

**Compte-rendu de la commission de correction des copies de Physique Appliquée du BTS SE**  
**Epreuve U4.2 : durée 4 heures, coefficient 4**

La commission de correction des copies s'est tenue le 17/06/2009 à Figeac pour corriger 106 copies de physique appliquée: 104 présents et 2 absents.

**Sujet: Acquisition et traitement d'un électrocardiogramme**

- I- **Traitement analogique du signal ECG:** modèle électrique simplifié du patient, puissances normalisées des tensions  $u_{\text{card}}(t)$  et  $u_{\text{bruit}}(t)$ , nécessité de l'amplification différentielle, étude de l'amplificateur d'instrumentation, mise en œuvre de l'amplificateur d'instrumentation (42 points/80)
- II- **Traitement de l'électrocardiogramme:** choix de la fréquence d'échantillonnage, conséquences d'une prise d'échantillon sans filtre anti-repliement, filtrage anti-repliement, traitement numérique, illustration et synthèse des résultats (36 points/80)
- III- **Conclusion** (2 points/80)

**Remarque suite à la correction des copies:**

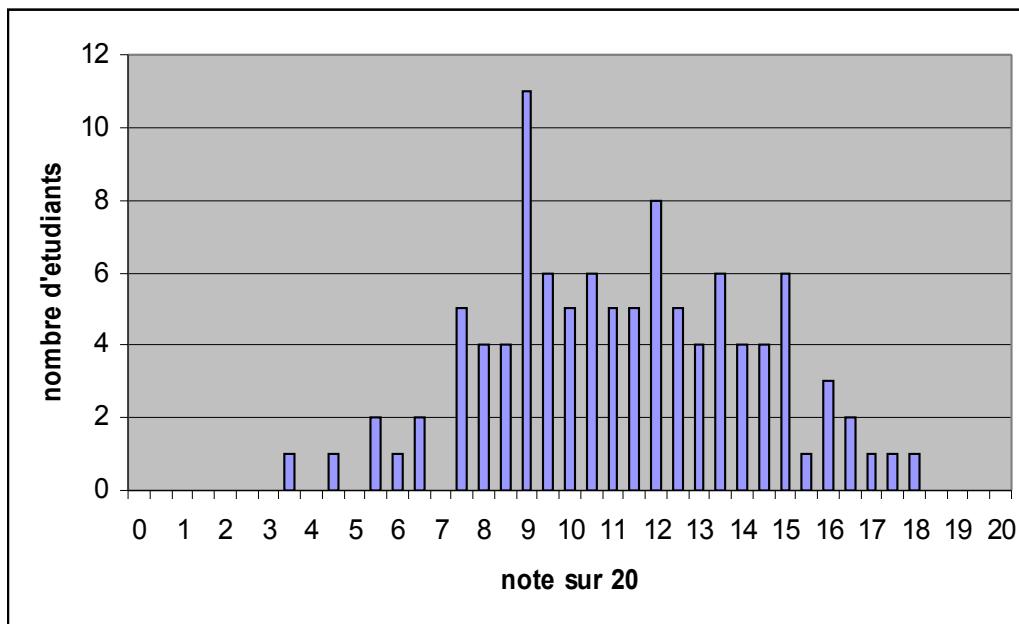
Dans le sujet, on peut lire :

*On appelle  $\Phi$  (rad) le déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée et  $\Delta t$  (s) le retard du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.*

*4.4. Exprimer le déphasage  $\Phi$  en fonction du retard  $\Delta t$  et de la période  $T$ , puis en fonction de  $\Delta t$  et de la pulsation  $\omega$ .*

Cette question n'a pas été suffisamment bien traitée par les élèves; en effet, beaucoup d'étudiants ont oublié le  $2\pi$  dans l'expression de  $\Phi$ . Il nous faudra donc insister sur cette connaissance pour qu'elle soit acquise en fin de formation.

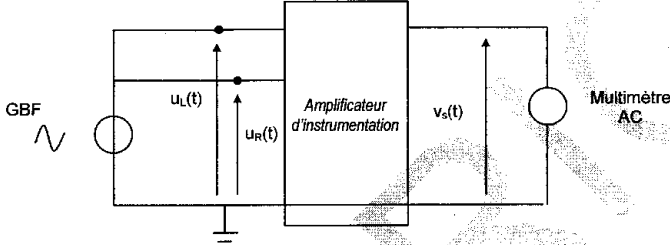
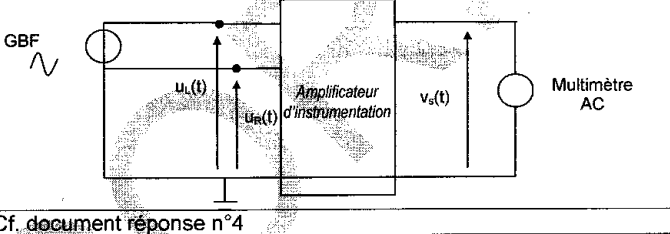
**Résultats: répartition des notes sur 20**



Sur les pages suivantes, se trouve le corrigé de l'épreuve avec le barème:

## Acquisition et traitement d'un électrocardiogramme

I. TRAITEMENT ANALOGIQUE DU SIGNAL ECG			
1. Modèle électrique simplifié du patient			
1.1.	Cf. document réponse n°1		1
1.2.	$u_d(t) = u_{card}(t)$ et $u_{mc}(t) = u_{bruit}(t)$	1 pt : $u_d$ 1 pt : $u_{mc}$	2
2. Puissances normalisées des tensions $u_{card}(t)$ et $u_{bruit}(t)$			
2.1.	$U_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}}$		1
2.2.	$P = \frac{U_{eff}^2}{R}$ et $P_n = U_{eff}^2$		2
2.3.	$P_{ncard} = 20 \cdot U_{eff}^2 = 20 \cdot \frac{(20 \cdot 10^{-6})^2}{2} = 4 \text{ nW}$		2
2.4.	$P_{nbru} = \frac{(100 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 5 \text{ mW}$		1
2.5.	$R_{SN} = 10 \log \left( \frac{P_{ncard}}{P_{nbru}} \right) = 10 \log \left( \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-3}} \right)$ d'où $R_{SN} = -61 \text{ dB}$		1
3. Nécessité de l'amplification différentielle			
3.1.	$R_{SN}^S = TRMC + R_{SN}^E$ <i>Démonstration</i>		2
3.2.	$R_{SN}^S = 20 \log \left( \frac{V_{scard}}{V_{sbru}} \right) = 20 \log(100) = 40 \text{ dB}$		1
3.3.	$TRMC = 40 + 61 = 101 \text{ dB}$ car $R_{SN}^E = R_{SN} = -61 \text{ dB}$		1
3.4.	$\left( \frac{A_d}{A_{mc}} \right) = 10^{\frac{101}{20}} = 11 \cdot 10^5$		1
3.5.	$A_{mc} = 0$ et TRMC infini		2
4. Étude de l'amplificateur d'instrumentation			
4.1.	Intensité des courants négligeables ; $\varepsilon(t) \approx 0$		2
4.2.	$v_g(t) = u_L(t) - u_R(t) = R_g \cdot i_g(t)$		2
4.3.	$v_1(t) - v_2(t) = (2 \cdot R + R_g) \cdot i_g(t)$		2

4.4.	$v_1(t) - v_2(t) = (2 \cdot R + R_g) \cdot i_g(t) = \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \cdot (u_L(t) - u_R(t))$		1																												
4.5.	$\text{DDT : } v^+(t) = \frac{a \cdot R_2}{(1+a) \cdot R_2} v_2(t) = \frac{a}{(1+a)} v_2(t)$		1																												
4.6.	$v_A(t) = \frac{a \cdot v_1(t) + v_S(t)}{1+a}$		2																												
4.7.	$v_A(t) = v^+(t) \text{ et } v_S(t) = a \cdot (v_2(t) - v_1(t))$		2																												
4.8.	$v_S(t) = a \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \cdot (u_R(t) - u_L(t))$		1																												
4.9.	$A_d = a \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \text{ et } A_{mc} = 0$		2																												
<b>5. Mise en œuvre de l'amplificateur d'instrumentation</b>																															
5.1.	Cf. document réponse n°2	1 pt : sources 1 pt : voltmètre	2																												
																															
5.2.	Cf. document réponse n°3 : on suppose $A_{mc} \gg A_d$ $A_{mc} \ll A_d$	1 pt : source 1 pt : voltmètre	2																												
																															
5.3.	Cf. document réponse n°4	1,5 pt : TRMC 1,5 pt : $R'_2$ 2 pts : tolérance	5																												
<table border="1"> <thead> <tr> <th>N° expérience</th><th>①</th><th>②</th><th>③</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\Delta a</math></td><td>4</td><td>10</td><td>20</td></tr> <tr> <td><math>A_d</math></td><td><math>10 \times 10^3</math></td><td><math>10 \times 10^3</math></td><td><math>10 \times 10^3</math></td></tr> <tr> <td><math>A_{mc}</math></td><td><math>19 \times 10^{-3}</math></td><td><math>47 \times 10^{-3}</math></td><td><math>90 \times 10^{-3}</math></td></tr> <tr> <td>TRMC (dB)</td><td>114</td><td>107</td><td>101</td></tr> <tr> <td><math>R'_2</math> (MΩ)</td><td>2,04</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr> <td>Tolérance(%)</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td></tr> </tbody> </table>				N° expérience	①	②	③	$\Delta a$	4	10	20	$A_d$	$10 \times 10^3$	$10 \times 10^3$	$10 \times 10^3$	$A_{mc}$	$19 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-3}$	$90 \times 10^{-3}$	TRMC (dB)	114	107	101	$R'_2$ (MΩ)	2,04	21	22	Tolérance(%)	2	5	10
N° expérience	①	②	③																												
$\Delta a$	4	10	20																												
$A_d$	$10 \times 10^3$	$10 \times 10^3$	$10 \times 10^3$																												
$A_{mc}$	$19 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-3}$	$90 \times 10^{-3}$																												
TRMC (dB)	114	107	101																												
$R'_2$ (MΩ)	2,04	21	22																												
Tolérance(%)	2	5	10																												
5.4.	TRMC > 101 dB : donc, il faut une tolérance sur les résistances < 10%		1																												
<b>Sous-total I</b>			<b>42</b>																												

## II. TRAITEMENT DE L'ÉLECTROCARDIOGRAMME

### 1. Choix de la fréquence d'échantillonnage

1.1.	$T_{\text{card}} = 1 \text{ s}$ et $f_{\text{card}} = 1 \text{ Hz} = 60$ battements par minute.	2
1.2.	Cette fréquence est identique à la fréquence de la première raie : 1 Hz : celle-ci correspond au fondamental	2
1.3.	$F_{\text{emin}} = 2 \cdot F_{\text{max}}$ soit $F_{\text{emin}} = 200 \text{ Hz}$	1

### 2. Conséquences d'une prise d'échantillon sans filtre anti-repliement

2.1.	$f_1 = 150 \text{ Hz} : 150 < \frac{F_e}{2}$ avec $\frac{F_e}{2} = 224 \text{ Hz}$ : vérifie la condition de Shannon $f_2 = 400 \text{ Hz} : 400 > \frac{F_e}{2}$ : ne vérifie pas la condition de Shannon	2
2.2.	Après échantillonnage apparaîtront des fréquences issues du repliement du spectre ; ces fréquences sont telles que $f' = F_e - f$ , soit : $f'_1 = 448 - 150 = 298 \text{ Hz}$ et $f'_2 = 448 - 400 = 48 \text{ Hz}$	2

### 3. Filtrage anti-repliement

3.1.	La fréquence minimale $f_m$ susceptible de se replier dans le spectre utile est telle que : $f_e - f_m = 100 \text{ Hz}$ soit : $f_m = 448 - 100 = 348 \text{ Hz}$	1
3.2.	La bande passante du filtre anti-repliement doit correspondre à la largeur spectrale occupée par le signal utile soit : 100 Hz	1
3.3.	$G_{\text{dB}} = 20 \cdot \log\left(\frac{V_s}{V_e}\right)$ avec $\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{100}$ soit $G_{\text{dB}} = -40 \text{ dB}$	1
3.4.	A 348 Hz, seuls les filtres d'ordre 4 et 12 ont une atténuation supérieure à 40 dB (gain inférieur à -40 dB). On retiendra donc le filtre d'ordre 4 plus simple à réaliser que le filtre d'ordre 12.	4 pt : atténuation 1 pt : ordre 4
3.5.	$G_{\text{dB}}(150 \text{ Hz}) = -15 \text{ dB} > -40 \text{ dB}$ : $f_1$ n'est pas éliminée par le filtre anti-repliement du 4 <sup>ème</sup> ordre.	2

### 4. Traitement numérique

4.1.	L'équation $s_n = f(e_n, e_{n-1})$ du filtre 1 correspond au filtre non récursif. Le nouvel échantillon de sortie ne dépend que des échantillons d'entrée, actuel et précédents	2
4.2.	L'équation $s_n = f(e_n, e_{n-1}, s_{n-1})$ du filtre 2 correspond au filtre récursif. Le nouvel échantillon de sortie dépend des échantillons d'entrée mais également des précédents échantillons de la sortie	2
4.3.	Le gain est de l'ordre de -66 dB pour les deux filtres. La fréquence de 150 Hz est alors éliminée	2
4.4.	$\Phi = -2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta t}{T}$ soit $\Phi = -\omega \cdot \Delta t$	2 pts : 2 relations 1 pt : signe

4.5	Cf. document réponse n°5					0,5 pt par valeur	4
	Filtre RIF			Filtre RII			
		Retard $\Delta t$ (s)	Déphasage $\Phi$ (rad)	Retard $\Delta t$ (s)	Déphasage $\Phi$ (rad)		
	Fréquence de l'harmonique	10 Hz	20 ms	$-\frac{2 \cdot \pi}{5} = -0,63$	10 ms		
20 Hz		20 ms	$-\frac{4 \cdot \pi}{5} = -1,26$	30 ms	$-\frac{6 \cdot \pi}{5} = -3,77$		
4.6.	Le filtre RIF retarde les deux harmoniques de la même manière, ce qui n'est pas le cas du filtre RII						2
4.7.	Le signal de sortie a même forme que le signal d'entrée, il est simplement retardé						1
4.8.	Le signal de sortie est déformé par rapport au signal d'entrée						1
5. Illustration et synthèse des résultats							
5.1.	$\Phi(f) = -0,126 \cdot f$						1
5.2.	$\Phi(\omega) = -\frac{0,126}{2 \cdot \pi} \cdot \omega = -2,0 \times 10^{-2} \cdot \omega$						1
5.3.	$\Delta t = \frac{-\Phi(\omega)}{\omega} = 0,02 \text{ s}$						1
Sous-total II							36

### III. CONCLUSION

	Puisque les capacités de calculs ne sont pas un frein pour cette application, le filtre RIF sera retenu compte tenu de ses propriétés intéressantes face à la distorsion du signal ECG		2
	<b>Sous-total III</b>		<b>2</b>
	<b>TOTAL :</b>		<b>80</b>

**Les notes sont ramenées sur 20 points, et arrondies au ½ point supérieur.**