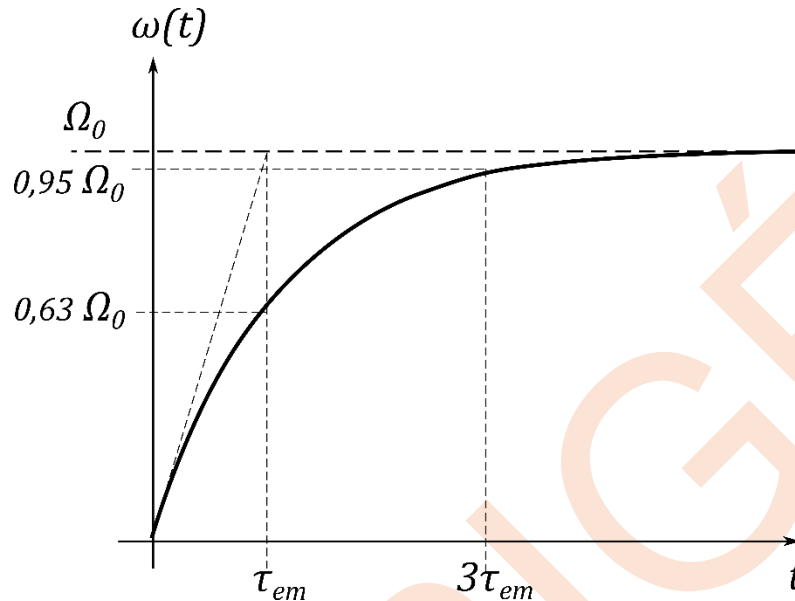
Question 10 : en déduire l'expression temporelle de $\omega(t)$, et tracer sa réponse indicielle en faisant apparaître les constantes τ_{em} et Ω_0 .

$$\omega(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right) + \Omega_0$$

et comme $\omega(0) = 0$ on en déduit que $A = -\Omega_0$ soit au final :

$$\omega(t) = \Omega_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right) \right]$$

On retrouve l'expression temporelle de la réponse indicielle d'un système du premier ordre, de constante de temps τ_{em} et de valeur finale Ω_0 :



Question 11 : en déduire que l'expression temporelle du courant $i(t)$ peut se mettre sous la forme

$$i(t) = (I_{max} - I_0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right) + I_0$$

$$U_0 = Ri(t) + k \omega(t)$$

$$i(t) = \frac{U_0 - k \omega(t)}{R}$$

$$i(t) = \frac{U_0 - k \Omega_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right) \right]}{R}$$

$$i(t) = \frac{U_0 - k \Omega_0}{R} + \frac{k \Omega_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right)$$

et

$$E_0 = U_0 - RI_0 = k \Omega_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_0 - k \Omega_0}{R}$$

et $I_{max} = \frac{U_0}{R}$ soit donc

$$I_{max} - I_0 = \frac{U_0}{R} - \frac{U_0 - k \Omega_0}{R} = \frac{k \Omega_0}{R}$$

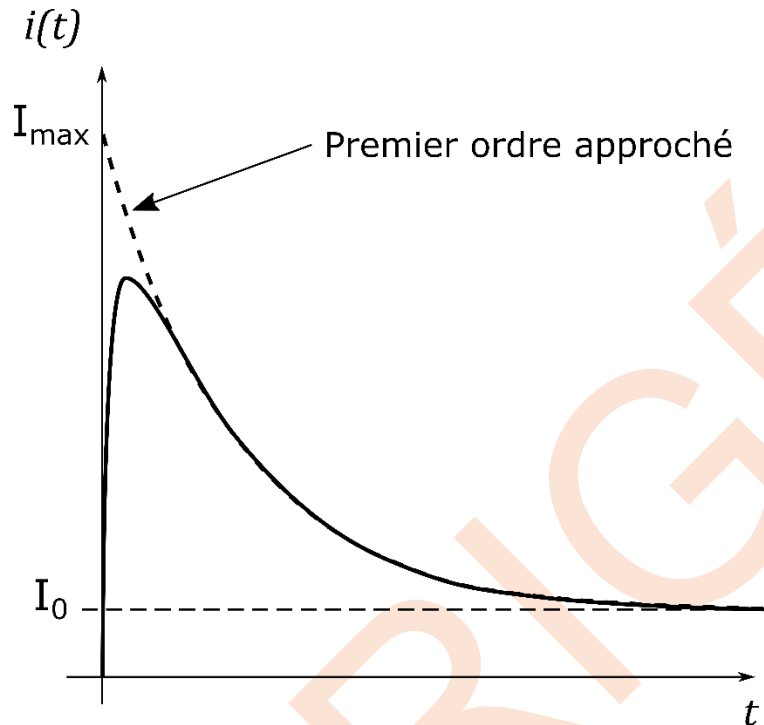
donc au final :

$$i(t) = I_0 + (I_{max} - I_0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_{em}}\right)$$

CQFD.

Question 12 : donner une méthode pour estimer le courant maximal I_{max} à partir de relevés expérimentaux du courant $i(t)$.

On en déduit que dans ces conditions, $i(0) = I_{max}$. On peut donc obtenir une mesure de I_{max} en approximant la réponse indicielle en courant par un premier ordre variant de la valeur I_{max} à $t = 0$ à la valeur finale I_0 .



1.4. Synthèse de l'analyse

Question 13 : Si l'on considère que l'on peut mesurer I_0 , I_{max} , τ_e , τ_{em} et Ω_0 , et connaissant la valeur de U_0 , donner les expressions permettant de déterminer R , k , C_s , J_{eq} et L , dans l'hypothèse où les frottements visqueux sont considérés comme négligeables.

et $E_0 = U_0 - R I_0$

$$R = \frac{U_0}{I_{max}}$$

$$k = \frac{E_0}{\Omega_0} = \frac{U_0 - R I_0}{\Omega_0}$$

$$C_s = k I_0$$

$\tau_{em} = \frac{R J_{eq}}{k^2 + R f_{eq}}$ et $f_{eq} = 0$ soit donc $\tau_{em} = \frac{R J_{eq}}{k^2}$ et donc :

$$J_{eq} = \frac{\tau_{em} k^2}{R}$$

$\tau_e = \frac{L}{R}$ soit donc :

$$L = R \tau_e$$

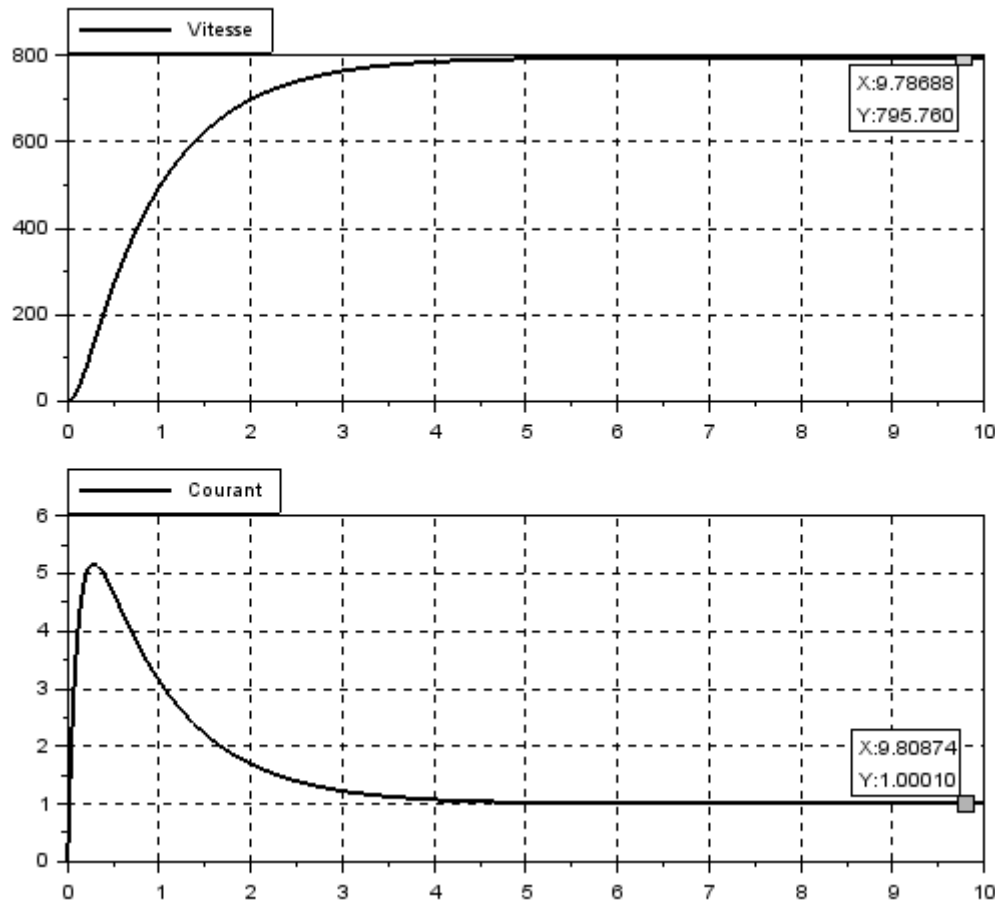
2. Modélisation de la MCC

Question 1 : donner la valeur de k pour que la vitesse affichée soit bien exprimée en tr/s (le capteur de vitesse fournissant une mesure en unités S.I.).

Passage de rad/s à des tours/s avec 1 tour = 2π rad soit donc :

$$k = \frac{1}{2\pi}$$

Question 2 : donner alors les valeurs finales du courant (en A) et de la vitesse obtenus (en tr/s). Vous préciserez les conditions de simulation (temps de simulation et temps de mesure).



Il faut un **temps de simulation suffisant** pour atteindre la valeur finale comme **10 s**. On mesure alors précisément ("démarrer gestionnaire de datatips" dans figure) :

vitesse finale = 795,76 tr/s

courant final = 1 A

2.1. Intégration des résultats expérimentaux

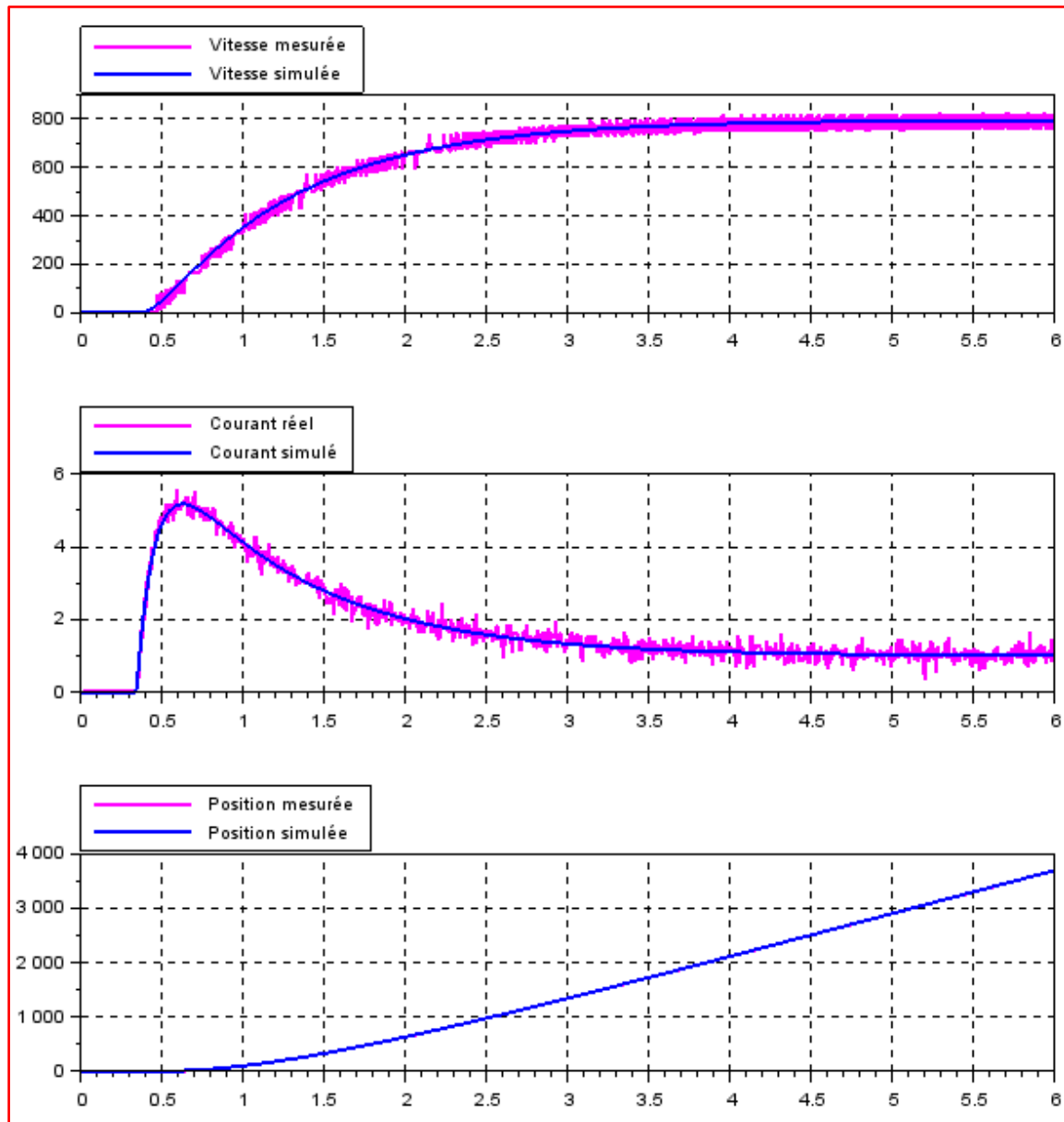
1. Renseigner le bloc "Read CSV" de la manière suivante :
2. Renseigner la valeur de gain k_1 correspondant à l'encodeur du moteur.

4 impulsions / tour : **$k_1 = 1/4$ [tr/impulsion]**

3. **Régler enfin le décalage temporel** en retardant l'échelon de tension U_0 du retard estimé (à déterminer donc !!), dans les paramètres du bloc.

Retard estimé de 0,34 s.

Résultats :



3. Expérimentation

Question 1 : déterminer le nombre d'impulsions par tour que mesure votre encodeur (pour une mesure fiable, effectuer plusieurs tours). Vous veillerez à effectuer ces mesures avec le plus grand soin afin de ne pas endommager les moteurs (en particulier les WT341, dont les soudures sont proches et les fils amovibles).

Selon le moteur :

FIT0450 : 16 impulsions par tour

WT341 : 8 impulsions par tour

Question 2 : en déduire la précision de ce capteur en position de l'arbre de sortie du moteur (en °). Que devient cette précision pour l'arbre de sortie du réducteur ?

arbre moteur :

FIT0450 : $360/16 = 22,5^\circ$

WT341 : $360/8 = 45^\circ$

arbre réducteur :

FIT0450 (rapport de réduction 120:1) : $22,5/120 = 0.1875^\circ$

WT341 (rapport de réduction 34:1) : $45/34 = 1.32^\circ$

Question 3 : en exploitant les relevés temporels obtenus, déterminer les mesures suivantes (faites appel à l'analyseur au besoin) :

- ☐ I_0 , le courant en régime permanent ;
- ☐ I_{max} , le courant maximal à rotor bloqué ,
- ☐ Ω_0 , la vitesse de rotation en régime permanent ;
- ☐ τ_{em} , la constante de temps électromécanique ;
- ☐ τ_e , la constante de temps électrique (si possible).

Grandeur mesurée	FIT0450	WT341
Ω_0	145 tr/s = 911 rad/s	77,5 tr/s = 487 rad/s
I_0	0,380 A	0,4 A
I_{max}	1,133 A	1,55 A
τ_{em}	152 ms	65 ms
τ_e	0,9 ms	0,45 ms

Remarque : la mesure de τ_e n'est possible que par la méthode des 0,63 de la valeur finale, et il est préférable de l'utiliser aussi pour τ_{em} (pente à l'origine pas précise, et 0,95 de valeur finale pas nettement distinguable avec la mesure bruitée).

Pour une mesure de I_{max} la plus précise, il est nécessaire d'extrapoler le premier ordre comme indiqué dans l'analyse.

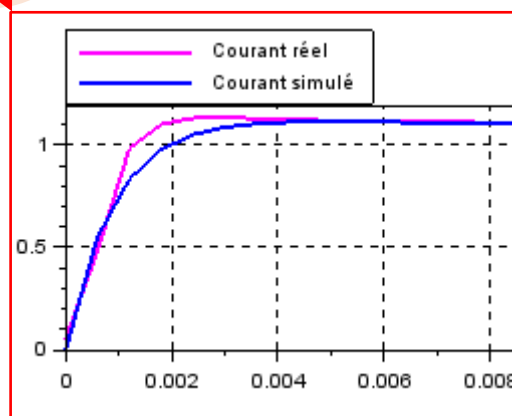
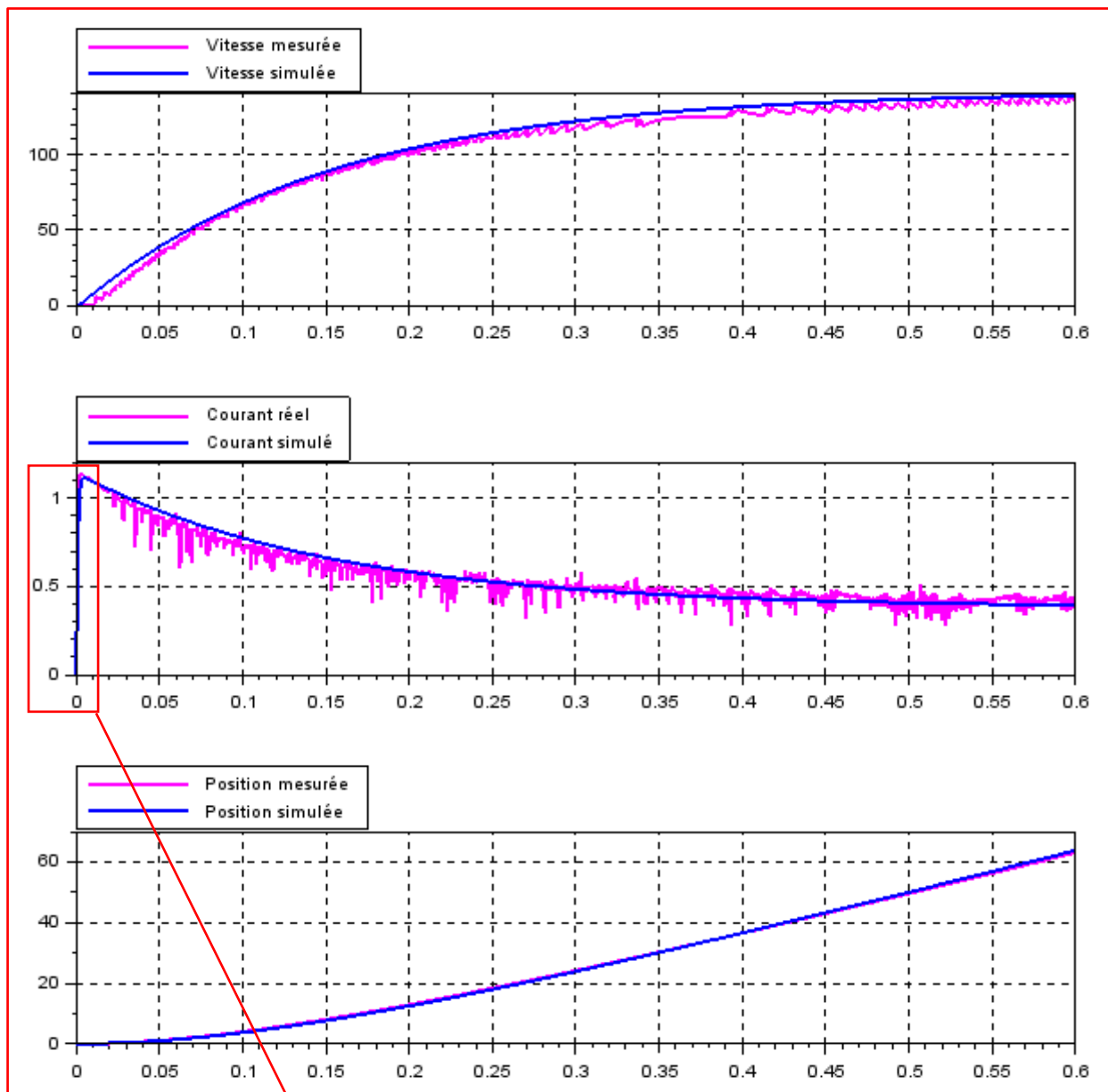
Question 4 : en déduire, avec l'aide de l'analyseur, les paramètres du modèle de la MCC et les fournir au modélisateur.

Grandeur déterminée	FIT0450	WT341
R	5,3 Ω	3,9 Ω
E_0	3,99 V	4,45 V
k	4,38 e-3 V/(rad/s)	9,14 e-3 V/(rad/s)
C_s	1,66 e-3 Nm	3,65 e-3 Nm
J_{eq}	5,5 e-7 kg·m ²	1,39 e-6 kg·m ²
L	4,77 mH	1,76 mH

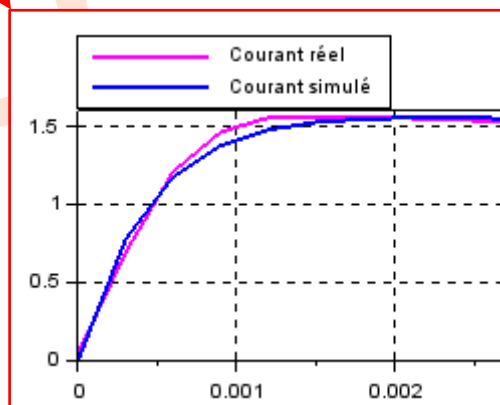
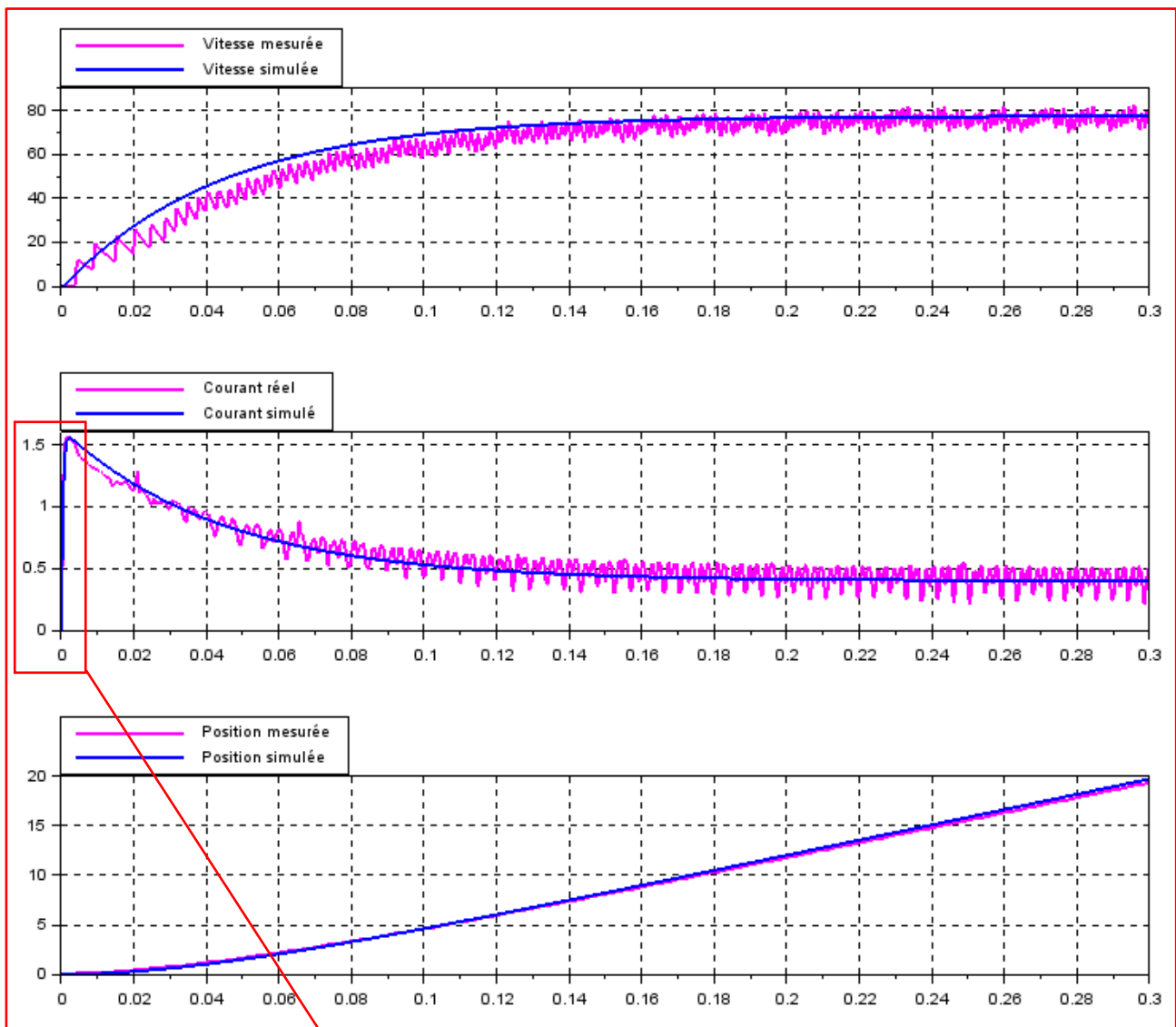
4. Synthèse des résultats

Question 1: mettre les premiers résultats superposés du réel et du simulé dans votre compte-rendu, pour les courbes de courant, de vitesse et de position.

FIT0450 :



WT341 :



Question 3 : expliquer, justifier les écarts résiduels en les quantifiant au besoin.

Les courbes de positions quasiment confondues montrent que la cinématique simulée et la cinématique réelle sont quasiment les mêmes. Les écarts en vitesse sont liés à l'opération de dérivation, qui amplifie le bruit de mesure, et qui nécessite un filtrage, entraînant le léger décalage temporel observé.

Dans tous les cas, en régime permanent les grandeurs sont quasiment confondues, en régime transitoire les évolutions sont sensiblement les mêmes, ainsi qu'en phase de démarrage où le courant maximal atteint est là encore sensiblement le même dans les deux cas. Les éventuels écarts de courbes observés s'expliquent par la période d'échantillonnage des mesures de 0,5 ms, qui est de l'ordre de grandeur de la constante de temps électrique et qui ne permet donc pas d'observer correctement les variations du signal (Shannon non respecté...).

De plus, les modèles ne tiennent pas compte des frottements visqueux, qui feraient mieux "coller" la courbe sur les deux tracés courant et vitesse.

En conclusion, les résultats sont (et devraient être) globalement très similaires, pour peu que les mesures aient été le plus soigneusement réalisées.

Il est possible de raffiner le modèle en jouant sur les paramètres, en particulier sur τ_{em} en ne jouant que sur J_{eq} (ou sur J_{eq} en ne jouant que sur τ_{em}).