

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

Constructions Métalliques

SESSION 2013

E4 : Analyse et Calcul des structures

U4.2 Note de calculs

Éléments de corrigé

Barème indicatif

Partie 1 : 6 points
Partie 2 : 6 points

Partie 3 : 4 points
Partie 4 : 4 points

CODE ÉPREUVE :	EXAMEN : BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR	SPÉCIALITÉ : CONSTRUCTIONS METALLIQUES	
SESSION 2013	CORRIGÉ	Epreuve U42 Note de Calculs	Calculatrice autorisée : oui
Durée : 4h	Coefficient : 3	SUJET N°	Page : 1/13

Partie 1 : Etude des actions climatiques

1.1 – Actions dues à la neige

Question n°1

Région A2 $s_{k,0} = 0,45 \text{ kN/m}^2$ charge accidentelle $s_{Ad} = 1,00 \text{ kN/m}^2$

Altitude inférieure à 200 m, pas de correction Δs_1 $s_k = s_{k,0} = 0,45 \text{ kN/m}^2$

Question n°2

Répartitions de neige à prendre en compte sur la couverture ($C_e = 1$ et $C_t = 1$)

Il s'agit d'une toiture à versants multiples (art. 5.3.4 EN1991-1-3)

$$\bar{\alpha} = \alpha = \text{Inv} \tan 0,55 = 28,8^\circ \quad \mu_1 = 0,80 \quad \mu_2 = 0,8 + 0,8 \cdot \frac{\alpha}{30} = 0,8 + 0,8 \times \frac{28,8}{30} = 1,57$$

Situations de projet durables et transitoires :

Cas S1 $s = 0,80 \times 0,45 = 0,36 \text{ kN/m}^2$

Cas S2 $s = 1,57 \times 0,45 = 0,71 \text{ kN/m}^2$

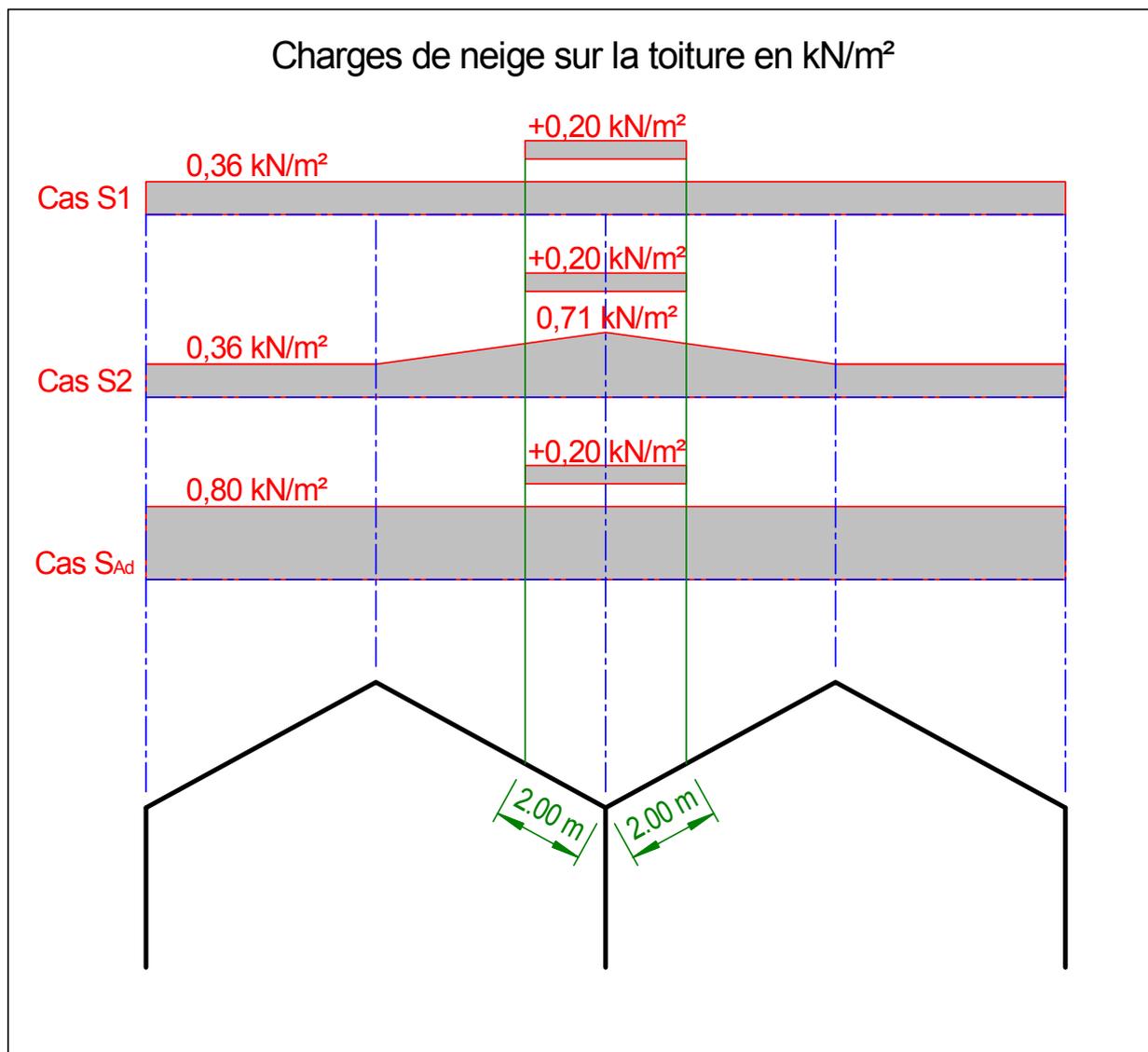
Majoration $s^* = 0,20 \text{ kN/m}^2$ dans les zones d'évacuation des eaux de pluie (distance de 2 m de part et d'autre de la noue)

Situations de projet accidentelles :

Cas s_{Ad} $s = 0,80 \times 1,00 = 0,80 \text{ kN/m}^2$

Majoration $s^* = 0,20 \text{ kN/m}^2$ dans les zones d'évacuation des eaux de pluie (distance de 2 m de part et d'autre de la noue)

Ces répartitions sont représentées sur le document réponse DR1.



1.2 – Actions dues au vent

Question n°3

Pression dynamique de pointe $q_p(z) = c_e(z) \cdot q_b$ avec $q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2$

Vent région 1 $v_b = 22 \text{ m/s}$ $q_b = \frac{1}{2} \times 1,225 \times 22^2 \times 10^{-3} = 0,296 \text{ kN/m}^2$

Catégorie de terrain IIIb $z_{\min} = 9,00 \text{ m}$ Hauteur au dessus du sol $z = 6,25 \text{ m}$

$c_e(z) = 1,425$ lu sur la figure 4.2 (EN 1991-1-4) $q_p(z) = 1,425 \times 0,296 = 0,422 \text{ kN/m}^2$

Question n°4

L'article 7.2 de l'EN 1991-1-4 est applicable s'il n'y a pas plus d'une face ouverte à plus de 30% (art. 7.2.9). Dans le cas contraire, il faudrait utiliser les règles définies en 7.3 (toitures isolées) et 7.4 (murs isolés).

Faces ouvertes	Aire de la face	Aire des ouvertures de la face	Pourcentage d'ouverture
Pignon file 3	$20,00 \times \frac{3,50 + 6,25}{2} = 97,50 \text{ m}^2$	$20,00 \times 3,00 = 60,00 \text{ m}^2$	$\frac{60,00}{97,50} = 61,5\%$
Long-pan file A	$13,67 \times 3,50 = 47,85 \text{ m}^2$	$4,50 \times 3,00 = 13,50 \text{ m}^2$	$\frac{13,50}{47,85} = 28,2\%$

Seul le pignon file 3 est ouvert à plus de 30% ; l'article 7.2 est applicable.

Question n°5

Profondeur des zones de rive $e = \min(b ; 2 \cdot h) = \min(13,67 \text{ m} ; 2 \times 6,25 \text{ m}) = 12,50 \text{ m}$

Parois verticales (art. 7.2.2 EN 1991-1-4) $\frac{h}{d} = \frac{6,25}{20,00} = 0,3125$ $0,25 < \frac{h}{d} < 1,00$

Les coefficients $c_{pe,10}$ sont obtenus par interpolation à partir du tableau 7.1 EN 1991-1-4

	Zone A	Zone B	Zone C	Zone D	Zone E
$h/d = 0,25$	- 1,20	- 0,80	- 0,50	+ 0,70	- 0,30
$h/d = 0,3125$	- 1,20	- 0,80	- 0,50	+ 0,71	- 0,32
$h/d = 1,00$	- 1,20	- 0,80	- 0,50	+ 0,80	- 0,50

Toiture à versants multiples (art. 7.2.7 EN 1991-1-4 configuration de la figure 7.10 c)

Angle de pente des versants $\alpha = \text{inv tan}(0,55) = 28,81^\circ \approx 30^\circ$

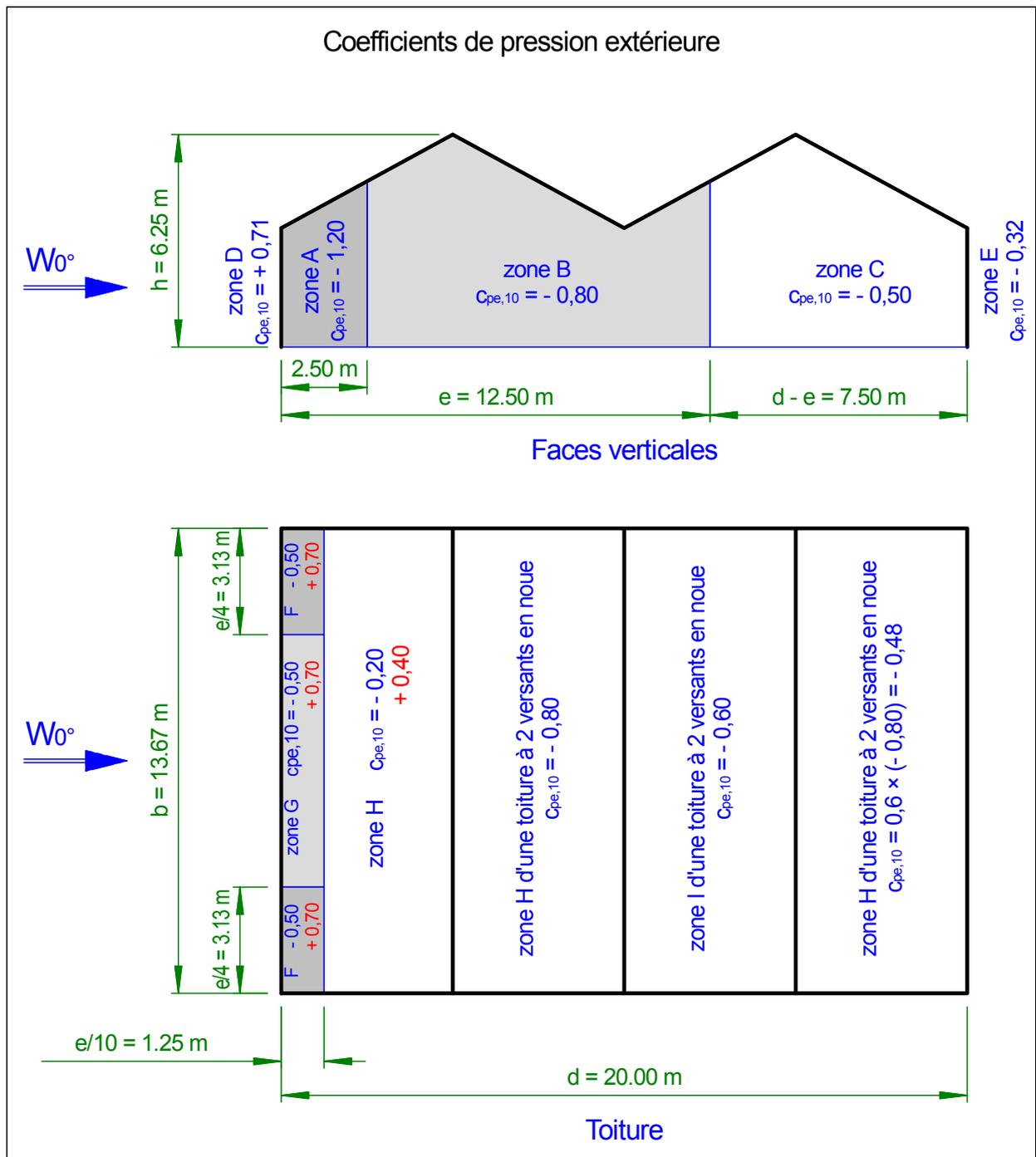
Les coefficients $c_{pe,10}$ du premier versant sont ceux d'une toiture à un seul versant

	Zone F	Zone G	Zone H
Versant en dépression	- 0,50	- 0,50	- 0,20
Versant en pression	+ 0,70	+ 0,70	+ 0,40

Les coefficients $c_{pe,10}$ des deux versants suivants sont ceux des zones H et I d'une toiture à deux versants en noue ($\alpha = -30^\circ$)

Zone H $c_{pe,10} = -0,80$ Zone I $c_{pe,10} = -0,60$

Le coefficient $c_{pe,10}$ du dernier versant est égal à 0,6 fois celui de la zone H de la toiture à deux versants en noue ($\alpha = -30^\circ$)

$$c_{pe,10} = 0,6 \times (-0,80) = -0,48$$


Question n°6

Une face d'un bâtiment est considérée comme dominante lorsque l'aire de ses ouvertures est au moins égale à deux fois l'aire des ouvertures et des fuites d'air dans les autres faces du bâtiment (art.7.2.9 (4)).

La face comportant le plus d'ouvertures est le pignon file 3 : $60,00 \text{ m}^2$

Les ouvertures des autres faces (long-pan file A) représentent : $13,50 \text{ m}^2$

$60,00 \text{ m}^2 \geq 2 \times 13,50 \text{ m}^2$; le pignon file 3 est une face dominante.

Question n°7

L'aire des ouvertures dans la face dominante étant au moins égale à trois fois l'aire des ouvertures dans les autres faces ($60,00 \text{ m}^2 \geq 3 \times 13,50 \text{ m}^2$), le coefficient de pression intérieure est égal à $c_{pi} = 0,90 \cdot c_{pe,10}$.

$c_{pe,10}$ est la moyenne pondérée des coefficients de pression extérieure au niveau des ouvertures de la face dominante (zones A, B, C).

	Aire A	$c_{pe,10}$	$A \cdot c_{pe,10}$
Zone A	$2,50 \times 3,00 = 7,50 \text{ m}^2$	-1,20	$7,50 \times (-1,20)$ $= -9,00$
Zone B	$10,00 \times 3,00 = 30,00 \text{ m}^2$	-0,80	$30,00 \times (-0,80)$ $= -24,00$
Zone C	$7,50 \times 3,00 = 22,50 \text{ m}^2$	-0,50	$22,50 \times (-0,50)$ $= -11,25$
Aire totale des ouvertures de la face dominante	$60,00 \text{ m}^2$	$\frac{-44,25}{60,00} = -0,738$	$-9,00 - 24,00 - 11,25$ $= -44,25$

Le coefficient de pression intérieure a pour valeur : $c_{pi} = 0,90 \times (-0,738) = -0,664$

Partie 2 : Etude d'une panne

2.1 – Descente de charges et combinaison d'actions

Question n°8

L'annexe 1 du dossier technique d'étude donne une masse surfacique de $6,98 \text{ kg/m}^2$ pour la couverture HACIERCO 3.333.39 T ép.0,75.

Poids surfacique de la couverture $0,0698 \text{ kN/m}^2$ avec $g = 10 \text{ m/s}^2$

Largeur d'influence d'une panne intermédiaire $2,65 \text{ m}$

Charge linéique apportée par la couverture sur les pannes $2,65 \times 0,0698 = 0,185 \text{ kN/m}$

Le tableau des caractéristiques des profils IPE donne une masse linéique de $15,8 \text{ kg/m}$ pour les pannes IPE 160.

Poids linéique des pannes $0,158 \text{ kN/m}$ avec $g = 10 \text{ m/s}^2$

Charge permanente linéique s'exerçant sur une panne $0,158 + 0,185 = 0,343 \text{ kN/m}$

Question n°9

Largeur d'influence projetée d'une panne intermédiaire $2,65 \times \cos 28,8^\circ = 2,32 \text{ m}$

Charge de neige linéique s'exerçant sur une panne $2,32 \times 0,575 = 1,335 \text{ kN/m}$

Question n°10

Combinaison d'actions charges permanentes + neige S2 à prendre en compte à l'état limite ultime pour la vérification de la panne : $1,35.G + 1,50.S2$

Charge linéique correspondante $1,35 \times 0,343 + 1,50 \times 1,335 = 2,466 \text{ kN/m}$

Question n°11

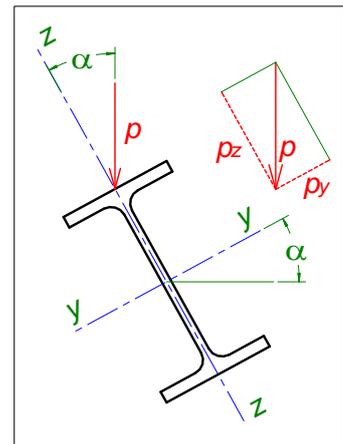
La charge étant verticale et l'axe des pannes étant incliné de $28,8^\circ$ par rapport à cette direction, les pannes sont sollicitées en flexion déviée.

2.2 – Etat limite de service

Question n°12

Composantes p_y et p_z de la charge répartie p dans le système d'axes (y, z) .

$$\alpha = 28,8^\circ \quad \vec{p} \begin{cases} p_y = -1,680 \times \sin 28,8^\circ = -0,810 \text{ kN/m} \\ p_z = -1,680 \times \cos 28,8^\circ = -1,472 \text{ kN/m} \end{cases}$$



Question n°13

Valeur limite recommandée pour la flèche $w_{\max,z}$ de la panne sous la totalité des charges (Annexe Nationale EN 1991-1-3 clause 7.2.1) : $w_{z,\max} = \frac{L}{200}$

L est la portée des pannes, égale à la distance entre axes de portiques : $L = 6750 \text{ mm}$

$$w_{z,\max} = \frac{6750}{200} = 33,8 \text{ mm}$$

Moment quadratique minimal I_y des pannes isostatiques satisfaisant la condition de flèche :

$$w_z = \frac{5 \cdot |p_z| \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \leq w_{z,\max} \quad I_{y\min} = \frac{5 \cdot |p_z| \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot w_{z,\max}} = \frac{5 \times 1,472 \times 6750^4}{384 \times 210000 \times 33,8} \times 10^{-4} = 560,6 \text{ cm}^4$$

IPE 160	$I_y = 869,3 \text{ cm}^4 \geq 560,6 \text{ cm}^4$	satisfaisant
IPE 140	$I_y = 541,2 \text{ cm}^4 < 560,6 \text{ cm}^4$	insuffisant

La section IPE 160 ne peut être réduite vis-à-vis de ce critère.

Question n°14

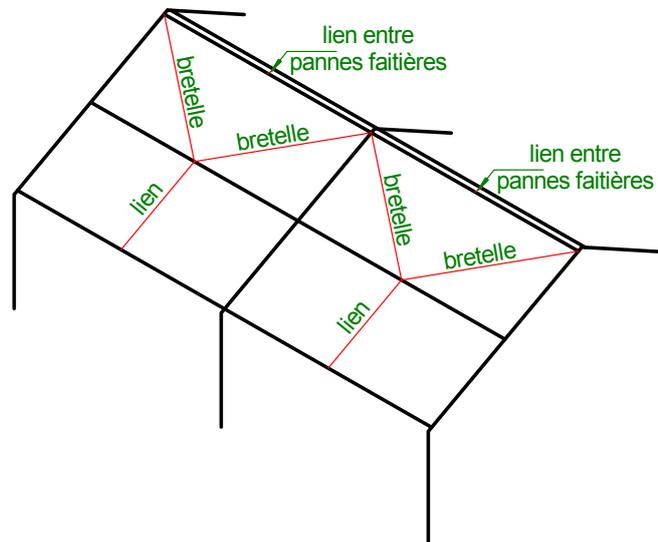
$$w_y = \frac{5 \cdot |p_y| \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I_z} = \frac{5 \times 0,810 \times 6750^4}{384 \times 210000 \times 66,28 \times 10^4} = 157,3 \text{ mm} \quad w_{y,\max} = \frac{6750}{200} = 33,8 \text{ mm}$$

$w_y > w_{y,\max}$ la condition de flèche n'est pas vérifiée.

Nota : En toute rigueur, c'est la flèche verticale qui doit rester inférieure à $L/200$ mais cette vérification est couverte par les conditions $w_{y,\max} \leq L/200$ et $w_{z,\max} \leq L/200$ sans rendre le calcul trop défavorable.

Il est possible de réduire la flèche dans le plan du versant par un système de liens et bretelles attachées au faîtiage des portiques.

La portée des pannes est alors divisée par deux et il y a continuité au droit des liens (poutre sur 3 appuis), ce qui a pour effet de diviser la flèche dans le plan du versant par $2,4 \times 2^4 = 38,4$.



Question n°15

Pour satisfaire les conditions de flèche $w_{y,\max} \leq \frac{l}{200}$ et $w_{z,\max} \leq \frac{l}{200}$ sans liens ni bretelles, les moments quadratiques I_y et I_z doivent être supérieurs aux valeurs suivantes :

$$I_{y\min} = 560,6 \text{ cm}^4 \quad (\text{calculé à la question n°13})$$

$$I_{z\min} = \frac{5 \cdot |p_y| \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot w_{y,\max}} = \frac{5 \times 0,810 \times 6750^4}{384 \times 210000 \times 33,8} \times 10^{-4} = 308,5 \text{ cm}^4$$

Profils creux finis à froid les plus légers satisfaisant ces conditions :

Profil creux carré 140 × 4	$I_y = I_z = 651 \text{ cm}^4$		$p = 0,168 \text{ kN/m}$
Profil creux rectangulaire 150 × 100 × 4	$I_y = 594 \text{ cm}^4$	$I_z = 318 \text{ cm}^4$	$p = 0,149 \text{ kN/m}$

On retient le profil creux rectangulaire 150 × 100 × 4 ; son poids propre est proche de celui du profil IPE 160 ($p = 0,158 \text{ kN/m}$) mais il évite l'emploi de liens et bretelles, ce qui peut être plus avantageux.

2.3 – Etat limite ultime

Question n°16

Dans le plan (x,z), la panne peut être modélisée comme une poutre sur deux appuis de portée $l = 6,75 \text{ m}$.

$$\text{Moment fléchissant maximal : } M_{y,Ed} = \frac{|p_{uz}| \cdot l^2}{8} = \frac{2,161 \times 6,75^2}{8} = 12,308 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Question n°17

La section IPE 160 en acier S235 est de classe 1.

Les pannes sont sollicitées en flexion bi-axiale ; elles doivent satisfaire la condition de résistance (EN 1993-1-1 §6.2.9.1 formule (6.41) section en I : $\alpha = 2$; $N_{Ed} = 0 \Rightarrow \beta = 1$) :

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^2 + \left| \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \right| \leq 1$$

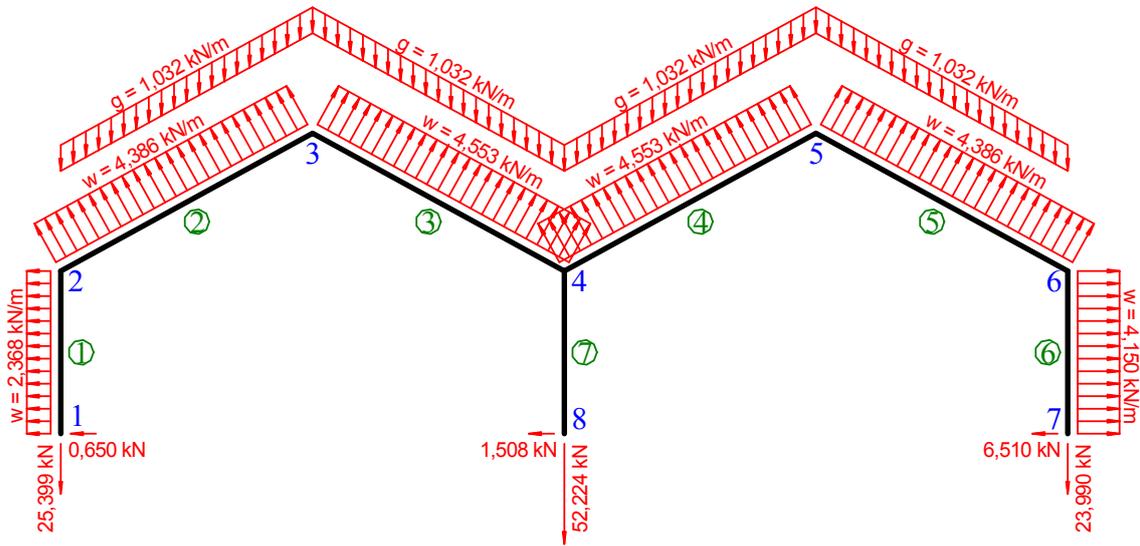
$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot f_y = 123,9 \times 10^3 \times 235 \times 10^{-6} = 29,11 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \cdot f_y = 26,1 \times 10^3 \times 235 \times 10^{-6} = 6,13 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right)^2 + \left| \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \right| = \left(\frac{12,31}{29,11} \right)^2 + \left| \frac{1,69}{6,13} \right| = 0,455 \leq 1 \quad \text{condition de résistance vérifiée}$$

Partie 3 : Etude du portique – exploitation d'un listing informatique

Questions n°18 et 19



Repérage des nœuds et poutres - représentation des actions s'exerçant sur le portique

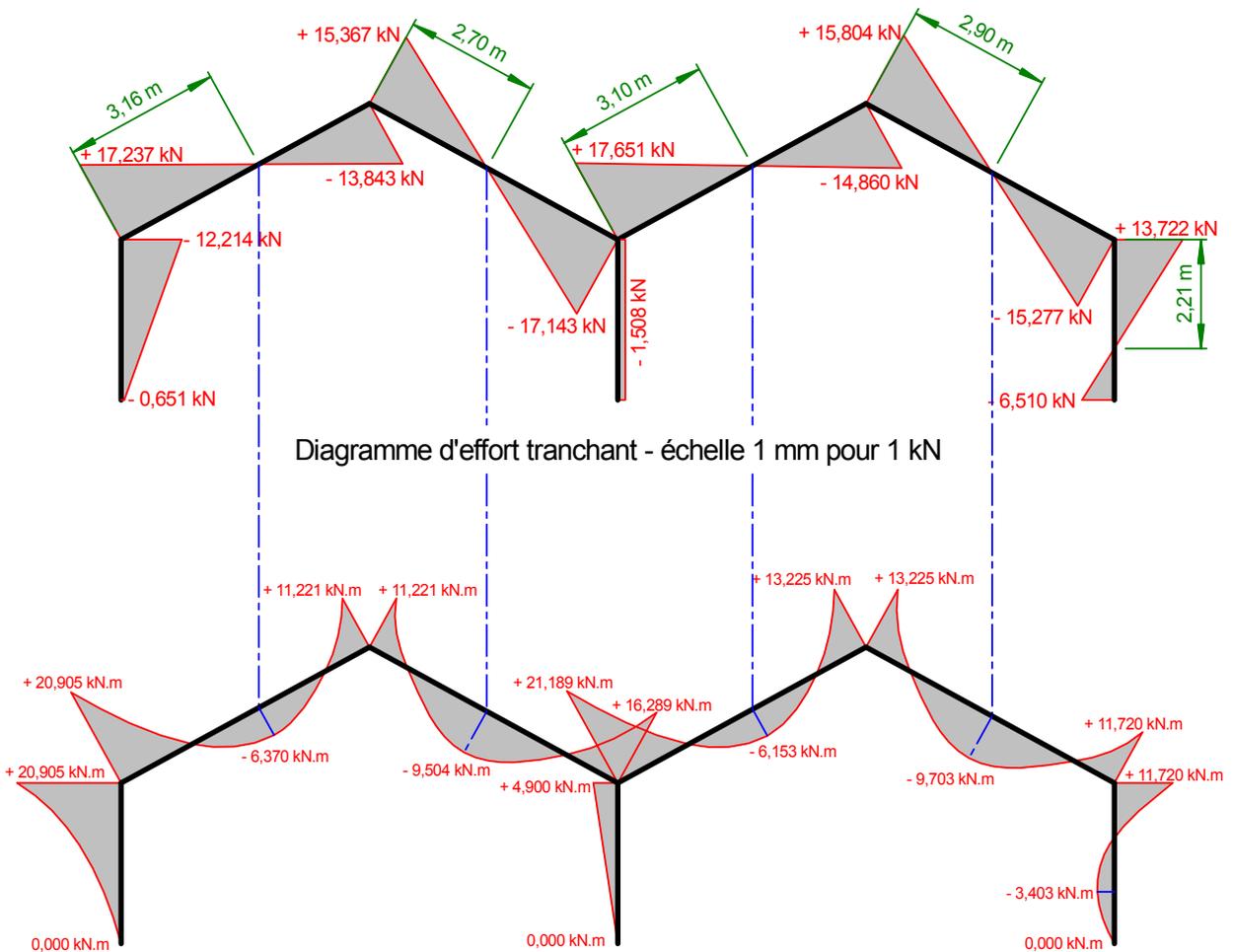


Diagramme de moment fléchissant - échelle 1 mm pour 1 kN.m

Toutes les barres sont soumises à des charges réparties uniformes.

L étant la longueur d'une barre, V_o et V_e étant les efforts tranchants à l'origine et à l'extrémité, M_o étant le moment fléchissant à l'origine, l'effort tranchant et le moment fléchissant le long de la barre ont pour expression dans le repère local :

$$V(x) = \frac{V_e - V_o}{L} \cdot x + V_o \qquad M(x) = \frac{V_o - V_e}{2 \cdot L} \cdot x^2 - V_o \cdot x + M_o$$

L'effort tranchant s'annule à $x = \frac{V_o \cdot L}{V_o - V_e}$, ce qui correspond le cas échéant à un sommet

pour le moment fléchissant $M_s = \frac{V_o^2 \cdot L}{2 \cdot (V_e - V_o)} + M_o$

Partie 4 : Vérification d'un poteau à l'état limite ultime

Question n°20

Hors du plan du portique, les nœuds situés au droit de la lisse médiane et en tête du poteau sont immobilisés en déplacement par la croix de Saint-André.

Le poteau est articulé en pied et peut être considéré comme articulé en tête (faible rigidité en torsion de la traverse).

La lisse médiane, liée à la croix de Saint-André, crée un point d'inflexion à mi-hauteur.

La longueur de flambement du poteau hors du plan du portique est donc égale à sa demi-hauteur : $L_{cr,z} = 1,625 \text{ m}$

Question n°21

Calcul des coefficients de flambement χ_y et χ_z

Caractéristiques de la section IPE240 : $A = 39,1 \text{ cm}^2$ $I_y = 3891,6 \text{ cm}^4$ $I_z = 283,6 \text{ cm}^4$

Longueurs de flambement : $L_{cr,y} = 12,932 \text{ m}$ $L_{cr,z} = 1,625 \text{ m}$

$$N_{cr,y} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_y}{L_{cr,y}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210000 \times 3891,6 \times 10^4}{12932^2} \times 10^{-3} = 482,31 \text{ kN}$$

$$N_{cr,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{L_{cr,z}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210000 \times 283,6 \times 10^4}{1625^2} \times 10^{-3} = 2226,23 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{39,1 \times 10^2 \times 235}{482,31 \times 10^3}} = 1,381 \qquad \bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{39,1 \times 10^2 \times 235}{2226,23 \times 10^3}} = 0,643$$

S'agissant d'une section en I laminée de rapport $\frac{h}{b} = \frac{240}{120} = 2,00 > 1,2$, en acier S235 dont les épaisseurs de semelles ne dépassent pas 40 mm, on utilise la courbe a pour le flambement d'axe y et la courbe b pour le flambement d'axe z ; les coefficients d'imperfection ont pour valeurs respectives : $\alpha_y = 0,21$ et $\alpha_z = 0,34$

$$\phi_y = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_y \cdot (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 \times \left[1 + 0,21 \times (1,381 - 0,2) + 1,381^2 \right] = 1,577$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_z \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \times \left[1 + 0,34 \times (0,643 - 0,2) + 0,643^2 \right] = 0,782$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{1,577 + \sqrt{1,577^2 - 1,381^2}} = 0,428 \leq 1$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{0,782 + \sqrt{0,782^2 - 0,643^2}} = 0,815 \leq 1$$

Question n°22

Calcul du coefficient de déversement χ_{LT}

Quel que soit l'effort axial N_{Ed} , la section IPE 240 en acier S235 est de classe 1.

$$W_{pl,y} = 366,6 \text{ cm}^3 \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{366,6 \times 10^3 \times 235}{176 \times 10^6}} = 0,700$$

S'agissant d'une section en I laminée de rapport $\frac{h}{b} = \frac{240}{120} = 2,00 \leq 2$, on utilise la courbe a pour le déversement ; le coefficient d'imperfection a pour valeur: $\alpha_{LT} = 0,21$

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \times \left[1 + 0,21 \times (0,700 - 0,2) + 0,700^2 \right] = 0,797$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,797 + \sqrt{0,797^2 - 0,700^2}} = 0,848 \leq 1$$

Question n°23

Vérification du poteau soumis à la flexion-compression

$$N_{Ed} = 31,51 \text{ kN} \quad M_{y,Ed} = 38,08 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Calculs préliminaires :

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{3910 \times 235}{1,0} \times 10^{-3} = 919,23 \text{ kN} \quad \left| \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right| = \left| \frac{31,51}{919,23} \right| = 0,034 \leq 1$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{366,6 \times 10^3 \times 235}{1,0} \times 10^{-6} = 86,16 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \left| \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right| = \left| \frac{38,08}{86,16} \right| = 0,442 \leq 1$$

La vérification de stabilité est réduite à : $(\gamma_{M1} = 1,0)$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{pl,Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} \leq 1 \quad \text{et} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{pl,Rd}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} \leq 1$$

Les coefficients d'interaction sont donnés $k_{yy} = 0,991$ et $k_{zy} = 0,558$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{pl,Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} = \frac{0,034}{0,428} + 0,991 \times \frac{0,442}{0,848} = 0,080 + 0,991 \times 0,521 = 0,597 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{pl,Rd}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} = \frac{0,034}{0,815} + 0,558 \times \frac{0,442}{0,848} = 0,042 + 0,558 \times 0,521 = 0,333 \leq 1$$

Le poteau est vérifié.