

# Éléments de correction de l'épreuve de modélisation d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

## Question 1

Les codes correcteurs d'erreurs sont efficaces contre les erreurs isolées. En transmission numérique, les erreurs de transmissions arrivent souvent de manière groupées (fading, etc...). Un gros « paquet » d'erreurs est difficilement corrigeable par un code correcteur d'erreur. Le rôle d'un circuit d'entrelacement est de modifier l'ordre des données transmises afin qu'un « paquet » de plusieurs erreurs consécutives soit réparti à la réception en nombreuses erreurs isolées qui seront corrigeables par un code correcteur d'erreur.

## Question 2

A l'émission, les octets transmis sont retardés de 0, de 17 octets, 34 = 17x2 octets, etc...jusqu'à 187 octets = 17x11. Ainsi 2 octets consécutifs seront éloignés d'au moins 17 octets. L'octet qui n'est pas retardé est l'octet de synchronisation.

A la réception, on retarde de 17x11 l'octet de synchronisation qui n'était pas retardé, de 17x10 l'octet qui n'était retardé que d'un octet, etc. Ainsi à la réception, tous les octets sont retardés de 11x17, on récupère tous les octets dans l'ordre d'émission.

## Question 3

Le rôle de cette fonction est de rendre « plus aléatoire » les données transmises et éviter ainsi de longues séquences de signaux continus ou périodiques qui peuvent créer des raies sur le spectre des signaux transmis. On réalise cette fonction en additionnant modulo 2 (ou exclusif) le signal à transmettre avec la sortie d'un générateur pseudo-aléatoire.

## Question 4

Les fonctions logiques élémentaires utilisées pour réaliser cette structure sont des registres à décalages (bascules D) et des « ou exclusif ».

## Question 5

Dans une séquence pseudo-aléatoire, la séquence qui ne doit jamais être obtenue est « 00000000 », en effet cette séquence entraîne le blocage du générateur.

## Question 6

La longueur de la séquence est  $2^9 - 1 = 511$  bits, c'est la séquence de longueur maximale.

Sur la longueur de la séquence, il y a un 0 de moins qu'un 1 soit 256 « 1 » et 255 « 0 ».

La probabilité d'apparition d'un 1 est  $256/511 = 0,500978...$ ,

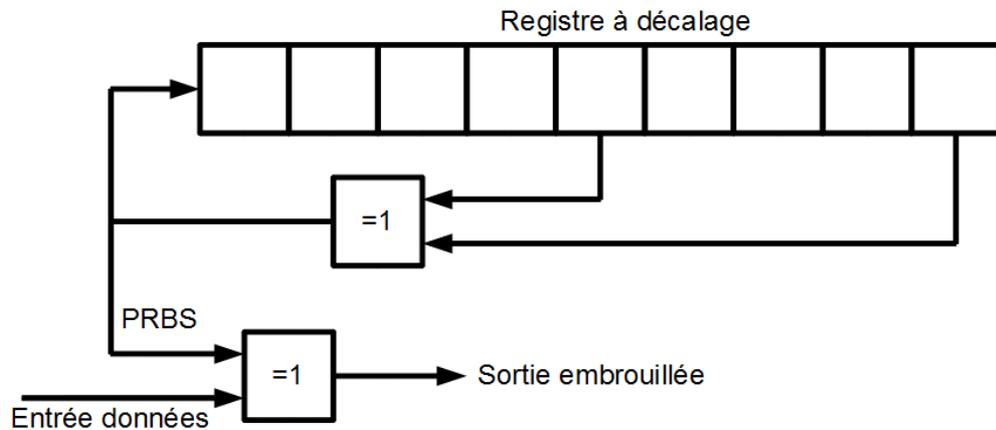
La probabilité d'apparition d'un 0 est  $255/511 = 0,499021...$ ,

La plus longue suite de « 1 » successifs est 9 (correspond à toutes les cellules du registre à 1)

La plus longue suite de « 0 » successifs est 8 (correspond à toutes les cellules du registre à 0 sauf une).

### Question 7

Les données à transmettre sont associées à PRBS, la sortie du générateur pseudo-aléatoire par l'intermédiaire d'un ou exclusif, conformément à la figure suivante :



Si le message à transporter est une longue suite de '0', le signal transporté est la séquence pseudo-aléatoire PRBS ( $0 \text{ xor } X = X$ ).

Si le message à transporter est une longue suite de '1', le signal transporté est la séquence pseudo-aléatoire inversée ( $1 \text{ xor } X = /X$ ).

### Question 8

OFDM : Orthogonal frequency-division multiplexing. La modulation OFDM est une modulation multiporteuse. Le principe consiste à répartir les données à transmettre sur de nombreuses porteuses modulées à bas débit. Son intérêt principal est d'être particulièrement « robuste » vis à vis des conditions de propagation rencontrées sur le canal terrestre : échos multiples, étalement temporel de la réponse impulsionnelle du canal. La modulation OFDM est aussi utilisée en télévision numérique terrestre. D'autres systèmes utilisent cette modulation : Télévision numérique terrestre, WiFi, ADSL, Téléphone 4G.

### Question 9

La TF de  $\text{Rect}(t/T_s)$  est

$$X_1(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Rect}(t/T_s) \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt = \int_0^{T_s} 1 \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt = \left[ \frac{e^{-j2\pi ft}}{(-j2\pi f)} \right]_0^{T_s} = \left[ \frac{e^{-j2\pi f T_s} - 1}{(-j2\pi f)} \right]$$

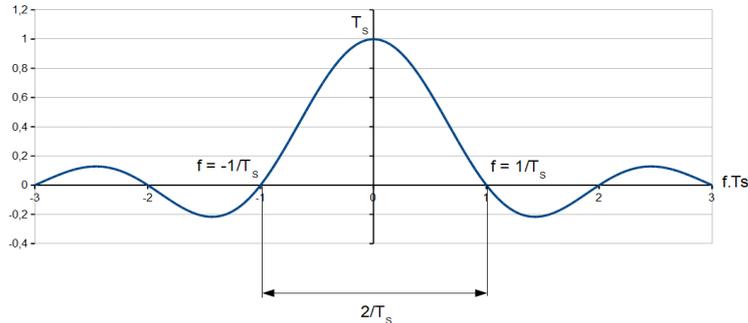
$$X_1(f) = \left[ \frac{e^{-j2\pi f T_s} - 1}{(-j2\pi f)} \right] = e^{-j2\pi f T_s/2} \left( \frac{e^{-j2\pi f T_s/2} - e^{j2\pi f T_s/2}}{(-j2\pi f)} \right) = e^{-j\pi f T_s} \left( \frac{e^{j\pi f T_s} - e^{-j\pi f T_s}}{(j2\pi f)} \right)$$

$$X_1(f) = e^{-j\pi f T_s} \left( \frac{\sin(\pi f T_s)}{(\pi f)} \right) = e^{-j\pi f T_s} \cdot T_s \left( \frac{\sin(\pi f T_s)}{(\pi f T_s)} \right)$$

Par identification,  $\theta = -\pi \cdot f \cdot T_s$      $u = \pi \cdot f \cdot T_s$     et  $\alpha = T_s$

### Question 10

L'allure du terme en sin u/u est le suivant :



La largeur du lobe principal est de  $2/T_s$ .

### Question 11

$G(f)$  est définie comme

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

calculons  $G'(f)$ , la TF de  $g(t) \cdot e^{j2\pi at}$

$$G'(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{j2\pi at} \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-j2\pi(f-a)t} dt = G(f - a)$$

Si  $G(f)$  est centré sur 0Hz,  $G(f-a)$  est centré sur la fréquence  $a$ . L'opération réalisée par la multiplication par  $e^{j2\pi at}$  est un changement de fréquence ou translation de fréquence.

### Question 12

Calcul de  $X_2(f)$ , transformée de Fourier de  $x_2(t)$

$$x_2(t) = e^{(2j\pi k(t-\Delta)/T_U)} \cdot \text{Rect}\left(\frac{t}{T_S}\right) = e^{2j\pi k\left(\frac{t}{T_U}\right)} \cdot e^{(-2j\pi k\Delta/T_U)} \cdot \text{Rect}\left(\frac{t}{T_S}\right) = e^{(-2j\pi k\Delta/T_U)} \cdot e^{2j\pi\left(\frac{k}{T_U}\right)t} \cdot x_1(t)$$

à ce signal correspond (en utilisant le résultat de la question précédente) la transformée de Fourier :

$$X_2(f) = e^{-\frac{j2\pi k\Delta}{T_U}} \cdot X_1\left(f - \frac{k}{T_U}\right)$$

Soit aussi (non demandé)

$$X_2(f) = e^{-\frac{j2\pi k\Delta}{T_U}} \cdot e^{-j2\pi\left(f - \frac{k}{T_U}\right)T_S} \cdot T_S \cdot \left[ \frac{\sin\left(\pi\left(f - \frac{k}{T_U}\right) \cdot T_S\right)}{\left(\pi\left(f - \frac{k}{T_U}\right) \cdot T_S\right)} \right]$$

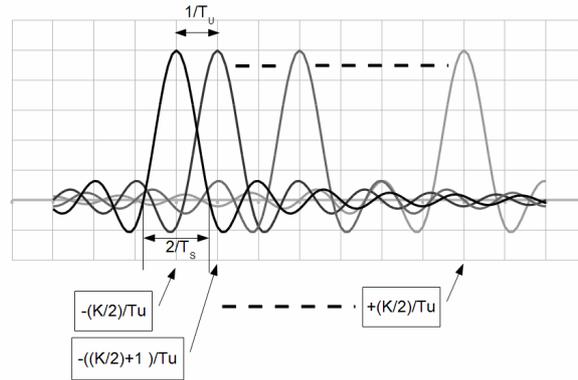
### Question 13

Déterminons maintenant  $X_3(f)$ . La transformée de Fourier de la somme est la somme des transformées de Fourier et donc :

$$X_3(f) = \sum_{k=-K/2}^{+K/2} e^{-j2\pi k\Delta/T_U} \cdot e^{-j\pi f\left(f - \frac{k}{T_U}\right)T_S} \cdot T_S \cdot \left[ \frac{\sin\left(\pi\left(f - \frac{k}{T_U}\right) \cdot T_S\right)}{\left(\pi\left(f - \frac{k}{T_U}\right) \cdot T_S\right)} \right] = \sum_{k=-K/2}^{+K/2} e^{-j2\pi k\Delta/T_U} \cdot X_1\left(f - \frac{k}{T_U}\right)$$

### Question 14

L'allure des spectres des différents termes est la suivante (voir figure)



### Question 15

Calcul de la largeur du spectre

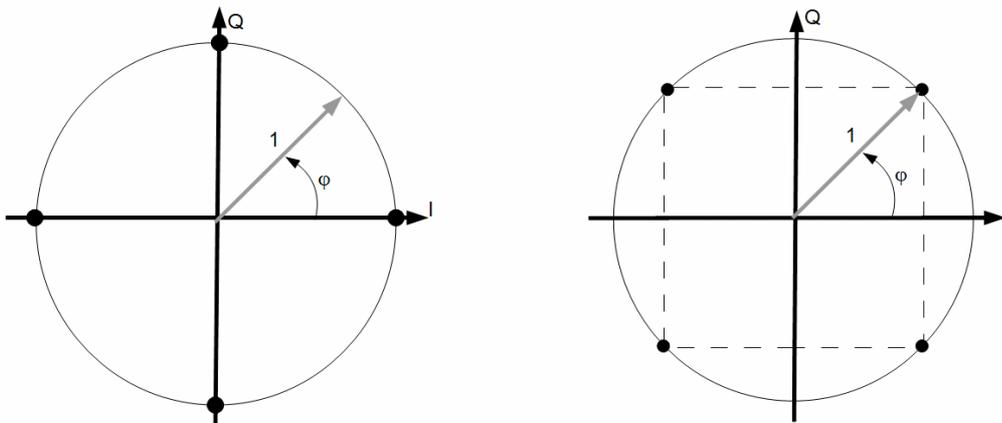
Le spectre s'étend de  $\left(-\frac{K}{2} \times \frac{1}{T_U}\right) - \frac{1}{T_S}$  à  $\left(\frac{K}{2} \times \frac{1}{T_U}\right) + \frac{1}{T_S}$  soit une largeur égale à :  $\frac{K}{T_U} + \frac{2}{T_S}$

Application numérique :  $K = 1536$  ;  $T_U = 1$  ms ;  $T_S = 1,246$  ms

Soit une largeur de : 1,537 MHz

### Question 16

$z_{m,l,k}$  est le symbole complexe représentatif de la modulation appliquée à chacune des porteuses . La constellation est une des deux suivantes :



$z_{m,l,k}$  peut donc prendre les différentes valeurs suivantes :

0 si  $k = 0$

$1.e^{j0}$  ;  $1.e^{j\pi/2}$  ;  $1.e^{j\pi}$  ;  $1.e^{j3\pi/2} = 1.e^{-j\pi/2}$  : nombres complexes de module 1 et d'arguments 0 ;  $\pi/2$  ;  $\pi$  ;  $3\pi/2$ . (Cas 1), ou nombres complexes de module 1 et d'arguments  $\pi/4$  ;  $3\pi/4$  ; ...  $\pi/4 + n. \pi/2$ .

### Question 17

Modulation DQPSK = modulation différentielle à 4 états de phase : c'est le saut de phase qui est codé en fonction des deux bits transmis, pas la phase absolue.

### Question 18

$K = 1536$  porteuses transportent l'information de  $-K/2$  (-768) à  $-1$  et de  $1$  à  $K/2$  (768). Il n'y a pas de porteuse 0 puisque  $z_{m,l,k} = 0$  si  $k = 0$ .

### Question 19

Le terme  $\sum_{l=0}^L ()$  correspond à la somme de plusieurs symboles pour former une trame complète.

Le terme  $\sum_{m=-\infty}^{+\infty} ()$  correspond à la somme de plusieurs trames au cours de la transmission.

Le terme  $\text{Re}[e^{(2j\pi f_c t)} ()]$  correspond à une modulation complexe soit une transposition de fréquence autour de la fréquence  $f_c$ . Cette opération est réalisée par un mélangeur I et Q (ou modulateur I et Q).

### Question 20

On identifie facilement :

$$x_4(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Z_m \cdot x_2(t - m \cdot T_S) \text{ à } x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cdot g(t - n \cdot T_S)$$

$z_m$  correspond à  $a_n$  et  $x_2(t)$  correspond à  $g(t)$

Rappelons les différentes valeurs de  $z_n$  :  $1 \cdot e^{j0}$  ;  $1 \cdot e^{j\pi/2}$  ;  $1 \cdot e^{j\pi}$  ;  $1 \cdot e^{j3\pi/2} = (+1, +j, -1, -j)$

On obtient  $m_a = 0$  et  $\sigma_a^2 = 4/4 = 1$  et :

$$\Gamma_{x_4}(f) = \frac{1}{T_S} |G(f)|^2 = \frac{1}{T_S} |X_2(f)|^2$$

et donc :

$$\Gamma_{x_4}(f) = \frac{1}{T_S} T_S^2 \left| \frac{\sin(\pi(f - \frac{k_1}{T_U}) \cdot T_S)}{(\pi(f - \frac{k_1}{T_U}) \cdot T_S)} \right|^2 = T_S \left| \frac{\sin(\pi(f - \frac{k_1}{T_U}) \cdot T_S)}{(\pi(f - \frac{k_1}{T_U}) \cdot T_S)} \right|^2$$

### Question 21

La formule de Bennett met bien en évidence le fait que si la moyenne des symboles est différente de 0, la densité spectrale de puissance du signal présente des raies. Le rôle de l'embrouilleur consiste donc à rendre équiprobables les symboles transmis pour éviter la présence de raies dans le spectre émis.

### Question 22

La densité spectrale de  $x_5(t)$  est donc la somme des densités spectrales de chaque porteuse (la porteuse 0 est nulle).

$$\Gamma_{x_5}(f) = T_S \left( \sum_{k=-N/2}^{-1} \left| \frac{\sin(\pi(f - \frac{k}{T_U}) \cdot T_S)}{(\pi(f - \frac{k}{T_U}) \cdot T_S)} \right|^2 + \sum_{k=1}^{N/2} \left| \frac{\sin(\pi(f - \frac{k}{T_U}) \cdot T_S)}{(\pi(f - \frac{k}{T_U}) \cdot T_S)} \right|^2 \right)$$

### Question 23

Chacune des porteuses est modulée en 4 états de phase, donc 2 bits sont transmis par symboles et par porteuse. Les K porteuses transmettent donc  $2 \cdot K$  bits =  $1\,536 \cdot 2 = 3\,072$  bits. Sur une trame, on transmet 76 symboles OFDM soit  $76 \cdot 3\,072 = 233\,472$  bits en 96 ms, soit  $233\,472 / 96 \cdot 10^{-3} = 2,432$  Mbit/s.

### Question 24

$2\,432$  kbit/s –  $(128 + 96) = 2\,208$  kbit/s. Le débit utile est alors compris entre  $2208/3$  et  $2208 \cdot 3/4$ . Soit entre 736 kbit/s et 1 656 kbit/s.

### Question 25

le retard  $T_d$  est lié à la différence de trajet  $d_2-d_1$ . Les deux ondes se propagent à la vitesse  $c$ . Le retard entre les deux signaux est  $T_d = (d_1-d_2)/c$ .

### Question 26

Il n'y a pas de recouvrement entre des symboles si  $T_d < \Delta$ .  $T_d \text{ max} = 246 \mu\text{s}$ . La différence de trajet maximale est  $d_2-d_1 = c.T_d = 73,8 \text{ km}$ .

### Question 27

La distance maximale entre deux émetteurs est de 73,8 km si on suppose qu'on reçoit l'émetteur 2 au pied de l'émetteur 1 ( $d_1 = 0$  et  $d_2 = d_{\text{max}}$ ). Cette valeur pouvant encore majorée de 30%.

### Question 28

Un réseau monofréquence avec un émetteur à Nantes et l'autre à St-Nazaire est possible puisque la distance est  $< 73,8 \text{ km}$  (50 à 60 km par lecture sur la carte).

### Question 29

La somme des débits transportés est égale à  $9 \times 96 + 2 \times 128 + 48 + 16 = 1\,184 \text{ kbit/s}$  ce qui correspond à un rendement de codage égal à 51% ( $1\,184 / 2\,208$ ), niveau de protection moyen.

### Question 30

Justification du spectre : la figure correspond à la densité spectrale de puissance du signal  $x_5(t)$ , translaté autour de la fréquence porteuse  $f_c$ . Les différents termes en  $(\sin(u)/u)^2$  se combinent pour former un spectre quasi rectangulaire. La largeur du spectre est voisine de 1,5 MHz, conformément à ce qui a été calculé précédemment. Il y a un « trou » à la fréquence centrale puisque la porteuse d'indice 0 est nulle.

### Question 31

Une antenne omnidirectionnelle émet dans toutes les directions d'un plan. Une antenne directive émet dans une direction privilégiée.

- Cas n°1 : Antenne omnidirectionnelle car l'émetteur doit émettre dans toutes les directions.
- Cas n°2 : antenne directive pour car la zone à couvrir est plus ou moins située sur une droite.
- Cas n°3 : antenne directive, l'antenne doit être pointée vers l'émetteur.
- Cas n°4 : antenne omnidirectionnelle car le véhicule se déplace et doit toujours pointer vers l'émetteur.

### Question 32

L'antenne isotrope émet la même puissance dans toutes les directions de **l'espace**, l'antenne omnidirectionnelle émet la même puissance dans toutes les directions **d'un plan**. L'antenne isotrope est un modèle mathématique qui n'existe pas (c'est un point rayonnant). Exemple d'antenne omnidirectionnelle : l'antenne filaire. Une antenne omnidirectionnelle présente généralement une symétrie de révolution.

**Question 33**

L'antenne qui a le plus grand gain est l'antenne directive. Celle-ci émettant dans une direction particulière de l'espace, la puissance émise rayonnée équivalente est plus forte dans cette direction. Le gain est plus important.

**Question 34**

La polarisation d'une antenne est la direction par rapport à l'horizontale dans laquelle le champ électrique est émis. Si le champ E est horizontal : polarisation horizontale, champ E vertical : polarisation verticale, si le champ tourne au cours de la propagation c'est une polarisation elliptique (ou circulaire si E constant).

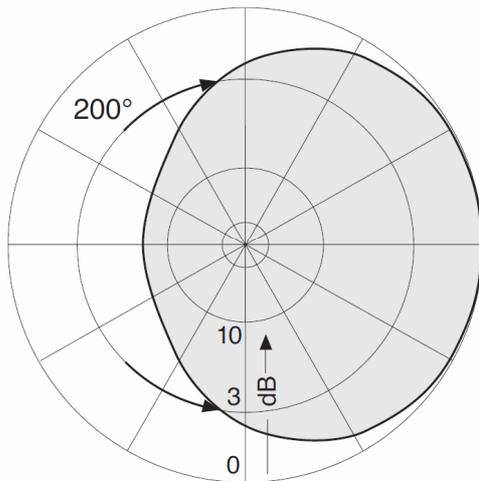
**Question 35**

L'antenne FM est en polarisation verticale, l'antenne de télévision est en polarisation horizontale, l'antenne hélice est en polarisation circulaire. Il suffit d'observer la géométrie de ces antennes.

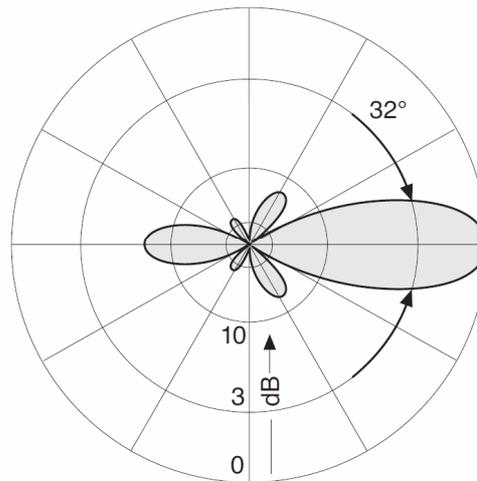
**Question 36**

Voir figure

**Radiation Patterns (at mid-band)**



Horizontal Radiation Pattern



Vertical Radiation Pattern

**Question 37**

La PIRE correspond à la puissance électrique augmentée du gain d'antenne. La puissance de l'émetteur est de 2 kW, le gain de l'antenne est de 7,65 dBi (dB isotrope) soit  $10^{(7,65/10)} = 5,821$ . La PIRE est donc de  $2\ 000 \times 5,821 = 11\ 642\ W$  qui correspond à 40,66 dBW [ $10.\log(\text{PIRE}_W)$ ].

Autre méthode : 2 kW correspondent à 33,01 dBW, la PIRE est donc :

$33\ \text{dBW} + 7,65\ \text{dBi} = 40,66\ \text{dBW}$  qui correspondent à 11 642 W.

**Question 38**

Le VSWR est le « Voltage Standing Wave Ratio », en français taux d'ondes stationnaires (TOS). Il correspond au rapport  $V_{\text{max}}/V_{\text{min}}$  sur la ligne de transmission qui alimente l'antenne. Il est lié au

coefficient de réflexion  $\rho$  par la relation suivante :

$$TOS = \frac{1+|\rho|}{1-|\rho|} \text{ et donc } |\rho| = \frac{TOS-1}{TOS+1}$$

Un VSWR de 1,3 correspond donc à un coefficient de réflexion égal à 0,130 soit en dB : -17,7 dB. La spécification est donc : Coefficient de réflexion < -17,7 dB pour  $184 \text{ MHz} \leq f \leq 230 \text{ MHz}$ .

### Question 39

L'émetteur de Nantes (Saint-Herblain) doit couvrir toute la métropole nantaise sur un angle de  $360^\circ$  : une antenne omnidirectionnelle est nécessaire. St-Nazaire et Guérande sont au bord de l'océan. La plupart des auditeurs sont sur la terre et pas en mer, l'émetteur n'a pas intérêt à couvrir la mer, un angle de l'ordre de  $180$  à  $200^\circ$  est idéal, l'émetteur étant orienté vers l'intérieur des terres.

### Question 40

6 kW correspond à 67,8 dBm, l'atténuation en espace libre pour 35 km vaut : 109,3 dB, pour 50 km l'atténuation en espace libre vaut : 112,5 dB. La puissance reçue est donc  $P_R = -39,5 \text{ dBm}$  à 35 km et  $P_R = -42,7 \text{ dBm}$  à 50 km.

### Question 41

Il suffit d'exprimer la puissance reçue en fonction de E en  $\mu\text{V}$  et de f en MHz.

$$P_R = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} \frac{E^2}{120 \cdot \pi} = \left( \frac{c}{f_{\text{MHz}} \cdot 10^6} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \frac{(E_{\mu\text{V}/\text{m}} \cdot 10^{-6})^2}{120 \cdot \pi} = \left( \frac{E_{\mu\text{V}/\text{m}}}{f_{\text{MHz}}} \right)^2 \times \frac{(c \cdot 10^{-12})^2}{480 \cdot \pi^2}$$

Divisons par 1 mW et prenons le logarithme, on obtient :

$$P_{R(\text{dBm})} = 10 \cdot \log \left[ \left( \frac{E_{\mu\text{V}/\text{m}}}{f_{\text{MHz}}} \right)^2 \times \frac{(c \cdot 10^{-12})^2}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 480 \cdot \pi^2} \right]$$

$$P_{R(\text{dBm})} = 20 \cdot \log \left( E_{\frac{\mu\text{V}}{\text{m}}} \right) - 20 \cdot \log(f_{\text{MHz}}) + 20 \cdot \log \left( \frac{(c \cdot 10^{-12})}{\sqrt{480 \cdot \pi}} \right) - 10 \cdot \log(10^{-3})$$

$$P_{R(\text{dBm})} = E_{\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}} - 20 \cdot \log(f_{\text{MHz}}) - 77.21$$

Soit :

$$E_{\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}} = P_{R(\text{dBm})} + 20 \cdot \log(f_{\text{MHz}}) + 77.21.$$

Le champ reçu à 35 km vaut donc 83,7 dB $\mu\text{V}/\text{m}$  et à 50 km : 80,5 dB $\mu\text{V}/\text{m}$ .

### Question 42

$E_0$  est le champ reçu à la distance d :  $E_0 = k/d$  ;  $E_1$  est le champ reçu à la distance  $d_1$  :

$$E_1 = k/d_1 ; E_1/E_0 = (k/d_1)/(k/d) = d/d_1 \text{ d'où } \alpha = d/d_1$$

L'onde directe parcourt la distance d à la vitesse c, l'onde réfléchie parcourt la distance  $d_1$  à la vitesse c.

Le retard entre les deux ondes est  $\tau_R = (d_1 - d)/c$  et  $E_1$  s'écrit :  $E_1 = \alpha \cdot E_0 \cdot \cos[\omega(t + \tau_R)]$  on obtient donc

$$\varphi_1 = \omega \cdot \tau_R = \omega \frac{d_1 - d}{c} = 2 \cdot \pi \cdot f \frac{d_1 - d}{c} = 2 \cdot \pi \frac{d_1 - d}{\lambda}$$

### Question 43

$E_T$  est minimum et d'amplitude égale à  $E_0(1-\alpha)$  si  $\varphi_1 = \pi$  (modulo  $2\pi$ ) et maximum et d'amplitude

égale à  $E_0(1+\alpha)$  si  $\varphi_1 = 0$  (modulo  $2\pi$ ).

$\varphi_1 = 0$  si  $d_1-d = 0$  ou  $\lambda$  modulo  $\lambda$ , soit  $d_1-d = 1,5$  m modulo  $1,5$  m

$\varphi_1 = \pi$  si  $d_1-d = \lambda/2$  modulo  $\lambda$ , soit  $d_1-d = 0,75$  m modulo  $1,5$  m.

#### Question 44

Pour  $\alpha = 0,99$   $E_{\text{MIN}} = 0,01.E_0$  et  $E_{\text{MAX}} = 1,99.E_0$  valeurs qui correspondent à une atténuation de 40 dB ou un gain de 6 dB.

#### Question 45

La lecture de la courbe nous indique : Champ reçu = 52 dB $\mu$ V/m pour 35 km et 42,5 dB $\mu$ V/m pour 50 km et  $P=1$ kW.

#### Question 46

Si la puissance émise est de 6 kW, il faut rajouter  $10.\log(6\text{kW}/1\text{kW}) = 7,8$  dB au champ reçu. Soit Champ reçu = 59,8 dB $\mu$ V/m à 35 km et 50,3 dB $\mu$ V/m à 50 km.

En espace libre : Le champ reçu à 35 km vaut donc 83,7 dB $\mu$ V/m et à 50 km : 80,5 dB $\mu$ V/m soit 20 à 30 dB de différence !

(Remarque : la carte montre 65 dB $\mu$ V/m à 35 km (déterminé ici à 60 dB $\mu$ V/m) et 50 dB $\mu$ V/m à 50 km (déterminé ici à 50 dB $\mu$ V/m): le modèle est assez juste).

#### Question 47

Analyse des courbes :

La courbe 1 représente les performances d'un récepteur en présence d'un canal gaussien. Les courbes simulées et mesurées sont représentées pour différents taux de codage. Pour les courbes simulées, le taux d'erreur  $10^{-4}$  est obtenu pour un rapport signal/bruit de l'ordre de 7 dB pour un taux de 0,5.

La courbe 2 représente les performances du récepteur dans un canal de Rayleigh en ville avec un récepteur à la vitesse de 15 km/h. le taux d'erreur  $10^{-4}$  est obtenue pour un rapport signal/bruit de l'ordre de 11,5 dB pour un taux de 0,5. La sensibilité s'est dégradée de 4,5 dB !

La courbe 3 représente les performances du récepteur dans un canal de Rayleigh en campagne avec un récepteur à la vitesse de 130 km/h (autoradio dans véhicule sur autoroute). Le taux d'erreur à  $10^{-4}$  est obtenu pour un rapport signal/bruit de l'ordre de 15 dB pour un taux de 0,5. La sensibilité s'est dégradée de 8 dB par rapport au canal gaussien.

#### Question 48

Lorsque la vitesse varie, la fréquence reçue est différente de la fréquence émise. C'est l'effet Doppler qui est la cause de ce phénomène. La variation de la fréquence reçue va entraîner une perte de sensibilité.

#### Question 49

Dans le pire cas, un rapport signal/bruit de 15 dB est nécessaire pour obtenir un TEB égal à  $10^{-4}$ .

### Question 50

Les choix d'antennes et de puissances émises permettent de vérifier que la répartition du champ autour de Nantes est conforme à la carte fournie. Les modèles théoriques collent assez bien à la réalité.

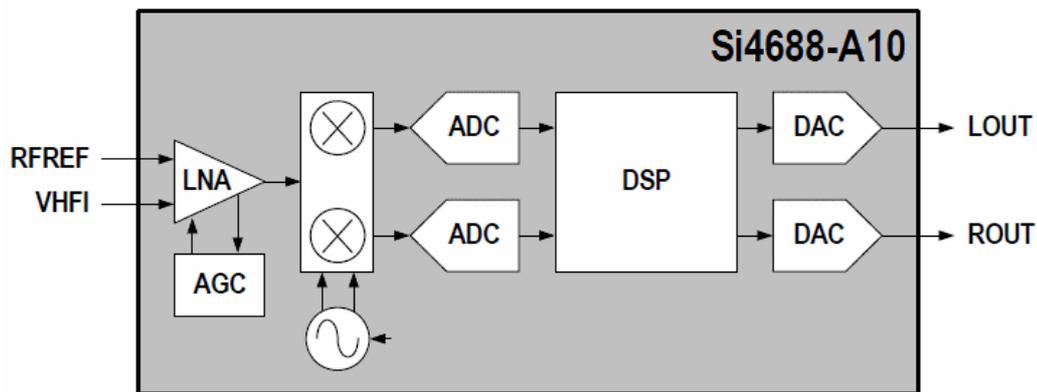
### Question 51

Signification des acronymes et symboles :

LNA : Low Noise Amplifier : amplificateur faible bruit

AGC : Automatic Gain Control : contrôle automatique de gain

Le générateur sinusoïdal : c'est un oscillateur local disposant de deux sorties en quadrature



Chaîne de traitement du signal du récepteur Si4688

(déphasée de 90°).

les 2 signes⊗ : Mélangeur I et Q

ADC : CAN : convertisseur Analogique-numérique (Analog to Digital Converter)

DSP : Digital Signal Processor : processeur de signaux (numériques)

DAC : CNA : convertisseur numérique-analogique (Digital to Analog Converter).

Le signal RF est amplifié par l'amplificateur LNA. Celui-ci est équipé d'un dispositif de contrôle automatique de gain (AGC) à faible niveau de réception, le gain est maximal, à fort niveau le gain est minimal. Le niveau attaquant le mélangeur évolue dans une dynamique très inférieure au niveau d'entrée. Le signal amplifié est ensuite converti en signaux à plus basse fréquence I et Q avec le mélangeur. Les signaux I et Q sont ensuite numérisés par deux CAN (ADC). Le processeur de signaux réalise ensuite les opérations (calculs) nécessaires à la démodulation. Les signaux stéréo audio gauche (Lout) et droite (Rout) sont extraits puis convertis sous forme analogique par deux CNA (DAC).

### Question 52

En démodulation de fréquence, le DSP doit extraire le signal modulé en fréquence à partir des signaux I et Q numérisés. En général, l'algorithme calcule  $\Phi = \text{ArcTan}(Q/I)$  puis après par dérivation, on obtient la fréquence instantanée. Pour obtenir les signaux gauche et droite, il faut extraire par filtrage numérique la sous porteuse, le signal G+D et récupérer G-D par changement de fréquence.

### Question 53

Nombre de bits du DAC.

Calculons le rapport signal / bruit de quantification.

Tension efficace du signal = Tension de pleine échelle  $/(2 \cdot \sqrt{2})$

La tension crête à crête de pleine échelle est  $(2^N - 1) \cdot q$  où  $q$  est le quantum

La tension efficace du signal est donc  $((2^N - 1) \cdot q) / (2 \cdot \sqrt{2})$

Le rapport signal sur bruit de quantification est :

$$\frac{S}{B_{\text{quantif}}} = \frac{(2^N - 1) \cdot q \sqrt{12}}{2\sqrt{2} \cdot q}$$

en remarquant que  $2^N \gg 1$ , on obtient :

$$\frac{S}{B_{\text{quantif}}} = (2^{N-1}) \sqrt{6}$$

Un rapport de 97 dB correspond donc à  $10^{(97/20)} = 70\,794$  soit  $2^{N-1} = 28\,901$  qui correspond à la valeur la plus proche de  $N = 16$  ( $2^{15} = 32\,768$ ).

### Question 54

Le dialogue avec le microcontrôleur est réalisé par les broches nommées SCLK (horloge), SSB (Slave select), MISO (Master In Slave Output) et MOSI (Master Out Slave Input). Il s'agit d'une liaison SPI (Serial Peripheral Interface). La documentation précise que cette liaison peut aussi fonctionner en I2C (sur les mêmes broches).

### Question 55

La sensibilité est donnée égale à  $2 \mu\text{V}$  et  $-101 \text{ dBm}$ .

$2 \mu\text{V}$  sur  $50 \Omega$  correspond à une puissance de  $8 \cdot 10^{-14} \text{ W}$  soit  $-101 \text{ dBm}$ .

### Question 56

Paramètre « Input IP3 ». L'IP3 est défini lorsque l'on injecte deux signaux de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  dans un amplificateur. L'IP3 est défini comme le point où les signaux fondamentaux ont, en sortie de l'amplificateur, les mêmes amplitudes que les produits d'intermodulation d'ordre 3 ( $2f_2 - f_1$  ou  $2f_1 - f_2$ ). L'IP3 est de  $103 \text{ dB}\mu\text{V}$ , soit  $0,141 \text{ V}$  ce qui correspond à  $-4 \text{ dBm}$ . Cette grandeur correspond, du point de vue du récepteur au niveau maximum à partir duquel la qualité de réception est dégradée (puisque le signal utile est « noyé » dans ses produits d'intermodulation).

### Question 57

LNA Gain. L'étage d'entrée (LNA) est équipé d'un contrôle automatique de gain (AGC) qui fait varier le gain du LNA en fonction du niveau reçu. À faible niveau d'entrée, au voisinage de la sensibilité le gain du LNA est maximum ( $15 \text{ dB}$ ), à fort niveau d'entrée, au voisinage de l'IP3, le gain est minimum ( $5 \text{ dB}$ ).

### Question 58

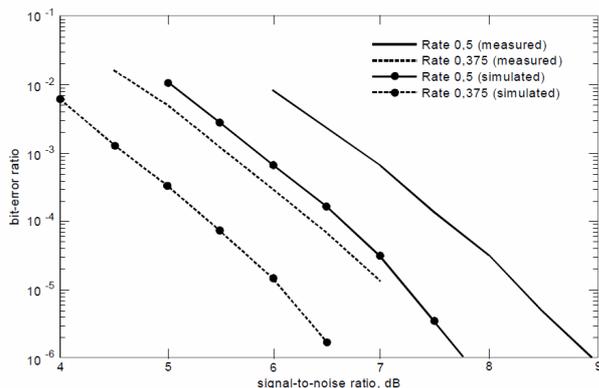
Dynamique à l'entrée du récepteur. La plage de niveau d'entrée est comprise entre -101 dBm (sensibilité) et -4 dBm, soit une dynamique de 97 dB.

### Question 59

La puissance de bruit à l'entrée d'un récepteur est :  $P_B = K.T.B$ , soit en dBm

$$P_{B(dBm)} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_B}{1 \text{ mW}}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{K.T.B}{1 \text{ mW}}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{K.T}{1 \text{ mW}}\right) + 10 \cdot \log(B) = -174 \text{ dBm} + 10 \cdot \log(B)$$

Le calcul avec  $B=1536 \text{ kHz}$  donne  $P_B = -112 \text{ dBm}$



The performance of DAB in a Gaussian channel (Mode 1)

### Question 60

D'après la lecture de la courbe, le rapport signal/bruit nécessaire pour obtenir un  $TEB=10^{-4}$  est d'environ 7,7 dB (Rate =0,5 measured).

Pour le récepteur étudié, le rapport signal/bruit est de -101 dBm-(-112 dBm)  $[(\text{signal})_{dBm} - (\text{bruit})_{dBm}]$  soit 11 dB.

### Question 61

Facteur de bruit

La différence entre les deux valeurs du rapport signal/bruit est liée au facteur de bruit de l'amplificateur. On peut donc estimer le facteur de bruit à  $11-7,7 = 3,3 \text{ dB}$ . Pour mémoire le facteur de bruit d'une tête de réception satellite est de l'ordre de 1dB. Ici on a affaire à un circuit complètement intégré, sans possibilité d'ajustement, avec un circuit fonctionnant sur une large bande de fréquence, la performance est très honorable.

### Question 62

Les deux stations sont distantes de 3 canaux soit 5,136 MHz. La différence de puissance reçue est de 38 dB. Le constructeur annonce une sélectivité sur le 3eme canal adjacent (à  $\pm 5,136 \text{ MHz}$ ) de 48 dB. La différence de puissance est inférieure à la sélectivité, le récepteur rejette bien le signal « parasite », la réception est donc correcte !

### Question 63

Structure autour de l'antenne. L'antenne du récepteur est une antenne filaire qui utilise le câble du

casque audio. Il s'agit ici d'une application mobile : baladeur, téléphone mobile.

### Question 64

En absence d'inductance, on détermine  $V/I_0$

$$V = I_0 \cdot \left( \frac{R \times \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} \right) = R \cdot I_0 \times \frac{1}{1 + R \cdot jC\omega} = R \cdot I_0 \times \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Il s'agit d'une fonction de transfert passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

L'application numérique donne  $f_c = 47$  MHz (FM) et  $f_c = 68$  MHz (DAB) .

La fréquence de coupure est très inférieure à la fréquence du signal, perte de sensibilité importante.

Le fonctionnement sans inductance n'est pas optimum.

### Question 65

En présence d'inductance, on détermine  $V/I_0$

$$V = \frac{I_0}{\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}} = \frac{R \cdot I_0}{1 + j \left( RC\omega - \frac{R}{L\omega} \right)}$$

Posons  $L \cdot C \cdot \omega_0^2 = 1$  on obtient :

$$V = \frac{R \cdot I_0}{1 + j \left( R \frac{1}{L \cdot \omega_0^2} \omega - \frac{R}{L\omega} \right)} = \frac{R \cdot I_0}{1 + j \frac{R}{L \cdot \omega_0} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{R \cdot I_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$Q = \frac{R}{L \cdot \omega_0} = R \cdot C \cdot \omega_0 \text{ avec :}$$

$\Delta f = \frac{f_0}{Q} f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} C$  est la fonction de transfert d'un filtre passe-bande d'ordre 2 de fréquence de résonance et de

facteur de qualité Q, la bande passante est :

### Question 66

Application numérique :

En FM :  $f_0 = 90$  MHz     $Q = 1,9$      $\Delta f = 47$  MHz

En DAB :  $f_0 = 190$  MHz     $Q = 2,8$      $\Delta f = 68$  MHz

### Question 67

VHF SW est un « switch », un interrupteur analogique commandé électroniquement qui permet de placer l'inductance L2 en parallèle sur l'inductance L1. Cet interrupteur est ouvert en FM (seul L1 est présente) et fermé en DAB (L1 et L2 sont alors en parallèle). Ce composant est nécessaire puisque les deux bandes (FM et DAB) sont disjointes.

**Question 68**

En FM, l'inductance est  $L_1$  soit 120 nH. En DAB VHF, l'inductance équivalente est  $120\text{nH}/36\text{nH} = 27,7$  nH. Ces deux valeurs d'inductances correspondent bien aux valeurs numériques étudiées. La bande FM est comprise entre 76 MHz et 108 MHz (cf doc constructeur) soit une bande passante de 32 MHz autour d'une fréquence centrale de 92 MHz. La bande passante du circuit RLC est de 41 MHz autour de 90 MHz, la bande utile n'est pas filtrée.

La bande DAB est comprise entre 168 et 240 MHz soit une bande passante de 72 MHz autour d'une fréquence de 204 MHz. La bande passante du circuit RLC est de 68 MHz autour de 190 MHz, la bande utile n'est pratiquement pas filtrée. Le dimensionnement des inductances est correct.