



Secrétariat Général

Direction générale des
ressources humaines

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Sous-direction du recrutement

Concours de l'agrégation externe

Section génie électrique

Rapport de jury présenté par François COSTA
Professeur des universités

Président de jury
2011

SOMMAIRE

1	Composition du Jury	3
2	Données statistiques de la session 2011	4
3	Données statistiques des sessions 2001 à 2011	5
3.1	Commentaires du président	5
4	Épreuves d'admissibilité (écrit)	7
4.1	Rapport sur la composition d'automatique et d'informatique industrielle	7
4.1.1	Corrigé du problème	9
4.2	Rapport sur la composition d'électronique.....	10
4.2.1	Corrigé du problème	11
4.3	Rapport sur la composition d'électrotechnique	12
4.3.1	Corrigé du problème	14
5	Epreuves d'admission (oral)	15
5.1	Déroulement des épreuves d'admission.....	15
5.2	Rapport de l'épreuve de montage	17
5.2.1	Généralités.....	17
5.2.2	Organisation de la présentation du montage en présence du jury	17
5.2.3	Épreuve de montage de 2011.....	19
5.3	Rapport de l'épreuve de dossiers	25
5.3.1	Nature de l'épreuve.....	25
5.3.2	Objectifs de l'épreuve.....	25
5.3.3	Déroulement de la session 2011.....	25
5.3.4	Entretien avec le jury	26
5.3.5	Évolution de l'épreuve pour la session 2012.....	26
5.3.6	Définition de l'épreuve	26
5.3.7	Concernant la lecture du dossier	27
5.3.8	Concernant l'exposé de synthèse	27
5.3.9	Concernant l'entretien avec le jury	27
5.3.10	« Agir en fonctionnaire de l'état et de façon éthique et responsable »	27
5.4	Epreuve pédagogique consistant en la rédaction de documents à caractère pédagogique à partir d'une question posée par le jury	31

1 Composition du Jury

Président : M. COSTA François, professeur des universités à l'IUFM de l'université Paris Est Créteil,

Vice-président : M. BERGMANN Claude, inspecteur général de l'éducation nationale,

Secrétaire général : M. VIOLLIN Samuel, I.A./I.P.R. académie de Créteil.

Membres du jury :

M. ARZELIER Denis, directeur de recherche CNRS au LAAS, Toulouse,

M^{me} BEL Anne-Valérie, professeure agrégée à l'IUT de Ville d'Avray,

M. FERRIEUX Jean-Paul, professeur des universités à l'I.U.T. - Université de Grenoble 1,

M. GATEAU Guillaume, professeur des universités à l'E.N.S.E.E.I.H.T. de Toulouse,

M. GARNIER Eric, I.A./I.P.R. académie de Nantes,

M. LAROCHE Edouard, professeur des universités à l'université de Strasbourg,

M^{me} LEYMARIE Hélène, professeur agrégée à l'université Paul Sabatier de Toulouse,

M. OUSTRIC Bernard professeur, agrégé à l'IUT de Perpignan,

M. POUJOULY Stéphane, professeur agrégé à l'I.U.T. de Cachan,

M. THAUVIN Jean-Pierre, professeur agrégé au lycée Louis-Armand à Paris,

.

2 Données statistiques de la session 2011

Nombre de postes	10
Nombre de candidats inscrits	368
Nombre de candidats ayant composé à la première épreuve	122
Nombre de candidats présents à toutes les épreuves d'admissibilité	113
Nombre de candidats admissibles	22
Moyenne du premier admissible	14,51
Moyenne du dernier admissible	7,37
Moyenne des admissibles	9,72
Moyenne des candidats ayant passé l'ensemble des épreuves d'admission	08,36
Nombre de candidats ayant choisi le domaine des courants faibles en montage	7
Nombre de candidats ayant choisi le domaine des courants forts en montage	14
Nombre de candidats admis	10
Moyenne du premier admis	15,59
Moyenne du dernier admis	10,36
Moyenne des admis	12,62

Rappel des domaines, relatifs au génie électrique, proposés au tirage au sort lors des épreuves d'admission pour l'épreuve de montage :

- domaine de l'électronique et des courants faibles
- domaine de l'électrotechnique et des courants forts

3 Données statistiques des sessions 2001 à 2011

Sessions	2001	2002	2003	2004	2005 ¹	2006	2007	2008	2009	2010	2011
----------	------	------	------	------	-------------------	------	------	------	------	------	------

Nombre de postes	47	47	35	18	20	14	14	13	13	13	10
Électronique	20	20	15	8	Sans option						
Électrotechnique	27	27	20	10							
Inscrits											
Électronique	306	260	282	331	Sans option						
Électrotechnique	289	289	277	307							
Total	595	549	559	638	584	568	399	301	273	299	368

Présents²											
Électronique	156	131	110	128	Sans option						
Électrotechnique	173	150	126	122							
Total	330	281	236	250	208	198	158	107	102	105	122
Électronique	41	43	31	20	Sans option						
Électrotechnique	50	46	40	25							
Total	91	89	71	45	50	35	35	36	30	32	22

Nombre d'admis											
Électronique	20	20	15	8	Sans option						
Électrotechnique	27	22	20	10							
Total	47	42	35	18	20	14	14	13	9	7	10

% / Nombre de postes	100	89	100	100	100	100	100	100	69,23	53,85	100
Nb de postes non pourvus	0	5	0	0	0	0	0	0	4	5	0
% Admis/présents	14,24	14,95	14,83	7,20	9,61	7,07	8,86	12,15	8,82	6,67	8,20
% Admis/inscrits	7,90	7,65	6,26	2,82	3,42	2,46	3,50	4,32	3,30	2,34	2,72

3.1 Commentaires du président

L'évolution des statistiques de l'agrégation de Génie Electrique montre que le vivier des candidats bien préparés reste en 2011 à un niveau inquiétant. Un petit socle de candidats d'excellent niveau (élèves normaliens) subsiste mais on peut regretter que depuis 2003 (fermeture des CAPET et des centres de préparation), les moyens de formation continue des rectorats n'ont pas été mobilisés pour assurer le maintien d'un niveau acceptable de préparation des professeurs certifiés qui devraient constituer une fraction significative des candidats.

Insistons sur le fait que la préparation à l'agrégation est aussi un moyen pour les enseignants des filières STI2D de conserver un haut niveau de compétences scientifiques et technologiques qui sera assurément nécessaire aux ambitions de cette filière renouvelée (préparation à l'enseignement supérieur technologique long).

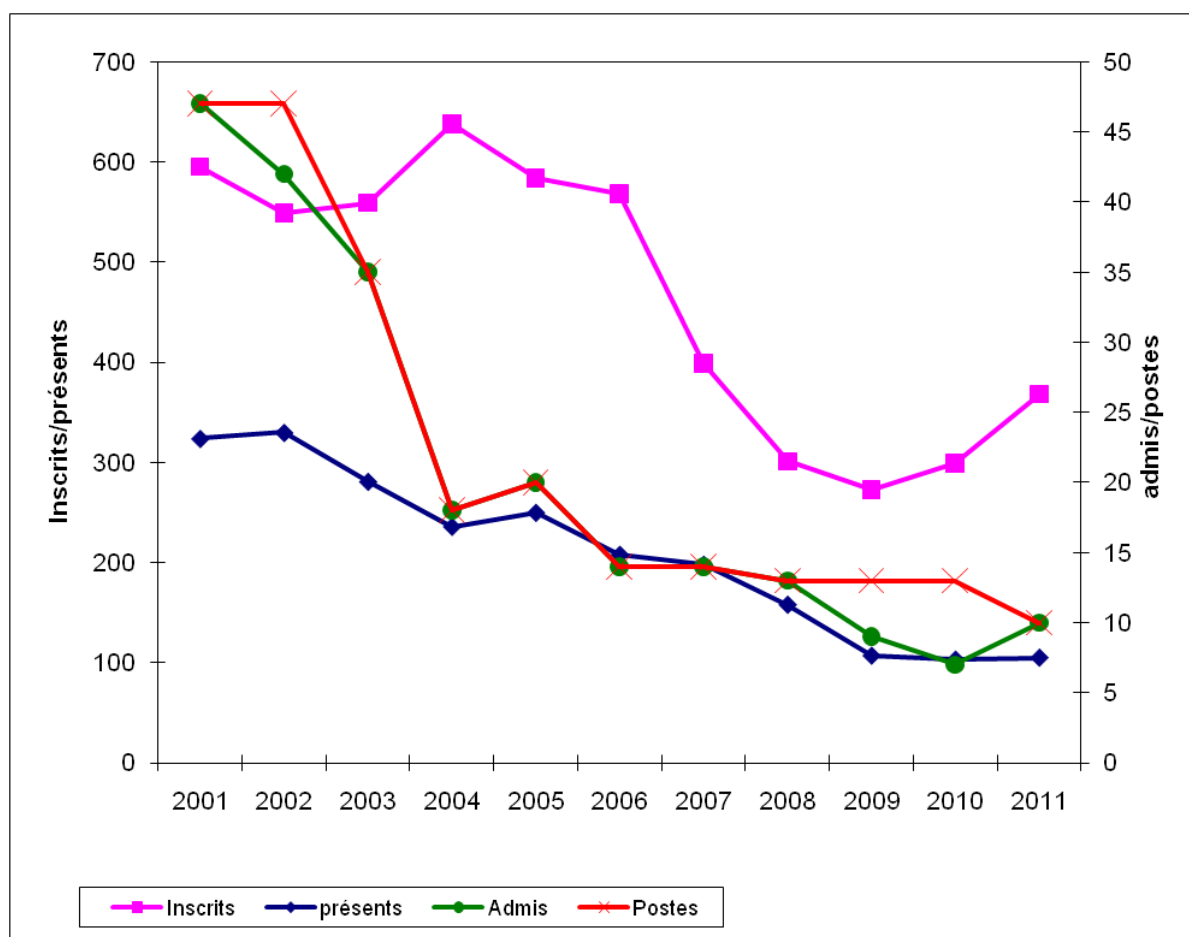
Cette situation de moyens de formation inadéquats est inquiétante dans un domaine où les évolutions technologiques sont rapides et où la demande sociétale et industrielle de formation est forte (domaines : véhicule électrique, énergies renouvelables, avion plus électrique, etc..). Aussi, le besoin de former des agrégés, sans concession sur leur niveau de compétences devrait rester fort, tant pour les établissements d'enseignement secondaires que pour les filières technologiques de l'enseignement supérieur (IUT, STS, CPGE).

¹ Depuis 2005 il s'agit du nombre de candidats ayant composé dans toutes les épreuves écrites.

² Seuls les candidats ayant composé dans toutes les épreuves écrites sont considérés comme étant présents.

Évolution de l'agrégation externe de génie électrique sur 11 ans

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Nb d'inscrits	595	549	559	638	584	568	399	301	273	299	368
Nb de présents ²	330	281	236	250	208	198	158	107	103	105	122
Nb d'admis	47	42	35	18	20	14	14	13	9	7	10
Nb de postes	47	47	35	18	20	14	14	13	13	13	10
% Admis/présents	14,24	14,95	14,83	7,2	9,61	7,07	8,86	12,15	8,82	6,67	8,20
% Admis/inscrits	7,9	7,65	6,26	2,82	3,42	2,46	3,5	4,32	3,3	2,32	2,72



4 Épreuves d'admissibilité (écrit)

4.1 Rapport sur la composition d'automatique et d'informatique industrielle

Durée : 6 heures - coefficient 1

L'épreuve d'Automatique et d'Informatique Industrielle de 2011 était centrée sur la problématique du contrôle d'attitude d'un satellite rigide opéré par le CNES. Ce satellite d'observation géophysique appelé DEMETER (Detection of Electro Magnetic Emissions Transmitted from Earthquake Regions) a été placé le 29 juin 2004 sur une orbite circulaire quasi héliosynchrone (inclinaison de $98,23^\circ$) à 715 Km, avec un nœud ascendant à 22h15. La mission scientifique a pour but principal d'étudier les perturbations ionosphériques en relation avec l'activité sismique et avec l'activité humaine. Le satellite est équipé de roues à inertie qui servent pour le maintien de l'attitude. La problématique du sujet a pu troubler une partie des candidats. Toutefois, le sujet était construit de sorte que les connaissances en mécanique ne soient pas un obstacle à la poursuite du sujet. En effet, en de nombreux endroits, les résultats intermédiaires étaient donnés permettant ainsi de poursuivre le sujet. Précisons d'ailleurs que les connaissances en mécanique utilisées sont bien au programme de l'agrégation de génie électrique.

L'épreuve comportait trois parties indépendantes d'inégales longueur et difficulté :

La partie A portait sur la modélisation du mouvement d'attitude du satellite, étape indispensable pour comprendre la problématique du contrôle d'attitude et obtenir les modèles de comportement dynamique utilisés pour la synthèse de lois de commande. Elle débouchait sur l'étude de la linéarisation des modèles sous l'hypothèse classique des petits angles. Peu de candidats ont traité cette partie qui faisait appel à des connaissances en mécanique du solide et en cinématique même si les notions avancées associées étaient rappelées. Cette partie nécessitait principalement la connaissance du principe fondamental de la mécanique ainsi que la règle de dérivation d'un vecteur dans un référentiel en rotation.

La partie B étudiait le contrôle d'attitude du satellite en Mode Acquisition et Survie. Une première sous-partie portait sur l'analyse de stabilité des équations d'Euler d'un satellite spinné en l'absence de couples perturbateurs et en particulier sur le phénomène de nutation. Elle faisait appel essentiellement à des connaissances sur les équations différentielles ordinaires du second ordre et sur la transformée de Laplace. Une démarche énergétique permettait de déduire simplement une condition de stabilité. Force est de constater que les candidats ne maîtrisent pas les bases mathématiques nécessaires aux développements demandés. Ces lacunes ne sont malheureusement pas compensées par les connaissances physiques utiles pour déduire la condition de stabilité. Deux méthodes de stabilisation en mode spinné étaient ensuite étudiées : stabilisation passive et stabilisation active. Encore une fois, les modèles dynamiques étaient rappelés. Dans les deux cas, l'épreuve faisait essentiellement appel à des outils classiques de l'Automatique tant du point de vue de la modélisation que de celui de l'analyse de stabilité : équations d'état, fonctions de transfert, commandabilité, critère de Routh-Hurwitz, lieu des racines. Ces deux sous-parties ont été abordées par de nombreux candidats avec une réussite très disparate. Les questions sur la modélisation d'état et ses propriétés structurelles ont été généralement correctement traitées même si de nombreux candidats ne comprennent pas réellement la notion d'état et confondent commandabilité et observabilité. Le jury conseille aux candidats de vérifier la cohérence de leurs calculs qui ont été souvent entachés d'erreurs d'inattention. Il est regrettable que peu de candidats connaissent bien les outils classiques d'analyse de stabilité et soient défaillants en algèbre linéaire de base (calcul matriciel élémentaire).

La partie C comportait une étude de la stabilisation de pointage par propulseurs. Les notions de retour d'état et de sortie et de placement de pôles étaient essentielles. De plus, des notions de commande avancée étaient introduites pas à pas pour obtenir une loi de commande multicritère robuste. Enfin, des connaissances plus élémentaires de correction par avance de phase d'un double intégrateur et de sa mise en œuvre sur un calculateur numérique étaient demandées. Globalement, cette partie a été traitée avec peu de succès. On observe que l'ensemble des candidats ne possède pas une compréhension globale de la problématique mais répondent de manière ponctuelle et désordonnée à des questions ne nécessitant pas d'outils mathématiques sophistiqués. Même les outils basiques tels que la solution d'un polynôme du second ordre sont mal connus sans parler des principes généraux et des outils de élémentaires de l'Automatique (boucle fermée, boucle ouverte, diagramme de Bode...). Beaucoup d'erreurs sont faites lors du développement des équations littérales, sans doute à cause du manque d'entraînement des candidats.

4.1.1 Corrigé du problème

Systemes de contrôle d'attitude et d'orbite d'un satellite rigide
Agrégation de Génie électrique
Composition d'Automatique et d'Informatique Industrielle
Durée 6 heures

Avertissement

L'épreuve se compose de parties indépendantes. Les candidats sont donc invités à lire entièrement l'énoncé avant de commencer à composer.

Il est rappelé que les candidats doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou les figures. Les candidats sont priés de rédiger les réponses relatives aux différentes parties de l'énoncé sur des feuilles séparées.

Les candidats doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Les correcteurs recommandent d'écrire lisiblement, de numéroter chaque copie en y faisant apparaître clairement la partie traitée.

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner *explicitement* dans votre copie.

Présentation

Problématique du contrôle d'attitude pour le satellite Demeter

Le mouvement d'un satellite en orbite est assimilé au mouvement d'un corps rigide dans un référentiel inertiel. Ce mouvement peut être décrit par le mouvement de translation de son centre de masse et par le mouvement de rotation du corps rigide autour de son centre de masse. Le pilotage de ce mouvement nécessite donc la définition d'un système de contrôle d'orbite (contrôle du mouvement de translation) et celle d'un système de contrôle d'attitude (asservissement de la position angulaire du satellite autour de son centre de gravité). Le rôle de ce dernier qui sera étudié ici est de contrôler à travers l'orientation du satellite celle des instruments de mesure embarqués et celle des panneaux solaires afin que la plateforme puisse remplir sa mission qu'elle soit de nature scientifique, commerciale ou militaire.

La plateforme satellite concernée dans cette étude est une plateforme microsatellite appelée Demeter et développée au CNES. Ce satellite est le premier de la filière de microsatellites Myriade dont le développement a été décidé en 1998 par le CNES afin d'élaborer des moyens réduits en coût et en développement d'accès à l'espace. Il a été lancé de Baïkonour le 29 juin 2004 et injecté sur une orbite basse d'altitude 700 km (demi-grand axe $a = 7090$ km), quasi circulaire (excentricité $e < 0.001$), d'inclinaison $i = 98$ degrés et d'ascension droite du noeud ascendant $\Omega = 250$ degrés. Il s'agit d'une mission scientifique dont l'objectif principal est l'étude des origines sismique et anthropique des perturbations de la ionosphère. La plateforme a donc embarqué des instruments scientifiques de mesure pour collectionner des données sur les différentes composantes du champ électromagnétique terrestre. Les performances du système de contrôle d'attitude sont ainsi particulièrement importantes pour la réussite de la mission.



FIGURE 1 – Vue d'artiste du satellite Demeter au dessus de la Grèce

De par la nature de la mission scientifique et le large spectre de pointages (géocentrique, inertiel, solaire ou orienté selon la vitesse) que cela induit, l'architecture du système de contrôle d'attitude est définie dans le cadre d'une stabilisation suivant trois axes. Le système de contrôle d'orbite et d'attitude de Demeter fonctionne suivant 4 modes résumés dans la

figure 2

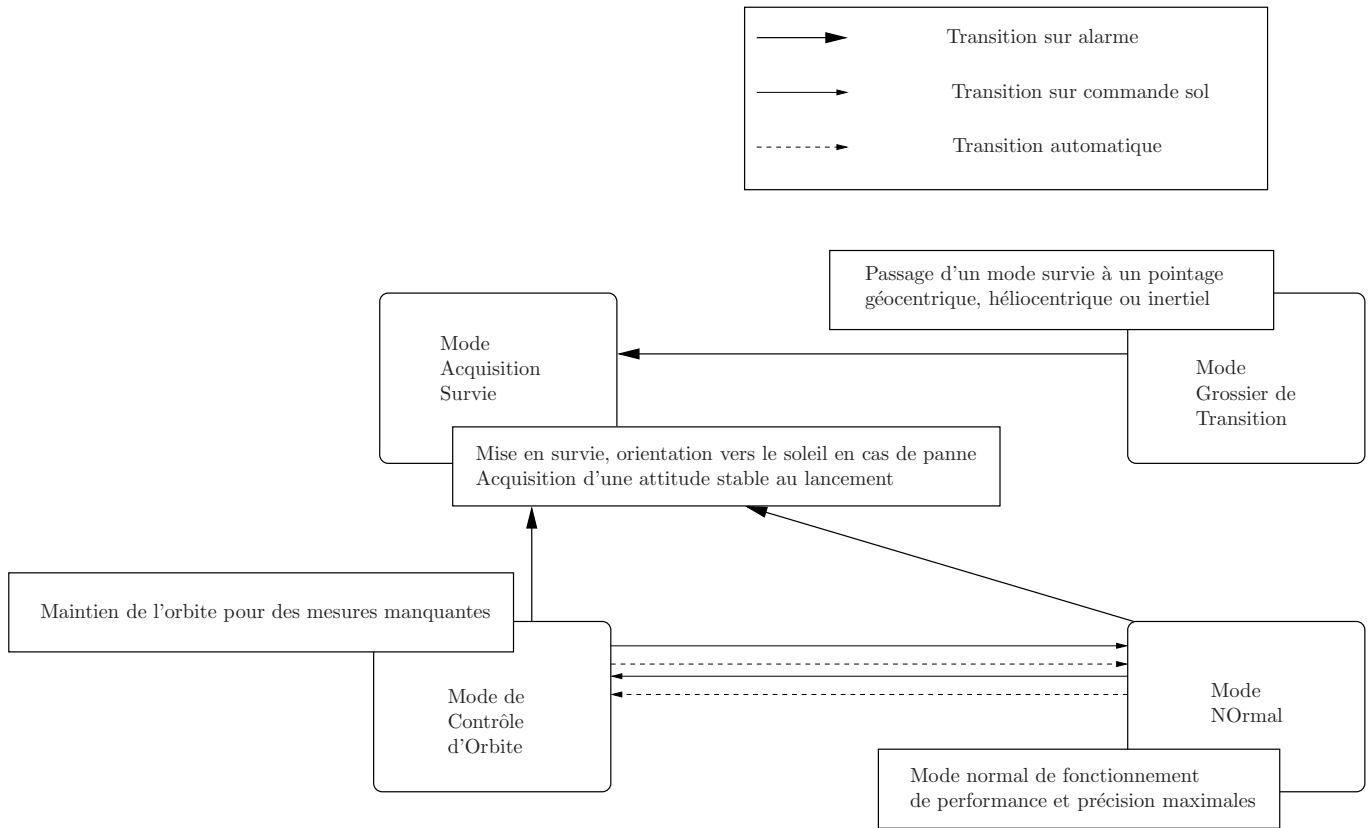


FIGURE 2 – Différents modes de contrôle du satellite Demeter

Pour chaque mode, les objectifs en termes de stabilisation de pointage assignés au système de contrôle d'attitude peuvent être sensiblement différents. Seuls les modes MAS et MCO seront étudiés dans ce document. Globalement, afin de réaliser les différents contrôle de pointage, le satellite dispose des actionneurs et capteurs suivants :

- Actionneurs :
 - 4 roues à réaction (RWS) ;
 - 3 magnéto-coupleurs (MTB) ;
 - 4 tuyères (THR) (poussée maximale de 1 Newton).
- Capteurs :
 - 3 gyromètres (GYR) ;
 - 3 magnétomètres (MAG) ;
 - 3 senseurs solaires (SAS) ;
 - 3 senseurs stellaires (SST).

Les solutions de contrôle d'attitude proposées dans cette étude s'appuie sur la plateforme Demeter mais ne sont pas pour autant celles qui ont été mises en œuvre et testées en vol réel.

Notations

Repères et bases

- \mathcal{I} : $(O_I, \vec{i}_I, \vec{j}_I, \vec{k}_I)$: repère lié au référentiel pseudo-inertiel géocentrique ;
- \mathcal{B} : $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$: repère de consigne lié au satellite ;
- \mathcal{R} : $(O, \vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$: repère de référence lié au satellite ;

Notations mathématiques

- $\frac{d\vec{v}}{dt}|_{\mathcal{R}}$: dérivée du vecteur \vec{v} par rapport à un référentiel associé à repère \mathcal{R} ;
- $s \in \mathbb{C}$: variable de Laplace ;
- $\vec{u} \wedge \vec{v}$: produit vectoriel entre les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ;
- i : nombre complexe $i^2 = -1$;
- $\mathcal{D}(R, \alpha_1, \chi)$: région de placement de pôles ;
- A' : matrice transposée de la matrice A ;
- \mathcal{S}_n : sous-ensemble de $\mathbb{R}^{n \times n}$ des matrices symétriques réelles ;
- $\text{Trace}(A)$: trace de la matrice A i.e. somme des éléments diagonaux de la matrice A ;
- $n!$: factoriel $n = n \times (n - 1) \cdots 2 \times 1$;

Variables physiques

- $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$: vitesse de rotation de \mathcal{B} par rapport à \mathcal{I} , $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}} = \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z}$;
- $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}}$: vitesse de rotation de \mathcal{B} par rapport à \mathcal{I} , $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}} = p \vec{x} + q \vec{y} + r \vec{z}$;
- \vec{H} : moment cinétique du satellite calculé en son centre de masse O , $\vec{H} = H_x \vec{x} + H_y \vec{y} + H_z \vec{z}$;
- \vec{T} : moment résultant des forces perturbatrices s'exerçant sur le satellite, $\vec{T} = T_x \vec{x} + T_y \vec{y} + T_z \vec{z}$;
- \vec{u} : moment des force de commande s'exerçant sur le satellite, $\vec{u} = u_x \vec{x} + u_y \vec{y} + u_z \vec{z}$;
- $\vec{M} = \vec{u} + \vec{T}$: moment résultant des forces s'appliquant sur le satellite, $\vec{M} = M_x \vec{x} + M_y \vec{y} + M_z \vec{z}$;
- I : matrice d'inertie du satellite dont les éléments sont les moments d'inertie du satellite autour de ses axes principaux et les produits d'inertie ;

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int (y_i^2 + z_i^2) dm & - \int y_i x_i dm & - \int z_i x_i dm \\ - \int y_i x_i dm & \int (x_i^2 + z_i^2) dm & - \int z_i y_i dm \\ - \int x_i z_i dm & - \int y_i z_i dm & \int (y_i^2 + x_i^2) dm \end{bmatrix}$$

- I_{xx} , I_{yy} et I_{zz} sont notés respectivement I_x , I_y et I_z dans les parties 2, 3 et 4 ;
- I_w : moment d'inertie d'une roue à réaction ;
- ψ : angle de précession (angle de lacet) autour de l'axe \vec{z}_R ;
- ϕ : angle de rotation propre (roulis) autour de \vec{x}_R ;
- θ : angle de nutation (angle de tangage) autour de l'axe \vec{y}_R ;
- γ : angle entre le vecteur $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ et le vecteur \vec{H} ;

- ξ_w : coefficient d'amortissement d'une roue à réaction ;
- $\xi = \cos \Psi$: coefficient d'amortissement associé à une paire de pôles complexes conjugués dominante ;
- $b = 1/I_y$: coefficient inverse du moment d'inertie suivant l'axe $O\vec{y}$;
- \underline{b} : borne inférieure sur le paramètre b ;
- \overline{b} : borne supérieure sur le paramètre b ;
- v_m : tension d'alimentation aux bornes de l'induit du moteur à courant continu ;

Constantes

- M_\oplus : masse de la terre ;
- G : constante de gravitation universelle ;
- m_{sat} : masse du satellite ;
- $\mu = GM_\oplus = 3.9860047 \cdot 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$: constante gravitationnelle pour l'attraction primaire calculée d'après le modèle de potentiel américain GEM-T1 ;

Questionnement

Nous rappelons que les parties A, B, C sont indépendantes.

A Éléments de modélisation pour le problème de contrôle d'attitude

Comprendre le mouvement naturel d'un satellite autour de son centre de masse est nécessaire avant de pouvoir s'attaquer au problème de la synthèse d'un système de contrôle d'attitude. Dans cette partie, l'étude va donc porter sur la modélisation du mouvement de rotation du satellite autour de son centre de masse situé en O (cf. figure 3).

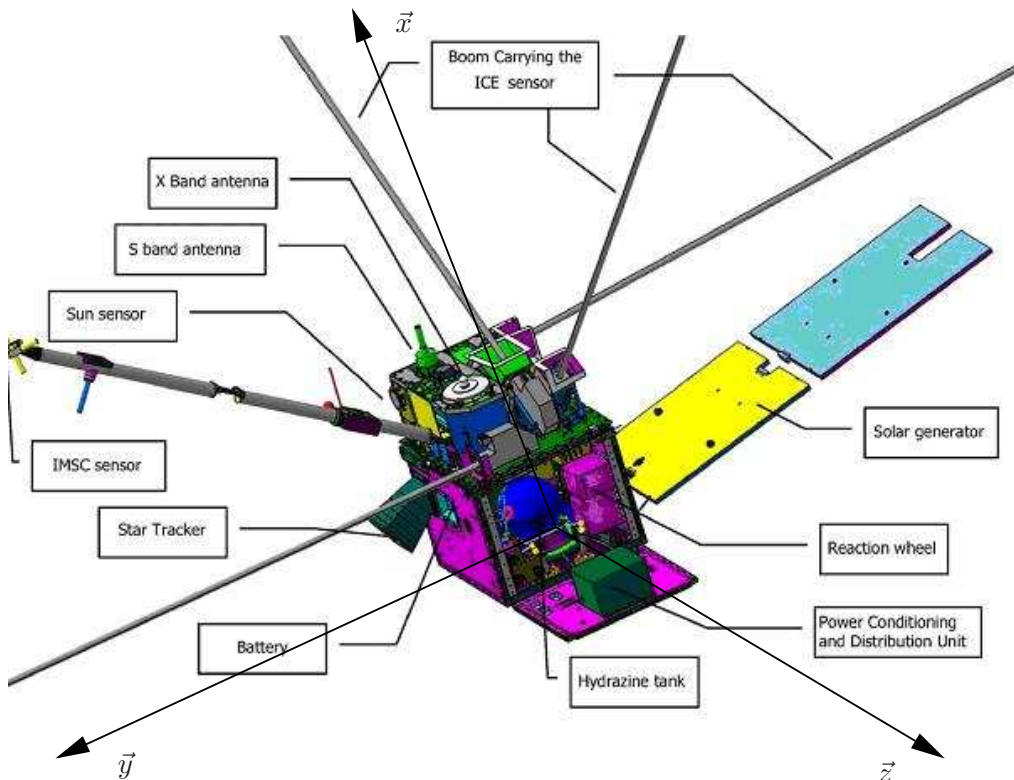


FIGURE 3 – Satellite Demeter et le repère $\mathcal{B} : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ attaché au corps du satellite

Le satellite est modélisé comme un corps rigide rectangulaire de dimensions $60 \times 85 \times 110$ cm et de masse 129 kg. On définit un repère attaché au satellite $\mathcal{B} : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ dont l'origine O est au centre de masse du satellite et un repère inertiel $\mathcal{I} : (O_I, \vec{i}_I, \vec{j}_I, \vec{k}_I)$ lié au référentiel pseudo-inertiel géocentrique.

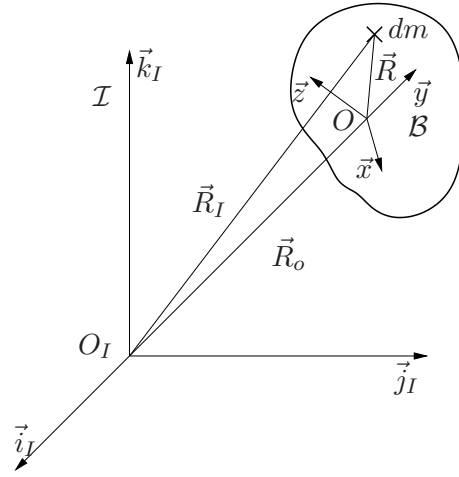


FIGURE 4 – Référentiels inertiels et en mouvement

Il est également nécessaire de décrire l'orientation géométrique du satellite dans un repère orbital de référence $\mathcal{R} : (\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$ lié au satellite. Ces repères sont précisément définis en annexe D.1.

A.1 Equations de la dynamique en attitude

A.1.1 Calculer la vitesse inertielle (dans le référentiel inertiels) \vec{V}_I de l'élément de masse dm défini à la figure 4 en fonction de la vitesse inertielle \vec{V}_O de O et de la vitesse de rotation $\vec{\omega}_{B/I}$ de B par rapport à \mathcal{I} .

Réponse : on note en suivant la figure 4 que $\vec{R}_I = \vec{R}_O + \vec{R}$ et par application de la règle de dérivation d'un vecteur dans un référentiel tournant avec une vitesse $\vec{\omega}_{B/I}$ par rapport à un référentiel fixe (inertiel), on obtient :

$$\vec{V}_I = \vec{V}_O + \vec{V}_B + \vec{\omega}_{B/I} \wedge \vec{R}$$

où \vec{V}_I et \vec{V}_O sont respectivement les vitesses de dm et de O dans le référentiel inertiels, \vec{V}_B la vitesse de dm dans le référentiel B . Si l'on considère que le satellite est un corps rigide alors $\vec{V}_B = 0$ et l'on obtient finalement :

$$\boxed{\vec{V}_I = \vec{V}_O + \vec{\omega}_{B/I} \wedge \vec{R}} \quad (1)$$

A.1.2 Calculer le moment cinétique \vec{H} en O du satellite dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ en fonction de sa matrice d'inertie I et de $\vec{\omega}_{B/I}$. Nota : on rappelle que O est le centre de masse du satellite.

$$\int \vec{R} dm = 0$$

Nous rappelons que le moment cinétique est donné par :

$$\vec{H} = \int \vec{R} \wedge \vec{V}_I dm$$

Réponse : le moment cinétique du satellite se calcule alors par sommation des masses élémentaires sur l'ensemble du satellite :

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \int \vec{R} \wedge \vec{V}_I dm = \int \vec{R} \wedge \vec{V}_O dm + \int \vec{R} \wedge (\vec{\omega}_{B/I} \wedge \vec{R}) dm \\ &= -\vec{V}_O \wedge \int \vec{R} dm + \int \vec{R} \wedge (\vec{\omega}_{B/I} \wedge \vec{R}) dm\end{aligned}$$

Si l'on suppose que O est le centre de masse du satellite

$$\int \vec{R} dm = 0$$

et en développant le second terme, on obtient dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} \omega_x \int (y_i^2 + z_i^2) dm - \omega_y \int y_i x_i dm - \omega_z \int z_i x_i dm \\ -\omega_x \int y_i x_i dm + \omega_y \int (x_i^2 + z_i^2) dm - \omega_z \int z_i y_i dm \\ -\omega_x \int x_i z_i dm - \omega_y \int y_i z_i dm + \omega_z \int (y_i^2 + x_i^2) dm \end{bmatrix} \quad (2)$$

En utilisant la définition des moments d'inertie du satellite autour de ses axes orthogonaux ainsi que la définition des produits d'inertie, on obtient la formulation matricielle suivante.

$$\boxed{\vec{H} = I \vec{\omega}_{B/I}} \quad (3)$$

où I est la matrice d'inertie du satellite :

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A.1.3 En supposant que le satellite est soumis à un moment résultant \vec{M} , écrire les équations de la dynamique (équations d'Euler) dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Réponse : Par application de la loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) pour le mouvement en rotation du satellite, l'équation des moments d'Euler s'écrit :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt} \Big|_I \quad (5)$$

où \vec{H} est le moment cinétique (angular momentum) du satellite calculé en O et \vec{M} la résultante inertielle des moments appliqués au satellite. D'autre part, d'après le théorème de Coriolis, la loi de Newton peut se réécrire :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt} \Big|_B + \vec{\omega}_{B/I} \wedge \vec{H}$$

En projetant cette équation sur les axes du référentiel \mathcal{B} (ou **axes d'Euler**), on obtient les **équations d'Euler** :

$$\begin{aligned} M_x &= \dot{H}_x + \omega_y H_z - \omega_z H_y \\ M_y &= \dot{H}_y + \omega_z H_x - \omega_x H_z \\ M_z &= \dot{H}_z + \omega_x H_y - \omega_y H_x \end{aligned} \quad (6)$$

où le vecteur de vitesse angulaire $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]'$ est exprimé dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

A.1.4 En supposant que les axes $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sont les axes principaux d'inertie ($I_{xz} = I_{xy} = I_{yz} = 0$), réécrire les équations dynamiques du satellite dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Réponse :

Hypothèses A.1 Les axes sont les axes principaux d'inertie :

$$H_x = I_{xx}\omega_x \quad H_y = I_{yy}\omega_y \quad H_z = I_{zz}\omega_z$$

Dans ce cas, les équations de la dynamique du satellite sont :

$$\begin{aligned} I_{xx}\dot{\omega}_x &= (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z + u_x + T_x \\ I_{yy}\dot{\omega}_y &= (I_{zz} - I_{xx})\omega_x\omega_z + u_y + T_y \\ I_{zz}\dot{\omega}_z &= (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y + u_z + T_z \end{aligned} \quad (7)$$

où (u_x, u_y, u_z) sont les composantes du vecteur moment de commande. (T_x, T_y, T_z) sont les composantes du vecteur moment des perturbations exogènes.

Les équations d'Euler sont des équations différentielles non-linéaires qui n'ont pas en général de solution analytique.

A.2 Equations de la cinématique

Les équations d'Euler décrivent la dynamique du satellite dans le référentiel lié au satellite. L'orientation du satellite dans le repère orbital local \mathcal{R} nécessite l'emploi de paramètres permettant d'écrire les transformations de coordonnées d'un repère à l'autre. Nous utilisons ici les angles d'Euler qui sont rappelés en annexe D.2 et qui vont permettre de définir les rotations d'un repère à l'autre.

De plus, on suppose que le satellite évolue sur une orbite circulaire avec une vitesse orbitale angulaire constante $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}}$ où r_0 est le rayon circulaire de l'orbite et μ la constante de gravitation.

A.2.1 Ecrire les coordonnées du vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}}$ dans la base \mathcal{B} en fonction des angles d'Euler et de leur dérivée.

Réponse : en utilisant la séquence de rotations définie en annexe D.2, il est possible d'obtenir les coordonnées du vecteur de vitesse angulaire du repère lié au satellite \mathcal{B} par

rapport au repère de référence \mathcal{R} dans \mathcal{B} et noté $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}} = p\vec{x} + q\vec{y} + r\vec{z}$ en fonction des angles d'Euler et leur dérivée. On a

$$\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}} = \dot{\phi}\vec{x} + \dot{\psi}\vec{z}_R + \dot{\theta}\vec{\beta}$$

En utilisant les matrices de passage données dans l'annexe D.2, on obtient alors les coordonnées du vecteur $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}}$ dans la base \mathcal{B} :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + T_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + T_\phi T_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Soit

$$\begin{cases} p = -\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\phi} \\ q = \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{cases} \quad (9)$$

A.2.2 Inverser la relation précédente afin d'exprimer $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ en fonction de $\phi, \theta, \psi, p, q, r$.

Réponse : en inversant la relation précédente, il est possible de calculer les angles d'Euler du satellite dans n'importe quel repère.

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + [q \sin \phi + r \cos \phi] \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = [q \sin \phi + r \cos \phi] \cos^{-1} \theta \end{cases} \quad (10)$$

A.2.3 Ces équations sont-elles valides pour toutes les configurations ?

Réponse : il est à noter que la paramétrisation par les angles d'Euler n'est pas globale puisque la dernière équation présente une singularité en $\theta = 90^\circ$. Les représentations fondées sur l'utilisation des quaternions et de l'algèbre associée permettent d'éviter de telles singularités.

A.2.4 Ecrire les coordonnées du vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}}$ dans la base \mathcal{B} en fonction des angles d'Euler et de ω_0 .

Réponse : le vecteur rotation $\vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}}$ a pour coordonnées dans la base attaché au repère orbital local \mathcal{R} :

$$\vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Il faut effectuer le changement de base pour l'exprimer dans la base \mathcal{B} et donc multiplier ce dernier vecteur par la matrice de rotation associée au changement de base :

$$\vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}} = T_{\psi\theta\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\omega_0 \begin{bmatrix} \sin \psi \cos \theta \\ \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \end{bmatrix}$$

A.2.5 Ecrire les coordonnées du vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ dans la base \mathcal{B} .

Réponse : $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ est lié au vecteur de vitesse angulaire précédent $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}}$ et au vecteur de vitesse angulaire $\vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}}$ du repère de référence \mathcal{R} par rapport au repère inertiel \mathcal{I} par la relation de composition :

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}} &= \vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}} + \vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} - \omega_0 \begin{bmatrix} \sin \psi \cos \theta \\ \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

A.3 Equations linéarisées du mouvement

A.3.1 En faisant l'approximation aux petits angles, écrire les équations linéarisées au premier ordre donnant les coordonnées du vecteur $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ dans la base \mathcal{B} .
Nota : tous les termes produits des variables entre elles et leur dérivée seront négligés.

Réponse : on reprend les équations (11) :

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}} &= \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z} = \vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}} + \vec{\omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{I}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} - \omega_0 \begin{bmatrix} \sin \psi \cos \theta \\ \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

dans lesquelles on linéarise les fonctions trigonométriques au premier ordre : $\sin \text{angle} \sim \text{angle}$ et $\cos \text{angle} \sim 1$. On obtient les équations :

$$\begin{aligned} \omega_x &= -\dot{\psi}\theta + \dot{\phi} - \omega_0\psi \\ \omega_y &= \dot{\theta} + \phi\dot{\psi} - \omega_0 \\ \omega_z &= \dot{\psi} - \dot{\theta}\phi + \omega_0\phi \end{aligned}$$

En supposant que les produits entre la dérivée des variables angulaires et les variables sont petits devant 1, on obtient les équations linéarisées :

$$\begin{bmatrix} \omega_x = \dot{\phi} - \omega_0\psi \\ \omega_y = \dot{\theta} - \omega_0 \\ \omega_z = \dot{\psi} + \omega_0\phi \end{bmatrix} \quad (13)$$

A.3.2 En faisant l'approximation aux petits angles : $\sin \text{angle} \sim \text{angle}$ et $\cos \text{angle} \sim 1$ et en supposant que l'on peut identifier $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ à $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{R}}$, écrire les équations dynamiques d'Euler linéarisées donnant les coordonnées du vecteur $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ dans la base \mathcal{B} .

Réponse : on reprend les équations (7) :

$$\begin{aligned}
 I_{xx}\dot{\omega}_x &= I_{xx}p = (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z + u_x + T_x \\
 I_{yy}\dot{\omega}_y &= I_{yy}q = (I_{zz} - I_{xx})\omega_x\omega_z + u_y + T_y \\
 I_{zz}\dot{\omega}_z &= I_{zz}r = (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y + u_z + T_z
 \end{aligned} \tag{14}$$

et les équations de la cinématique (9) linéarisées :

$$\begin{aligned}
 p &= \dot{\phi} \\
 q &= \dot{\theta} \\
 r &= \dot{\psi}
 \end{aligned} \tag{15}$$

On obtient alors :

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 I_{xx}\ddot{\phi} &= u_x + T_x \\
 I_{yy}\ddot{\theta} &= u_y + T_y \\
 I_{zz}\ddot{\psi} &= u_z + T_z
 \end{aligned}
 } \tag{16}$$

B Stabilisation de pointage par gyration

La première tâche du système de contrôle d'attitude est donc de stabiliser l'attitude d'un satellite vis-à-vis des couples perturbateurs externes. Ceux-ci peuvent être dûs aux effets des frottements atmosphériques, des radiations et/ou des vents solaires. Les couples parasites créés par les propulseurs doivent également être pris en compte. Une distinction classique est opérée parmi les différents types de systèmes de contrôle d'attitude. On distingue ainsi les systèmes de contrôle d'attitude passifs et les systèmes de contrôle d'attitude actifs. Le contrôle d'attitude passif utilise les propriétés naturelles physiques du satellite et de son environnement pour maintenir l'orientation du satellite. Un exemple classique de contrôle d'attitude passif est la stabilisation par gyration (ou stabilisation par spin) utilisant le phénomène de rigidité gyroscopique. Cette méthode de stabilisation passive et ses limites sont étudiées dans la prochaine partie dans le cas du satellite Demeter. Le satellite Demeter utilise ce type de contrôle d'attitude dans le mode MAS. Ce mode est utilisé après séparation du lanceur et en cas de détection d'anomalie. L'axe $O\vec{x}$ est orienté vers le soleil avec une rotation lente autour de cet axe pour accumulation de puissance.

Nota : dans cette partie, on ne considère que le mouvement de rotation du satellite autour de son centre de gravité. On confondra ainsi les vecteurs de rotation $\vec{\omega}_{B/\mathcal{I}}$ et $\vec{\omega}_{B/\mathcal{R}}$.

B.1 Solution et stabilité des solutions des équations d'Euler pour un satellite spinné sans couples perturbateurs

B.1.1 On suppose qu'aucun moment externe ne s'applique sur le satellite $\vec{M} = 0$ et que le satellite subit un mouvement de spin de vitesse constante $\omega_x = n$ autour de l'axe $O\vec{x}$. De plus, on suppose que $\omega_y \ll n$ et $\omega_z \ll n$. Montrer que les équations de la dynamique (17) sont alors découplées. Nota : les équations dynamiques du satellite sont alors données par :

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x &= 0 \\ I_y \dot{\omega}_y + n\omega_z(I_x - I_z) &= 0 \\ I_z \dot{\omega}_z + n\omega_y(I_x - I_z) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Réponse : la première équation du modèle conduit à $\omega_x = n$ alors que la dérivation des deux autres permet d'écrire :

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\omega}_y + n\dot{\omega}_z(I_x - I_z) &= 0 \\ I_z \ddot{\omega}_z - n\dot{\omega}_y(I_x - I_z) &= 0 \end{aligned}$$

En combinant ces dernières équations avec les équations (17), on obtient alors deux équations différentielles du second ordre découplées identiques :

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_y + n^2 \frac{(I_x - I_y)(I_x - I_z)}{I_y I_z} \omega_y &= 0 \\ \ddot{\omega}_z + n^2 \frac{(I_x - I_y)(I_x - I_z)}{I_y I_z} \omega_z &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

B.1.2 Donner la condition sur les inerties pour que les vitesses ω_y et ω_z restent bornées. Conclusions.

Réponse : les équations (18) peuvent donc être analysées de manière identique. Si l'on note $\beta^2 = n^2 \frac{(I_x - I_y)(I_x - I_z)}{I_y I_z}$, en utilisant la transformée de Laplace appliquée à l'une des équations différentielles, on obtient que les vitesses ω_y et ω_z sont bornées si et seulement si β est réel :

$$\boxed{\begin{array}{l} I_x > I_z \quad \text{et} \quad I_x > I_y \\ \text{ou} \\ I_x < I_z \quad \text{et} \quad I_x < I_y \end{array}} \quad (19)$$

On en déduit que si le mouvement de spin se fait autour d'un axe principal d'inertie maximale ou minimale, il sera stable (borné) alors que s'il se fait autour d'un axe principal d'inertie intermédiaire, il sera instable.

B.1.3 On suppose de plus que le satellite possède une symétrie axiale telle que $I_y = I_z$. Montrer que la norme du vecteur vitesse $\vec{\omega}_{B/\mathcal{I}} = \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z}$ reste constante.

Réponse : les équations (17) deviennent :

$$\begin{aligned} \omega_x &= n \\ I_z \dot{\omega}_y + n \omega_z (I_x - I_z) &= 0 \\ I_z \dot{\omega}_z + n \omega_y (I_z - I_x) &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

On note alors $\lambda = \frac{n(I_x - I_z)}{I_z}$ pour obtenir :

$$\begin{aligned} \omega_x &= n \\ \dot{\omega}_y + \lambda \omega_z &= 0 \\ \dot{\omega}_z - \lambda \omega_y &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

On multiplie la première de ces équations par ω_y et la seconde par ω_z et on fait la somme des deux pour obtenir :

$$\dot{\omega}_y \omega_y + \dot{\omega}_z \omega_z = 0 \quad (22)$$

On en déduit aisément que $\omega_y^2 + \omega_z^2 = \omega_{yz}^2 = \text{constante}$ et de même :

$$\boxed{\|\vec{\omega}_{B/\mathcal{I}}\| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \sqrt{n^2 + \omega_{yz}^2} = \text{constante}}$$

B.1.4 Sous ces hypothèses, donner les solutions des équations du mouvement pour $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

Réponse : on a tout d'abord :

$$\boxed{\omega_x = n}$$

Les équations dynamiques s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_y(t) + \lambda^2 \omega_y(t) &= 0 \\ \ddot{\omega}_z(t) + \lambda^2 \omega_z(t) &= 0 \end{aligned}$$

En appliquant la transformée de Laplace à la première équation, on aboutit à :

$$\omega_y(s) = \frac{\dot{\omega}_y(0) + s\omega_y(0)}{s^2 + \lambda^2}$$

La transformée de Laplace inverse permet d'obtenir :

$$\omega_y(t) = \frac{\dot{\omega}_y(0)}{\lambda} \sin(\lambda t) + \omega_y(0) \cos(\lambda t)$$

De plus, comme $\omega_z = -\frac{\dot{\omega}_y(t)}{\lambda}$ alors on obtient finalement :

$$\begin{aligned} \omega_y(t) &= \frac{\dot{\omega}_y(0)}{\lambda} \sin(\lambda t) + \omega_y(0) \cos(\lambda t) \\ \omega_z(t) &= -\frac{\dot{\omega}_y(0)}{\lambda} \cos(\lambda t) + \omega_y(0) \sin(\lambda t) \end{aligned}$$

Un satellite spinné peut subir un mouvement périodique rotationnel appelé nutation s'il est perturbé de sa position d'équilibre. Les causes peuvent en être la séparation du lanceur ou des mouvements de sous-systèmes tels que les extensions de bras ou de panneaux. Ce phénomène se caractérise par un vecteur vitesse angulaire $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ non aligné avec l'axe principal \vec{x} et une rotation de $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ autour du vecteur du moment cinétique \vec{H} qui est fixe dans le repère inertiel \mathcal{I} sans moment perturbateur externe (cf. figure 5). Nous allons écrire les conditions sous lesquelles ce mouvement de nutation peut se stabiliser. $\vec{y}\vec{z}$ est un vecteur de base dans le plan défini par les vecteurs $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ et \vec{H} .

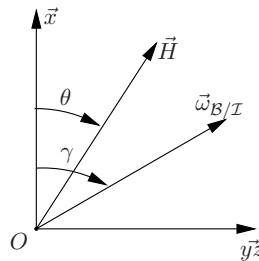


FIGURE 5 – Angle de nutation θ dans le plan $(\vec{x}, \vec{y}\vec{z})$

B.1.5 Donner l'énergie cinétique T de rotation en fonction des composantes de $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ sous les hypothèses de la question B.1.3.

Réponse : l'énergie cinétique s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} I_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} I_z (\omega_y^2 + \omega_z^2) \quad (23)$$

B.1.6 Donner le carré de la norme du moment cinétique $\|\vec{H}\|^2$ en fonction des composantes de $\vec{\omega}_{\mathcal{B}/\mathcal{I}}$ sous les hypothèses de la question B.1.3.

Réponse : on écrit :

$$\|\vec{H}\|^2 = I_x^2 \omega_x^2 + I_z^2 (\omega_y^2 + \omega_z^2) \quad (24)$$

B.2 En déduire T en fonction de $\|\vec{H}\|^2$ et de l'angle de nutation θ .

Réponse : on a :

$$I_z(\omega_y^2 + \omega_z^2) = \frac{\|\vec{H}\|^2 - I_x^2\omega_x^2}{I_z}$$

et

$$I_x\omega_x^2 = \frac{\|\vec{H}\|^2 \cos^2 \theta}{I_x}$$

Comme $\cos \theta = \frac{I_x\omega_x}{\|\vec{H}\|}$, on obtient alors :

$$T = \frac{\|\vec{H}\|^2}{2I_z} \left[1 - \frac{I_x - I_z}{I_x} \cos^2 \theta \right] \quad (25)$$

B.2.1 Calculer la dérivée temporelle de l'énergie cinétique T en fonction de $\|\vec{H}\|^2$, θ , $\dot{\theta}$, I_x , I_z .

Réponse : du fait de l'absence de moments perturbateurs externes, la dérivée du moment cinétique par rapport au temps est nulle et seul la variable θ dépend du temps. On obtient donc :

$$\dot{T} = \frac{\|\vec{H}\|^2}{I_z} \left[\dot{\theta} \frac{I_x - I_z}{I_x} \cos \theta \sin \theta \right] \quad (26)$$

B.2.2 En déduire la condition de stabilité du mouvement de nutation en présence de dissipation d'énergie $\dot{T} < 0$.

Réponse : si $\dot{T} < 0$ alors pour $I_x < I_z$, $\dot{\theta} > 0$ et le mouvement de nutation est instable : l'angle de nutation initial est croissant quand il y a dissipation d'énergie dans le corps du satellite. En revanche, si $\dot{T} < 0$ alors pour $I_x > I_z$, $\dot{\theta} < 0$. Le mouvement de nutation est stable quand le spin se produit autour de l'axe principal d'inertie maximal.

B.3 Stabilisation passive en mode spinné

Un moyen passif afin de stabiliser le mouvement de nutation pour un satellite spinné est de permettre un mouvement relatif d'un sous-système du satellite quand le mouvement de nutation se produit et de l'interdire quand il n'y a pas de nutation. Le mouvement de nutation sera amorti si ce mouvement relatif produit de la dissipation d'énergie. On considère pour ce dispositif une roue plongée dans un champ magnétique amortissant sa rotation relative autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de spin (cf. figure 6).

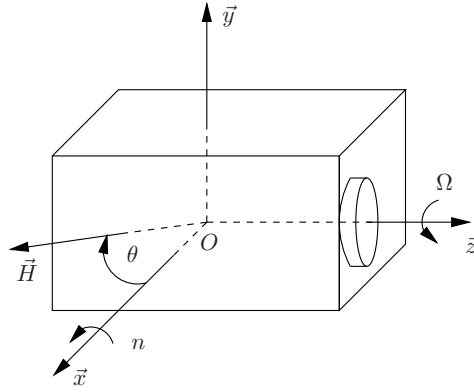


FIGURE 6 – Schéma pour l'amortissement du mouvement de nutation

Ω est la vitesse de rotation relative de la roue par rapport au satellite et I_w le moment d'inertie de la roue amortie autour de son axe libre. Les équations dynamiques pour le mouvement du satellite et de la roue sont données par :

$$\begin{aligned}
 I_x \dot{n} + I_w \omega_y \Omega &= M_x \\
 I_z \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z n - I_w n \Omega &= M_y \\
 I_z \dot{\omega}_z + I_w \dot{\Omega} - (I_x - I_z) \omega_y n &= M_z \\
 I_w (\dot{\omega}_z + \dot{\Omega}) + \xi_w \Omega &= 0
 \end{aligned} \tag{27}$$

où ξ_w est le coefficient d'amortissement de la roue.

B.3.1 Sous l'hypothèse que $\frac{I_w}{I_x} \omega_y \Omega$ peut être négligé et que $M_x = 0$, donner l'équation d'état $\dot{x}_n = A_{np} x_n + B_{np} M$ de l'ensemble satellite + roue en fonction de I_z , $\epsilon = \frac{I_w}{I_z}$, $\sigma = \frac{\xi_w}{I_w}$ et $\alpha_n = \frac{I_z - I_x}{I_z} n$. Nota : le vecteur d'état est donné par :

$$x_n = \begin{bmatrix} \omega_y \\ \omega_z \\ \Omega \end{bmatrix}$$

Réponse : on déduit des hypothèses et de la première équation dynamique $n = \text{constante}$. Les équations (27) peuvent se réécrire comme :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ -\alpha_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_y \\ \omega_z \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/I_z & 0 \\ 0 & 1/I_z \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

On a de plus :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\epsilon} & \frac{-\epsilon}{1-\epsilon} \\ 0 & \frac{-1}{1-\epsilon} & \frac{1}{1-\epsilon} \end{bmatrix}$$

On obtient donc :

$$A_{np} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\epsilon} & \frac{-\epsilon}{1-\epsilon} \\ 0 & \frac{-1}{1-\epsilon} & \frac{1}{1-\epsilon} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ -\alpha_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ -\alpha_n & 0 & \frac{\sigma\epsilon}{1-\epsilon} \\ \frac{\alpha_n}{1-\epsilon} & 0 & \frac{-\sigma}{1-\epsilon} \end{bmatrix} \quad (28)$$

et

$$B_{np} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\epsilon} & \frac{-\epsilon}{1-\epsilon} \\ 0 & \frac{-1}{1-\epsilon} & \frac{1}{1-\epsilon} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/I_z & 0 \\ 0 & 1/I_z \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-\epsilon)I_z} \\ 0 & \frac{-1}{(1-\epsilon)I_z} \end{bmatrix} \quad (29)$$

B.3.2 Calculer le polynôme caractéristique $P(s)$ de A_{np} en fonction de ϵ , σ et α_n .

Réponse : le polynôme caractéristique de A_n est obtenu en calculant le déterminant :

$$P(s) = |s\mathbf{1} - A_{np}| = \begin{vmatrix} s & -\alpha_n & -n\epsilon \\ \frac{\alpha_n}{1-\epsilon} & s & \frac{-\sigma\epsilon}{1-\epsilon} \\ \frac{-\alpha_n}{1-\epsilon} & 0 & s + \frac{\sigma}{1-\epsilon} \end{vmatrix}$$

On obtient, après calculs :

$$\begin{aligned} P(s) &= s \left(s^2 + \frac{\alpha_n}{1-\epsilon}(\alpha_n - n\epsilon) \right) + \frac{\sigma}{1-\epsilon} (s^2 + \alpha_n^2) \\ &= s^3 + \frac{\sigma}{1-\epsilon} s^2 + \frac{\alpha_n}{1-\epsilon}(\alpha_n - n\epsilon)s + \frac{\alpha_n^2 \sigma}{1-\epsilon} \end{aligned} \quad (30)$$

B.3.3 En utilisant le critère de Routh-Hurwitz sur le polynôme caractéristique de A_{np} , donner les conditions sur I_w , I_z et I_x pour que le système de roue stabilise effectivement le mouvement de nutation.

Réponse : on construit le tableau de Routh-Hurwitz :

$$\begin{array}{l} s^3 \\ s^2 \\ s \\ s^0 \end{array} \left| \begin{array}{lll} 1 & \frac{\alpha_n}{1-\epsilon}(\alpha_n - n\epsilon) & 0 \\ \frac{\sigma}{1-\epsilon} & \frac{\alpha_n^2 \sigma}{1-\epsilon} & 0 \\ \frac{\epsilon \alpha_n (\alpha_n - n)}{(1-\epsilon)} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_n^2 \sigma}{1-\epsilon} & 0 & 0 \end{array} \right.$$

La première colonne du tableau de Routh-Hurwitz doit avoir tous ses coefficients positifs :

$$\frac{\sigma}{1-\epsilon} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\epsilon\alpha_n(\alpha_n - n)}{(1-\epsilon)} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\alpha_n^2\sigma}{1-\epsilon} > 0$$

$$\frac{\xi_w}{I_w(1 - \frac{I_w}{I_z})} > 0 \quad \text{et} \quad -I_x(I_z - I_x) > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\xi_w}{I_w(1 - \frac{I_w}{I_z})} > 0$$

On en déduit que pour stabiliser le mouvement de nutation, la roue et le satellite doivent vérifier :

$$\boxed{I_z > I_w \quad \text{et} \quad I_x > I_z} \quad (31)$$

Cela signifie que seule une roue de faible inertie peut stabiliser un mouvement de nutation si le satellite est en spin autour de son axe d'inertie maximale.

B.3.4 Conclusions sur la méthode de stabilisation passive.

Réponse : la méthode de stabilisation passive a d'importantes limitations et ne peut être mise en oeuvre dans tous les cas.

B.4 Stabilisation active en mode spinné

Le contrôle d'attitude passif par gyration nécessite en général l'utilisation d'un système de contrôle d'attitude actif pour ajuster périodiquement l'attitude du satellite et la vitesse de spin afin de réagir à l'encontre des couples perturbateurs et d'amortir le mouvement de nutation provoqué par un mauvais équilibrage du satellite ou par l'élasticité de sa structure. On suppose maintenant que la roue d'amortissement est montée sur le rotor d'un moteur à courant continu. R est la résistance de l'induit du moteur et i est le courant traversant l'induit. Le couple exercé sur la roue (et son opposé sur le satellite) est proportionnel (K_m) au courant i . On suppose négligeables les frottements visqueux et l'inductance de l'induit. L'induit est le siège d'une force contre-électromotrice proportionnelle (K_v) à la vitesse de rotation de la roue (Ω). I_w est le moment d'inertie total du rotor et de la roue. v_m est la tension d'alimentation aux bornes de l'induit. On négligera les effets inductifs.

B.4.1 Ecrire l'équation électromécanique liant la vitesse et la tension.

Réponse : l'équation mécanique est donnée par :

$$K_m i(t) = I_w(\dot{\omega}_z + \dot{\Omega}) \quad (32)$$

L'équation électrique s'écrit :

$$v_m = K_v \Omega + R i \quad (33)$$

On obtient ainsi l'équation électromécanique :

$$\boxed{\frac{K_m v_m}{R} = I_w(\dot{\omega}_z + \dot{\Omega}) + \frac{K_m K_v \Omega}{R}} \quad (34)$$

En supposant que $K_v = K_m = N$, on obtient les équations dynamiques complètes du satellite et de la roue commandée en l'absence de couples perturbateurs :

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z + \dot{\Omega} + \frac{N^2\Omega}{RI_w} &= \frac{N}{RI_w}v_m \\ \dot{\omega}_y + \frac{(I_x - I_z)}{I_z}\omega_z n - \frac{I_w}{I_z}n\Omega &= 0 \\ \dot{\omega}_z + \frac{I_w}{I_z}\dot{\Omega} - \frac{(I_x - I_z)}{I_z}\omega_y n &= 0\end{aligned}\quad (35)$$

où $n = \omega_x$ est la vitesse de spin constante autour de l'axe \vec{x} . On pose les notations $\gamma = \frac{N^2}{RI_w}$ et $\kappa = \frac{N}{RI_w}$.

B.4.2 En utilisant les mêmes notations, hypothèses et le même vecteur d'état que la question B.3.1, donner l'équation d'état $\dot{x}_n = A_{na}x_n + B_{na}e_m$ de l'ensemble satellite + roue + moteur avec $\vec{M} = \vec{0}$.

Réponse : les équations (35) peuvent se réécrire comme :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ -\alpha_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_y \\ \omega_z \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \kappa \end{bmatrix} v_m$$

On obtient donc :

$$A_{na} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\epsilon} & \frac{-\epsilon}{1-\epsilon} \\ 0 & \frac{-1}{1-\epsilon} & \frac{1}{1-\epsilon} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ -\alpha_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ \frac{-\alpha_n}{1-\epsilon} & 0 & \frac{\gamma\epsilon}{1-\epsilon} \\ \frac{\alpha_n}{1-\epsilon} & 0 & \frac{-\gamma}{1-\epsilon} \end{bmatrix}\quad (36)$$

et

$$B_{na} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\epsilon} & \frac{-\epsilon}{1-\epsilon} \\ 0 & \frac{-1}{1-\epsilon} & \frac{1}{1-\epsilon} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\kappa\epsilon}{1-\epsilon} \\ \frac{\kappa}{1-\epsilon} \end{bmatrix}\quad (37)$$

B.4.3 On suppose que la vitesse de rotation autour de l'axe \vec{y} peut être mesurée. Compléter le modèle d'état précédent par son équation de sortie.

Réponse : l'équation de sortie s'écrit simplement :

$$y = \omega_y = C_{na}x_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_n\quad (38)$$

B.4.4 La représentation d'état ainsi construite est-elle observable ?

Réponse : on applique le critère de Kalman en calculant la matrice d'observabilité :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_n & n\epsilon \\ \frac{\alpha_n(n\epsilon - \alpha_n)}{1 - \epsilon} & 0 & \frac{\gamma\epsilon(\alpha_n - n)}{1 - \epsilon} \end{bmatrix}$$

dont le déterminant est donné par $\frac{\alpha_n\gamma\epsilon(\alpha_n - n)}{1 - \epsilon} \neq 0$. Le rang de \mathcal{O} est égal à 3 donc la représentation d'état est complètement observable.

B.4.5 En appliquant la transformée de Laplace aux équations (35), compléter le schéma fonctionnel du document réponse DR1.

Réponse :

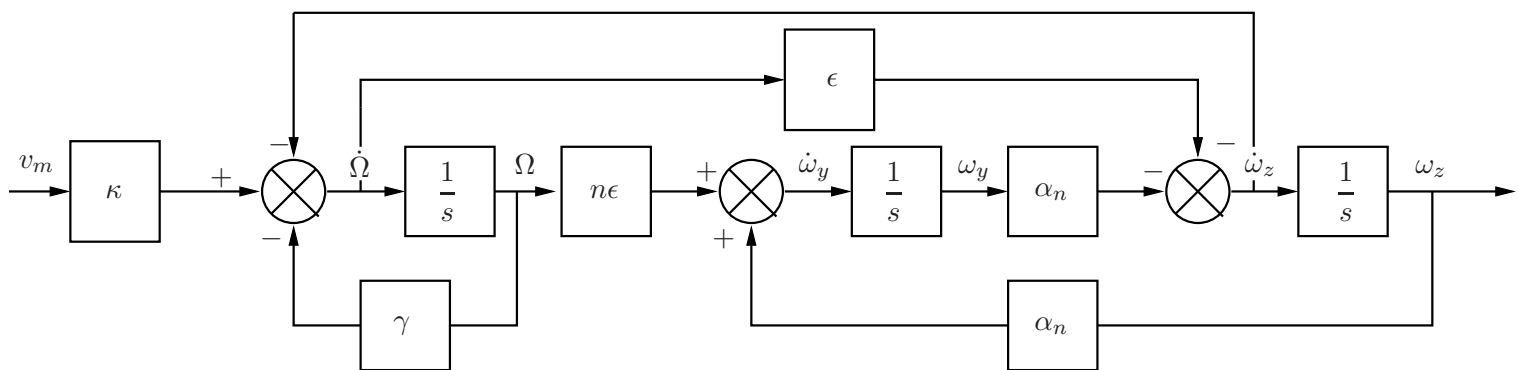


FIGURE 7 – Schéma fonctionnel associé à la stabilisation active du mouvement de nutation

B.4.6 Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $L(s) = \frac{\omega_y(s)}{v_m(s)}$.

Réponse : on peut utiliser la représentation d'état dont on prend la transformée de Laplace ou la réduction du schéma fonctionnel 7 ou les équations (35) auxquelles on applique la transformée de Laplace. La dernière méthode est la plus simple. On obtient ainsi :

$$L(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -\alpha_n & -n\epsilon \\ \alpha_n & s & s\epsilon \\ 0 & s & s + \gamma \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \kappa \end{bmatrix}$$

et finalement :

$$L(s) = \frac{\epsilon\kappa(n - \alpha_n)s}{(s + \gamma)(s^2 + \alpha_n^2) - \epsilon s(s^2 + n\alpha_n)} \quad (39)$$

On remarque qu'il est inutile de calculer l'inverse complet de la matrice mais qu'il suffit de calculer son déterminant et le cofacteur (3, 1).

B.4.7 On suppose que $I_w \ll I_z$, soit $\epsilon \ll 1$, montrer que $L(s) \approx L_s(s) = \frac{NnI_x}{RI_z^2} \frac{s}{(s^2 + \alpha_n^2)(s + \gamma)}$.

Réponse : on a $\kappa\epsilon = \frac{N}{RI_w} \frac{I_w}{I_z} = \frac{N}{RI_z}$ et $n - \alpha_n = \frac{nI_x}{I_z}$. De plus, le terme du dénominateur $-\epsilon s(s + n\alpha_n)$ est négligeable devant le terme $(s^2 + \alpha_n^2)(s + \gamma)$ d'où l'approximation :

$$L(s) \approx L_s(s) = \frac{NnI_x}{RI_z^2} \frac{s}{(s^2 + \alpha_n^2)(s + \gamma)} \quad (40)$$

B.4.8 On souhaite mettre en œuvre une correction de sortie proportionnelle $v_m = K\omega_y$, montrer en utilisant le lieu des racines (ou lieu d'Evans) de $L_s(s)$ que le mouvement de nutation peut être stabilisé pour tout $0 < K < \infty$ quelque soit le signe de $I_z - I_x$.

Réponse : l'équation caractéristique associée à la structure de contre-réaction proposée est donnée par :

$$1 + KL_s(s) = 1 + K \frac{NnI_x}{RI_z^2} \frac{s}{(s^2 + \alpha_n^2)(s + \gamma)} = 1 + K' \frac{s}{(s^2 + \alpha_n^2)(s + \gamma)} = 0$$

Le lieu des racines associé à cette équation caractéristique est représenté à la figure 8. Il y a en effet trois pôles correspondant aux trois points de départ du lieu et un point d'arrivée donné par le zéro en 0. Le segment $[-\gamma, 0]$ appartient au lieu des racines. Il y a deux branches asymptotiques qui se coupent en $\sigma = -\gamma/2$ et de direction d'angle $\pi/2$ et $3\pi/2$. Il n'y a pas de racines doubles donc pas de point de décollement ou de rencontre sur l'axe réel. La tangente aux points de départ fait un angle avec l'axe horizontal donné par :

$$\Phi = 180 - 90 + 90 - \arctan \frac{\alpha_n}{\gamma}$$

On voit clairement que pour toute valeur finie du gain K' et donc du gain K , les pôles en boucle fermée seront toujours à partie réelle négative donc stables que ce soit pour $I_x > I_z$ ou pour $I_z > I_x$.

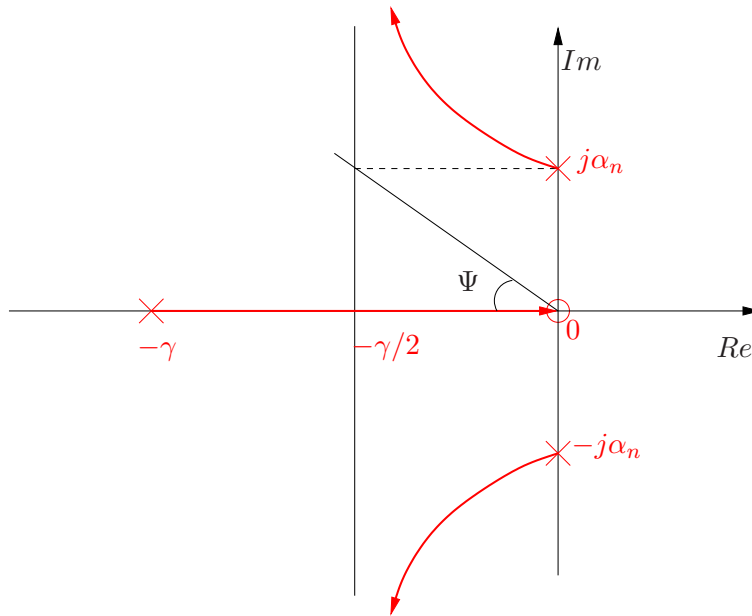


FIGURE 8 – Lieu des racines (-)

B.4.9 Dédurre du lieu des racines précédent un majorant (qui n'est pas nécessairement égal à la borne supérieure) sur l'amortissement de la paire de pôles complexes dominant en boucle fermée.

Réponse : une borne facilement calculable est donnée par le point d'abscisse $-\gamma/2$ et d'ordonnée $\pm\alpha$, soit :

$$\xi_b = \cos \arctan \frac{2\alpha_n}{\gamma} = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 4\alpha_n^2}} \quad (41)$$

C Stabilisation de pointage trois axes par propulseurs

Nous nous intéressons au système de contrôle d'attitude de Demeter en mode MCO (Mode de Contrôle d'Orbite). Nous supposons ici que les propulseurs de nature continue (ou propulseurs proportionnels) sont utilisés pour la stabilisation de l'attitude du satellite par rapport à un référentiel inertiel, que l'amplitude des couples générés est grande par rapport à l'amplitude des couples perturbateurs et que la bande passante du contrôle d'attitude est grande par rapport à la vitesse de rotation orbitale. Sous ces hypothèses, le mouvement en attitude autour des trois axes est considéré comme découplé et chaque problème de stabilisation d'attitude autour d'un axe principal d'inertie peut être traité de manière indépendante. Ainsi, l'équation dynamique linéarisée associée au problème de contrôle d'attitude autour de l'axe $O\vec{y}$ est donnée par :

$$I_y \ddot{\theta}(t) = u_y(t) \quad (42)$$

C.1 Stabilisation robuste par retour d'état

On suppose dans cette section que l'on dispose de la mesure en attitude θ et en vitesse angulaire $\dot{\theta}$ grâce à l'utilisation du senseur stellaire (SST), des senseurs solaires (SAS) et des trois gyromètres (GYR).

C.1.1 Donner le modèle d'état complet sous la forme compagne de commande et associé à l'équation dynamique (42). On notera $1/I_y = b$. La matrice dynamique en boucle fermée sera notée $A(K, b)$.

Réponse : en choisissant le vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$, le modèle d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_y} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (43)$$

On obtient finalement avec les notations de la question :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}} \quad (44)$$

Le moment d'inertie I_y n'est pas parfaitement connu et peut prendre une valeur quelconque dans un intervalle de $\pm 40\%$ autour de sa valeur nominale $I_y^n = 27.36 \text{ kg.m}^2$. On souhaite trouver une loi de commande par retour d'état

$$u(t) = K_{pp} x(t) = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} x(t) = K_1 \theta(t) + K_2 \dot{\theta}(t) \quad (45)$$

qui soit robuste vis-à-vis des variations de ce paramètre $b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ et qui permette de placer les pôles en boucle fermée dans la sous-région du plan complexe représentée à la figure 9.

Cette région est définie comme l'intersection de trois sous-régions : le demi-plan gauche défini par l'abscisse α_1 , l'intérieur du disque de rayon R et dont le centre est à l'origine O du plan complexe et le secteur défini par l'angle Ψ tel que $\cos \Psi = \xi$ ou l'amortissement associé ξ . La région de placement de pôles est notée $\mathcal{D}(R, \alpha_1, \xi)$ avec $\alpha_1 < 0$.

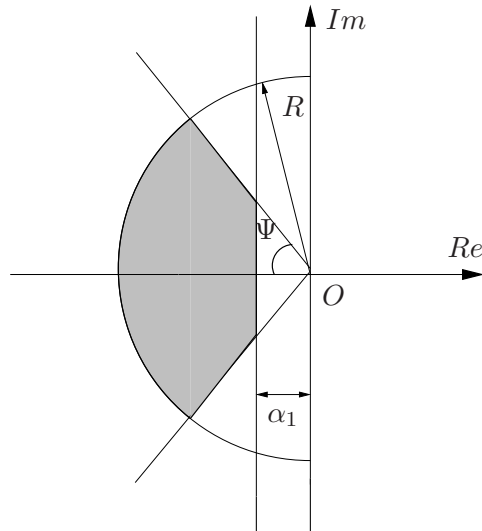


FIGURE 9 – Région de placement des pôles en boucle fermée

C.1.2 Calculer le polynôme caractéristique en boucle fermée en fonction de K_1 , K_2 et b quand on applique la loi de commande (45) au modèle d'état de la question C.1.1.

Réponse : la dynamique en boucle fermée est donnée par la matrice dynamique :

$$A(K, b) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ bK_1 & bK_2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

dont le polynôme caractéristique est donné par :

$$\boxed{p^2 - bK_2p - bK_1} \quad (47)$$

C.1.3 En déduire les conditions de stabilité asymptotique en boucle fermée en fonction de K_1 , K_2 .

Réponse : par une simple application du critère de Routh-Hurwitz, il est facile de déduire que les pôles en boucle fermée seront stables pour toute valeur de $b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ sous la condition (48).

$$\boxed{K_1 < 0 \quad K_2 < 0} \quad (48)$$

C.1.4 Ecrire une condition liant K_1 , K_2 et \underline{b} pour que les pôles en boucle fermée soient exclusivement réels.

Réponse : il est possible d'analyser plus finement la localisation des pôles dans le demi plan complexe gauche en écrivant les conditions pour obtenir exclusivement des pôles réels ou exclusivement des pôles complexes. Une condition sur les gains K_1 et K_2 pour que les pôles en boucle fermée soient exclusivement réels $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ est donnée par (49).

$$\frac{2}{\sqrt{\underline{b}}} \leq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}} \quad (49)$$

C.1.5 Sous cette condition, en déduire l'expression des pôles réels en boucle fermée en fonction de K_1 , K_2 et b .

Réponse : les pôles en boucle fermée réels sont alors définis par :

$$p_{1,2} = \frac{bK_2 \pm \sqrt{b(bK_2^2 + 4K_1)}}{2} \quad (50)$$

C.1.6 Ecrire une condition liant K_1 , K_2 et \bar{b} pour que les pôles en boucle fermée soient exclusivement complexes.

Réponse : une condition sur les gains K_1 et K_2 pour que les pôles en boucle fermée soient exclusivement complexes $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ est donnée par (51).

$$\frac{2}{\sqrt{\bar{b}}} \geq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}} \quad (51)$$

C.1.7 Sous cette condition, en déduire l'expression des pôles complexes en boucle fermée en fonction de K_1 , K_2 et b .

Réponse : les pôles en boucle fermée sont alors définis par :

$$p_{1,2} = \frac{bK_2 \pm i\sqrt{-b(bK_2^2 + 4K_1)}}{2} \quad (52)$$

On souhaite imposer la localisation des pôles en boucle fermée dans la région $\mathcal{D}(R, \alpha_1, \xi)$. Il est donc nécessaire d'écrire les conditions sur les gains de retour d'état K_1 et K_2 conduisant à cette localisation.

C.1.8 Ecrire la condition sur K_1 , K_2 et \underline{b} pour que la paire de pôles complexes en boucle fermée ait un amortissement minimum ξ , $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$.

Réponse : la condition d'amortissement s'écrit :

$$\frac{2\xi}{\sqrt{\underline{b}}} \leq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}} \quad \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$$

On a de plus,

$$\max_{[\underline{b}, \bar{b}]} \frac{2\xi}{\sqrt{b}} = \frac{2\xi}{\sqrt{\underline{b}}}$$

puisque la fonction $f(b) = \frac{2\xi}{\sqrt{b}}$ est monotone décroissante. On obtient donc :

$$\boxed{\frac{2\xi}{\sqrt{\underline{b}}} \leq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}}} \quad (53)$$

C.1.9 Ecrire la condition de stabilité relative robuste (pôles en boucle fermée dans le demi-plan gauche défini par l'abscisse $\alpha_1 < 0, \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$) pour les pôles complexes en fonction de K_2, α_1 et \underline{b} .

Réponse : la condition de stabilité relative est donnée par :

$$bK_2 \leq 2\alpha_1 \quad \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$$

On obtient donc :

$$\boxed{\frac{2\alpha_1}{\underline{b}} \geq K_2} \quad (54)$$

C.1.10 Ecrire les 3 conditions de stabilité relative robuste pour les pôles réels en fonction de $K_1, K_2, \alpha_1, \bar{b}$ et \underline{b} .

Réponse : il faut imposer la condition d'existence des pôles réels définie plus haut et la condition :

$$bK_2 + \sqrt{b^2 K_2^2 + 4bK_1} \leq 2\alpha_1 \quad \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$$

En suivant un raisonnement identique aux questions précédentes, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} K_2 &\geq \frac{-K_1}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\bar{b}} \\ \frac{2\alpha_1}{\underline{b}} &\geq K_2 \\ \frac{2}{\sqrt{\bar{b}}} &\leq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}} \end{aligned}} \quad (55)$$

C.1.11 Ecrire la condition d'appartenance robuste ($\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$) au disque de centre l'origine et de rayon R pour les pôles complexes en boucle fermée, en fonction de K_1, R et \bar{b} .

Réponse : la condition s'écrit :

$$|z| \leq R$$

En développant, on obtient :

$$\boxed{-K_1 < \frac{R^2}{\bar{b}}} \quad (56)$$

C.1.12 Ecrire les 3 conditions d'appartenance robuste ($\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$) au disque de centre l'origine et de rayon R pour les pôles réels en boucle fermée, en fonction de K_1 , K_2 , R et \bar{b} .

Réponse : la condition s'écrit :

$$-2R \leq bK_2 - \sqrt{b^2 K_2^2 + 4bK_1} \quad \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$$

pour les pôles réels (sous la condition $\frac{2}{\sqrt{\bar{b}}} < \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}}$)

$$\boxed{\begin{aligned} K_2 &\geq \frac{K_1}{R} - \frac{R}{\bar{b}} \\ \frac{-2R}{\bar{b}} &\leq K_2 \\ \frac{2}{\sqrt{\bar{b}}} &\leq \frac{-K_2}{\sqrt{-K_1}} \end{aligned}} \quad (57)$$

La région de placement de pôles ne devant pas être vide, la combinaison des conditions sur la stabilité relative (demi-plan défini par α_1) et de la condition d'appartenance au disque conduit à une condition sur les paramètres de ces deux régions.

C.1.13 Ecrire cette condition liant \bar{b} , \underline{b} , R et α_1 valable à la fois pour les pôles réels et les pôles complexes. On effectuera l'application numérique avec les valeurs numériques définies pour I_y^n et ses variations admissibles.

Réponse : on obtient facilement que :

$$\frac{2\alpha_1}{\underline{b}} \geq K_2 \geq \frac{-2R}{\bar{b}}$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{\bar{b}}{\underline{b}} \leq \frac{-R}{\alpha_1}} \quad (58)$$

$I_y^n = 27.36 \text{ kg.m}^2$ et donc $I_y \in [16.4160, 38.3040] \text{ kg.m}^2$. Soit $\underline{b} = 0.0261 \text{ kg}^{-1}.\text{m}^{-2}$ et $\bar{b} = 0.0609 \text{ kg}^{-1}.\text{m}^{-2}$. On obtient donc un rapport entre le rayon du disque et le degré relatif de stabilité :

$$\boxed{2.33 \leq \frac{-R}{\alpha_1}} \quad (59)$$

Il est fréquent de choisir un amortissement minimal égal à $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \pi/4$. Cette valeur sera conservée pour la suite de cette partie. En appliquant les conditions précédentes au sous-domaine $\mathcal{D}(4, -1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ définissant le placement de pôles, nous obtenons la région réalisable représentée par l'intérieur du polytope \mathcal{P} de sommets (P_1, P_2, P_3, P_4) de la figure 10.

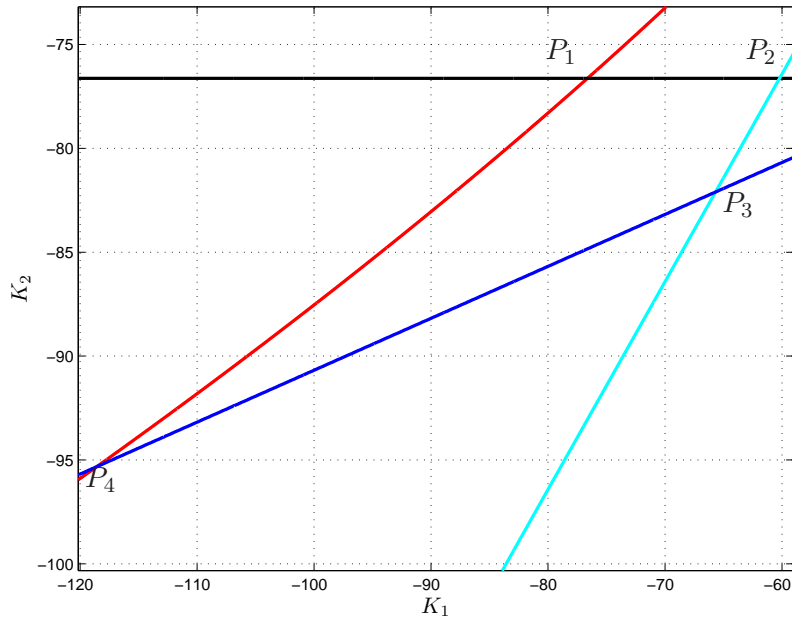


FIGURE 10 – Région de réalisabilité des conditions de placement dans le plan (K_1, K_2)

C.1.14 Donner une valeur du gain de retour d'état robuste réalisant l'objectif de placement de pôles robuste.

Réponse : il suffit de relever un point à l'intérieur du polytope \mathcal{P} . Par exemple :

$$K_{pp} = \begin{bmatrix} -80 & -80 \end{bmatrix} \quad (60)$$

Nous abordons dans cette section la synthèse de loi de commande par retour d'état minimisant l'influence au sens de la norme H_2 , d'une perturbation $w(t)$ sur le vecteur des sorties contrôlées $z(t)$, dans le pire des cas, pour $b \in [\underline{b}, \bar{b}]$. La norme H_2 mesure l'énergie de la réponse impulsionnelle et peut être utilisée pour mesurer la réponse transitoire du système en réponse à des conditions initiales. Pour cela, il est nécessaire de définir un vecteur des entrées de perturbation $w(t)$ et un vecteur des sorties contrôlées $z(t)$.

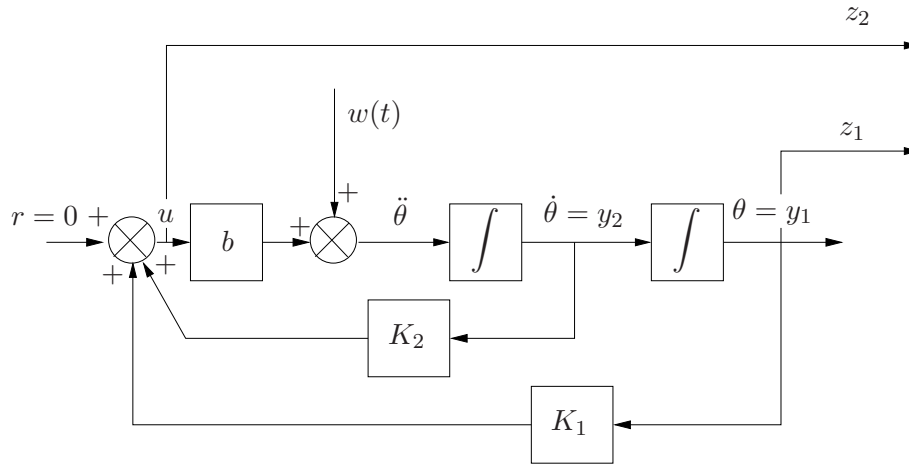


FIGURE 11 – Schéma fonctionnel décrivant l'entrée de perturbation et les sorties contrôlées

C.1.15 Donner les équations d'état complètes en boucle ouverte définies par le schéma fonctionnel 11.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_w w(t) \\
 z(t) &= C_z x(t) + D_{zu} u(t) \\
 y(t) &= Cx(t)
 \end{aligned}
 \tag{61}$$

Réponse : on obtient les équations (62) par simple lecture du schéma fonctionnel 11.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \\
 z(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\
 y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

On souhaite déterminer le retour d'état $u(t) = [K_1 \ K_2] x(t) = K_{H_2}^* x(t)$ qui stabilise le modèle d'état (61) et qui minimise la pire norme $H_2 \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ sur la fonction de transfert $T_{zw}(s)$ entre les signaux z et w . En utilisant la définition de la norme H_2 et le calcul classique par les grammiens de commandabilité ou d'observabilité, ce problème se reformule comme le problème d'optimisation min max (63).

$$\begin{aligned}
 &\min_{\substack{K_1 < 0, K_2 < 0 \\ P \in \mathcal{S}_n}} \max_{b \in [\underline{b}, \bar{b}]} \text{Trace}[C_z(K, b) P C_z'(K, b)]
 \end{aligned}
 \tag{63}$$

sous

$$A(K, b)P + PA'(K, b) + B_w B_w' = \mathbf{0}$$

où $A(K, b)$ et $C_z(K, b)$ sont respectivement les matrices dynamiques et de sortie du modèle d'état en boucle fermée, $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ est une matrice symétrique définie positive (toutes ses valeurs propres sont positives) solution de l'équation de Lyapunov :

$$A(K, b)P + PA'(K, b) + B_w B_w' = \mathbf{0} \tag{64}$$

La norme H_2 optimale est alors donnée par la racine carrée du critère optimal du problème (63).

C.1.16 Calculer la matrice P en fonction de b , K_1 et K_2 .

Réponse : on forme le système de 3 équations linéaires en les éléments inconnus p_1 , p_2 , p_3 de la matrice P :

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 2p_2 &= 0 \\ p_3 + bK_1p_1 + bK_2p_2 &= 0 \\ 2bK_2(p_2 + p_3) &= -1 \end{aligned}$$

Après calculs, on obtient la solution de l'équation de Lyapunov (équation linéaire) :

$$P(b) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2b^2K_1K_2} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{2bK_2} \end{bmatrix} \quad (65)$$

qui est bien une matrice définie positive.

C.1.17 Montrer alors que le problème d'optimisation (63) peut s'écrire comme (66).

$$\min_{K_1 < 0, K_2 < 0} \max_{b \in [\underline{b}, \bar{b}]} f_{K_1, K_2}(b) = \frac{1 + K_1^2 - K_2^2 K_1 b}{2b^2 K_1 K_2} \quad (66)$$

Réponse : en reprenant la solution $P(b)$ et en remplaçant dans (63), on obtient facilement (66) après calcul du critère.

C.1.18 Montrer que la fonction $f_{K_1, K_2}(b)$ est une fonction décroissante pour $K_1 < 0$, $K_2 < 0$ et $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$.

Réponse : le calcul de la dérivée de $f_{K_1, K_2}(b)$ donne :

$$\frac{df_{K_1, K_2}(b)}{db} = \frac{K_2^2 K_1 b - 2(1 + K_1^2)}{2b^3 K_1 K_2}$$

Le dénominateur est clairement positif et le numérateur négatif puisque $K_2^2 K_1 b - 2(1 + K_1^2) > 0$ implique que $b < \frac{2(1 + K_1^2)}{K_2^2 K_1} < 0$, ce qui est en contradiction avec la définition de l'intervalle positif $[\underline{b}, \bar{b}]$. On en déduit :

$$\boxed{\frac{df_{K_1, K_2}(b)}{db} < 0} \quad (67)$$

et la fonction $f_{K_1, K_2}(b)$ est une fonction décroissante pour $K_1 < 0$, $K_2 < 0$ et $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$.

C.1.19 En déduire que le problème d'optimisation (66) devient (68).

$$\min_{K_1 < 0, K_2 < 0} g(K_1, K_2) = \frac{1 + K_1^2 - K_2^2 K_1 \underline{b}}{2\underline{b}^2 K_1 K_2} \quad (68)$$

Réponse : la fonction $f_{K_1, K_2}(b)$ étant décroissante sur l'intervalle $[\underline{b}, \bar{b}]$ atteint son maximum en \underline{b} et le problème d'optimisation (66) devient alors (68).

C.1.20 Ecrire les conditions nécessaires d'optimalité pour le problème d'optimisation (68).

Réponse : les conditions nécessaires d'optimalité sont données par le gradient de la fonction coût égal à 0 :

$$\nabla g(K_1, K_2) = 0$$

Après calculs, on obtient :

$$\nabla g(K_1, K_2) = \frac{1}{4\underline{b}^2 K_1^2 K_2^2} \begin{bmatrix} K_2 [K_1^2 - 1] \\ K_1 [-1 - K_1^2 - \underline{b} K_1 K_2^2] \end{bmatrix} = 0 \quad (69)$$

C.1.21 En déduire la solution optimale $K_{H_2}^*$ du problème d'optimisation (68) et la valeur optimale du critère $g^*(K_1^*, K_2^*)$. Faire l'application numérique.

Réponse : la solution optimale de ce dernier problème d'optimisation est obtenue aisément en résolvant les conditions nécessaires d'optimalité (69) et en choisissant les racines négatives (imposées par la contrainte de stabilité en boucle fermée). Nous donnons également les valeurs numériques obtenues.

$$K_{H_2}^* = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} \end{bmatrix} = [-1 \quad -8.7538] \quad \|T_{zw}(K_{H_2}^*, \underline{b})\|_2 = \frac{\sqrt{\sqrt{2\underline{b}}}}{\underline{b}} = 18.3137 \quad (70)$$

C.1.22 Vérifier que les pôles en boucle fermée sont asymptotiquement stables quand on applique le retour d'état $K_{H_2}^*$, $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$.

Réponse : on a calculé que la matrice en boucle fermée est donnée par :

$$A(K_{H_2}^*, b) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ bK_{1H_2}^* & bK_{2H_2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b & -b\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} \end{bmatrix} \quad (71)$$

Le polynôme en boucle fermée est donné par :

$$s^2 + b\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}}s + b$$

En appliquant le critère de Routh-Hurwitz, on obtient que les racines du polynôme sont toujours stables puisque $b\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} > 0$ et $b > 0 \forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$. Ces conditions sont bien vérifiées.

C.2 Pour quelle valeur de b , obtient-on des pôles en boucle fermée complexes ?

Réponse : on obtient la condition :

$$b < 2\underline{b} \quad (72)$$

C.2.1 Calculer l'amortissement et la pulsation propre non amortie de la paire de pôles en boucle fermée en fonction de b et \underline{b} .

Réponse : le polynôme caractéristique du second ordre peut s'écrire :

$$s^2 + b\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}}s + b = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Par identification, on obtient finalement :

$$\zeta = \frac{\sqrt{\underline{b}}}{\sqrt{2\underline{b}}} \quad \omega_n = \sqrt{\underline{b}} \quad (73)$$

C.2.2 Calculer numériquement l'amortissement et la pulsation propre non amortie de la paire de pôles en boucle fermée pour $b = \underline{b}$ et $b = \bar{b}$. Conclusions

Réponse : les valeurs propres complexes de la matrice dynamique en boucle fermée sont données par :

$$\lambda = \frac{-b\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} \pm i\sqrt{2b\frac{(2\underline{b}-b)}{\underline{b}}}}{2} \quad (74)$$

On obtient alors pour les valeurs propres complexes :

$$\zeta_{\underline{b}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \quad \omega_{n_{\underline{b}}} = \sqrt{\underline{b}} = 0.1616 \text{ rad/s} \quad (75)$$

Pour $b = \bar{b}$, les pôles en boucle fermée sont réels et peuvent être calculés par :

$$\lambda_1 = \frac{-\bar{b}\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} + \sqrt{2\bar{b}\frac{(-2\underline{b} + \bar{b})}{\underline{b}}}}{2} = -0.166 \quad \lambda_2 = \frac{-\bar{b}\sqrt{\frac{2}{\underline{b}}} - \sqrt{2\bar{b}\frac{(-2\underline{b} + \bar{b})}{\underline{b}}}}{2} = -0.367 \quad (76)$$

L'amortissement le plus faible obtenu est convenable mais la rapidité de la dynamique en boucle fermée sur le domaine paramétrique est insuffisante. On aurait pu également obtenir le même résultat directement à partir de la formule (73) de la question précédente.

Au vu des propriétés respectives des retours d'état K_{pp} et $K_{H_2}^*$, on souhaite calculer un retour d'état $u(t) = K_{mix}x(t)$ qui minimise la pire norme H_2 , $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ du transfert T_{zw} tout en garantissant de manière robuste le placement de pôles dans la région $\mathcal{D}(4, -1, \frac{\sqrt{2}}{2})$. La figure 12 représente le domaine admissible de la figure 10 représenté par le polytope \mathcal{P} de sommets les points P_1, P_2, P_3, P_4 et les courbes de niveau de la fonction critère $g(K_1, K_2)$ du problème d'optimisation (68).

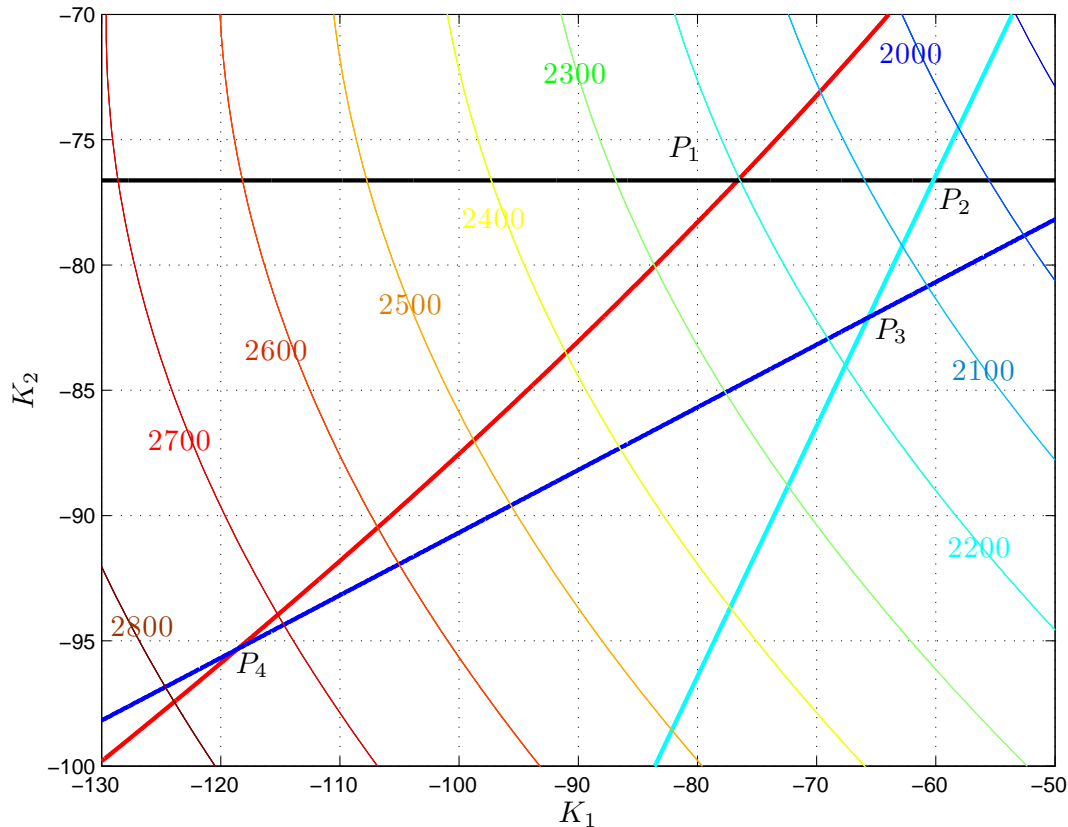


FIGURE 12 – Région de réalisabilité des conditions de placement dans le plan (K_1, K_2) et courbes de niveau de la fonction g

C.2.3 Donner dans le plan (K_1, K_2) , le point minimisant la pire norme H_2 , $\forall b \in [\underline{b}, \bar{b}]$ tout en garantissant le placement de pôles robuste dans la sous-région $\mathcal{D}(4, -1, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Réponse : étant donnée l'orientation des courbes de niveau de la fonction $g(K_1, K_2)$, il apparaît clairement que le minimum est atteint en le point P_2 sommet du polytope \mathcal{P} définissant la région admissible dans le plan (K_1, K_2) pour le placement de pôles robuste dans la région $\mathcal{D}(4, -1, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

C.2.4 Déterminer approximativement numériquement K_{mix} et la valeur associée de la pire norme optimale H_2 en boucle fermée du transfert T_{zw} .

Réponse : par simple lecture de la figure 12, on obtient :

$$K_{mix} \sim \begin{bmatrix} -60 & -76.5 \end{bmatrix} \quad \|T_{zw}\|_2 \sim \sqrt{2050} \sim 45 \quad (77)$$

C.3 Stabilisation par retour de sortie

On suppose dans cette section que l'on dispose à bord uniquement de la mesure en attitude θ .

C.3.1 Réécrire le modèle d'état complet sous forme compagne de commande avec les mêmes notations que dans la section précédente.

Réponse : en choisissant le vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$, le modèle d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_y} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \ 0] x(t) \end{aligned} \quad (78)$$

On obtient finalement avec les notations de la question :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \ 0] x(t) \end{aligned} \quad (79)$$

C.3.2 Calculer la fonction de transfert $G(s)$ associée à cette représentation d'état.

Réponse : on obtient en appliquant $G(s) = C(s\mathbf{1} - A)^{-1}B$:

$$G(s) = \frac{b}{s^2} \quad (80)$$

C.3.3 Montrer qu'il est impossible de stabiliser asymptotiquement ce système avec une loi de commande par retour de sortie statique $u(t) = ky(t)$.

Réponse : la matrice en boucle fermée obtenue si l'on applique cette loi de commande est donnée par :

$$A(k, b) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ bk & 0 \end{bmatrix} \quad (81)$$

dont les valeurs propres sont $\pm\sqrt{bk}$ avec une valeur propre stable asymptotiquement et une valeur propre instable.

On souhaite mettre en place un asservissement de position angulaire tel que celui décrit à la figure 13 où $C(s)$ est un correcteur à avance de phase de la forme :

$$C(s) = k \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad a > 1 \quad (82)$$

et k est un gain réglable. Les spécifications de performance sont définies par une marge de gain minimale $M_g = 6$ dB, une marge de phase minimale $M_\phi = 45$ deg. pour des besoins de robustesse, une borne supérieure sur la pulsation de coupure en boucle ouverte à 0 dB $\omega_{co} = 0.2$ rad/s afin d'éviter que le correcteur n'excite les modes souples non modélisés du satellite. La loi de commande sera réglée pour $b = b_n = 1/I_y^n$.

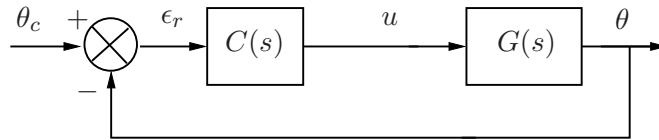


FIGURE 13 – Asservissement de position en dépointage

C.3.4 Calculer la pulsation de coupure à 0 dB de $G(s)$.

Réponse : on a $G(i\omega) = \frac{-b_n}{\omega^2}$. On écrit donc que $|G(i\omega_{co})| = \frac{b_n}{\omega_{co}^2} = 1$, d'où :

$$\omega_{co} = \sqrt{b_n} = 0.1910 \text{ rad/s} \quad (83)$$

C.3.5 Calculer le correcteur à avance de phase $C(s)$ pour respecter les spécifications sur les marges de stabilité et la pulsation de coupure en boucle ouverte définies dans l'énoncé.

Réponse : le correcteur à avance de phase a pour forme générale :

$$C(s) = k \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

Il faut donc calculer les trois paramètres T , a et k . La marge de phase minimale est donnée par $M_\phi = 45 \text{ deg}$. On obtient donc :

$$a = \frac{1 + \sin M_\phi}{1 - \sin M_\phi} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 5.8284 \quad (84)$$

La phase maximale apportée par le correcteur à avance de phase doit l'être à la pulsation maximale de coupure à 0 dB, $\omega = \omega_{co} = 0.2 \text{ rad/s}$. On en déduit $T = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_{co}}$, puisque cette pulsation correspond à la moyenne géométrique des deux pulsations de cassure de $C(s)$:

$$T = \frac{1}{\omega_{co}(1 + \sqrt{2})} = 2.0711 \quad (85)$$

On obtient k en calculant le gain de la fonction de transfert à la coupure à 0 dB.

$$k = \frac{\omega_{co}^2}{b_n} \sqrt{\frac{1 + T^2\omega_{co}^2}{1 + a^2T^2\omega_{co}^2}} = \frac{\omega_{co}^2}{b_n(1 + \sqrt{2})} = 0.4542 \quad (86)$$

Le correcteur à avance de phase :

$$C(s) = 0.4542 \frac{1 + 12.07s}{1 + 2.071s} \quad (87)$$

C.3.6 Tracer la réponse fréquentielle de la boucle ouverte $C(s)G(s)$ dans le même plan de Bode (document réponse DR2) pour $b = \underline{b}$ et $b = \bar{b}$.

Réponse : on a :

$$|C(i\omega)G(i\omega)| = \frac{kb_n}{\omega^2} \sqrt{\frac{1 + a^2 T^2 \omega^2}{1 + T^2 \omega^2}} \quad \text{Arg}[C(i\omega)G(i\omega)] = -\pi - \arctan T\omega + \arctan aT\omega$$

La courbe de gain asymptotique suit une double intégration aux basses fréquences (pente de -40 dB/décade) avec deux pulsations de cassure $\omega_{c1} = \frac{1}{aT} = 0.0828$ rad/s et $\omega_{c2} = \frac{1}{T} = 0.4828$ rad/s. Il y aura donc une asymptote oblique de pente -40 dB/décade aux basses fréquences et aux hautes fréquences. Avec ces informations et le calcul de quelques points (cf. tableau 1 et 2), il est possible de tracer les courbes de gain dans le plan de Bode.

ω rad/s	0.01	0.05	0.1	0.5	1	5	10
$ CG(i\omega) $ dB	41.5430	14.8259	5.2038	-13.9095	-24.0874	-51.2049	-63.2168

TABLE 1 – Table des valeurs du gain en boucle ouverte pour $b = \underline{b}$

ω rad/s	0.01	0.05	0.1	0.5	1	5	10
$ CG(i\omega) $ dB	48.8977	22.1806	12.5585	-6.5548	-16.7327	-43.8502	-55.8621

TABLE 2 – Table des valeurs du gain en boucle ouverte pour $b = \bar{b}$

De même, la courbe de phase a une asymptote horizontale à $-\pi$ en basses et hautes fréquences et il est possible de calculer quelques points (cf. tableau 3). Les deux courbes de phase sont identiques puisque seul le gain varie.

ω rad/s	0.01	0.05	0.1	0.5	1	5	10
$\text{Arg}[CG(i\omega)]$ deg.	-174.3036	-154.7989	-141.3402	-145.4077	-158.9625	-175.4334	-177.7103

TABLE 3 – Table des valeurs de la phase en boucle ouverte pour $b = \underline{b}$ et $b = \bar{b}$

Le maximum de la phase peut être obtenu analytiquement pour $\omega = \omega_{co} = 0.2$ rad/s et conduit à la phase $\text{Arg}[CG(i\omega_n)] = -135$ deg.

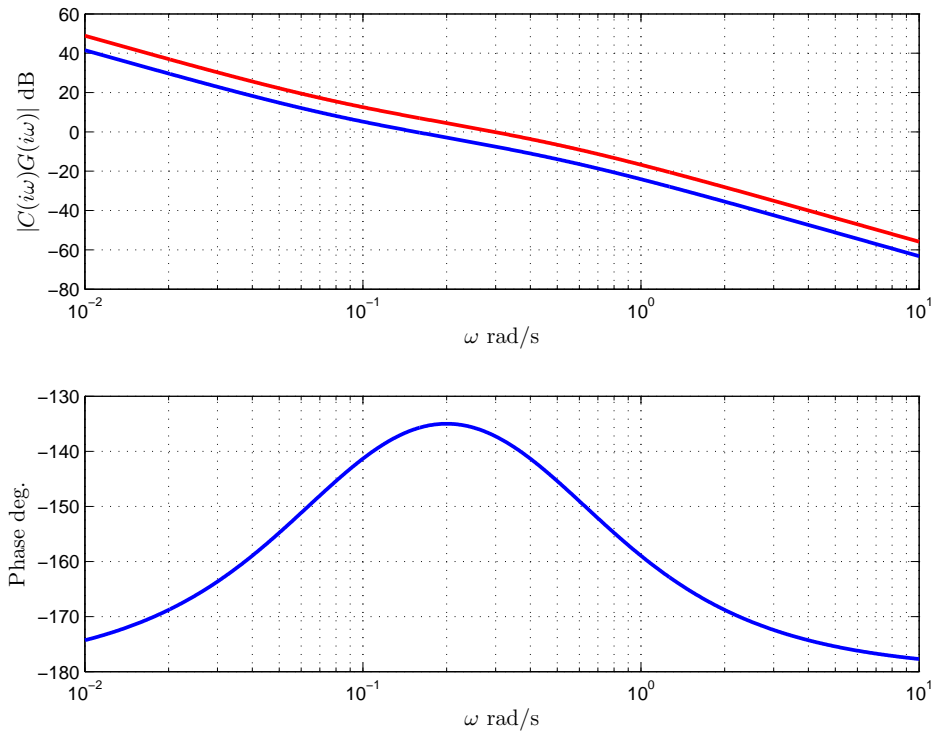


FIGURE 14 – Diagramme de Bode de la boucle ouverte $C(s)G(s)$ pour $b = \underline{b}$ (-) et pour $b = \bar{b}$ (-)

C.3.7 En déduire les marges de phase $M_{\underline{\phi}}$, $M_{\bar{\phi}}$ et les marges de gain $M_{\underline{g}}$, $M_{\bar{g}}$ et les pulsations de coupure en boucle ouverte à 0 dB., $\omega_{\underline{co}}$, $\omega_{\bar{co}}$ associées respectivement à $b = \underline{b}$ et $b = \bar{b}$. **Conclusions**

Réponse : la marge de phase et de gain et la pulsation de coupure en boucle ouverte se lisent directement dans le plan de Bode et permettent d'écrire :

$$\begin{aligned}
 M_{\bar{\phi}} &= 42.9 \text{ deg.} & M_{\bar{g}} &= \infty & \omega_{\bar{co}} &= 0.3 \text{ rad/s} \\
 M_{\underline{\phi}} &= 44.1 \text{ deg.} & M_{\underline{g}} &= \infty & \omega_{\underline{co}} &= 0.15 \text{ rad/s}
 \end{aligned}
 \tag{88}$$

Les marges de phase ne sont plus respectées mais varient peu par rapport à la valeur nominale. Par contre, la spécification sur la pulsation de coupure n'est pas respectée du fait du pire cas $b = \bar{b}$. Il faudrait calculer le correcteur pour ce pire cas au détriment de la marge de phase pour $b = \underline{b}$.

Le correcteur à avance de phase $C(s)$ calculé précédemment doit être mis en œuvre sur un calculateur numérique. On va donc discrétiser le correcteur à l'aide d'une méthode de discrétisation bilinéaire ou méthode de Tustin. On notera T_e la fréquence d'échantillonnage.

C.3.8 Calculer la fonction de transfert discrétisée $C(z)$ par application de la méthode de Tustin où $z = e^{T_e s}$.

Réponse : la transformation bilinéaire de Tustin est donnée par :

$$s = \frac{2}{T_e} \frac{z - 1}{z + 1}
 \tag{89}$$

En reprenant la formule de $C(s)$ donnée par (82), on obtient après calculs :

$$C(z) = k \frac{(T_e + 2aT)z + (T_e - 2aT)}{(T_e + 2T)z + (T_e - 2T)} \quad (90)$$

C.3.9 Donner l'équation récurrente permettant de calculer la commande à l'instant nT_e , $u(nT_e)$ en fonction de la commande aux instants précédents et de l'erreur.

Réponse : on écrit la fonction de transfert discrète du correcteur en puissances négatives de z :

$$u(z) = C(z)\epsilon_r(z) = \frac{(T_e + 2aT) + (T_e - 2aT)z^{-1}}{(T_e + 2T) + (T_e - 2T)z^{-1}}\epsilon_r(z)$$

On en déduit aisément la relation récurrente :

$$u(nT_e) = k \frac{T_e + 2aT}{T_e + 2T} \epsilon_r(nT_e) + k \frac{T_e - 2aT}{T_e + 2T} \epsilon_r((n-1)T_e) - \frac{T_e - 2T}{T_e + 2T} u((n-1)T_e) \quad (91)$$

C.3.10 Choisissez une valeur pour la période d'échantillonnage T_e afin de respecter le théorème de Shannon. Pour cela, on se servira de la simulation de la réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{\theta(s)}{\theta_c(s)}$ donnée en figure 15.

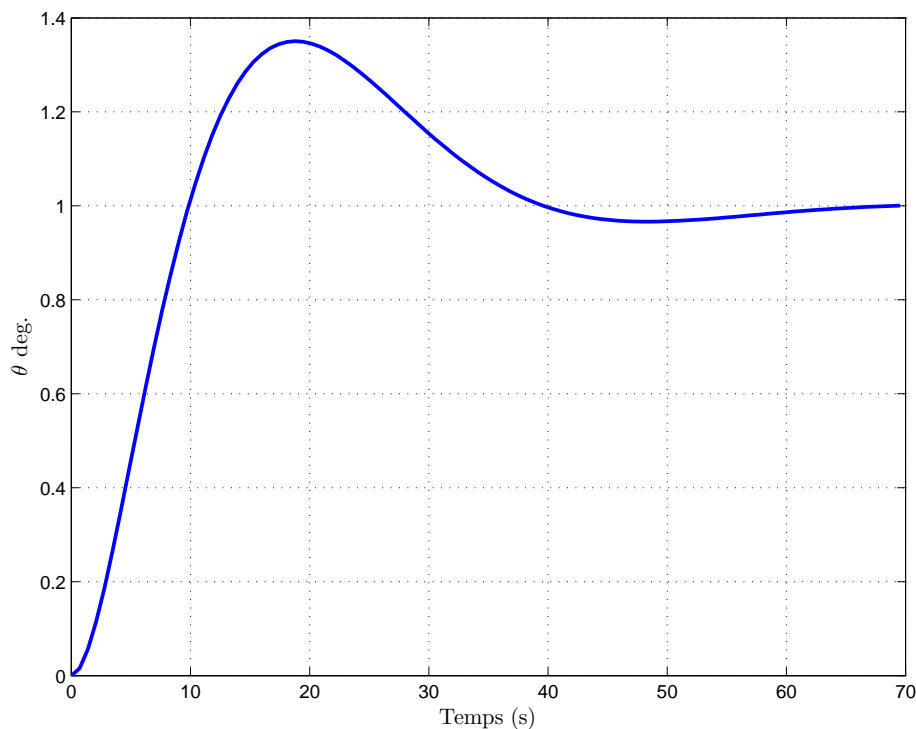


FIGURE 15 – Réponse indicielle en boucle fermée

Réponse : le temps de réponse donné par la courbe de la figure 15 est de l'ordre de 10 s. Il est donc raisonnable de choisir :

$$T_e = 1 \text{ s} \quad (92)$$

C.3.11 En déduire numériquement l'équation récurrente permettant de calculer la commande à l'instant nT_e , $u(nT_e)$ en fonction de la commande aux instants précédents et de l'erreur.

Réponse : on reprend les valeurs de a , T , k et T_e pour obtenir :

$$u(nT_e) = 2.2206\epsilon_r(nT_e) - 2.044\epsilon_r((n-1)T_e) + 0.2775u((n-1)T_e) \quad (93)$$

D

Documentation

D.1 Référentiels et repères

D.1.1 Référentiel inertiel géocentrique et repère céleste moyen \mathcal{I}

Le référentiel inertiel utilisé par le projet microsatellite est le référentiel $J2000$ qui est défini par le repère céleste moyen $\mathcal{I} : (O_I, \vec{i}_I, \vec{j}_I, \vec{k}_I)$ au 1^{er} janvier 2000 à midi, date définie en temps universel TU1. Le référentiel céleste moyen à la date t est alors défini comme suit :

- Origine O_I : centre de masse de la Terre ;
- Axe $O_I Z$ et vecteur de base \vec{k}_I : axe centre de masse de la Terre-pôle moyen (Pôle sans les nutations de Bradley et de Newton) ;
- Axe $O_I X$ et vecteur de base \vec{i}_I : direction vernale moyenne $\overline{\Upsilon}$ au 01/01/2000 à 12 h ;
- Axe $O_I Y$ et vecteur de base \vec{j}_I : complète le trièdre trirectangle direct $(O_I, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;
- Origine des temps : 01/01/2000 à 12 h ;
- Echelle des temps : temps universel $TU1$.

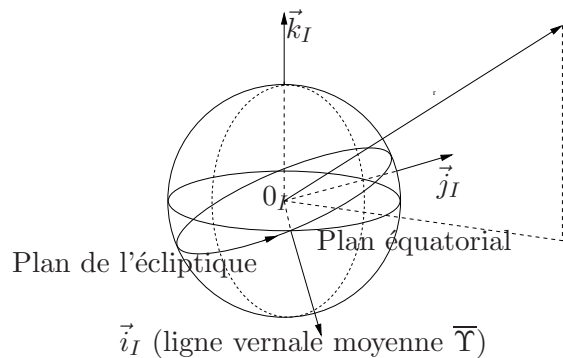


FIGURE 16 – Repère céleste moyen $J2000$

D.1.2 Repère de référence orbital local \mathcal{R}

$\mathcal{R} : (O, \vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$ est le repère de référence orbital local orthonormé où O est le centre de masse du satellite et les axes sont définis par :

- l'axe portant le vecteur \vec{z}_R est radial orienté du satellite vers le centre de la terre ;
- l'axe portant le vecteur \vec{y}_R est normal au plan orbital dans la direction opposée du moment cinétique ;
- l'axe portant le vecteur $\vec{x}_R = \vec{y}_R \wedge \vec{z}_R$ est dans le sens du vecteur vitesse \vec{v} et tel que $[\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R]$ forme un trièdre orthonormé direct.

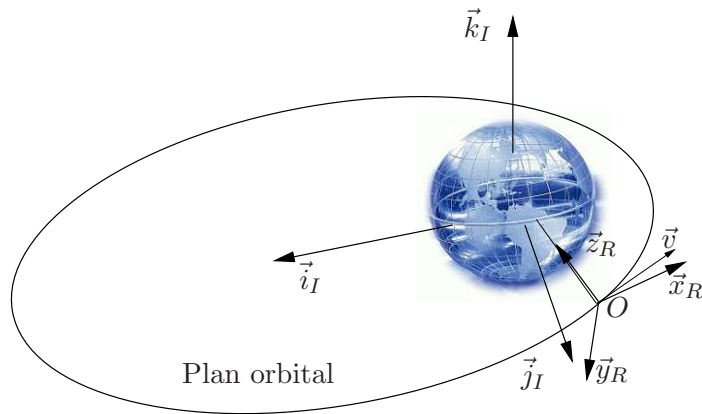


FIGURE 17 – Repère orbital local \mathcal{R}

Dans le cas où l'orbite est circulaire, le vecteur vitesse \vec{v} et le vecteur \vec{x}_R ont même direction.

D.1.3 Repère local \mathcal{B} lié au satellite

$\mathcal{B} : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est le repère orthonormé mobile lié au satellite où O est le centre de masse du satellite. Les vecteurs de base sont obtenus par des rotations successives (cf. figure 18 et l'annexe sur les angles d'Euler).

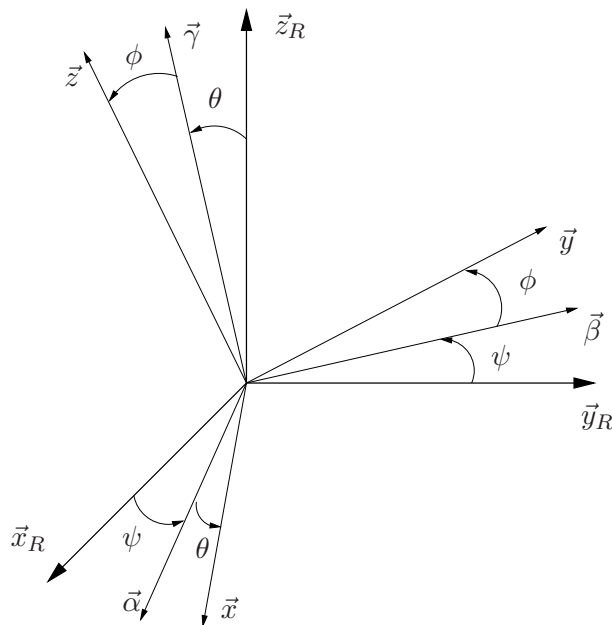


FIGURE 18 – Repère local \mathcal{B} lié au satellite

Le repère satellite \mathcal{B} se définit par rapport au repère de référence local par matrices de rotation, angles d'Euler (Cardan cf. annexe D.2) ou quaternions.

D.2 Angles d'Euler

Usuellement, les angles d'Euler sont définis comme ϕ l'angle de rotation propre (roulis) autour de \vec{x}_R , θ , l'angle de nutation (angle de tangage) autour de l'axe \vec{y}_R et ψ , l'angle de précession (angle de lacet) autour de l'axe \vec{z}_R . Afin de passer de la base \mathcal{R} à la base \mathcal{B} , il est nécessaire de mettre en oeuvre une séquence de trois rotations élémentaires. La séquence choisie est $\psi \rightarrow \theta \rightarrow \phi$. ψ (angle de précession) est l'angle de rotation autour de l'axe \vec{z}_R , θ (angle de nutation) est l'angle de rotation autour de l'axe $\vec{\beta}$ et ϕ (angle de rotation propre) est l'angle de rotation autour de l'axe \vec{x} (cf. figure 18) conduisant à la séquence suivante.

$$(\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R) \xrightarrow{\psi} (\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{z}_R) \xrightarrow{\theta} (\vec{x}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}) \xrightarrow{\phi} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Les angles d'Euler de la séquence (3, 2, 1) sont plus connus sous le nom d'angles de Cardan.

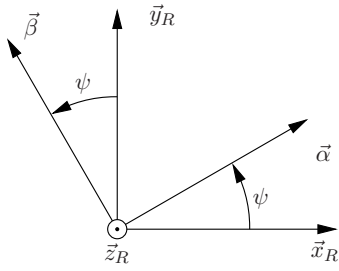


FIGURE 19 – Angle ψ

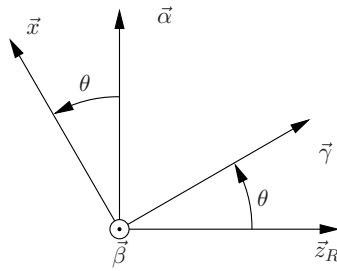


FIGURE 20 – Angle θ

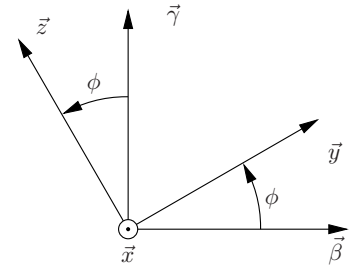


FIGURE 21 – Angle ϕ

Aux trois rotations élémentaires correspondent les matrices de rotation T_ψ , T_ϕ , T_θ

$$T_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (94)$$

$$T_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Ainsi, la matrice de rotation T_ψ est la matrice de passage de la base $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{z}_R)$ vers la base $(\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$. Ses colonnes sont formées des coordonnées des vecteurs $(\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$ dans la base $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{z}_R)$ alors que ses lignes sont formées des coordonnées de $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{z}_R)$ dans la base $(\vec{x}_R, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$. On calcule les matrices de rotation :

$$T_{\psi\theta\phi} = T_\phi T_\theta T_\psi = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (95)$$

$$T_{\psi\theta} = T_\theta T_\psi = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (96)$$

D.3 Table de transformée de Laplace

Transformée de Laplace $F(s)$	Fonction du temps $f(t)$
1	$\delta(t)$
$\frac{1}{s}$	fonction échelon $u(t)$
$\frac{1}{s^2}$	t
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$t^n \quad n \in \mathbb{N}$
$\frac{1}{s + \alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{(s + \alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$
$\frac{n!}{(s + \alpha)^{n+1}}$	$t^n e^{-\alpha t} \quad n \in \mathbb{N}$
$\frac{1}{(s + \alpha)(s + \beta)}$	$\frac{1}{\beta - \alpha}(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad \alpha \neq \beta$
$\frac{s}{(s + \alpha)(s + \beta)}$	$\frac{1}{\beta - \alpha}(\beta e^{-\beta t} - \alpha e^{-\alpha t}) \quad \alpha \neq \beta$
$\frac{1}{s(s + \alpha)}$	$\frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s(s + \alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}(1 - e^{-\alpha t} - \alpha t e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s + \alpha)}$	$\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t - 1 + e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s + \alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left(t - \frac{2}{\alpha} + \left(t + \frac{2}{\alpha}\right)e^{-\alpha t}\right)$
$\frac{s}{(s + \alpha)^2}$	$(1 - \alpha t)e^{-\alpha t}$

E

Documents réponse

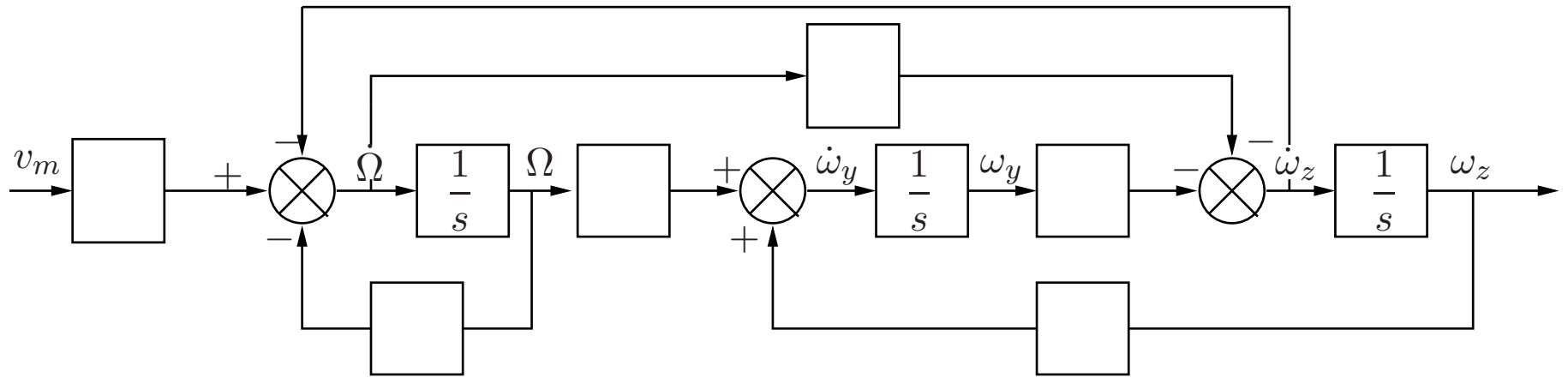
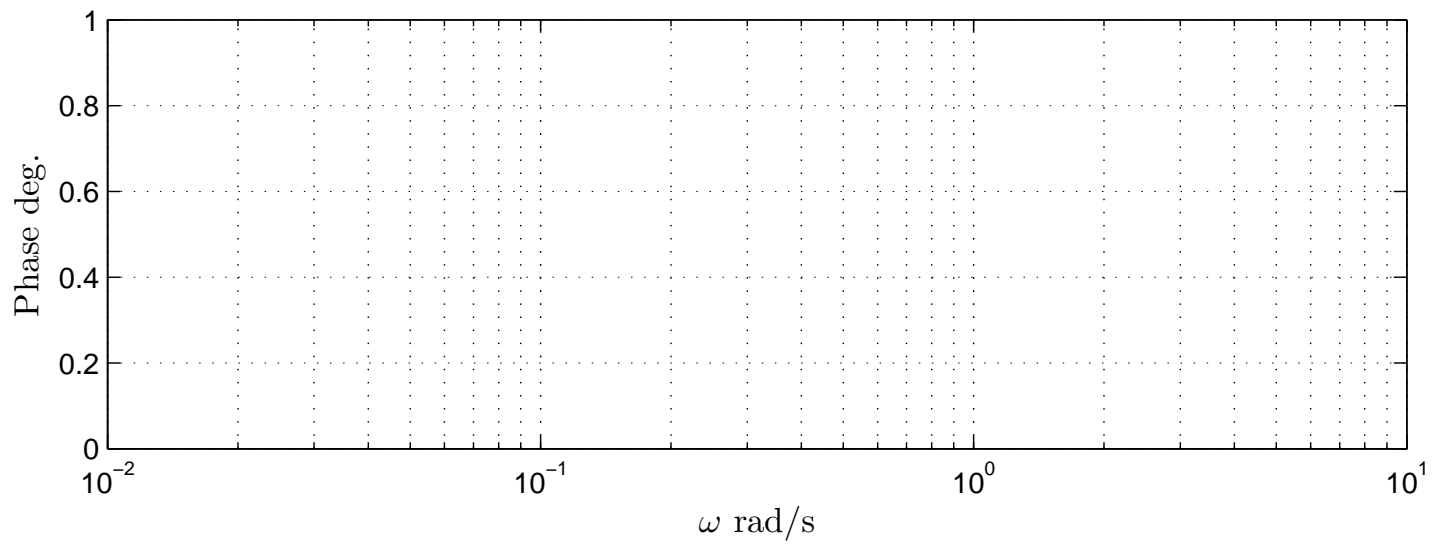
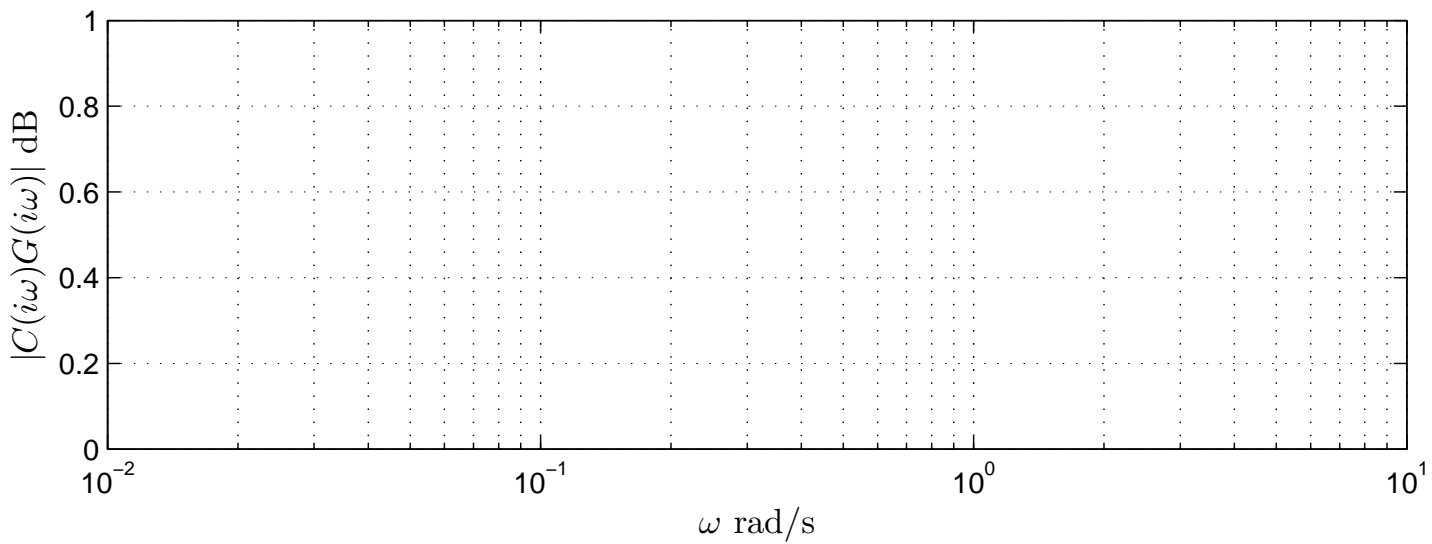


FIGURE 22 – Schéma fonctionnel associé à la stabilisation active du mouvement de nutation représentant le modèle du système

Document réponse : DR2



4.2 Rapport sur la composition d'électronique

Durée : 6 heures - coefficient 1

Le sujet propose l'étude de certaines parties d'un projecteur automobile. Il est constitué de 4 parties :

- le bus LIN
- le régulateur de tension
- la fonction DRL
- l'organe de vision.

La première partie portait sur l'étude d'un bus LIN et permettait d'évaluer les connaissances en électronique numérique des candidats dans un premier temps. Cette partie a été traitée par la moitié des candidats. La question la mieux traitée étant l'établissement des équations numériques. La fin de cette partie visait des connaissances de traitement du signal, incluant la transformée de Fourier, la dualité temps – fréquence, et la convolution avec les peignes de Dirac. Un quart seulement des candidats a abordé ces questions (Q12 à Q18). Certains se sont contentés de miser sur une réponse pour les deux dernières questions sans justification, ce qui n'est pas acceptable.

La partie « Etude des régulateurs de tension » se découpait en une série de questions d'électronique analogique basée sur les transistors bipolaires dans les montages classiques. Cette étude avait pour objectif de montrer l'intérêt d'utiliser des régulateurs LDO. Elle finissait par une étude de stabilité à travers la mise en équation d'un asservissement avec identification des différentes fonctions puis de la boucle ouverte.

Elle a été abordée convenablement par 1/3 des candidats.

Les conventions choisies par l'auteur ne sont pas toujours respectées pour V_z .

Les expressions littérales demandées n'apparaissent pas toujours clairement.

Les justifications, notamment concernant l'état des transistors Q24, ou le choix de la résistance au vue des marges de phase Q53 manquent souvent.

Les diagrammes de Bode ont été très rarement tracés.

La fonction DRL était ensuite étudiée. Tout d'abord, une étude de la technologie des diodes choisies, basée sur une documentation technique menait à mettre en évidence la nécessité de l'asservissement en courant. Il s'agit de la partie qui a été traitée par la quasi totalité des candidats avec plus ou moins de succès.

Ensuite un convertisseur type SEPIC très utilisé en électronique automobile, était abordé jusqu'au calcul du dimensionnement des différents éléments. Deux tiers des candidats ont proposés des réponses à ce questionnement.

La partie « Organe de vision » a été traitée par une dizaine candidats. Peu ont su reconnaître les problèmes de repliement et su argumenter pour donner un bon seuil de détection. La théorie de l'estimation n'est visiblement pas connue.

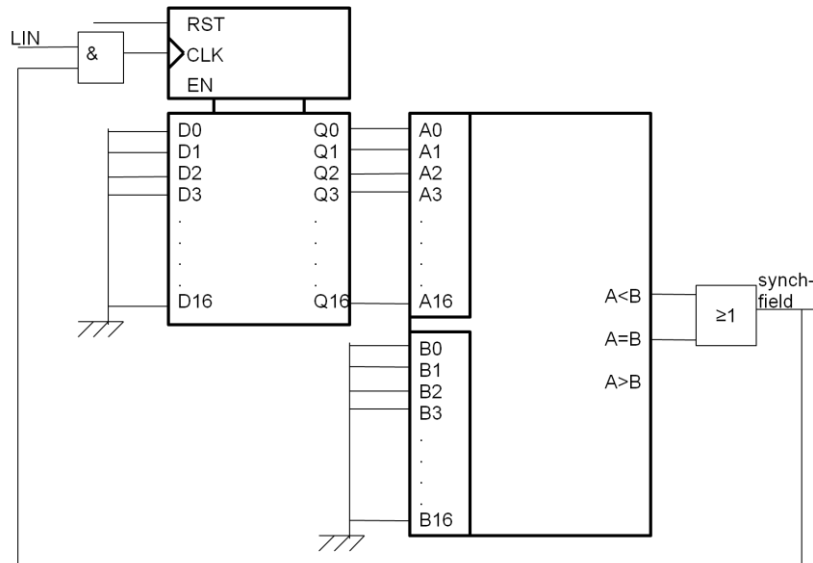
4.2.1 Corrigé du problème

A- Bus LIN, logique de micro actionneur sans CPU [1]

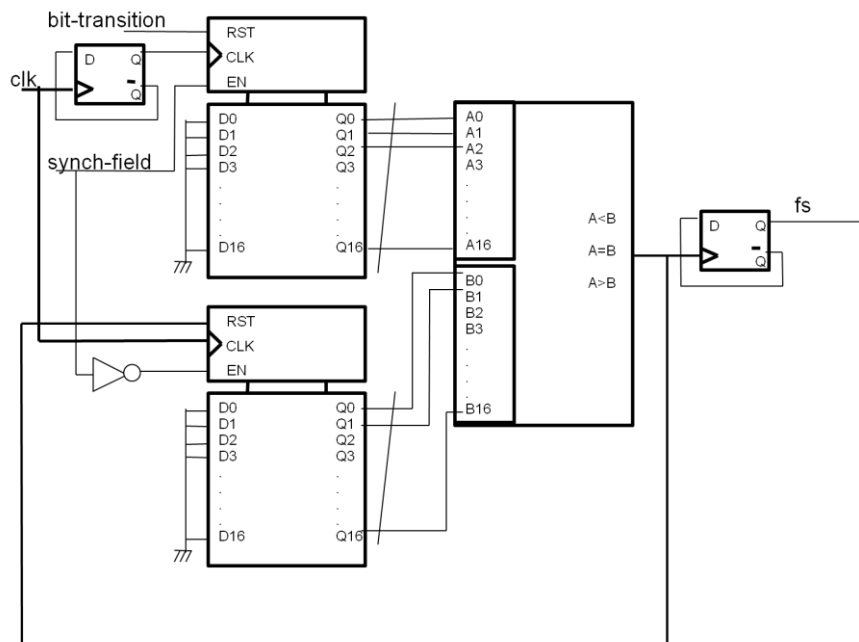
Q1- Quel est le nombre de bits nécessaires du mot COMPT pour détecter le « synchro-break », et quelle est sa valeur minimale de détection ?

La période max est égale à 13.Tb soit 13/20000 (en seconde) = 650µs = 2600 périodes de 4 MHz représentable sur 12 bits. Le mot est « 2600 » représenté sur 12 bits

Q2- En utilisant le signal de détection *Synch_break*, proposer une solution pour générer un signal *Synch_field* égal à 1 pendant la durée du champ « synchro-field ». Proposer un schéma au niveau RTL (register transfert level) implémentant cette solution, en utilisant entre autres les composants décrits ci dessous :



Q3- Proposer un schéma au niveau RTL (register transfert level) implémentant cette solution, en utilisant entre autres les composants précédents et des bascules D représentées comme suit :



Q4- Donner les équations de P_0 et P_1 en fonction de $ID_{0..5}$.

$$P_0 = ID_0 \text{ xor } ID_1 \text{ xor } ID_2 \text{ xor } ID_4 \quad P_1 = ID_1 \text{ xor } ID_3 \text{ xor } ID_4 \text{ xor } ID_5$$

Q5- Calculer le taux d'erreur non détecté par cette redondance et préciser les conditions de non détection.

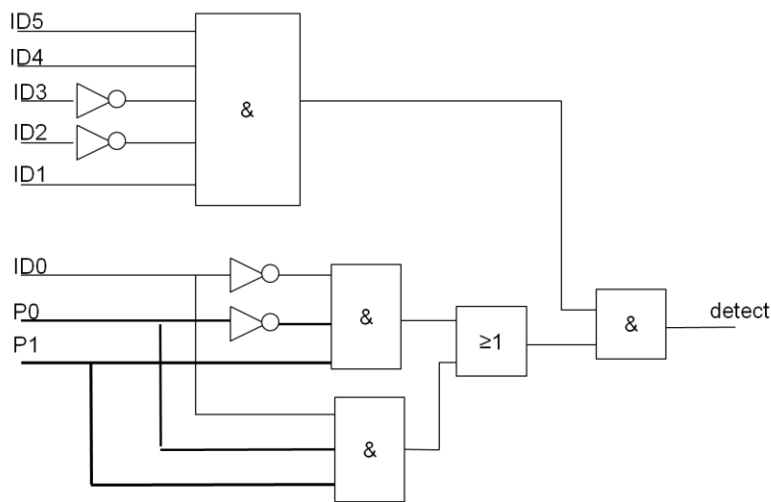
ID1 et ID3 faux ou ID3 et ID0 et ID2 faux : taux de non détection = $2 / 2^6 = 2^{-5}$

Q6- Est-il possible de corriger une erreur dans la transmission de l'identifiant ? Argumenter.

Ce n'est pas possible. Ce système de redondance ne permet même pas de détecter toutes les erreurs. il ne peut pas donner la position de l'erreur qu'il a détecté

Q7- Proposer un schéma de principe répondant au cahier des charges suivant: Détect_recepteur est un bit égal à

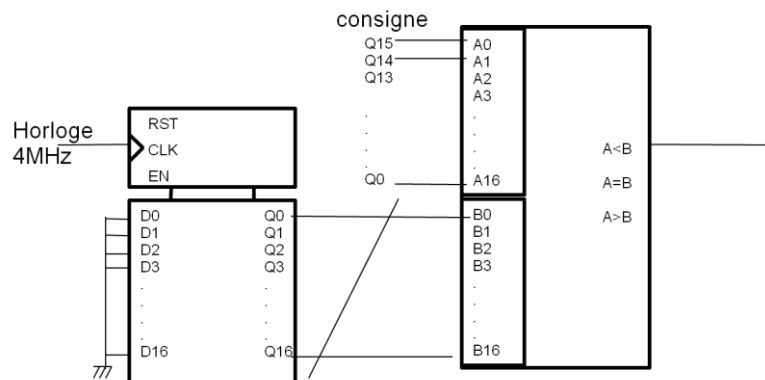
- 1 si le nœud est récepteur
- 0 si le nœud est émetteur ou si il y a une erreur dans la transmission des données.



Q8- Sachant que le débit binaire du bus LIN est de 20kbit/s par seconde, donner la capacité du canal (le débit maximum de données utiles) dans la liaison maître vers esclave et dans la liaison esclave vers maître.

*Master->Slave: $16/41 * 20000 \approx 7.8 \text{ kbps}$
Slave->Master: $24/51 * 20000 \approx 9.4 \text{ kbps}$*

Q9- Proposer un schéma de principe pour créer le signal MLI.



Perturbations rayonnées des bus LIN :

Q10- Montrer que le motif $T_{rap}(t)$ est un trapèze résultant de la convolution de deux rectangles R_{ect1} et R_{ect2} de largeur T_1 et T_2 dont on précisera les valeurs. On choisira $T_1 < T_2$. La fonction rectangle $R_{ect}(t)$ de largeur T et de hauteur A est définie comme suit :

$$R_{ect}(t) = A \text{ pour } t \in [0, T]$$

$$R_{ect}(t) = 0, \text{ ailleurs.}$$

$$T_1 = T_M, T_2 = P_W + T_M$$

Q11- Calculer les transformées de Fourier $R_{ect1}(f)$ et $R_{ect2}(f)$ des signaux $R_{ect1}(t)$ et $R_{ect2}(t)$. En déduire la transformée de Fourier $T_{rap}(f)$ de $T_{rap}(t)$. Sur le document réponse 1, tracer les modules de $R_{ect1}(f)$ et $R_{ect2}(f)$ ainsi que celui de $T_{rap}(f)$.

$$Rect1(f) : \text{ sinus cardinal qui s'annule tous les } 1/T_1 = A \cdot T_1 \text{ sinc}(\pi \cdot f \cdot T_1) - \text{max} = A \cdot T_1$$

$$Rect2(f) : \text{ sinus cardinal qui s'annule tous les } 1/T_2 = A \cdot T_2 \text{ sinc}(\pi \cdot f \cdot T_2)$$

Trap(f) = Rect1(f) x Rect2(f) = $A^2 \cdot T_1 \cdot T_2 \text{ sinc}(\pi \cdot f \cdot T_1) \cdot \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot T_2)$, s'annule tous les $1/T_1$ et $1/T_2$. Valeur max = $A^2 \cdot T_1 \cdot T_2$

Q12- Donner l'expression de $A_{it}(t)$ en fonction de $T_{rap}(t)$ et d'un autre signal $C_{omb1}(t)$ à définir.

Alt(t) est Trap(t) périodisé à une période Tper qui vaut $2x(TM+PW)=88ms$

Alt(t) = Trap * Comb1(t) (produit de convolution), comb1(t) peigne de dirac de période Tper

Q13- Donner la transformée de Fourier $A_{it}(f)$ du signal $A_{it}(t)$. Sur le document réponse 1, tracer le module de $A_{it}(f)$.

$$Alt(f) = \text{Trap}(f) \times 1/T_{per} \cdot \text{peigne}_{T_{per}}(f)$$

Alt(f) est Trap(f) échantillonné tous les $1/T_{per}$ et coefficient $1/T_{per}$.

Q14- Donner l'expression de $S_{ync}(t)$ en fonction de $T_{rap}(t)$ et d'un autre signal $C_{omb2}(t)$ à définir.

Sync(t) est Trap(t) périodisé à une période Tper2 qui vaut $14x(TM+PW)$

Sync(t) = trap(t) * comb2(t) (convolution)

avec comb2 peigne, tous les Tper2,

Q15- Donner l'expression de la transformée de Fourier $S_{ync}(f)$ du signal $S_{ync}(t)$. Sur le document réponse 1, tracer le module de $S_{ync}(f)$.

$$\text{sync}(f) = \text{trap}(f) \times 1/T_{per2} \cdot \text{peigne}_{T_{per2}}(f)$$

Sync(f) est Trap(f) échantillonné tous les $1/T_{per2}$ (et hauteur $x1/T_{per2}$). 7 fois plus d'échantillons que Alt(f)

Q16- Sur le document réponse 1, tracer le module de la transformée de Fourier $A_{ltcan}(f)$ d'une alternance de 0 et de 1. Quelles sont les raies qui rayonnent le plus ?

Q17- Quelle est la caractéristique des signaux (T_H ou T_M) qui influence le plus le rayonnement du circuit en haute fréquence ?

Le temps de montée : plus il est raide, plus ça rayonne en H.F.

Q18- Y a-t-il un intérêt du point de vue CEM à utiliser un bus LIN plutôt qu'un bus CAN ?

Temps de montée moins raide avec un lin : rayonne moins haut.

Un seul fil : pas de boucle pas de problème de champ B (ou H)

B- Etude des régulateurs de tension

Q19- Donner la condition sur V_{batt} et V_z pour que la diode zener Z_1 soit passante en inverse.

$$I_z < 0, i_r = (V_{batt} + V_z) / R > 0, V_{batt} > -V_z.$$

Q20- Donner l'expression littérale de la tension V_{B4} en fonction de V_z et V_{BE1} dans le cas où la diode zener est passante en inverse.

$$V_{Q4} = (R_2' + R_3) / (R_2 + R_2' + R_3) \cdot (-V_z - V_{BE1})$$

Q21- Dans le cas où $V_z = -5,7V$, donner la valeur numérique de V_{B4} .

$$V_{Q4} = 1.5V$$

Q22- A quelle fonction du schéma bloc de la figure 9 correspond ce bloc d'entrée ?

crée la tension de référence $V_{Q4} = V_{ref}$

Rôle de Q2:

Q23- Calculer la tension V_{BE2} de la jonction base-émetteur du transistor Q2 dans la plage de fonctionnement du régulateur en fonction de V_z et V_{BE1} . Faire l'application numérique.

$$V_{be2} = R_3 / (R_2' + R_3 + R_2) \cdot (-V_z - V_{BE1}).$$

$$V_{be2} = 0.39V$$

Q24- Dans quel état est le transistor Q2 ?

0.38 < 0.6V, la jonction BE2 est bloquée, le transistor aussi

Q25- Quel est le rôle de ce transistor ?

provoque une coupure en cas de surchauffe du régulateur

Etude du bloc Q3, Q4, Q5, Q6 :

Q26- Donner l'expression de I_{C3} et I_{C5} en fonction des tensions base émetteurs V_{BE3} et V_{BE5} .

$$I_{C3} = I_s (\exp(-V_{BE3}/V_T) - 1) \quad I_{C5} = I_s (\exp(-V_{BE5}/V_T) - 1)$$

Q27- Donner la relation entre V_{BE3} et V_{BE5} .

$$V_{BE3} = V_{BE5}$$

Q28- Donner la relation entre I_3 et I_5 , dans le cas où le gain β des transistors est grand devant 1.

$$I_3 = I_5$$

Q29- Donner le nom de la fonction réalisée par Q3 et Q5.

Miroir de courant

Q30- Quelle est la fonction réalisée par les quatre transistors Q3, Q4, Q5 et Q6 ?

Amplificateur différentiel

Q31- Donner l'expression de V_{R14} , la tension aux bornes de R_{14} en fonction de V_{output} .

$$V_{R14} = V_{OUTPUT} \cdot R_{14} / (R_{13} + R_{14})$$

Q32- Donner la valeur numérique de V_{R14} . En déduire la valeur numérique de la résistance R_{13} .

$$V_{R14} = 1.5V$$

$$R_{13} = 6.65k.$$

Q33- Quelle valeur de résistance sera physiquement implantée ?

$$6,8k,$$

Rôle de Q10 :

Q34- Donner l'expression littérale et la valeur numérique du courant dans la charge I_{output} pour que la jonction base - émetteur du transistor Q10 soit polarisée en direct.

En déduire le rôle du transistor Q10 et son état pour des courants de sortie inférieur à 100mA.

Ioutput = VBE10/R12 = 200mA. Q10 est bloqué pour $I_{output} < 100mA$, il protège le montage contre les courts-circuits.

Q35- Donner les valeurs numériques de I_{C12} et I_{B12} . On suppose a priori que tout le courant du collecteur du transistor Q12 est égal au courant de sortie I_{output} .

$I_{C12}=100mA$, $I_{B12}=0.5mA$.

Q36- Donner la valeur littérale de la résistance statique R_s correspondant à la jonction base – émetteur du transistor Q12, en fonction de I_{B12} , β_{12} , V_T , V_{BE12} .

$R_s = V_{BE12} / (I_{B12} \cdot \beta_{12}) = 6W$, ($R_{be12} = V_T / I_{B12} = 52W$).

Q37- Donner la valeur numérique de R_s .

$R_s = 6W$, ($R_{be12} = V_T / I_{B12} = 52W$).

Q38- Donner l'expression littérale et la valeur numérique du courant i_{R11} .

$i_{R11} = (V_{BE12} + I_{C12} \cdot R_{12}) / R_{11} = (0.7 + 100m \cdot 3) / 28k = 30\mu A \ll 100mA / \beta_{12}$

Q39- Donner l'expression littérale du gain en courant β liant I_{C12} à I_{B11} .

$\beta = \beta_{11} \cdot \beta_{12}$

Q40- Donner le nom de ce montage.

Darlington

Q41- Expliquer l'intérêt de la résistance R_{11} .

Accélération du blocage (point négatif des Darlington), empêche la polarisation de Q12 par le courant de fuite de Q11

Q42- Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la tension minimale que peut prendre la tension V_{batt} pour que le régulateur fonctionne avec un courant de sortie I_{output} de 100mA. On considèrera que la tension émetteur - collecteur minimale du transistor Q5 vaut 0,3V.

$V_{battmin} = V_{output} + V_{be11} + V_{be12} + R_{12} \cdot I_{output} + V_{ec5} = 5 + 0.7 + 0.7 + 3 \times 0.1 + 0.3 = 5 + 1.7 + 0.3 = 7V$.

Intérêt du LDO :

Q43- Quelle est la valeur du V_{drop} du TLE4275 dont la documentation est fournie en annexe 1 ?

$V_{drop}=500mV$. On prend tjrs le pire cas pour dimensionner.

Q44- Dans le cas du schéma ci-dessus, est-il possible d'utiliser un transistor ballast MOSFET canal N ? Justifier votre réponse.

Canal N difficile, car la tension V_{GS} doit être supérieure à V_{IN} pour obtenir un V_{DROP} faible

Q45- En partant sur le modèle d'un premier ordre de constante de temps T_c et d'amplification statique A_v , donner l'expression de $G_a(p)$.

$G_a(p)=Av/(1+T_c \cdot p)$

Q46- Donner l'expression de $G_{GS}(p)$.

$G_{GS}(p)=-1/(1+pR_a \cdot C_{GS})$

Q47- Donner l'expression de $G_{MOS}(p)$.

$G_{MOS}=gm$

Q48- Donner l'expression de $Z_0(p)$.

$Z_0=R_{DS}/((R_1+R_2)/(R_{ESR}+1/C_Ts))/(1/Cs)$

Q49- En tenant compte de ces hypothèses, montrer que $Z_0(p)$ est équivalente à :

$$Z_0 = -R_{DS} \frac{1+p \cdot C_T \cdot R_{ESR}}{(1+p \cdot C_T (R_{ESR} \square R_{DS})).(1+p \cdot C \cdot \frac{R_{DS} \cdot R_{ESR}}{R_{DS} \square R_{ESR}})}$$

Q50- Donner l'expression de $G_m(p)$. Sachant que $V_{REF}=1,2V$, donner la valeur numérique de G_m .

$G_m=R_2/(R_1+R_2)$

Q51- Donner alors l'expression de $H_o(p)=\frac{V_m}{V_{diff}}$ la fonction de transfert en boucle ouverte.

$H_o=G_a \cdot G_{GS} \cdot G_{MOS} \cdot Z_0 \cdot G_m$

Q52- Sur le document réponse 2, tracer les diagrammes asymptotiques et réels de la fonction en boucle ouverte avec les valeurs suivantes et pour chaque valeur de R_{ESR} .

$R_{DS} = 65\Omega$: résistance en série dans la modélisation du MOSFET,

$g_m = -0,23 S$: transconductance du MOSFET canal P,

$R_{ESR} = 10m\Omega, 2\Omega$ ou 20Ω : résistance équivalente série du condensateur C_T ,

$C_T = 10\mu F$: condensateur,

$C = 470nF$: condensateur,

$C_{GS} = 200pF$: condensateur Grille – Source du MOSFET canal P,

$R_a = 300k\Omega$: résistance de sortie de l'amplificateur différentiel,

$A_v = -56$: amplification statique de l'amplificateur différentiel,

$f_c = 160kHz$: fréquence de coupure de l'amplificateur différentiel,

Q53- A partir des courbes mesurées données ci-dessus, déterminer la valeur de R_{ESR} assurant la meilleure marge de phase.

$R_{ESR}=2 \text{ ohm}$ est la mieux

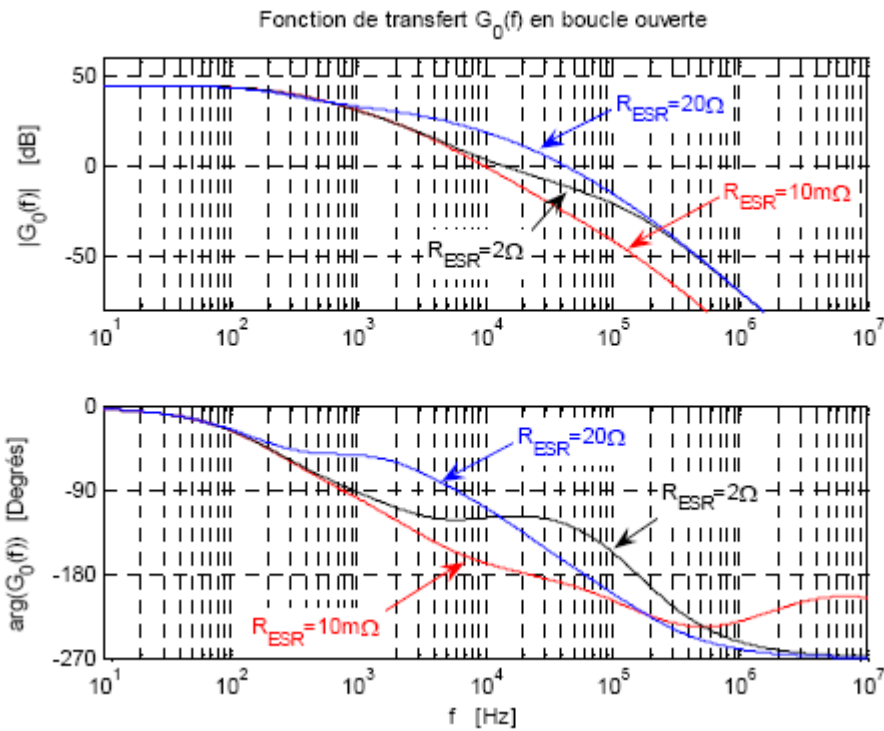


Figure 14 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte mesurés avec différentes résistances

Q54- Pour des raisons économiques, on veut utiliser une capacité céramique pour C_T . Est ce judicieux? Argumenter.

Resr faible : pas stable

C- Fonction DRL : Etude du hacheur SEPIC et de sa charge

Q55- Donner les valeurs typique et maximale de la tension directe notée V_F aux conditions normales d'utilisation (25°C, 350mA) pour une diode de type Nichia P Rigel White.

$V_{Ftyp}=3.6V$, $V_{Fmax}=4V$

Q56- Donner la plage de variation de la tension directe V_F d'une diode LED, de même pour la tension directe V_{string} pour le jeu de 4 diodes.

Courbe Vf fonction Ta a I_{FP} constant : $3.4 < V_F < 3.9 V$ $13.6V < V_{string} < 15.6V$

Q57- Pour des circuits type FR4, quelle est la valeur de la résistance thermique R_{ja} ?

$R_{ja}=45^\circ C/W$,

Q58- A la température ambiante maximale d'utilisation, quelle serait la température de jonction T_{jmax} d'une diode ?

Cette technologie de diode LED convient-elle pour cette application ?

$W_{max}=0.35 \times 3,4=1.19W$, on prend V_f pour T_{max} donc $3,4V$ pour avoir $W_{max} \rightarrow T_j=85+45 \times 1.19=138^\circ C < 150^\circ C = T_j \text{ max admissible (dice temperature) techno OK}$

Q59- Quand la température ambiante augmente de 0 à 85°C, comment varie la tension V_{string} aux bornes de 4 LED et quelles sont les valeurs extrêmes ?

V_{string} diminue de 14.8V à 13.2V (3.7 a 3.4 pour une diode) p9 de la doc,

Q60- Quand la température ambiante augmente de 0 à 85°C, comment varie le courant i_{string} qui traverse les 4 LED ?

i_{string} diminue de 400mA a 200mA grosso modo p9 de la doc,

Q61- Quand la température ambiante augmente de 0 à 85°C, comment varie le flux lumineux ?

le flux relatif passe de 1.1 a 0.6 p9 aussi, donc diminue de moitié (grosso modo!)

Q62- Quand la température ambiante augmente de 0 à 85°C, quelle solution peut être envisagée pour garder un flux lumineux constant ?

→ nécessité d'asservir un des paramètres,
plutôt le courant (pour flux constant) car le flux : pas facile,
en tension : dépend de la température ambiante,
en température : pas facile en automobile!

Le convertisseur DC-DC :

Q63 : Est il possible d'utiliser un hacheur de type série, BOOST ou BUCK ? Justifier les réponses.

boost = elevateur :

buck = abaisseur, idem serie = abaisseur

il faut un abaisseur-elevateur donc aucun de ces deux types ne convient.

Q64- Sur le document réponse 3, tracer les formes d'onde de V_Q , V_{Lb} , V_{La} en fonction du temps, dans le cas où le rapport cyclique α vaut 0,3 puis dans le cas où le rapport cyclique α vaut 0,7.

Q on :

$V_Q=0$, $V_{La}=V_{in}$, $V_{Lb}=-V_{La}=-V_{in}$

Q off - D on :

$V_{Lb}=V_{OUT}$, $V_{La}=-V_{OUT}$, $V_Q=V_{in}-V_{La}=V_{in}+V_{out}$

Q65- Donner l'expression de la valeur moyenne de V_{La} en fonction de V_{IN} , V_{OUT} et α .

En déduire la relation entre V_{IN} , V_{OUT} et α .

$\langle V_{La} \rangle = 0 = \alpha \cdot V_{IN} - (1-\alpha)V_{OUT} \rightarrow V_{OUT} = \alpha / (1-\alpha) V_{IN}$

Q66- Préciser pour quelles valeurs de α , le SEPIC fonctionne en abaisseur et pour quelles valeurs de α , il fonctionne en élévateur.

$\alpha < 0.5$, abaisseur $\alpha > 0.5$, élévateur

Q67- Donner les valeurs possibles pour R_M .

$P=RI^2 < 62.5mW$, $I=0.35A \rightarrow R < 0.510$

$$V=RI>150\text{mV} \rightarrow R>0.428$$

$$R_M = 0.432, 0.442, 0.453, 0.464, 0.475, 0.487, 0.499$$

Relation entre i_{string} et α :

Q68- Donner la relation entre i_{string} , V_{IN} , α , V_F et R_M . Donner la plage de variation de α , pour une température de 25°C. On prendra la valeur typique V_{FTYP} de V_F .

$$i_{\text{string}} = [V_{\text{in}} \cdot \alpha / (1 - \alpha) - 4V_F] / R_M \quad V_{\text{FTYP}} = 3.6\text{V}$$

$$\alpha = 14,55 / (V_{\text{in}} + 14,55) \rightarrow 9 < V_{\text{in}} < 18 \rightarrow 0.447 < \alpha < 0.617$$

Choix des inductances couplées L_a et L_b :

Q69- Sur le document réponse 4, tracer le courant i_{L_a} dans l'inductance L_a en fonction du temps pour une valeur du rapport cyclique α appartenant à la plage de variation déterminée à la question précédente.

On notera i_{amin} , i_{amax} les valeurs extrêmes.

(ibmax convention generatuer!!)

Q on

$$V_{L_a} = V_{\text{in}} = L_a \cdot di_a/dt \rightarrow i_a(t) = i_{\text{amin}} + V_{\text{in}}/L_a \cdot t$$

Q OFF :

$$V_{L_a} = -V_{\text{out}} = L_a \cdot di_a/dt \rightarrow i_a(t) = i_{\text{amax}} - V_{\text{out}}/L_a \cdot (t - \alpha T_{\text{switch}})$$

Q70- Donner la valeur de l'ondulation de courant $\Delta i = i_{\text{amax}} - i_{\text{amin}}$ en fonction de α , V_{IN} , L_a , et T_{switch} .

$$\Delta i = V_{\text{in}} \cdot \alpha \cdot T_{\text{switch}} / L_a$$

Q71- Donner l'expression et la valeur numérique de la puissance P_{out} consommée par la charge. On choisira la valeur typique de V_F .

$$P_{\text{out}} = 0.35 \cdot (4V_f + R_M \cdot 0.35) = 5,1\text{W}$$

Q72- Donner la valeur numérique de la puissance P_{in} .

$$P_{\text{in}} = 5.1 / 0.75 = 6,79\text{W}$$

Q73- Donner la plage de variation du courant moyen i_{lamoyen} .

$$P_{\text{in}} = V_{\text{in}} \cdot i_{\text{lamoyen}} \rightarrow 9 < V_{\text{in}} < 18 \rightarrow 377\text{m} < i_{\text{moy}} < 754\text{m}$$

Q74- Donner la valeur minimale de L_a .

$L_a = 9 \cdot 0.447 / (350\text{k} \cdot 0.754 \cdot 0.3) = 50\mu\text{H}$, 0.447 correspond a alpha min (0.617 = alpha max) et on veut L_a minimale.

Choix de l'interrupteur Q :

Q75- Donner la valeur maximale de la tension V_Q aux bornes de l'interrupteur. ($V_F = V_{\text{Ftyp}}$)

$$V_{Q\text{max}} = V_{\text{in max}} + V_{\text{out}} = 18 + 14.55 = 32.55\text{V}$$

Q76- Donner la relation entre les courants i_Q dans l'interrupteur Q, i_{L_a} et i_{L_b} quand la diode D est bloquée.

$$i_Q = i_{L_a} + i_{L_b}$$

Q77- Donner la valeur numérique du courant moyen maximal, l'ondulation correspondante et les valeurs extrêmes de i_{L_a} .

$$\langle i_{L_a} \rangle_{\text{max}} = 754\text{mA}, \Delta i_{L_a} = 226\text{mA}, i_{L_a\text{min}} = 641\text{mA}, i_{L_a\text{max}} = 867\text{mA}$$

Q78- Donner la valeur moyenne de i_{L_b} . En déduire la valeur moyenne de i_{L_b} , ainsi que la valeur de son ondulation et de ses valeurs extrêmes.

$$\langle i_{L_b} \rangle = 350\text{mA}, \Delta i_{L_b} = 105\text{mA}, i_{L_b\text{min}} = 295\text{mA}, i_{L_b\text{max}} = 402\text{mA}$$

Q79- Tracer l'allure du courant I_Q dans l'interrupteur Q en fonction du temps et préciser ses valeurs extrêmes $I_{Q\text{min}}$ et $I_{Q\text{max}}$.

Q on :

$$I_Q \text{ droite qui grimpe de } I_{Q\text{MIN}} = 641\text{m} + 295\text{m} = 0,936\text{A} \text{ à } I_{Q\text{MAX}} = 867\text{m} + 402\text{m} = 1,269\text{A}$$

Q off : $I_Q = 0$

Q80- Donner la valeur de R_{DSON} , résistance équivalente du transistor en mode passant dans le pire des cas d'utilisation de l'interrupteur Q FDD24AN06LA0.

Doc . $R_{DSON}= 0.056W$.

Q81- Donner la valeur littérale des pertes en conduction P_{cond} en fonction de R_{DSON} , I_{Qmaj} et α et calculer la valeur numérique.

$$P_{cond} = \alpha \cdot R_{dson} \cdot I_{Qmax}^2 = 0.617 \times 1.5^2 \times 0.056 = 78mW.$$

Q82- Donner les valeurs de T_{rise} et T_{fall} . Expliquer d'où vient la différence notable entre T_{rise} et T_{fall}

$T_{rise}=118ns$, $T_{fall}=41ns$.

Charge de la capacité C_{gd}

Q83- Donner les valeurs des pertes en commutation en fonction de V_Q , T_{fall} , T_{rise} , T_{switch} et I_{Qmaj} et la valeur numérique dans le pire des cas.

$$P_{com} = V_Q \cdot I_{Qmax} (T_{rise} + T_{fall}) / 2 T_{switch} = 32.55 \times 1.5 (118n + 41n) / 2 \times 350k = 1.35W.$$

Q84- Dans le cas où le composant est soudé sur une surface de cuivre de 1 inch², donner la température maximale de jonction du transistor Q.

$$T_{mos} = R_{JA} \cdot P + T_{amb} = 52 \cdot (1.35 + 0.078) + 85 = 75 + 85 = 160^\circ C$$

Q85- Le transistor choisi nécessite-t-il l'utilisation d'un radiateur de dissipation ?

$T_{max}=175^\circ C$ (doc) donc ça passe, c'est juste mais on a vraiment majeure.

Q86- Que pensez-vous du choix du transistor FDD24AN06LA0 ?

Il est surdimensionné en courant. (et un peu en tension)

D- Organe de vision pour éclairage adaptatif

Q87- En notant l'espérance mathématique E, donner l'équation établissant le principe d'orthogonalité.

$$E[(s - \hat{s})g^T] = 0 \text{ (matrice nulle)}$$

Q88- En déduire l'équation de H en fonction des corrélations de s et g.

$$E[(s - \hat{s})g^T] = 0$$

$$E[(s - Hg)g^T] = 0$$

$$E[sg^T] = H \cdot E[gg^T]$$

$$H = \Gamma_{sg} \cdot \Gamma_{gg}^{-1}$$

Q89- Commenter la réalisation pratique de cette méthode de débruitage.

Matrices de 256x256 : ca fait des calculs lourds,

l'image parfaite doit être estimée : autre soucis

Q 90- A quoi sont dûs ces artéfacts ?

Repliement spatial

Q 91- Que faut-il faire pour les faire disparaître ?

Filtre antirepliement 2D

Q92- Proposer un seuil de détection de lumière des phares sur la luminance relative Y.

laisser passer ce qui est plus de 80% (haut du seuil jaune)

Q93- Proposer une solution pour éliminer ces fausses détections.

Il faut détecter et vérifier les rapports entre rouge et vert et vert et bleu.

Le seuil de luminance ne suffit pas, l'intensité fait « saturer » les niveaux et faussés la luminance.

4.3 Rapport sur la composition d'électrotechnique

Durée : 6 heures - coefficient 1

La société Nilfisk offre une large gamme d'engin de nettoyage des sols. Le constructeur propose des machines correspondant à tous les usages. Pour les très grandes surfaces à nettoyer de plusieurs milliers de m² la solution des laveuses autoportée s'impose. Les qualités de ces machines résident dans leur sécurité d'usage, leur faible nuisance sur l'environnement, leur autonomie et leur maniabilité. Cette maniabilité impose des encombrements minimisés en largeur et des rayons de giration très faible. La structure d'un châssis à trois roues a été choisie en raison de la simplicité de la partie mécanique pour le choix de la direction et de la traction. Par ailleurs la solution d'une motorisation électrique s'impose naturellement. Elle permet un usage silencieux et non polluant pour l'environnement de travail. Sur la gamme actuelle, la motorisation est assurée par la roue avant avec une machine à courant continu.

Ce sujet aborde une évolution de la conception du système qui conduirait à remplacer la motorisation avant par deux moteurs roue synchrone à l'arrière non orientable mais commandés en couple. Cette modification doit à minima maintenir les performances de la solution existante. Le gain escompté porte sur la simplification de la partie mécanique réduite à une roue libre à l'avant, sur la suppression du câblage souple de l'alimentation de la machine de traction et sur la simplification de la chaîne cinématique.

Le sujet est divisé en quatre parties bien indépendantes. Les parties 1 et 4 sont un plus longues et moins classiques à aborder que les parties 2 et 3.

Partie 1: Etude mécanique.

La première partie est consacrée à l'étude de la stabilité mécanique de la laveuse auto portée lors de différentes circonstances d'utilisation et à l'étude des caractéristiques de couples et de vitesses demandées à la motorisation. Cette partie très intéressante a été relativement bien traitée au moins sur les questions relevant de la mécanique plane (2D). Malgré une notation imposée parfois un peu lourde, une bonne partie des candidats a traité les questions de mécanique classique. Les candidats ont bien perçu l'intérêt des différentes questions et l'enchaînement qui conduisait à vérifier les caractéristiques énoncées dans le cahier des charges. La difficulté était graduelle et les candidats ont su s'arrêter en fonction de leurs compétences.

Partie 2: Détermination de l'énergie embarquée.

La seconde partie est consacrée à la détermination de la puissance des moteurs et au choix des accumulateurs embarqués. Cette partie est relativement courte et n'a pas présenté difficultés particulières. Les questions, bien construites, ont permis un développement progressif dans le dimensionnement des batteries. Le questionnement conduisait également à la vérification des caractéristiques indiquées dans le cahier des charges.

Partie 3: Etude de la commande du Moteur.

Consacrée à la commande du moteur, cette partie est relativement longue avec toujours des questions de complexités graduelles. Le début consacré à l'autopilotage était intéressant et de nombreux candidats l'ont abordé. La commande en couple puis en vitesse était simple et de construction très logique avec des dimensionnements accessibles au niveau des boucles de régulation.

Ensuite la partie commande vectorielle, abordée sous un angle simplifié, a été abordée par un nombre plus restreint de candidats, elle permettait de déterminer les caractéristiques essentielles (temps d'application ...) de la commande.

La dernière partie consistait à étudier le moteur en régime dynamique avec un aspect modélisation fort. Peu de candidats ont réalisé correctement les schémas demandés.

Partie 4: Etude moteur roue.

Cette partie était la plus originale et permettait d'aborder le dimensionnement de la machine synchrone à aimant permanent. Quelques candidats ont traité les premières questions qui étaient relativement simples. La suite introduisait des notions de courant surfacique dans un système électromagnétique qui était modélisé dans un repère de coordonnées cylindriques. Cette partie permettait de vérifier les caractéristiques électromécaniques attendues pour réaliser l'entraînement du chariot.

4.3.1 Corrigé du problème

Question A-1-1

Exprimons les actions des forces sur les trois points M2, M4 et G

Action de la pesanteur au point G : $\left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$ avec $\vec{P} = -P \sin(\alpha) \vec{x}_0 - P \cos(\alpha) \vec{y}_0$

Action ponctuelle avec frottement en M2 : $\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{M_2}$ avec $\vec{F}_2 = X_2 \vec{x}_0 + Y_2 \vec{y}_0$

Action ponctuelle sans frottement en M4 : $\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{M_4}$ avec $\vec{F}_4 = Y_4 \vec{y}_0$

L'action de ces trois forces Au point M2 doit être nulle si le chariot est à l'arrêt :

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{P} \Lambda \overline{M_2 G} \end{array} \right\}_{M_2} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{M_2} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_4 \\ \vec{F}_4 \Lambda \overline{M_2 M_4} \end{array} \right\}_{M_2} \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \overline{M_2 G} = a \vec{x}_0 + (r+h) \vec{y}_0 \\ \overline{M_2 M_4} = (a+b) \vec{x}_0 \end{array} \right.$$

En projetant sur les axes du repère :

$$(-P \sin(\alpha) + X_2) \vec{x}_0 = 0$$

$$(-P \cos(\alpha) + Y_2 + Y_4) \vec{y}_0 = 0$$

$$[-P \sin(\alpha)(r+h) + P \cos(\alpha)(a) - Y_4(a+b)] \vec{z}_0 = 0$$

La limite du basculement est donnée par une action nulle en M4 : $Y_4 = 0$

$$\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{a}{r+h}$$

$$\text{d'où } \alpha_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{r+h}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{0,7}{0,5}\right) = 0,95 \text{ rd soit } \alpha_1 = 54^\circ$$

Question A-1-2

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_4 \\ \vec{F}_4 \Lambda \overline{M_2 M_4} \end{array} \right\}_{M_2} \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_4 = Y_4 \vec{y}_0 \\ \overline{M_2 M_4} = (a+b) \vec{x}_0 \end{array} \right. \text{ soit } \vec{F}_4 \Lambda \overline{M_2 M_4} = -Y_4(a+b) \vec{z}_0$$

Question A-1-3

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G \text{ avec } \vec{P} = -P \sin(\alpha) \vec{x}_0 - P \cos(\alpha) \vec{y}_0$$

Question A-1-4

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{P} \Lambda \overline{M_2 G} \end{array} \right\}_{M_2} \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} = -P \sin(\alpha) \vec{x}_0 - P \cos(\alpha) \vec{y}_0 \\ \overline{M_2 G} = a \vec{x}_0 + (r+h) \vec{y}_0 \end{array} \right.$$

$$\text{soit } \vec{P} \Lambda \overline{M_2 G} = [-P \sin(\alpha)(r+h) + P \cos(\alpha)a] \vec{z}_0$$

Question A-1-5

$$\left\{ \begin{array}{c} m\gamma\vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G \text{ cette action ramenée au point M2 : } \left\{ \begin{array}{c} m\gamma\vec{x}_0 \\ m\gamma\vec{x}_0\Lambda\overline{M_2G} \end{array} \right\}_{M_2} \text{ avec } \overline{M_2G} = a\vec{x}_0 + (r+h)\vec{y}_0$$

$$\text{Soit } m\gamma\vec{x}_0\Lambda\overline{M_2G} = [m\gamma(r+h)]\vec{z}_0$$

Question A-1-6

L'action de ces trois forces Au point M2 :

$$\left\{ \begin{array}{c} m\gamma\vec{x}_0 \\ m\gamma\vec{x}_0\Lambda\overline{M_4G} \end{array} \right\}_{M_4} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{P}\Lambda\overline{M_2G} \end{array} \right\}_{M_2} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{M_2} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_4 \\ \vec{F}_4\Lambda\overline{M_2M_4} \end{array} \right\}_{M_4}$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \overline{M_2G} = a\vec{x}_0 + (r+h)\vec{y}_0 \\ \overline{M_2M_4} = (a+b)\vec{x}_0 \end{array} \right. \text{ et } m\gamma\vec{x}_0\Lambda\overline{M_2G} = [m\gamma(r+h)]\vec{z}_0$$

$$\text{soit } m\gamma = (-mg \sin(\alpha) + X_2)$$

$$0 = (-mg \cos(\alpha) + Y_2 + Y_4)$$

$$m\gamma(r+h) = [-P \sin(\alpha)(r+h) + P \cos(\alpha)(a) - Y_4(a+b)]$$

$$\text{d'où } Y_4 = \frac{1}{(a+b)} [-m\gamma(r+h) - P \sin(\alpha)(r+h) + P \cos(\alpha)(a)]$$

Question A-1-7

À l'équilibre, $Y_4 = 0$

$$m\gamma(r+h) = [-mg \sin(\alpha)(r+h) + mg \cos(\alpha)(a)]$$

$$\text{D'où : } \gamma \leq g \left[-\sin(\alpha) + \cos(\alpha) \frac{a}{r+h} \right]$$

Question A-1-8

Application numérique :

$$\gamma \leq 9,81 \left[-\sin(0,16) + \cos(0,16) \frac{0,7}{0,125 + 0,375} \right] \text{ soit } \gamma \leq 11,98 \text{ m/s}^2$$

Étude en virage

Question A-2-1

$$V_2 = \theta_1^* \left(k + \frac{e}{2} \right) \quad V_3 = \theta_1^* \left(k - \frac{e}{2} \right)$$

Question A-2-2

$$V_2 = r\theta_2^* \quad V_3 = r\theta_3^* \quad \text{d'où } r(\theta_2^* - \theta_3^*) = \theta_1^*(e) \text{ soit } \theta_1^* = \frac{r}{e}(\theta_2^* - \theta_3^*)$$

Question A-2-3

$$V_1 = k \theta_1^* \text{ soit } V_1 = \frac{r}{2} (\theta_2^* + \theta_3^*)$$

Question A-2-4

$$\text{Le torseur cinématique de la roue libre / châssis : } \{v_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Omega}(4/1) \\ \bar{V}(4/1) \end{Bmatrix}_{\bar{R}_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \theta_4^* & 0 \end{Bmatrix}_{\bar{R}_1}$$

$$\text{Le torseur de la roue libre / sol au point de contact M4 : } \{v_{4/0}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Omega}(4/0) \\ \bar{V}(4/0) \end{Bmatrix}_{\bar{R}_0}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \bar{\Omega}(4/0) = \bar{\Omega}(4/1) + \bar{\Omega}(1/0) \\ \bar{V}_{M_4 \in 4/0} = \bar{V}_{O_4 \in 4/0} + \bar{\Omega}(4/0) \wedge \overline{O_4 M_4} \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \bar{\Omega}(4/0) = \theta_4^* \bar{z}_1 + \theta_1^* \bar{y}_1 \\ \bar{V}_{M_4 \in 4/0} = \bar{V}_{O_4 \in 4/0} + (\theta_4^* \bar{z}_1 + \theta_1^* \bar{y}_1) \wedge (-r \bar{y}_1) \end{cases}$$

$$\text{D'où } \bar{V}_{M_4 \in 4/0} = \bar{V}_{O_4 \in 1/0} + r \theta_4^* \bar{x}_1 = 0 \quad (\text{pas de glissement})$$

$$\text{soit } \bar{V}_{O_4 \in 1/0} = -r \theta_4^* \bar{x}_1$$

$$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Omega}(1/0) \\ \bar{V}(1/0) \end{Bmatrix}_{\bar{R}_1} \text{ avec } \begin{cases} \bar{\Omega}(1/0) = \theta_1^* \bar{y}_1 \\ \bar{V}_{O \in 1/0} = \bar{V}_{O_4 \in 1/0} + \bar{\Omega}(1/0) \wedge \overline{O_4 O} \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} \bar{\Omega}(1/0) = \theta_1^* \bar{y}_1 \\ \bar{V}_{O \in 1/0} = -r \theta_4^* \bar{x}_1 + \theta_1^* \bar{y}_1 \wedge (-r \bar{y}_1 - d \bar{x}_1) \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} \bar{\Omega}(1/0) = \theta_1^* \bar{y}_1 \\ \bar{V}_{O \in 1/0} = -r \theta_4^* \bar{x}_1 + \theta_1^* d \bar{z}_1 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \bar{V}_{O \in 1/0} = \theta_1^* d \bar{z}_1 - \theta_4^* r \bar{x}_1$$

Question A-2-5

La vitesse de référence est indiquée sous forme de coordonnées polaires :

$$\bar{V}_{O \in 1/0} = C_{v4} e^{j c \theta_4} = C_{v4} \cos(c \theta_4) \bar{x}_1 + C_{v4} \sin(c \theta_4) \bar{z}_1$$

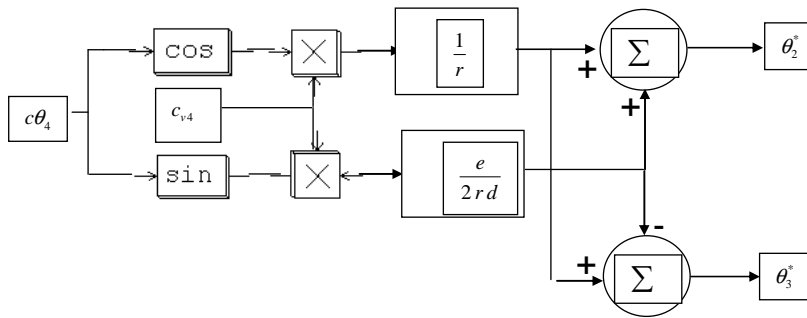
D'autre part la vitesse est imposée par les vitesses de rotation θ_2^* et θ_3^* :

$$\bar{V}_{O \in 1/0} = \theta_1^* d \bar{z}_1 - \theta_4^* r \bar{x}_1 \text{ Avec } \theta_1^* = \frac{r}{e} (\theta_2^* - \theta_3^*) \text{ et } \theta_4^* r = v_1 = \frac{r}{2} (\theta_3^* + \theta_2^*)$$

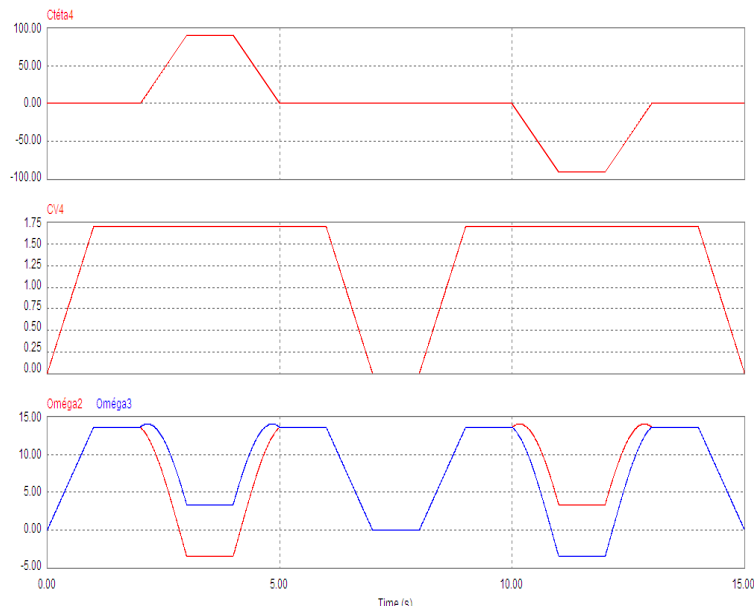
$$\text{Soit } \begin{cases} C_{v4} \cos(c \theta_4) = \frac{r}{2} (\theta_3^* + \theta_2^*) \\ C_{v4} \sin(c \theta_4) = -\frac{r}{e} (\theta_2^* - \theta_3^*) \end{cases} \text{ il suffit d'inverser ce système pour trouver les lois de}$$

commande :

$$\begin{cases} \theta_2^* = \frac{1}{r} c_{v4} \cos(c \theta_4) + \frac{e}{2rd} c_{v4} \sin(c \theta_4) \\ \theta_3^* = \frac{1}{r} c_{v4} \cos(c \theta_4) - \frac{e}{2rd} c_{v4} \sin(c \theta_4) \end{cases}$$



Question A-2-6 (voir corrigé document réponse)



Question A-2-7

le torseur des efforts mécaniques de la liaison ponctuelle de (O) par rapport à (2) au point M_2 dans le référentiel R_1 la liaison est ponctuelle avec frottement :

$${}_{M_2} \{ \tau_{0 \rightarrow 2} \}_{R_1} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{m2}(0/2) \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_1} \text{ avec } \vec{R}_{m2}(0/2) = X_{m2} \vec{x}_1 + Y_{m2} \vec{y}_1 + Z_{m2} \vec{z}_1$$

le torseur des efforts mécaniques de la liaison ponctuelle de (O) par rapport à (2) au point M_3 dans le référentiel R_1 la liaison est ponctuelle avec frottement :

$${}_{M_3} \{ \tau_{0 \rightarrow 3} \}_{R_1} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{m3}(0/3) \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_1} \text{ avec } \vec{R}_{m3}(0/2) = X_{m3} \vec{x}_1 + Y_{m3} \vec{y}_1 + Z_{m3} \vec{z}_1$$

le torseur des efforts mécaniques de la liaison ponctuelle de (O) par rapport à (2) au point M_4 dans le référentiel R_1 la liaison est ponctuelle sans frottement :

$${}_{M_4} \{ \tau_{0 \rightarrow 4} \}_{R_1} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{m4}(0/4) \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_1} \text{ avec } \vec{R}_{m4}(0/2) = Y_{m4} \vec{y}_1$$

L'action de la gravité au point G :

$${}_G \{ \tau_{0 \rightarrow 1} \}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_G(0/1) \\ 0 \end{array} \right\}_{R_1} \text{ avec } \bar{R}_G(0/1) = -mg \bar{y}_1$$

Question A-2-8

L'écriture du PFS au point G

$${}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_2}(0/2) \\ \bar{R}_{m_2}(0/2) \Lambda \overline{M_2 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_3}(0/3) \\ \bar{R}_{m_3}(0/2) \Lambda \overline{M_3 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_4}(0/4) \\ \bar{R}_{m_4}(0/4) \Lambda \overline{M_4 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_G(0/1) \\ \bar{0} \end{array} \right\}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{0} \\ \bar{0} \end{array} \right\}_{R_1}$$

$$\begin{cases} X_{M_2} + X_{M_3} + 0 + 0 = 0 \\ Y_{M_2} + Y_{M_3} + Y_{M_4} - mg = 0 \\ Z_{M_2} + Z_{M_3} + 0 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Soit } \begin{cases} \bar{R}_{m_2}(0/2) \Lambda \overline{M_2 G} = \bar{x}_1 \left[-Y_{M_2} \frac{e}{2} - Z_{m_2}(r+h) \right] + \bar{y}_1 \left[X_{M_2} \frac{e}{2} + Z_{m_2} a \right] + \bar{z}_1 \left[X_{M_2}(r+h) - Y_{M_2} a \right] \\ \bar{R}_{m_3}(0/3) \Lambda \overline{M_3 G} = \bar{x}_1 \left[Y_{M_3} \frac{e}{2} - Z_{m_3}(r+h) \right] + \bar{y}_1 \left[-X_{M_3} \frac{e}{2} + Z_{m_3} a \right] + \bar{z}_1 \left[X_{M_3}(r+h) - Y_{M_3} a \right] \\ \bar{R}_{m_4}(0/4) \Lambda \overline{M_4 G} = Y_{M_4} b \bar{z}_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (X_{M_2} + X_{M_3}) \bar{x}_1 = 0 \\ (Y_{M_2} + Y_{M_3} + Y_{M_4}) \bar{y}_1 = mg \bar{y}_1 \\ (Z_{M_2} + Z_{M_3}) \bar{z}_1 = 0 \\ \left(-Y_{M_2} \frac{e}{2} - Z_{m_2}(r+h) + Y_{M_3} \frac{e}{2} - Z_{m_3}(r+h) \right) \bar{x}_1 = 0 \\ \left(X_{M_2} \frac{e}{2} + Z_{m_2} a - X_{M_3} \frac{e}{2} + Z_{m_3} a \right) \bar{y}_1 = 0 \\ (X_{M_2}(r+h) - Y_{M_2} a + X_{M_3}(r+h) - Y_{M_3} a + Y_{M_4} b) \bar{z}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} X_{M_2} + X_{M_3} = 0 \\ Y_{M_2} = mg - Y_{M_3} - Y_{M_4} \\ Z_{M_2} + Z_{M_3} = 0 \\ Y_{M_2} - Y_{M_3} = 0 \\ X_{M_2} - X_{M_3} = 0 \\ -Y_{M_2} a - Y_{M_3} a + Y_{M_4} b = 0 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} X_{M_3} = 0 \\ Y_{M_3} = mg \frac{b}{2d} \\ Z_{M_2} = 0 \\ Y_{M_2} = mg \frac{b}{2d} \\ X_{M_2} = 0 \\ Y_{M_4} = mg \frac{a}{d} \end{cases}$$

L'écriture du PFD au point G

$${}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_2}(0/2) \\ \bar{R}_{m_2}(0/2) \Lambda \overline{M_2 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_3}(0/3) \\ \bar{R}_{m_3}(0/2) \Lambda \overline{M_3 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_{m_4}(0/4) \\ \bar{R}_{m_4}(0/4) \Lambda \overline{M_4 G} \end{array} \right\}_{R_1} + {}_G \left\{ \begin{array}{c} \bar{R}_G(0/1) \\ \bar{0} \end{array} \right\}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{c} \gamma_x \bar{x}_1 + \gamma_z \bar{z}_1 \\ \bar{0} \end{array} \right\}_{R_1}$$

$$\begin{cases} (X_{M2} + X_{M3}) \bar{x}_1 = m \gamma_x \bar{x}_1 \\ (Y_{M2} + Y_{M3} + Y_{M4} - mg) \bar{y}_1 = 0 \\ (Z_{M2} + Z_{M3}) \bar{z}_1 = m \gamma_z \bar{z}_1 \\ \left(-Y_{M2} \frac{e}{2} - Z_{M2}(r+h) + Y_{M3} \frac{e}{2} - Z_{M3}(r+h) \right) \bar{x}_1 = 0 \\ \left(X_{M2} \frac{e}{2} + Z_{M2}a - X_{M3} \frac{e}{2} + Z_{M3}a \right) \bar{y}_1 = 0 \\ (X_{M2}(r+h) - Y_{M2}a + X_{M3}(r+h) - Y_{M3}a + Y_{M4}b) \bar{z}_1 = 0 \end{cases}$$

Question A-2-9

$$\begin{cases} (X_{M2} + X_{M3}) \bar{x}_1 = m \gamma_x \bar{x}_1 \\ (Y_{M2} + Y_{M3} + Y_{M4}) \bar{y}_1 = mg \bar{y}_1 \\ (Z_{M2} + Z_{M3}) \bar{z}_1 = m \gamma_z \bar{z}_1 \\ \left[(-Y_{M2} + Y_{M3}) \frac{e}{2} - (r+h)m \gamma_z \right] \bar{x}_1 = 0 \\ \left[(X_{M2} - X_{M3}) \frac{e}{2} + m \gamma_z a \right] \bar{y}_1 = 0 \\ [m \gamma_x (r+h) - (Y_{M2} + Y_{M3})a + Y_{M4}b] \bar{z}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Soit } Y_{M4} = m g \frac{a}{d} - m \gamma_x \left(\frac{r+h}{d} \right)$$

$$Y_{M2} = m g \frac{b}{2d} + m \gamma_x \left(\frac{r+h}{2d} \right) + m \gamma_z \left(\frac{r+h}{e} \right)$$

Le décolllement de la roue avant 4 sera provoqué dans une accélération linéaire par $Y_{M4} = 0$ soit :

$$\gamma_x \geq g \frac{a}{r+h}$$

L'accélération centripète est donnée dans un mouvement instantané circulaire ($\gamma_x = 0$) et

$$\text{le décolllement de la roue arrière 2 pour } Y_{M2} = 0 \text{ soit : } \gamma_z = -g \left(\frac{eb}{2d(r+h)} \right)$$

Question A-2-10

A vitesse linéaire constante, le mouvement est circulaire soit

$\vec{R}(t) = r \vec{u}_r$, avec $\vec{u}_r = \cos(\theta) \vec{x}_1 + \sin(\theta) \vec{z}_1$, le vecteur \vec{u}_r est orienté du centre instantané de rotation O vers le point G, le rayon $OG = \rho$ (voir figure ci-dessous). La vitesse est donnée

en dérivant $\vec{R}(t)$ Soit $\vec{v} = \frac{d\vec{R}(t)}{dt} = \rho \frac{d\vec{u}_r}{dt} = \rho \frac{d\vec{u}_r}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$ d'où $\vec{v} = \rho(-\sin(\theta) \vec{x}_1 + \cos(\theta) \vec{z}_1) \omega = \rho \omega \vec{u}_\theta$

L'accélération est calculée en dérivant la vitesse :

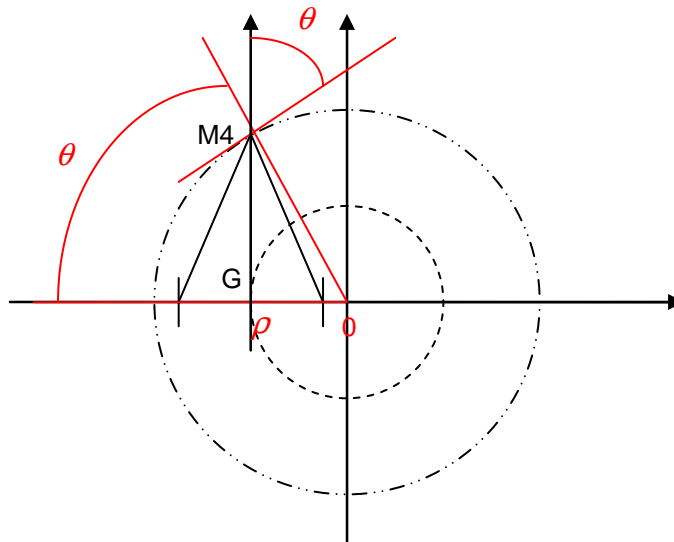
$$\vec{\Gamma} = \frac{d(r \omega \vec{u}_\theta)}{dt} = \rho \left(\frac{d\omega}{dt} \vec{u}_\theta + \omega \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} \right) = \rho \left(\frac{d\omega}{dt} \vec{u}_\theta + \omega \frac{d\vec{u}_\theta}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \right) = \rho \left(\frac{d\omega}{dt} \vec{u}_\theta - \omega^2 \vec{u}_r \right)$$

Pour une vitesse constante $\frac{d\omega}{dt} = 0$ L'accélération centripète est dirigée suivant le vecteur

\vec{u}_r soit $\gamma_r = -\omega^2 \rho \vec{u}_r = -\frac{v^2}{\rho} \vec{u}_r$, v est la vitesse linéaire et ρ le rayon de giration.

La roue avant est libre (sans frottement) donc toujours tangente au mouvement $\vec{R}(t)$ au point M4. D'où

$$\vec{\Gamma} = \gamma_x \vec{x}_1 + \gamma_z \vec{z}_1 = -\frac{v^2}{\rho} \vec{u}_r \text{ soit } \gamma_x = -\frac{v^2}{\rho} \cos(\theta) \text{ et } \gamma_z = -\frac{v^2}{\rho} \sin(\theta)$$



L'angle θ se trouve définit également par une relation géométrique (les tangentes sont perpendiculaires aux rayons) :

$$\sin(\theta) = \frac{b}{\sqrt{b^2 + \rho^2}} \quad \cos(\theta) = \frac{\rho}{\sqrt{b^2 + \rho^2}} \quad \text{et} \quad \text{tg}(\theta) = \frac{b}{\rho}$$

En remplaçant les accélérations $\gamma_x = -\frac{v^2}{\rho} \cos(\theta)$ et $\gamma_z = -\frac{v^2}{\rho} \sin(\theta)$ dans Y_{M2} et en dérivant cette expression par rapport à θ (ρ est une constante à vitesse constante), l'annulation de cette dérivée donne l'angle le plus défavorable :

$$Y_{M2} = m g \frac{b}{2d} + m \left(\frac{r+h}{2d} \right) \left[-\frac{v^2}{\rho} \cos(\theta) \right] + m \left(\frac{r+h}{e} \right) \left[\frac{v^2}{\rho} \sin(\theta) \right]$$

$$\frac{dY_{M2}}{d\theta} = +m \left(\frac{r+h}{2d} \right) \left[\frac{v^2}{\rho} \sin(\theta_{opt}) \right] + m \left(\frac{r+h}{e} \right) \left[\frac{v^2}{\rho} \cos(\theta_{opt}) \right] = 0$$

$$\text{Soit } \operatorname{tg}(\theta_{opt}) = \frac{2d}{e}$$

Ou encore $\operatorname{tg}(\theta_{opt}) = \frac{2d}{e} = \frac{d}{\rho_{opt}}$ donc $\rho_{opt} = \frac{e}{2}$ (le point M3 devient centre instantané de rotation pour θ_{opt})

La vitesse limite est obtenue en remplaçant ces valeurs dans Y_{M2} et en annulant Y_{M2}

$\rho_{opt} = \frac{e}{2}$	$\gamma_x = -\frac{2v^2}{e} \frac{d}{\sqrt{d^2 + \frac{e^2}{4}}}$	$\gamma_z = -v^2 \frac{1}{\sqrt{d^2 + \frac{e^2}{4}}}$
----------------------------	---	--

$$Y_{M2} = m g \frac{b}{2d} + m \left(\frac{r+h}{2d} \right) \left[-\frac{2v_{max}^2}{e} \frac{d}{\sqrt{d^2 + \frac{e^2}{4}}} \right] + m \left(\frac{r+h}{e} \right) \left[-v_{max}^2 \frac{1}{\sqrt{d^2 + \frac{e^2}{4}}} \right] = 0$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{g b e \sqrt{d^2 + \frac{e^2}{4}}}{4d(r+h)}}$$

Question A-2-11

La vitesse linéaire max doit être limitée dans le cas le plus défavorable à 1,23 m.s⁻¹ ce qui impose de modifier la commande (la vitesse linéaire maximale en ligne droite est de 1,67 m.s⁻¹).

Question A-2-12

Il faut limiter c_{v4} en fonction de $c_{\theta4}$ pour rester en dessous de la limite de décollage de M2 ou M3, d'autre part pour une vitesse c_{v4} affichée, il faut limiter l'accélération pour atteindre cette valeur sans dépasser γ_{xmax} . Cette limitation peut se faire en agissant sur la consigne c_{v4} ou bien en limitant le couple des moteurs roues en M2 et M3 (solution industrielle).

Partie B – Détermination de l'énergie embarquée et de la motorisation.

B1-1 Calculer la distance théorique d nécessaire au lavage d'une surface de 9000 m²

$$\text{La distance est } d \text{ telle que } d = \frac{\text{surface nettoyée}}{\text{largeur brosse}} = \frac{9000}{0,71} = 12,68 \text{ km}$$

B1-2 Exprimer en fonction des variables indiquées ci-dessus l'énergie W_r nécessaire au déplacement de la laveuse autoportée de façon continue avec les hypothèses données.

$$\begin{aligned} \text{On peut exprimer } F_r &= C_{rr} \cdot M_T \cdot g + F_b = C_{rr} \cdot (M_L + M_a) \cdot g + F_b \\ W_r &= F_r \cdot d = (C_{rr} \cdot (M_L + M_a) \cdot g + F_b) \cdot d \end{aligned}$$

B-1-2

$$\begin{aligned} W_{ra} &= \frac{W_r}{\eta_{cm}} = \frac{F_r \cdot d}{\eta_{cm}} = (C_{rr} \cdot (M_L + M_a) \cdot g + F_b) \cdot \frac{d}{\eta_{cm}} \\ W_{ra} &= (150 \cdot 10^{-4} \cdot (295 + M_a) \cdot 9,81 + 107) \cdot \frac{12680}{0,7} \\ W_{ra} &= 2,72 \cdot 10^6 + 2,662 \cdot 10^3 M_a \text{ Joules} \end{aligned}$$

B-1-3 Calculer l'énergie W_{bra} fournie par les accumulateurs pour faire fonctionner le système de lavage d'une surface de 9000 m² sans interruption.

$$W_{bra} = 1300 \cdot t = 9,87 \text{ MJoule}$$

B1-4 Il faut fournir

$$W_f = W_{ra} + W_{bra} = 2,721 \cdot 10^6 + 2,662 \cdot 10^3 M_a + 9,87 \cdot 10^6$$

$$\begin{aligned} W_{ac} &= \frac{W_f}{0,8} = 15,744 \cdot 10^6 + 3,328 \cdot 10^3 M_a \\ W_{ac} &= M_a \cdot W_{mas} \end{aligned}$$

Le temps nécessaire est celui qui permet de parcourir 12680 mètres à 6km/h soit $t = 2,11$ heures

Sur le diagramme on trouve sur la courbe temps de décharge de 2h $W_{mas} = 28 \text{ Wh/kg}$, soit $W_{mas} = 100,8 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$

On obtient finalement $M_a \cdot 100,8 \cdot 10^3 = 15,744 \cdot 10^6 + 3,328 \cdot 10^3 M_a$

$$M_a = 162 \text{ kg}$$

B1-5

Finalement il faut $M_{af} = 162 \cdot 1,5 = 243 \text{ kg}$

Le constructeur a installé une masse de batterie de 255 kg

Avec un temps de décharge de 5 heures, l'énergie massique est de 38 wh/kg
L'énergie stockée apparaît comme étant :

$$W_{acf} = 243 \cdot 38 = 9234 \text{ Wh}$$

La tension d'utilisation étant de 24 Volts cela correspond à une capacité de 385 A.h

Le constructeur des batteries d'une capacité totale de 420 A.h sous 24 Volts.

B1-7

Il faut fournir une force de franchissement telle que $F_f = 176 + P \cdot g \cdot \text{pente} = 445 \text{ N}$

Le moment maximum du couple pour un moteur est $C = \frac{F_f}{2} \cdot r = 27,8 \text{ Nm}$

Partie C : Etude de la commande du moteur

C-1 Indiquer sur le tableau 1 le signe des courants (+1 pour un courant >0, -1 pour un courant <0 et 0 pour un courant nul) pour obtenir un couple électromagnétique maximum.

Tableau 1 signes des courants

Hall a	Hall b	Hall c	Signe de i_a	Signe de i_b	Signe de i_c
0	0	1	0	-1	+1
0	1	0	-1	+1	0
0	1	1	-1	0	+1
1	0	0	+1	0	-1
1	0	1	+1	-1	0
1	1	0	0	+1	-1

C-2 Dans la commande du convertisseur de puissance, les variables internes logiques i^+ indiquent la commande d'un courant positif et i^- la commande d'un courant négatif. Indiquer les équations logiques des variables internes en fonction de l'état des sondes à effet hall:

$$i_a^+ = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_a^- = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_b^+ = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_b^- = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_c^+ = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_c^- = f(\text{hall_a}, \text{hall_b}, \text{hall_c})$$

$$i_a^+ = \text{hall_a} \cdot \overline{\text{hall_b}}$$

$$i_a^- = \text{hall_b} \cdot \overline{\text{hall_a}}$$

$$i_b^+ = \text{hall_b} \cdot \overline{\text{hall_c}}$$

$$i_b^- = \text{hall_c} \cdot \overline{\text{hall_b}}$$

$$i_c^+ = \text{hall_c} \cdot \overline{\text{hall_a}}$$

$$i_c^- = \text{hall_a} \cdot \overline{\text{hall_c}}$$

C-3 Les interrupteurs du convertisseur sont commandés à partir des variables internes i^+, i^- indiquer les valeurs logiques des interrupteurs Q dans le tableau 2 :

Tableau 2 commande des interrupteurs

Hall a	Hall b	Hall c	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1

C-4

Avant la commutation, Q_1 et Q_6 fermé, $U_{ac} = E$ le régime permanent est : $i_a = I = \frac{E}{2R}$.

Au moment de la commutation, $U_{bc} = E$ et il ne peut pas exister de discontinuité de flux dans la machine, l'influence des inductances de fuites est négligée.

Dans le cas d'une répartition du flux sinusoïdale : $M = -0,5 L_p$ soit ($i_b = \frac{I}{2}$)

Dans le cas d'une répartition trapézoïdale, $M = -0,4 L_p$ soit ($i_b = I * 0,4$)

Avant commutation (régime permanent)	commutation	Après commutation (régime permanent)
$i_a = I$	$i_a = 0$	$i_a = 0$
$i_b = 0$	$i_b = \frac{I}{2}$	$i_b = I$
$i_c = -I$	$i_c = -\frac{I}{2}$	$i_c = -I$

Dans ces conditions, l'équation de tension s'écrit :

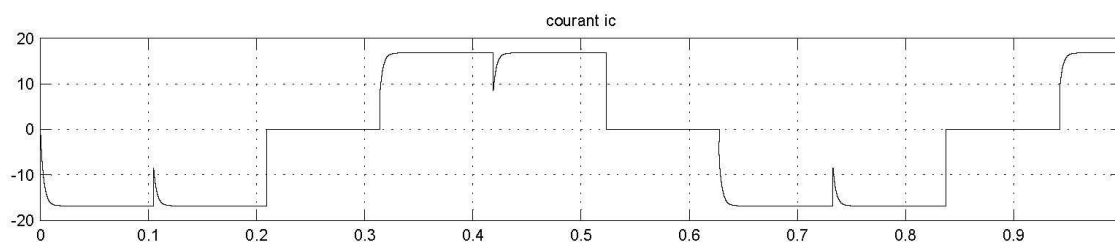
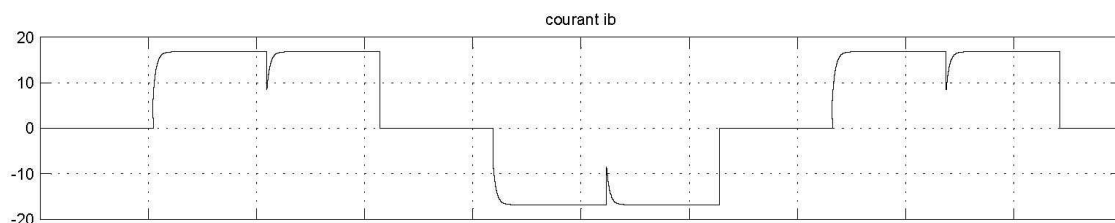
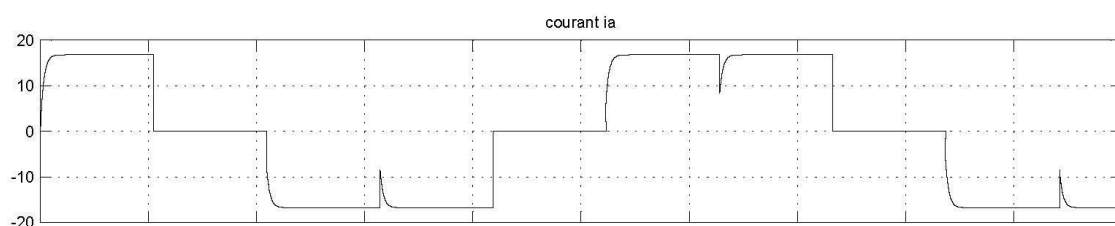
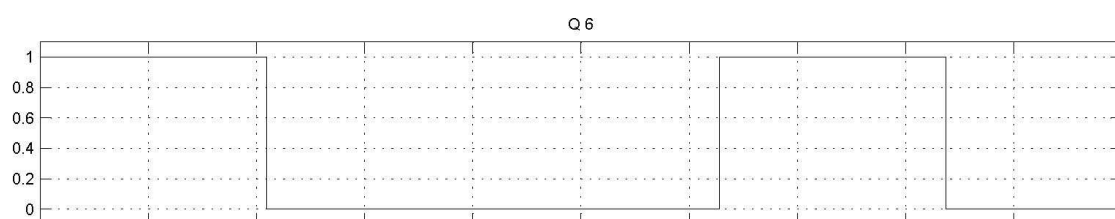
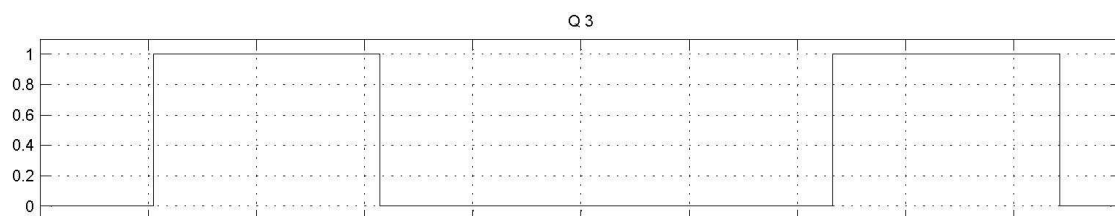
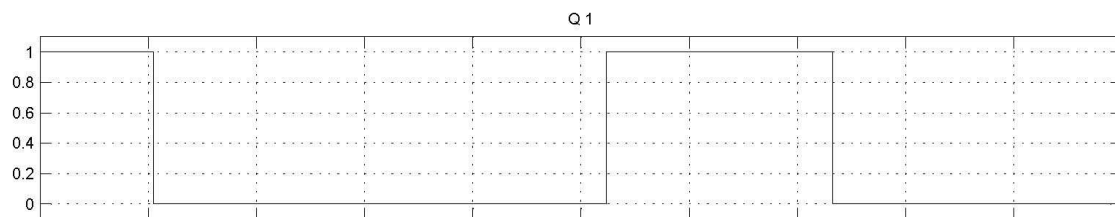
$$U_{bc} = E = R_2 i_b + L_s \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_c}{dt} - \left(R_3 i_c + L_s \frac{di_c}{dt} + M \frac{di_b}{dt} \right)$$

$$U_{bc} = E = R i_b + L_s \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_c}{dt} - R i_c - L_s \frac{di_c}{dt} - M \frac{di_b}{dt}$$

$$\text{Avec } i_b = -i_c = i \text{ et } L_c = L_s - M$$

$$U_{bc} = E = 2.R.i + 2L_c \frac{di}{dt} \text{ à } t = 0 \text{ } i = \frac{I}{2} \text{ et le régime permanent } i = I$$

$$\text{D'où l'équation : } i = \frac{I}{2} e^{-\frac{t}{\tau}} + I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$



Time offset: 0

C-5 Commande en couple de la machine synchrone.

E est la tension d'alimentation variable pilotée la tension électrique de commande est $e(p)$

$$E = 2Ri + 2L \frac{di}{dt} + K_i \Omega = e \times U$$

soit

$$I(p) = \frac{1}{2R} \left(\frac{e(p)U}{1 + \frac{L}{R}p} \right) - \frac{K_i}{2R} \left(\frac{\Omega(p)}{1 + \frac{L}{R}p} \right)$$

$$u = 2.R.i + 2.L.\frac{di}{dt} + K_i.\Omega \text{ soit } I(p) = \frac{1}{2.R} \left(\frac{U(p)}{1 + \frac{L}{R}p} \right) - \frac{K_i}{2.R} \left(\frac{\Omega(p)}{1 + \frac{L}{R}p} \right)$$

C-6 On souhaite commander le couple moteur, avec une erreur statique en basse vitesse de 5%, calculer le gain_i du correcteur proportionnel (voir figure 19).

Pour étudier la boucle de courant, il faut que la perturbation $\Delta\Omega = 0$.

$$Td_i(p) = \frac{I(p)}{e(p)} = \frac{U}{2R} \left(\frac{1}{1 + \frac{L}{R}p} \right)$$

$$Td_i = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{U}{2.R} \left(\frac{1}{1 + \frac{L}{R}p} \right)$$

Le gain statique de la boucle ouverte en courant est $\lambda = \frac{U}{2.R}$ en boucle fermée, l'erreur

sera $\varepsilon = \frac{1}{1+\lambda}$ soit $\lambda = 19$ d'où $gain_i = 0.0158$

C-7

$$J.\frac{d\Omega}{dt} = K_i.i - f.\Omega \text{ soit } \frac{\Omega}{I} = \frac{K_i}{J} \left(\frac{1}{1 + \frac{J}{f}p} \right) \text{ et } \frac{I}{I_{ref}} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \left(\frac{1}{1 + \frac{L.p}{R(1+\lambda)}} \right)$$

Avec $\lambda = \frac{gain_i \times U}{2R}$

Avec $\varepsilon(t)$ l'erreur de vitesse, Le correcteur PI sur la boucle de vitesse s'écrit :

$$I_{ref} = K_v.\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int \varepsilon(t).dt \text{ soit } \frac{I_{ref}}{\varepsilon} = \frac{1 + K_v.T_i.p}{T_i.p} \text{ avec la méthode proposée, } K_v.T_i = \frac{J}{f} = 0,8$$

En boucle ouverte, avec le correcteur qui compense le pôle

$$\text{dominant : } \frac{\Omega}{\varepsilon} = \frac{\Omega}{I} \cdot \frac{I}{I_{ref}} = \frac{K_i}{J} \left(\frac{1}{T_i p} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{L \cdot p}{R(1+\lambda)}} \right)$$

$$\text{soit } \frac{\Omega}{\varepsilon} = \lambda_v \left(\frac{1}{T_i p} \right) \left(\frac{1}{1 + \tau_v \cdot p} \right) \text{ avec } \lambda_v = \frac{K_i}{J} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right) \text{ et } \tau_v = \frac{L}{R(1+\lambda)}$$

d'où en boucle fermée :

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{\lambda_v}{\lambda_v + T_i p + \tau_v T_i p^2} \text{ soit } 2.m = \sqrt{\frac{T_i}{\lambda_v \tau_v}} \text{ soit } T_i = 0,012$$

C-8

A $t > 0s$ la commande en vitesse est saturée, nous constatons un démarrage à couple constant et une accélération :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = K_i \cdot I_{ref} - f \cdot \Omega \text{ avec } I_{ref} = 20A.$$

A $t = 0,3 s$, l'erreur de vitesse est inférieure aux bornes de saturation, le moteur est asservi en vitesse à $\Omega = 12 \text{ rd } s^{-1}$

Pour $0,3 s < t < 0,5 s$ nous pouvons visualiser le couple de résistance à l'avancement qui est environ de 3 Nm .

Pour $t > 0,5 s$, il existe un couple résistant constant, l'erreur de vitesse n'est pas saturée, d'où un fonctionnement en asservissement de vitesse $\Omega = 12 \text{ rd } s^{-1}$ pour un couple résistant

$$\Gamma = 10 \text{ Nm} \text{ soit un courant référence } I_{ref} = \frac{\Gamma}{K_i} = 10A$$

2-9

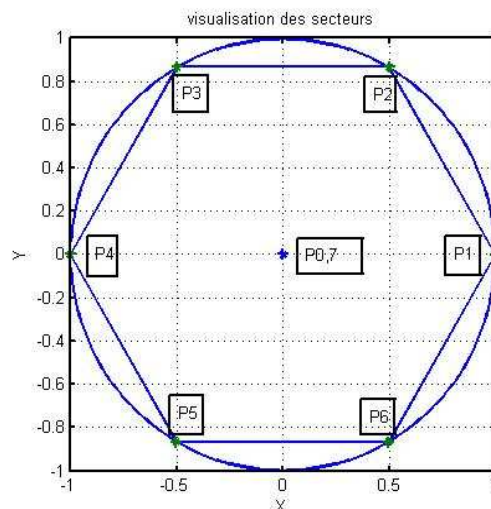


Figure 22 Position des valeurs instantanées

$$-P_1 = Q_1 \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_5}$$

$$\begin{aligned}
-P_2 &= \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_3} \cdot Q_5 \\
-P_3 &= \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_3} \cdot Q_5 \\
-P_4 &= \overline{Q_1} \cdot Q_3 \cdot \overline{Q_5} \\
-P_5 &= \overline{Q_1} \cdot Q_3 \cdot \overline{Q_5} \\
-P_6 &= Q_1 \cdot Q_3 \cdot \overline{Q_5}
\end{aligned}$$

C-10

$$V_m \begin{bmatrix} \cos(\Psi) \\ \sin(\psi) \end{bmatrix} T_e = E \begin{bmatrix} \cos \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] & \cos \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] \\ \sin \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] & \sin \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

D'où en inversant la matrice, il est possible d'exprimer T_x, T_y :

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] & \cos \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] \\ \sin \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] & -\cos \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Psi) \\ \sin(\psi) \end{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_m}{E} T_e$$

soit $T_x = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_m}{E} T_e \left\{ -\sin \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] \cdot \cos(\Psi) + \cos \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right] \cdot \sin(\psi) \right\}$

et $T_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_m}{E} T_e \left\{ \sin \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] \cdot \cos(\Psi) - \cos \left[i \cdot \frac{\pi}{3} \right] \cdot \sin(\psi) \right\}$

$$T_z = T_e - T_x - T_y$$

T_z est le temps d'application du vecteur P0 ou P7

C.11

$$\begin{cases} V_{an} = R \cdot i_a + L_s \cdot \frac{di_a}{dt} + M \cdot \frac{di_b}{dt} + M \cdot \frac{di_c}{dt} + \lambda \cdot p \cdot \Omega \cdot \phi_a \\ V_{bn} = R \cdot i_b + L_s \cdot \frac{di_b}{dt} + M \cdot \frac{di_c}{dt} + M \cdot \frac{di_a}{dt} + \lambda \cdot p \cdot \Omega \cdot \phi_b \\ V_{cn} = R \cdot i_c + L_s \cdot \frac{di_c}{dt} + M \cdot \frac{di_a}{dt} + M \cdot \frac{di_b}{dt} + \lambda \cdot p \cdot \Omega \cdot \phi_c \end{cases}$$

Propriétés : $i_a + i_b + i_c = 0$ (alimentation 3 fils)

$$-2 \cdot V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_{bn} - V_{an} + V_{cn} - V_{an} = U_{ba} + U_{ca} = -2 \cdot U_{ab} - U_{bc}$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3L_c} \left[2 \cdot U_{ab} + U_{bc} - 3 \cdot R \cdot i_a + \lambda \cdot p \cdot \Omega \cdot (-2 \cdot \phi_a + \phi_b + \phi_c) \right]$$

$$-2 \cdot V_{bn} + V_{an} + V_{cn} = V_{an} - V_{bn} + V_{cn} - V_{bn} = U_{ab} - U_{bc}$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3L_c} [-U_{ab} + U_{bc} - 3.R.i_b + \lambda.p.\Omega(\phi_a - 2.\phi_b + \phi_c)]$$

et $\frac{di_c}{dt} = -\left(\frac{di_b}{dt} + \frac{di_a}{dt}\right)$

C.12

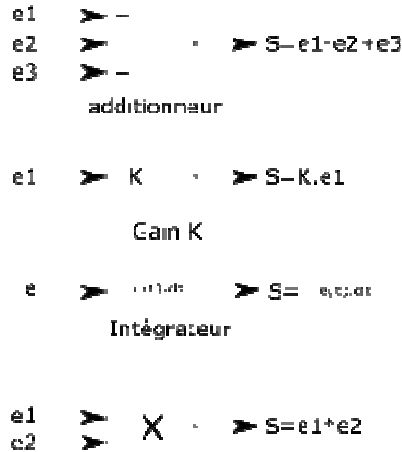
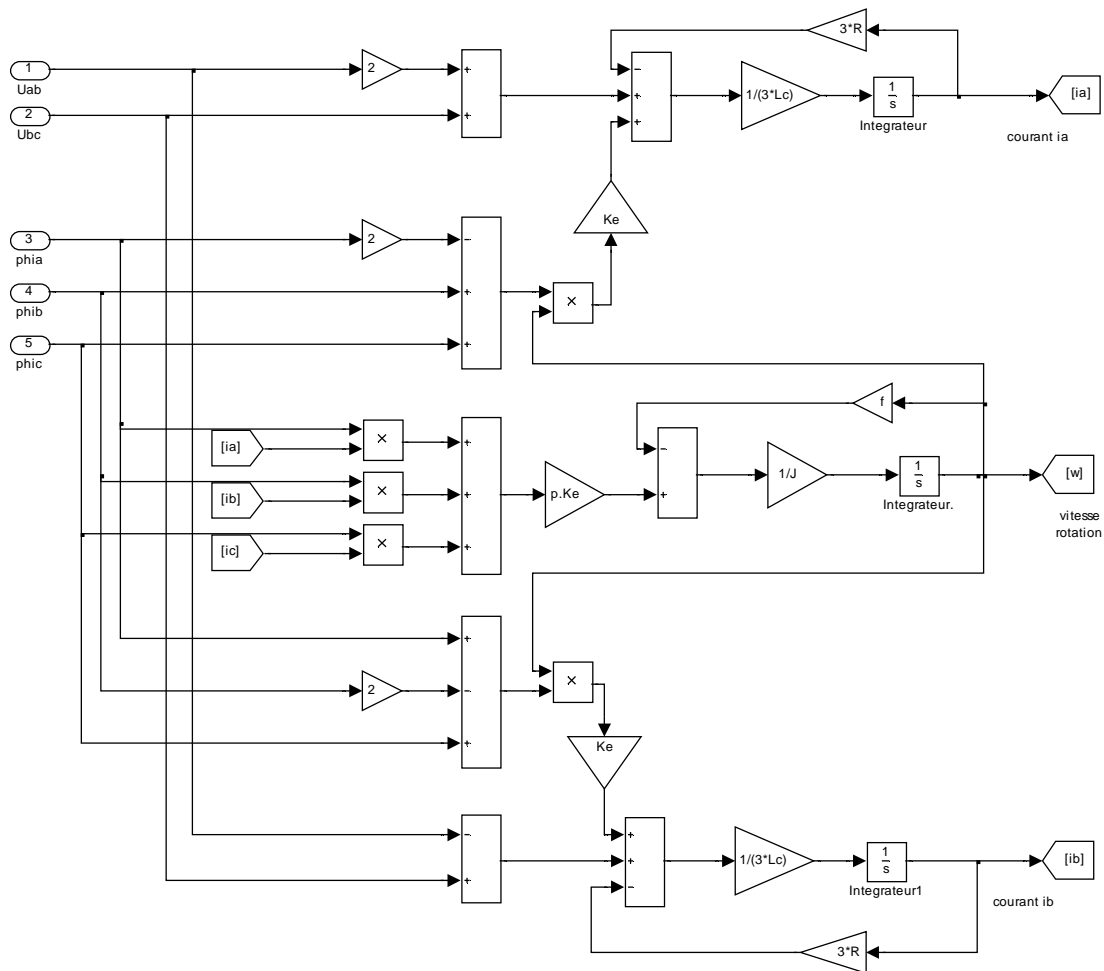
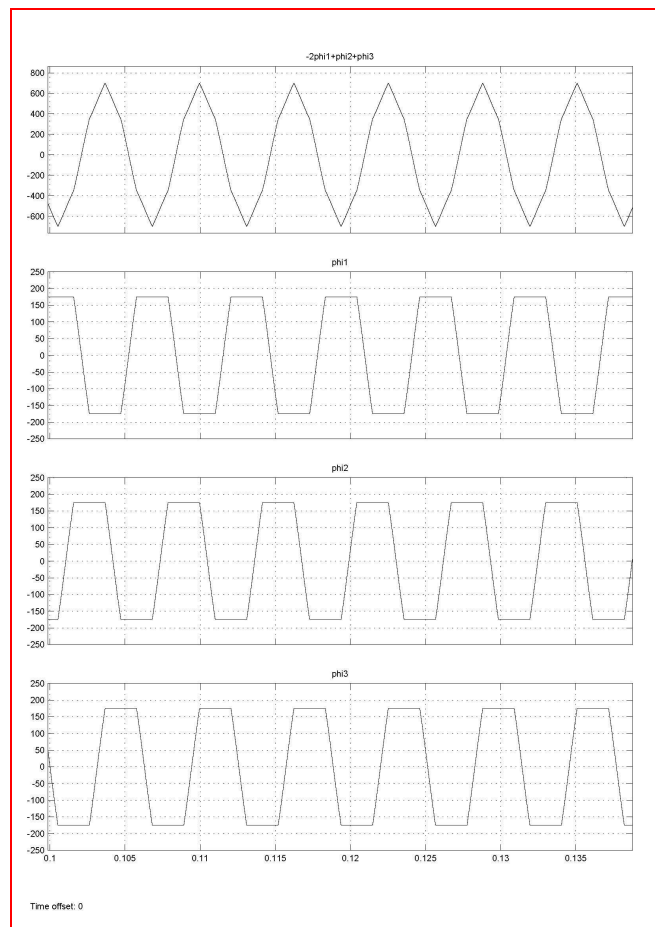


Figure 23 Opérateurs pour la simulation graphique



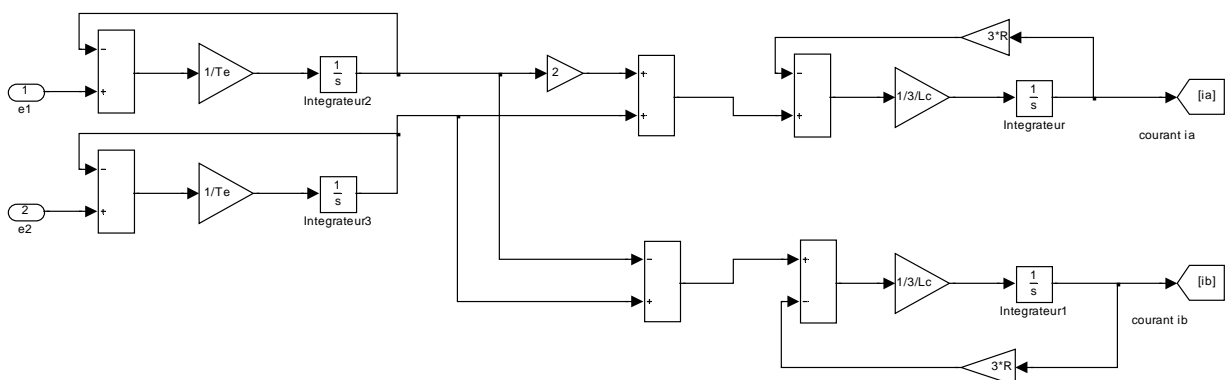
C-13



C-14

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_c} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} \\ -\frac{1}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \end{bmatrix}$$

C-15



Partie D- Etude du Moteur Roue

D-1 Montrer que la force tangentielle peut s'écrire :

$$|\overline{F}_t| = B_n \cdot \frac{Neis}{\delta_e} L_{fer} \cdot R_{sc} \int_0^{\delta_e} d\theta$$

Il suffit d'appliquer la définition avec $H_t = \frac{Neis}{\delta_e}$ et B_n l'induction normale supposée constante sous les aimants.

D-2 Montrer que le couple électromagnétique C_m peut s'écrire :

$C_m = 2.A.V_e.B_n$ avec A la densité linéique de courant et V_e le volume du rotor.

$$F_t = N_d N_{eis} \cdot L_{fer} \cdot B_n$$

$$C_m = 2 \cdot R_{sc} \cdot F_t \cdot p$$

$$C_m = 2 \cdot \underbrace{\left(\frac{N_d \cdot N_{eis}}{\pi \cdot R_{sc}} p \right)}_A \cdot \underbrace{(\pi \cdot R_{sc}^2 L_{fer})}_{V_e} \cdot B_n$$

D-3 Les caractéristiques du couple électromagnétique dépendent également de la commande (l'autopilotage) de la machine. Nous présentons à la figure 3-1 la tension induite à la phase 1 et le courant absorbé par la phase 1. Représenter la puissance électromagnétique transmise par la phase 1 dans l'entrefer. En déduire la puissance électromagnétique transmise par les phases 2 et 3.

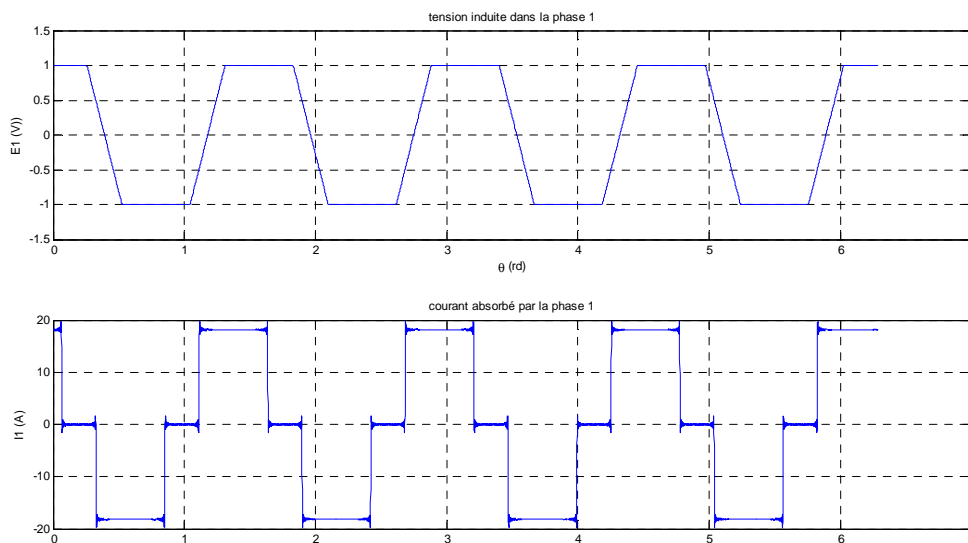
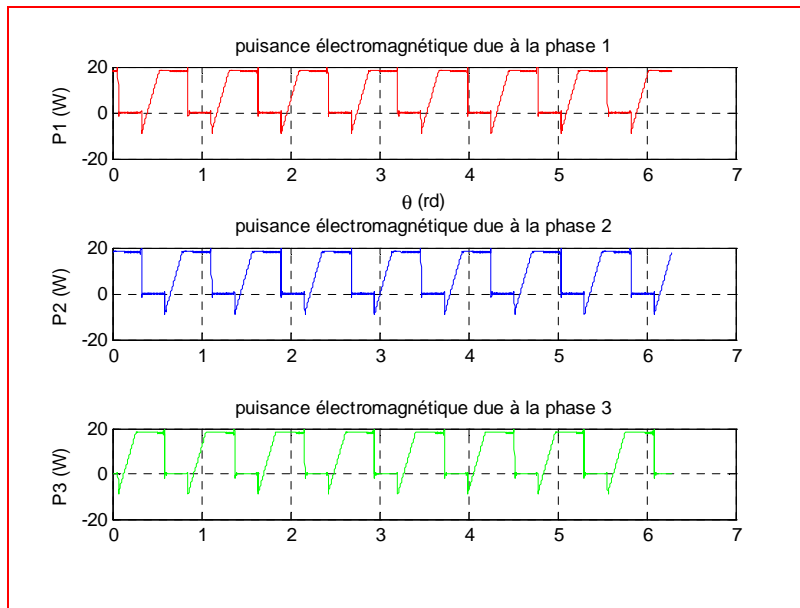


Figure 3-1

La puissance électromagnétique $P_1(t) = E_1(t) \cdot I_1(t)$ d'où la représentation suivante les puissances 2 et 3 sont déduites de P1 par translation de $\frac{2\pi}{3}$



D-4 Le rotor est triphasé, et l'alimentation en courant est équilibrée, représenter la puissance électromagnétique totale transmise dans l'entrefer (sur la figure 3-2). Indiquer les conditions d'autopilotage qui permettraient d'obtenir un couple C_m constant.

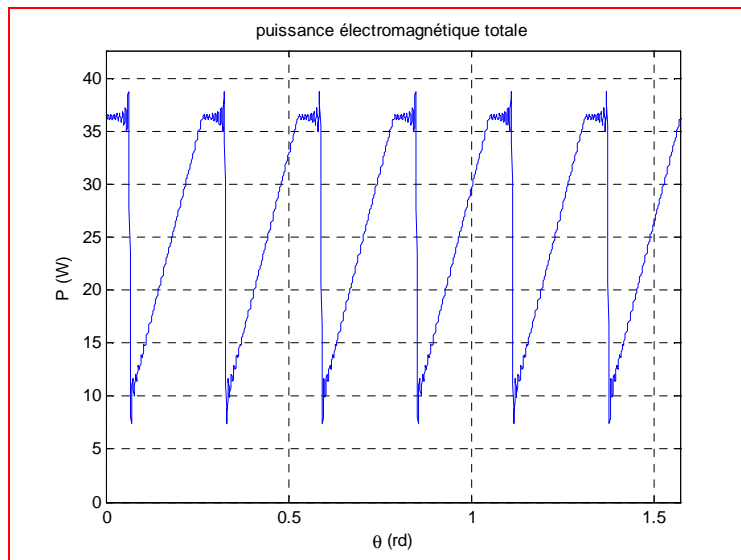


Figure 3-2

La puissance totale est obtenue par la somme des trois puissances, le couple constant est obtenu pour un angle de commande $\theta_0 = 0$

D-5

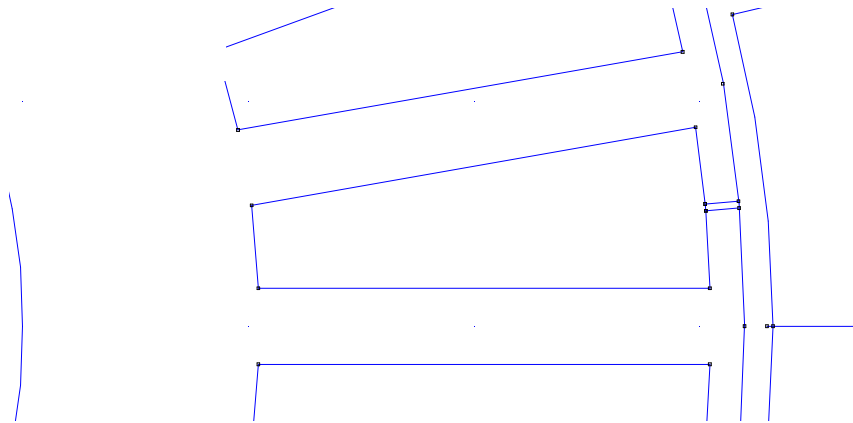


Figure 26 - Zoom sur une dent du rotor

L'encoche est remplie par des conducteurs dont le nombre est $N_e = 20$ qui sont traversés par un courant I constant, l'isthme entre les deux dents présente une largeur $l_e = 2\text{mm}$, montrer que les courants surfaciques proposés à la figure 3-3 représentent le comportement électromagnétique du rotor vu de l'entrefer. Calculer la valeur maximale de ce courant surfacique. Les dents sont réparties sur un cercle dans le rayon est $R_{sc} = 62\text{mm}$ (rayon minimale de l'entrefer).

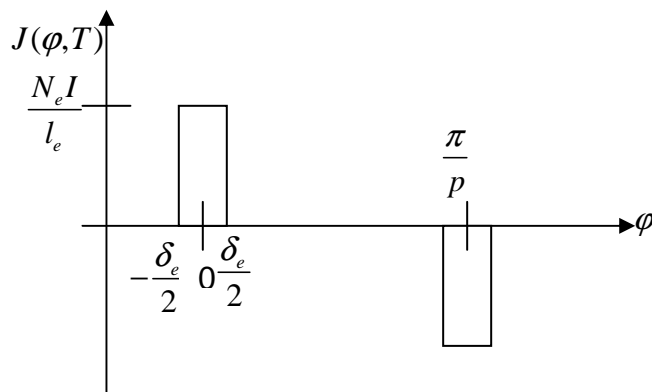
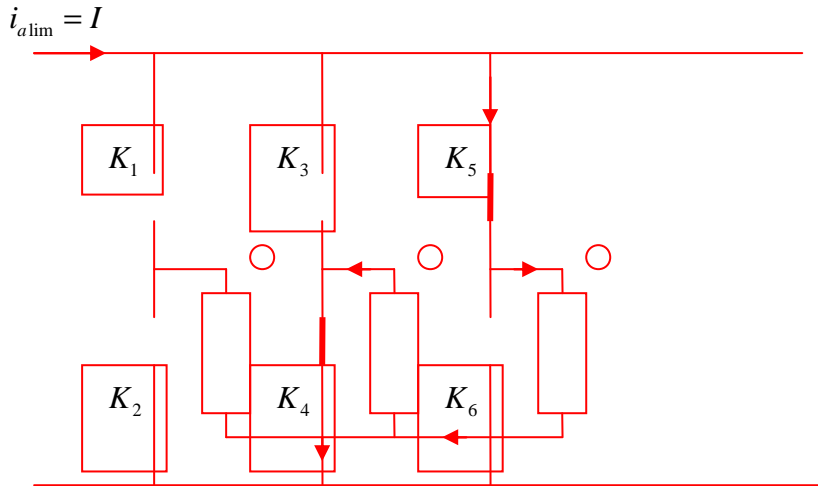


Figure 27 Représentation des courants surfaciques

D-6

Les valeurs des trois courants sont les suivantes :

i_a	i_b	i_c
0	-I	+I



D-7

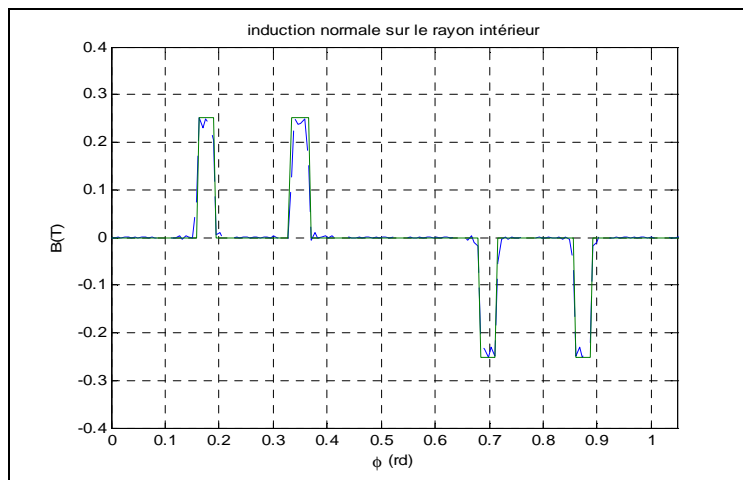
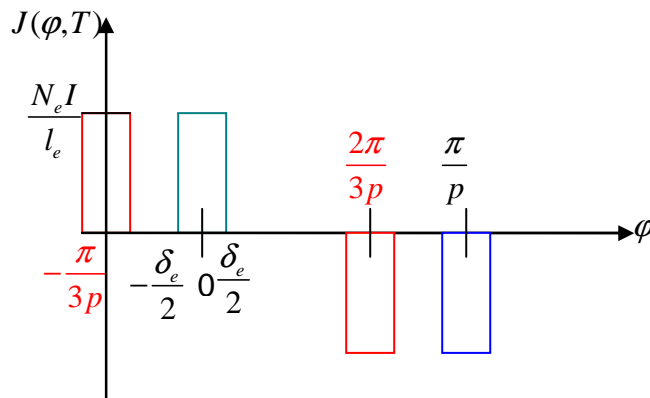


Figure 29 Représentation de l'induction radiale $B_\phi(R_{sc}, \phi)$

L'induction normale s'exprime à partir du potentiel vecteur : $B_\phi(r, \phi) = -\frac{\partial A_z(r, \phi)}{\partial r}$ les valeurs du potentiel vecteur $A(r, \phi)$ sont discrètes :

$$B_\phi(R_{sc}, \phi) = -\frac{\partial A_z(r, \phi)}{\partial r} = \frac{A_z(R_{sc} - \text{deltar}, \phi) - A_z(R_{sc}, \phi)}{\text{deltar}}$$

D-8



La forme de l'induction normale peut être déduite des courants surfaciques indiqués sur la figure 2 :

La bobine 1 est parcourue par un courant I (en bleu) et la bobine 2 (décalée d'un angle de $\frac{2\pi}{3p}$) est parcourue par un courant $-I$ (en rouge) le courant dans la bobine 3 est nul.

D-9

$$B_a^\theta(R_{sc}, \theta) = 0 \text{ et } B_a^\theta(R_r, \theta) = 0$$

D-10 Enoncer les conditions aux limites des aimants : $r = R_a$ entre l'induction dans l'entrefer $\bar{B}_e(R_a, \theta)$ et l'induction dans les aimants $\bar{B}_a(R_a, \theta)$

Pour $r = R_a$ la conservation du flux doit se vérifier soit $B_e^r(R_a, \theta) = B_a^r(R_a, \theta)$

$$B_e^\theta(R_a, \theta) = B_a^\theta(R_a, \theta) - B_{ra}^\theta = B_a^\theta(R_a, \theta) \text{ (Aimantation radiale)}$$

D-11 Montrer que l'aimantation dans les aimants peut s'écrire sous la forme :

$$B_a^r(R_a, \theta) = \frac{B_{ra}^r}{1 + \mu_a \frac{\mathcal{E}}{H_a}}$$

En appliquant le théorème d'ampère sur C incluant l'épaisseur de l'entrefer e , l'épaisseur des aimants H_a et en négligeant la circulation dans le fer.

$$H_{ai} H_a + H_e \cdot \mathcal{E} = 0$$

Le flux est conservatif : $B_a^r(R_a, \theta) = B_e^r(R_a, \theta)$

$$H_a^r(r, \theta) = \frac{B_a^r(r, \theta) - B_{ra}^r}{\mu_0 \cdot \mu_a}$$

$$H_{ai} H_a = - \frac{B_e^r(R_a, \theta)}{\mu_0} \cdot \mathcal{E}$$

$$B_a^r(R_a, \theta) = \mu_0 \cdot \mu_a \left(- \frac{B_e^r(R_a, \theta) \cdot \mathcal{E}}{H_a \mu_0} \right) + B_{ra}^r(R_a, \theta)$$

$$\text{D'où } B_e^r(R_a, \theta) = \frac{B_{ra}^r(R_a, \theta)}{1 + \mu_a \frac{\mathcal{E}}{H_a}}$$

D-12

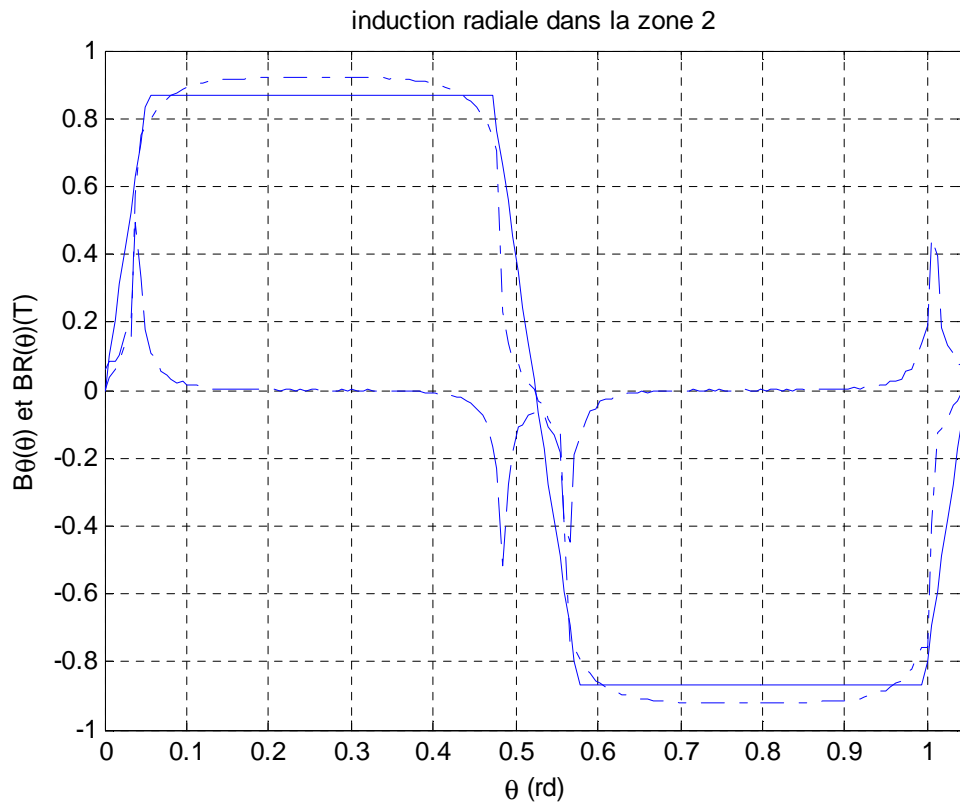
Montrer que le couple électromagnétique peut s'écrire :

$$C_e = \frac{1}{\mu_0} L_{fer} \cdot R_{sc}^2 \int [B_\phi(R_{sc}, \phi) \cdot B_a^r(r, \theta)] \cdot d\theta$$

Calculer le couple électromagnétique dans le cas d'un courant $I_1 = 20A$ et d'un autopilotage parfait

L'élément de surface est $ds = R_{sc} \cdot L_{fer} \cdot d\theta$ et l'expression du couple électromagnétique $C_e = p \cdot 2 \cdot R_{sc} \cdot F_t$ en calculant la somme sur $2 \cdot \pi$ en tenant compte des courants existants (voir figure 3-5) :

Figure 30 Représentation de l'induction $B_a^r(R_a, \theta)$ dans l'entrefer pour $r = R_a$



$$C_e = \frac{1}{\mu_0} L_{fer} \cdot R_{sc}^2 \int [B_\phi(R_{sc}, \phi) \cdot B_a^r(r, \theta)] \cdot d\theta = 27 \text{ Nm}$$

Le moteur est juste dimensionné pour fournir le moment du couple maximal demandé calculé au B1-7 de 27, 8 Nm.

5 Epreuves d'admission (oral)

5.1 Déroulement des épreuves d'admission

La bibliothèque de l'agrégation est constituée d'un ensemble d'ouvrages de base mis à la disposition des candidats, entre autres, par la bibliothèque centrale et le département EEA de l'E.N.S. de Cachan. Cette documentation est constituée de livres, de revues, de dossiers sur des systèmes industriels, de CD-ROMs de constructeurs référents et de quelques documents de spécialité (par exemple les Techniques de l'Ingénieur dans le domaine de l'EEA) mais elle n'a nullement la prétention d'être complète. En particulier, des revues spécifiques à la spécialité comme RGE, Onde électrique, Électronique Industrielle, Mesures, etc... ne sont pas présentes de façon complète. Les revues 3EI et REE sont disponibles au laboratoire et mises à la disposition des candidats.

En vue de compléter cette base de données et de l'actualiser des dispositions complémentaires ont été retenues :

1) Les candidats peuvent apporter des ouvrages complémentaires dans les conditions suivantes :

- les ouvrages doivent être déposés avant le début des épreuves et laissés à la disposition de tous les candidats jusqu'à la fin de celles-ci. Ils doivent être (ou avoir été) disponibles en librairie ou avoir été en vente ou en distribution publique officielle (ils doivent donc porter un numéro d'ISBN ou d'ISSN) ;
- le jury admet aussi les documentations des constructeurs mais ils ne doivent contenir aucune note ou référence personnelle autre que le nom du propriétaire ;
- les photocopies d'ouvrages, d'actes de conférences,... ne sont pas admises. Seuls les ouvrages originaux complets peuvent figurer en bibliothèque.

Dans tous les cas, les ouvrages déposés sont soumis à l'approbation du jury.

2) Par ailleurs, des dossiers sur des systèmes industriels peuvent servir d'application-support dans le cadre de l'épreuve pédagogique ou pour la préparation d'un montage. Ces documents ne sont pas exhaustifs et ne couvrent pas nécessairement tous les thèmes. Les candidats peuvent donc apporter des dossiers complémentaires dans les conditions suivantes :

- les dossiers doivent être déposés avant le début des épreuves et laissés à la disposition de tous les candidats jusqu'à la fin de celles-ci, ils ne doivent contenir aucune note ou référence personnelle autre que le nom du propriétaire ;
- les dossiers doivent concerner des systèmes réels commercialisés ou des extraits de notices techniques de constructeurs ;
- ces dossiers doivent être reliés et peuvent :
 - o soit provenir de documents fournis par l'entreprise qui a développé le produit ou qui en assure la maintenance ;
 - o soit être (ou avoir été) disponibles en librairie ou avoir été en vente ou en distribution publique officielle (ils doivent donc porter un numéro d'ISBN ou d'ISSN) ;
 - o soit provenir de dossiers fournis dans le cadre d'épreuves officielles, c'est-à-dire de type BTS, Baccalauréat, concours liés au génie électrique,... ;

Aucun dossier étudiant associé à des thèmes développés dans le cadre d'un projet d'étude n'est autorisé hormis les documents décrits ci dessus.

Ces dossiers doivent être accompagnés :

- d'un sommaire général des documents inclus dans le dossier, avec le récapitulatif des documents constructeurs intégrés au dossier (si possible, ces documents constructeurs doivent être regroupés) ;
- d'une table des matières pour chacun des documents ;
- d'une indication sur la date de fabrication du produit ;
- d'un tableau résumé (papier et fichier Excel) décrivant les thèmes (ou fonctions) principaux qui peuvent être traités avec cette application technique.

Dans tous les cas, les dossiers déposés sont soumis à l'approbation du jury.

3) Des ordinateurs sont mis à la disposition des candidats de manière à leur permettre d'accéder à des documentations de constructeurs sous forme de CD-ROM.

Ces ressources, communes à tous les candidats, ne peuvent être que ponctuelles (consulter une documentation et/ou l'imprimer, tracer une courbe,...). Au cours d'une journée d'épreuve, trois à neuf candidats peuvent être présents simultanément. Un ordinateur ne peut donc pas être monopolisé par un candidat pendant toute la durée de l'épreuve.

À titre indicatif, les CD-ROMS constructeurs mis à disposition provenaient de Analog Devices, Burr Brown, Limer Technology, NS, Maxim, Texas Instruments, Cypress, Siemens, Fuji, ST Microelectronics, Farnell, IR, HP, Xicor, Schneider-Electric, Legrand, Semikron, Ferraz, LEM, Endress-Hauser,...

Les candidats peuvent apporter des CD-ROMs complémentaires dans les conditions suivantes :

- les CD doivent être des originaux avec une licence d'utilisation en bonne et due forme permettant l'installation sur le site de l'ENS Cachan ;
- ces CD doivent être déposés avant le début des épreuves et laissés à la disposition de tous les candidats jusqu'à la fin de celles-ci ;

Les lecteurs de CD-ROM et de disquettes des ordinateurs à usage des candidats sont désactivés. Les CD-ROMS sont préinstallés sur disque dur.

Toute introduction d'un CD-ROM ou d'une disquette durant les épreuves est formellement interdite.

Un rétro projecteur et vidéo projecteur sont mis à la disposition des candidats lors des épreuves orales.

4) Les calettes personnelles ainsi que les moyens de communication portables sont totalement interdits pendant les épreuves. Sous la responsabilité du président du jury, les surveillants, techniciens, agrégés préparateurs et membres du jury sont les garants du respect de cette interdiction.

5.2 Rapport de l'épreuve de montage

Comme les autres épreuves orales de l'agrégation de Génie Électrique, l'épreuve de montage a une durée de 6h. Elle se décompose en 5h de préparation et 1h de présentation et d'interrogation. Après ouverture du sujet, les candidats peuvent prendre un certain nombre d'ouvrages à la bibliothèque avant d'être accompagnés dans une salle de travaux pratiques.

5.2.1 Généralités

L'une des principales vocations de cette épreuve à caractère expérimental est de juger l'aptitude du candidat à la conception et la mise en œuvre de dispositifs. Le jury apprécie la justification des mesures ainsi que leurs interprétations (caractérisation de composants, de sous-systèmes ou de systèmes ...) L'objectif est donc :

- soit d'analyser les critères de choix technologiques de composants ou partie de composants d'une fonction par rapport aux contraintes d'une application donnée,
- soit d'analyser la démarche de conception et de mettre en évidence les critères de choix technologiques en liaison avec les contraintes de l'application,
- soit de caractériser un dispositif donné, d'effectuer les réglages, les dimensionnements ou les adaptations nécessaires de manière à illustrer les contraintes technologiques associées à une application donnée,
- soit de présenter un aspect spécifique du montage dont le thème aura été précisé dans le sujet.

Le jury est sensible :

- aux choix des solutions techniques, aux prédéterminations, aux choix technologiques des composants et/ou des sous systèmes utilisés, qui devront être scientifiquement justifiés,
- à la forme de la démarche expérimentale (nature des tests et des mesures),
- à l'analyse des résultats,
- à la qualité de la présentation.

De plus, le jury attend que les candidats soient capables d'utiliser de manière autonome les appareils de mesure standards : oscilloscope, oscilloscope à mémoire, générateur de fonction, analyseur de puissance, wattmètre et pour les candidats de sensibilité "courant faible", analyseur de spectre et générateur de fonctions programmables.

Les aspects métrologiques, i.e. choix des appareils de mesure, emploi, méthodes de mesure, domaine de validité, précision, doivent être maîtrisés.

Le jury attend également dans cette épreuve que le candidat connaisse les fonctionnalités principales et soit familier avec l'un des produits professionnels les plus courants du marché dans les domaines suivants :

- la simulation des circuits d'électronique de puissance et des circuits électriques BF, RF,
- la description en langage VHDL et la mise en œuvre de circuits CPLD et FPGA,
- le développement en C et C++ sur PC.

Il faut noter que la plupart des logiciels utilisés à l'agrégation sont, soit en distribution libre soit disponibles en version d'évaluation, permettant ainsi à tout un chacun de se familiariser avec ces outils.

5.2.2 Organisation de la présentation du montage en présence du jury

Le candidat peut fournir au jury en début de présentation les documents papier réalisés ainsi que les documents caractéristiques (courbes, chronogrammes, listing, copie d'écran, ...) concernant le déroulement de la préparation du montage.

Phase 1

Sous la forme d'un exposé, le candidat doit :

- présenter le principe du montage mis en œuvre,
- préciser les résultats de la prédétermination des caractéristiques technologiques des composants ou des sous systèmes en regard des caractéristiques attendues, et présenter les mesures ou essais afin que le jury puisse apprécier la démarche,
- présenter et valider quantitativement les résultats expérimentaux par rapport aux caractéristiques du dispositif utilisé (par exemple, il peut mettre en évidence les limites de validité des relations et les justifier),
- analyser les résultats expérimentaux par rapport aux contraintes de l'application,
- caractériser le dispositif en **reproduisant certains essais**.

Cette phase de présentation des étapes de développement doit être **prévue pour durer vingt minutes**.

Phase 2

Le jury pose des questions au candidat destinées à expliciter :

- le choix des solutions techniques,
- les éléments de la prédétermination des choix technologiques des composants et/ou des sous-systèmes utilisés, qui doivent être scientifiquement justifiés,
- la démarche expérimentale (choix des moyens d'analyse, de mesure et de visualisation), l'analyse des résultats obtenus par le candidat.

Le jury s'intéresse ensuite au fonctionnement du montage. Le candidat doit présenter le matériel mis en œuvre dans sa manipulation et effectuer une démonstration de son fonctionnement.

Note importante

Il appartient au candidat de s'informer auprès des agrégés préparateurs et techniciens :

- des caractéristiques concernant les maquettes et sous-systèmes qui sont mis à sa disposition dans le cadre de cette épreuve (tous les documents et notices correspondants peuvent et doivent être consultés),
- des moyens logiciels et des outils de simulation disponibles,
- des matériels de mesure utilisables,
- des composants passifs ou actifs disponibles.

Des travaux particuliers peuvent être demandés aux agrégés préparateurs ou aux techniciens dans la mesure de leur disponibilité, sur présentation d'un document écrit explicitant le travail à réaliser. Ce document devra donc donner les schémas structurels, les valeurs, les références des composants, les schémas blocs, le réglage des appareils, etc...

À titre d'information, une liste non exhaustive de moyens mis à la disposition des candidats pour la session 2011 est ébauchée ci-dessous :

- composants électroniques passifs et actifs de caractéristiques diverses,
- maquettes, systèmes et sous-systèmes,
- logiciel de présentation et de calcul : Excel,

- logiciels de tracé des réponses des filtres, (Filtercad de Linear technologie)
- logiciels de simulation de structures analogiques de type SPICE,
- logiciels de calcul et de simulation : MATLAB, PSIM,
- logiciels de simulation RF : RFsim99 (en distribution libre)
- logiciels de développement de PAL-CPLD-FPGA : Warp (CYPRESS), WEB Pack (XILINX)
- Logiciels de développement en C : chaîne Code Composer Studio (TEXAS INSTRUMENTS), Borland C++, Builder 6
- Cartes d'acquisition sur PC : Fastlab et Pcmes (société Eurosmart),
- Carte DSPACE avec SIMULINK distribué par la société Scientific Software, Modules multiplication de tension, affichage, comptage, correcteurs etc.,
- CDROM fournis par les constructeurs ou distributeurs, (Analog Devices, Linear technologie, Maxim, Texas, ...).
- Outils de développement pour les microprocesseurs des familles PIC ou MSP430 (LaunchPad)

5.2.3 Épreuve de montage de 2011

La moyenne de l'épreuve de montage est pour l'année 2011 de 9,33 sur 20.

Pendant cette session, 15 sujets différents ont été proposés aux candidats de sensibilité "courant fort" et 8 sujets différents aux candidats de sensibilité "courant faible". Parmi ces sujets, deux étaient nouveaux pour la sensibilité "courant fort" et un pour la sensibilité "courant faible". Ces nouveaux sujets ont pour titre :

- Pour la sensibilité "courant fort" :
 - Transfert d'énergie en courant continu

Ce montage a pour objectif l'analyse d'une structure de transfert d'énergie bidirectionnelle dédiée aux applications aéronautiques, notamment du point de vue de son dimensionnement et des boucles de régulation en courant et tension.
 - Modules photovoltaïques

Ce montage a pour objectifs l'étude de modules photovoltaïques, en particulier de leur association et de leur comportement en présence d'ombrage, et l'analyse d'un convertisseur statique pour assurer la recherche du point de puissance maximale.
- Pour la sensibilité "courant faible" :
 - Amplificateur à gain variable

L'objectif de ce montage est d'étudier une structure d'amplificateur à gain variable en fonction du temps, organisée autour d'un asservissement. Ce montage, extrait d'un appareil de mesure de distance à ultrason et piloté par un microcontrôleur PIC, permet d'asservir l'amplitude d'un signal de très faible niveau, émis et reçu par un transducteur ultrason, sur le temps séparant le déclenchement de l'émission de l'onde de la réception de l'écho.

Après programmation du microcontrôleur de commande suivant un cahier des charges précis, le candidat devait, à partir de mesures judicieuses, de simulations et de calculs justificatifs, modéliser l'asservissement proposé et mettre en œuvre la structure.

De façon générale, le jury constate qu'il est impossible de réussir cette épreuve sans un minimum d'aisance dans la manipulation des appareils de mesure, des logiciels et des langages de programmation. Il est également indispensable de connaître les aspects théoriques associés à chacun des montages, et ceci avant l'épreuve. C'est notamment le cas des structures de base en électronique de puissance et en particulier l'onduleur de tension MLI qui est encore mal maîtrisé. Les ouvrages ne sont là que pour éviter de refaire certains calculs ou développements fastidieux, le candidat devant être à même de les justifier.

Remarques et conseils aux candidats concernant la préparation :

Lorsque le candidat a des difficultés par rapport au thème proposé dans le montage, le jury lui conseille d'avoir une démarche progressive au lieu de mettre en œuvre un dispositif complet.

Le candidat doit s'assurer que le domaine de validité des relations utilisées correspond bien aux caractéristiques de son montage.

Un candidat doit être capable d'analyser de façon rigoureuse une structure logicielle ainsi que son environnement, puis de les adapter à un cahier des charges. Il doit pouvoir la présenter avec méthode.

Pour ce qui concerne le développement d'applications nécessitant l'usage d'outils informatiques, il est conseillé au candidat d'effectuer régulièrement des sauvegardes de son travail.

Remarques et conseils aux candidats concernant la présentation :

La qualité de la présentation intervient dans une part non négligeable de la note du candidat. Compte tenu du temps imparti (20 min), le jury demande au candidat de préparer son tableau, et de présenter clairement la problématique du sujet.

Les schémas fonctionnels, structurels et autres courbes expérimentales (copies d'écran ou d'oscilloscope ...) pourront être rétro projetés.

Analyse de l'épreuve

L'analyse du déroulement des épreuves de l'année 2011 nous amène à noter un certain nombre de points à améliorer :

- une plus grande rigueur sur la notation des différentes grandeurs physiques (valeurs moyennes, efficaces, temporelles, etc...)
- la justification des modèles utilisés (domaine de validité, degré d'approximation), en particulier une identification expérimentale n'est pas toujours suffisante,
- une correspondance rigoureuse entre les grandeurs physiques observées et les grandeurs apparaissant dans les modèles,
- une meilleure gestion du temps imparti, permettant d'aborder toutes les parties proposées dans le sujet,
- Un meilleur positionnement du problème traité, au-delà du sujet, en particulier dans le contexte industriel,
- Plus particulièrement pour la sensibilité « courant faible » :
 - Les fondements de l'analyse des signaux concernant notamment l'analyse spectrale.

- Plus particulièrement pour la sensibilité « courant fort » :
 - la connaissance des fonctionnalités de l'onduleur de tension raccordé au réseau,
 - la mesure et l'analyse des perturbations harmoniques sur le réseau,
 - la maîtrise des modèles, moyens et HF, des convertisseurs,
 - l'analyse des puissances et des flux d'énergie mis en jeu dans les montages, en particulier les aspects de réversibilité,
 - l'analyse du comportement des systèmes,
 - l'analyse du comportement mécanique simplifié des systèmes,
 - la construction d'un système asservi à l'issue d'une modélisation, éventuellement suivie d'une identification, et conclue par le calcul d'un correcteur.

Tendances

Pour la sensibilité "courant faible", l'évolution des sujets vers, d'une part l'électronique numérique et d'autre part le domaine des transmissions, se confirme.

Les sujets utilisant des microcontrôleurs, DSP, CPLD ou FPGA vont donc progresser en nombre et surtout en performances des structures abordées (les outils de conception et de mise en oeuvre permettant d'en faciliter grandement l'étude).

Nous insistons donc, comme par le passé, sur l'importance de la maîtrise des langages, des outils et des principes associés à ces composants ou ces structures. D'autre part les connaissances théoriques en Traitement Numérique de Signal sont désormais tout aussi incontournables que celles de l'Automatique classique.

Pour l'électronique RF (Radiofréquence) il est donc encore une fois recommandé de se familiariser avec l'instrumentation spécifique (analyseur de spectre, analyseur de réseau, coupleur directif, etc).

Pour les transmissions numériques il est bon de se familiariser avec les différents outils d'investigation.

Pour la sensibilité "courant fort", les sujets concernant les associations convertisseurs-machines et la qualité de l'énergie électrique sont couramment abordés lors de l'épreuve de montage.

Quel que soit le sujet abordé, l'analyse des flux d'énergie est primordiale. Les différentes fonctions de la chaîne de conversion ainsi que les boucles de régulation associées doivent être mises en évidence.

L'interrogation des candidats dans les domaines de l'automatique et de l'informatique industrielle ne se fait jamais dans des sujets spécifiques, mais au travers des montages proposés. Environ 80% des montages demandent une mise en oeuvre des principes de base de l'automatique. Certains de ces montages s'appuient sur l'utilisation de cartes numériques et nécessitent de ce fait la connaissance des systèmes échantillonnés.

Liste des sujets EN

Vous trouverez ci-dessous une liste de sujets proposés lors des sessions 2009 et 2011 pour les montages à coloration électronique courant faible. Cette liste est donnée à titre indicatif et les montages indiqués sont susceptibles d'être proposés pour les prochaines sessions.

- Modules audio pour dispositif téléphonique

L'objectif de ce montage est de réaliser des modules audio utilisés dans un système de communication téléphonique. Le premier module est un amplificateur audio de

faible puissance mettant en œuvre un circuit intégré spécialisé. Le second module est un préamplificateur audio pour microphone électret et le troisième est un vumètre audio.

- Transmetteur FM pour baladeur audio

L'objet de ce montage porte sur l'étude et la mise en œuvre d'une transmission en modulation de fréquence utilisant une synthèse de fréquence par boucle à verrouillage de phase.

- Modem en modulation GMSK

L'objet de ce montage porte sur l'étude et la mise en œuvre d'une modulation GMSK dans le cadre d'un modem sans fil. Deux approches permettant la génération du signal modulé sont proposées au candidat : Utilisation d'un VCO ou d'un modulateur IQ.

- Liaison audio cryptée sans fil

L'objectif de ce montage est de réaliser une transmission audio sans fil mettant en œuvre des modules HF. Le cryptage du signal audio est assuré par inversion de spectre.

- Courant porteur : Etude de la modulation et démodulation FSK

L'objet de ce montage porte sur l'étude et la mise en œuvre d'une transmission numérique par modulation FSK. L'application recherchée est une liaison par courant porteur en ligne. La réalisation du modulateur FSK est assurée par un circuit de synthèse numérique directe qui est piloté par un microcontrôleur que l'on demande de programmer. La démodulation est assurée par une boucle à verrouillage de phase intégrée que l'on dimensionne.

- Serveur WEB embarqué

On se propose dans ce montage de mettre en évidence les protocoles utilisés dans un échange de pages web entre un système embarqué à base de microprocesseur PIC et un réseau Ethernet. Quelques notions de base sur le codage d'une page HTML ainsi que la mise en œuvre du système sont également demandés.

- Transmission audio infrarouge

L'objectif de ce montage est de réaliser une transmission audio sans fil infrarouge en utilisant une technique de modulation MLI. Le candidat doit mettre en œuvre progressivement les éléments constituant la chaîne de transmission en utilisant des composants optoélectroniques imposés.

- Liaison 4-20mA

Pour ce montage on demande au candidat de mettre en œuvre un circuit spécialisé en respectant un cahier des charges donné.

- Système autonome d'éclairage de secours

Ce système permet d'aborder les thèmes de la gestion et du stockage de l'énergie en utilisant comme support de communication un bus CAN que l'on demande d'étudier et de mettre en œuvre.

- Générateur de données codées numériques pour transmission numérique

L'objectif de ce montage est de réaliser un générateur de données numériques pseudo aléatoires avec les principaux codes utilisés dans les transmissions numériques. Le cœur du générateur est assuré par un circuit logique programmable que l'on demande de programmer en assurant la liaison avec une carte d'interface analogique.

Liste des sujets ET

Vous trouverez ci-dessous une liste de sujets proposés lors des sessions 2009 et 2011 pour les montages à coloration électrotechnique courants forts. Cette liste, donnée à titre indicatif, est susceptible d'évoluer lors des prochaines sessions.

- Entrelacement de hacheurs

Ce montage permet d'aborder le principe de l'entrelacement avec la mise en parallèle de deux hacheurs et d'un asservissement de courant.

- Hacheurs élévateurs

L'objectif de ces montages est la réalisation de hacheurs élévateurs (parallèle ou à stockage inductif), munis de régulations et pouvant être employés en absorption sinusoïdale.

- Alimentations à découpage

L'objectif de ces montages est de dimensionner puis de réaliser une alimentation à découpage de type Flyback ou Forward mono-interrupteur.

- Onduleur à résonance pour plaque à induction

Il s'agit dans ce montage de mettre en évidence les propriétés des onduleurs à résonance utilisés dans le chauffage par induction.

- Associations de redresseurs de tension

L'objectif de ce montage est de mettre en évidence l'intérêt d'une association de redresseurs de tension pour améliorer le facteur de puissance.

- Compensateur statique

L'objectif de ce montage est le calcul et la mise en œuvre d'un compensateur statique d'énergie réactive et d'une régulation de puissance réactive.

- Liaison à courant continu

L'objectif de ce montage est d'illustrer le principe d'une interconnexion de réseaux triphasés par liaison à courant continu.

- Régulation de vitesse d'une machine asynchrone

L'objectif de ce montage est la mise en œuvre d'une régulation de vitesse de machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension triphasé à modulation de largeur d'impulsion commandée par une loi en « U/F ».

- Génération de bord

On se propose ici de générer un réseau triphasé à tension et fréquence constante (400Hz) à partir d'un alternateur entraîné à vitesse variable, d'un redresseur et d'un onduleur autonome.

- Machine synchrone autopilotée alimentée par un onduleur de tension

L'objectif de ce montage est de réaliser une régulation de vitesse analogique d'une machine synchrone autopilotée, après avoir mis en œuvre l'alimentation en tension de la machine.

- Commande d'éclairage par gradateur

L'objectif de ce montage est de comparer un gradateur classique à thyristors commandés en angle de phase avec un gradateur MLI à IGBT.

- Onduleur de tension multiniveaux

Dans le cadre de ce sujet, on met en œuvre deux topologies d'onduleurs de tension trois niveaux dans le but de les comparer du point de vue des pertes.

- Filtre actif monophasé

Ce montage met en œuvre un filtre actif MLI à IGBT permettant d'améliorer le courant absorbé par une charge polluante.

- Machine asynchrone à double alimentation

Ce montage permet de mettre en évidence les propriétés d'une machine asynchrone à rotor bobiné dans le cadre de la production d'énergie électrique.

- Alimentation sans interruption

Ce montage se rapporte à l'onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsions destiné à la réalisation d'une alimentation sans coupure.

- Variateur U/F et redresseur MLI

L'objectif de ce montage est de dimensionner et de mettre en œuvre un redresseur MLI associé à un variateur U/F afin de démontrer son intérêt du point de vue du facteur de puissance et de la réversibilité.

- Transfert d'énergie en courant continu

Ce montage a pour objectif l'analyse d'une structure de transfert d'énergie bidirectionnelle dédiée aux applications aéronautiques, notamment du point de vue de son dimensionnement et des boucles de régulation en courant et tension.

- Modules photovoltaïques

Ce montage a pour objectifs l'étude de modules photovoltaïques, en particulier de leur association et de leur comportement en présence d'ombrage, et l'analyse d'un convertisseur statique pour assurer la recherche du point de puissance maximale.

5.3 Rapport de l'épreuve de dossiers

5.3.1 Nature de l'épreuve

L'épreuve de dossier est une épreuve orale d'une durée de cinq heures pour la préparation et d'une heure pour la présentation au jury. La préparation se fait dans la bibliothèque de l'agrégation.

L'épreuve se décompose en trois parties :

1. un exposé de synthèse du dossier, d'une durée de 40 minutes, au meilleur niveau scientifique et technique ;
2. un entretien avec le jury, d'une durée de 10mn, portant sur les éléments développés dans le dossier.
3. un entretien avec le jury, d'une durée de 10mn, portant sur l'épreuve « agir en fonctionnaire de l'état »

Contenu du dossier

Le dossier est désigné par son titre et comprend différents documents relatifs à ce thème : des publications de revues ou de congrès, des notes d'applications de constructeurs, des documentations techniques. Une problématique est proposée en sous-titre. Notez que certains articles peuvent être issus de publications en langue anglaise. Une bonne pratique de la lecture de cette langue est donc recommandée.

5.3.2 Objectifs de l'épreuve

L'épreuve de dossier est destinée à tester la capacité du candidat à entretenir, actualiser et structurer ses connaissances afin d'assurer un enseignement restant au meilleur niveau technologique et scientifique.

Au travers de l'épreuve, le jury évalue plus précisément les capacités suivantes :

- acquisition et compréhension d'informations scientifiques et techniques contenues dans le dossier,
- détermination des informations essentielles et/ou nouvelles en les organisant logiquement selon un objectif identifié par la problématique proposée en sous-titre ;
- exposé synthétique des éléments essentiels du dossier (cet aspect fait appel aux connaissances initiales du candidat et à sa culture technologique) ;
- qualités pédagogiques, d'expression, de communication et d'inventivité (structuration générale de l'exposé, élocution, présentation, emploi des supports audiovisuels, etc.) ;
- qualité des réponses aux questions du jury.

Cette épreuve est tournée vers les applications technologiques : savoir expliquer, justifier et proposer des solutions technologiques basées sur une analyse scientifique ou économique précise d'un problème.

5.3.3 Déroulement de la session 2011

Analyse de l'épreuve

Cette année, la présentation était organisée avec un logiciel de présentation (PowerPoint) à partir des éléments numérisés du dossier proposé. Cette méthode a permis d'obtenir des présentations de meilleure qualité sur la forme. Il demeure néanmoins que de nombreux candidats ont effectué des copier/coller sans comprendre le sens du document traité. L'analyse du déroulement des épreuves de l'année 2010, nous amène à noter un certain nombre de points.

Concernant la première partie de l'épreuve (analyse et synthèse du dossier) :

- une partie des candidats a parfaitement réussi cette épreuve en développant à un bon niveau technique et scientifique la problématique qui leur était proposée. Il reste trop de candidats qui n'arrivent pas à identifier cette problématique ;

- le jury attend un exposé. Il est donc conseillé, pour cette partie, d'utiliser des supports médiatiques et d'éviter la lecture de notes manuscrites ;
- des candidats ne situent pas leur exposé à un niveau technologique et scientifique suffisant et se contentent de généralités, de l'historique d'une technique ou d'énumérations sans aucune référence technologique ;
- le jury a parfois regretté un refus d'utiliser des documents très spécifiques tels que notices de constructeurs et schémas structurels des applications industrielles, tableaux comparatifs chiffrés. Les documents en langue anglaise sont parfois ignorés ;
- certains candidats se sont contentés de résumer un seul article du dossier et d'autres ont opté pour une présentation de type catalogue, dénuée de toute classification comparative. Où est alors la synthèse ?
- de nombreux candidats n'ont utilisé qu'une faible partie des 40 mn d'exposé, proposant ainsi un exposé superficiel du point de vue technique ;
- le jury continue de relever des considérations très vagues sans aucune valeur numérique ni comparaison.

5.3.4 Entretien avec le jury

Quelques candidats ont nourri un dialogue argumenté et ont développé une bonne qualité d'écoute. Malheureusement il reste de nombreux candidats pour lesquels l'entretien avec le jury a été rejeté dès le début, autisme révélateur d'une incompréhension totale sur les objectifs du dossier.

Fiche d'objectifs

Une fiche rappelant les objectifs et attendus de l'épreuve a été fournie aux candidats. Souvent les candidats ont lu le titre mais ont ignoré le sous titre qui reste fondamentale car le support proposé peut générer plusieurs sujets d'étude.

5.3.5 Évolution de l'épreuve pour la session 2012

La phase d'exploitation pédagogique du dossier reste supprimée. L'épreuve se compose donc de trois parties : la synthèse de 40mn, l'entretien de 10mn qui ne peuvent se reporter l'une sur l'autre, et l'épreuve de 10 mn pour « Agir en fonctionnaire de l'état et de façon éthique et responsable » :

- un exposé de synthèse du dossier au meilleur niveau scientifique et technique ;
- un entretien avec le jury.

5.3.6 Définition de l'épreuve

L'épreuve de dossier doit permettre d'évaluer la capacité du candidat à analyser une problématique à caractère technique (avec une dominante dans le domaine du génie électrique). L'argumentation sera construite à partir d'une synthèse d'éléments contenus dans les articles du dossier que l'on pourra éventuellement compléter par d'autres sources bibliographiques. La forme de l'exposé, bien différente d'une leçon, est celle d'une conférence illustrée par un support médiatique (un diaporama serait apprécié par le jury). Les compétences requises sont :

- la rigueur et l'honnêteté scientifique ;
- la maîtrise de la démarche technologique (proposer des solutions à partir de l'expression d'un besoin et des contraintes définies par un cahier des charges) ;
- l'aptitude à réaliser une synthèse à partir de plusieurs sources d'information en vue de construire un argumentaire ;
- la pertinence de l'analyse critique des documents proposés et du plan de l'exposé ;

- la qualité de la communication.

5.3.7 Concernant la lecture du dossier

Le dossier est généralement volumineux (environ 8-10 articles) et il convient de savoir en faire une lecture rapide et critique : certains documents sont pauvres en informations, d'autres surabondants. Ceci sous-entend que le candidat possède un entraînement à la lecture scientifique ainsi qu'une culture scientifique et technique suffisante qui lui éviteront d'avoir à découvrir entièrement le thème le jour de l'épreuve.

L'expression orale doit être claire, vivante et convaincue. Le candidat doit prouver qu'il a su s'appropriier le sujet. L'utilisation du tableau, pendant l'exposé est à éviter de même que la lecture continue de notes.

Le candidat doit avoir le plus grand souci de la gestion du temps pour aborder les deux parties de l'épreuve.

5.3.8 Concernant l'exposé de synthèse

L'exposé dure au maximum 40 minutes. Le candidat doit donc synthétiser les points essentiels des différents articles contenus dans le dossier et les organiser logiquement en vue de répondre à la problématique définie par le titre du dossier.

Le candidat peut être amené à émettre un avis critique sur tel document du dossier si cela reste dans la logique de son exposé.

Le niveau technique et scientifique doit être le plus élevé et le plus rigoureux possible. Lors de l'exposé, il doit être fait référence aux documents fournis afin d'en situer l'intérêt et le contenu. L'exposé de vulgarisation est à éviter. Comme tout exposé, celui-ci doit se terminer par une conclusion de synthèse, qui doit faire émerger les points clés du dossier répondant à la problématique.

Les techniques de présentation s'apparentent à celle de la conférence. L'exposé doit aller dans le sens de la synthèse, de la clarté et de la précision : on évitera les longs développements au tableau au profit de résumés ou de schémas sur transparent ou diaporama. Il pourra être utile de présenter sous forme de tableaux ou de graphiques comparatifs différents aspects communs trouvés dans les divers documents.

5.3.9 Concernant l'entretien avec le jury

Le jury questionne le candidat sur plusieurs aspects présentés dans l'exposé au-delà du strict contenu du dossier. Le candidat doit donc parfaitement maîtriser et être capable de développer les notions qu'il a abordées dans l'exposé. Il doit donc approfondir les notions qui lui sont inconnues au cours de la préparation en exploitant si nécessaire les ouvrages de la bibliothèque de l'épreuve. Pour être efficace, il doit donc posséder une large culture technologique et scientifique que seules la lecture de revues techniques, d'ouvrages scientifiques et la participation à des conférences pourront efficacement enrichir. Il est donc conseillé d'aborder dans la préparation le maximum des thèmes qui apparaissent dans cette épreuve.

5.3.10 « Agir en fonctionnaire de l'état et de façon éthique et responsable »

L'épreuve « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable » a été organisée et intégrée dans l'épreuve de « Dossier » pour le concours de l'agrégation externe en Génie Électrique. Le candidat avait 10 minutes pour exposer une étude de cas. Durant ce concours, 7 études de cas ont été proposées sur les thèmes :

- Le contrat d'objectifs d'un EPLE

- Le conseil pédagogique
- Le conseil de vie lycéenne
- Développer auprès des élèves l'intérêt du règlement intérieur
- Quelles dispositions prenez-vous face à un constat de carence d'équipements dans un EPLE
- Quels seront le cadre et les limites de votre action dans le cadre de l'article 34 ?
- Présenter les acteurs et les partenaires avec lesquels vous pouvez travailler pour réduire l'absentéisme

L'étude de cas était tirée au sort en même temps que le sujet de l'épreuve de dossier. L'épreuve de dossier était notée sur 15 points et la partie « agir en fonctionnaire de l'état » sur 5 points.

Le jury était constitué de 4 membres incluant un inspecteur général, deux professeurs PRAG et un cadre de recherches CNRS.

Les candidats, professeurs certifiés en poste, ont relativement bien traité les sujets proposés. Parmi les candidats, élèves de l'ENS, certains étudiants n'avaient pas préparé cette épreuve, dans ces conditions les exposés ont été médiocres et les réponses aux questions inexistantes. Ces étudiants ont perdu entre 4 et 5 points sur cette épreuve, trois étudiants de l'ENS, dans le contexte élitiste de ce concours, n'ont pas été admis.

Dans les disciplines technologiques, il me semble que cette épreuve devrait être associée à l'épreuve de travaux pratiques car il est important d'évaluer également le fonctionnaire sur le thème de la sécurité et de la protection des personnes.

RECOMMANDATIONS AUX CANDIDATS

I. Analyse et synthèse du dossier (40 minutes)

Suite à l'analyse critique des documents fournis, vous devez faire un exposé de synthèse du dossier. Cet exposé doit se situer au meilleur niveau scientifique et technique.

En vous référant aux articles du dossier, vous devez :

- mettre en évidence la problématique traitée dans le dossier ;
- définir les principes utilisés ;
- présenter les technologies mises en œuvre pour répondre aux besoins identifiés;
- citer des exemples d'applications ;
- donner les éventuelles perspectives en cours.

Vous ferez apparaître relativement à chaque rubrique les articles exploités et vous justifierez la non utilisation de documents. Cet exposé ne peut être fondé que sur les articles du dossier.

II. Entretien avec le jury (10 minutes)

Le jury questionne le candidat sur plusieurs aspects présentés dans l'exposé au-delà du strict contenu du dossier. Le candidat doit donc parfaitement maîtriser et être capable de développer les notions qu'il a abordées dans l'exposé. Il doit donc approfondir les notions qui lui sont inconnues au cours de la préparation en exploitant si nécessaire les ouvrages de la bibliothèque de l'épreuve.

Remarques

Le dossier comporte suffisamment d'éléments pour atteindre les objectifs décrits. Néanmoins le candidat peut puiser dans la bibliothèque du centre d'examen :

- des informations qui le confortent dans sa connaissance des techniques abordées par le dossier ;
- des extraits de notices techniques de composants ou de systèmes de commande lui permettant de traiter son application pédagogique.

Listes des dossiers

Les candidats trouveront ci-dessous la liste des dossiers proposés en juin 2011.

Production et stockage d'énergie électrique

Les petites centrales hydroélectriques

Qualité de l'électricité

Centrales éoliennes contribution à la production électrique – Etat de l'art et perspectives

Installations photo voltaïque intégrées au bâti et raccordées au réseau

Applications de l'énergie électrique

Le transport ferroviaire

Véhicule hybride Etude technique et énergétique

Les véhicules à faible émission de CO₂, Sources d'énergie et de stockage

Dispositifs de contrôle commande

Filtrage de Kalman application à la localisation / navigation par hybridation de données

Commande des machines électriques, Modèles de comportement

FPGA application à la commande des machines électriques (vectorielle)

Traitement, transmission, stockage de l'information

Les FPGA Etat de l'art Application et comparaison à d'autres technologies

Wimax Technique de modulation des liaisons sans fils et performances

La technologie Wimax – Choix d'une technologie de communication

Fabrication électronique :

CEM Fabrication électronique des cartes

CEM des cartes électroniques, le test des cartes

CEM des cartes électroniques conception des cartes

Fabrication électronique, La CEM des cartes électroniques Modélisations et simulation des perturbations

Boundary Scan Evolution du standard

5.4 Epreuve pédagogique consistant en la rédaction de documents à caractère pédagogique à partir d'une question posée par le jury

Durée 6 h (préparation 5 h, présentation 1 h) – coefficient 1

La question est nécessairement empruntée au domaine (A ou B) qui n'a pas été retenu par le candidat lors du tirage au sort pour la première épreuve d'admission. L'épreuve pédagogique est d'une durée de 6h comme les autres épreuves orales de l'agrégation de Génie Électrique. Elle se décompose en 5h de préparation et 1h de présentation et d'interrogation. Après ouverture du sujet, les candidats composent dans la salle de bibliothèque où ils peuvent avoir accès à une liste d'ouvrages.

Généralités

La moyenne à l'épreuve pédagogique des candidats admis est de 11,75. La moyenne générale est de 9,7. Celle des candidats non admis est de 7,8. La note la plus élevée est 20, la plus basse est 1.

La feuille de recommandations aux candidats est publiée ainsi que la liste des leçons. Cette liste est publiée à titre indicatif. Elle est susceptible d'être modifiée.

Un exemple du sujet d'une leçon est donné.

Tous les sujets sont accompagnés des extraits des référentiels.

Remarques et conseils aux candidats concernant la préparation :

Le candidat doit lire attentivement les objectifs de la leçon proposée afin d'éviter de construire une séance hors du sujet proposé. Le candidat ne pourra en aucun cas modifier le titre de la séance ou le niveau imposé par le sujet.

Il doit exercer son esprit critique vis à vis de la bibliographie utilisée. Un choix ne peut être justifié par le seul fait qu'il a été extrait d'un document existant.

Le candidat doit préparer des documents clairs et bien présentés. Il évitera les schémas complexes ou peu lisibles. Il est rappelé au candidat qu'il doit utiliser le tableau comme il le ferait avec des élèves et qu'il ne doit en aucun cas l'effacer en cours d'épreuve.

Les schémas et documents constructeurs utilisés par le candidat dans sa séance pourront être remis au jury comme il le ferait avec des élèves ou des étudiants.

Les candidats disposent des outils de communication habituels, vidéo projecteur, rétroprojecteur, ordinateur associé aux logiciels de calcul et de simulation. Certaines leçons peuvent se prêter à une démonstration expérimentale. Les candidats peuvent solliciter les agrégés préparateurs.

Analyse de l'épreuve

L'analyse du déroulement des épreuves nous amène à noter un certain nombre de points :

Points positifs :

Quelques leçons de bonne qualité ont été appréciées par le jury, avec des plans rigoureux, des documents bien présentés, une gestion du temps maîtrisée, le respect des objectifs proposés, une bonne utilisation du tableau, une présentation vivante, une expression claire et rigoureuse scientifiquement.

Le jury a apprécié que la majorité des candidats ait :

- proposé une séance en adéquation avec le référentiel imposé;
- utilisé des applications représentatives des solutions récentes et courantes ;

- bien utiliser les moyens de vidéo projection.

Points restant à améliorer :

- la qualité des documents projetés,
- l'exploitation d'outils didactiques variés (vidéo projecteur, moyens informatiques, maquettes, etc.)
- la capacité à enseigner dans des champs technologiques du génie électrique où le candidat n'est pas forcément spécialiste,
- la présence de schémas élémentaires permettant de comprendre les principes, les courbes représentant les signaux entrée et sortie ou les réponses des systèmes,
- la maîtrise par le candidat de notions de base et des concepts théoriques,
- la relation entre le choix du support, le niveau visé ainsi que la spécialité du diplôme préparé (courant fort ou faible).

L'épreuve pédagogique a pour but premier d'évaluer les capacités à transmettre des connaissances. Il est indispensable que les candidats s'expriment avec rigueur et clarté, et qu'ils adoptent des attitudes conformes à celles attendues d'un professeur en salle de classe. Cependant, il ne s'agit pas d'une épreuve qui consisterait à ne présenter que l'organisation pédagogique de la séance ou de la séquence et le titre des activités proposées aux élèves en énumérant les contenus de travaux dirigés ou pratiques. L'épreuve pédagogique doit prendre la forme d'une séance de cours et non d'une séance de travaux dirigés ou de préparation à des travaux pratiques.

Le jury attend que les contenus scientifiques et technologiques soient développés et justifiés au cours de la leçon.

Une leçon ne peut se réduire à la reproduction d'une partie d'un ouvrage ou d'un rapport de concours.

Le choix d'une application support de la leçon est indispensable. Le support doit être accessible aux élèves concernés. Celui-ci doit permettre de présenter les problèmes techniques à résoudre et d'illustrer la ou les solutions mises en œuvre.

Cette application ne doit pas être seulement un titre. C'est le support sur lequel doit s'appuyer la leçon. Elle a été souvent évoquée trop rapidement, apparaissant brièvement au début de la leçon puis négligée, sans que soit établi de lien véritable entre les contenus de la leçon et leur exploitation dans le contexte décrit par l'application.

Il est rappelé que la présentation doit mettre en avant les aspects pédagogiques et se situer au niveau du référentiel concerné. L'entretien permet l'approfondissement des connaissances du candidat, il investit alors l'ensemble du programme de l'agrégation et va au delà du niveau évoqué pour bâtir la leçon.

Recommandations aux candidats

L'épreuve pédagogique a pour cadre une séquence d'enseignement nécessairement rattachée à une application industrielle. On entend par séquence d'enseignement un ensemble de séances articulées entre elles en vue d'atteindre des objectifs extraits des référentiels.

L'épreuve se déroule en deux parties : le développement d'une séance suivi d'un entretien.

Des choix sont souvent nécessaires, il est important de les justifier et de limiter l'exposé au sujet de la leçon.

La présentation de l'organisation de la séquence doit être brève.

Objectif de l'épreuve

L'épreuve a pour objectif d'évaluer les capacités du candidat à :

- construire une séquence d'enseignement à partir d'une application industrielle ;
- mobiliser et utiliser ses compétences scientifiques et technologiques ;

- organiser et communiquer son message au travers de la séance présentée ;
- prouver son aptitude à enseigner jusqu'au niveau post-baccalauréat des classes de lycée ;
- utiliser des moyens pédagogiques.

Organisation de l'épreuve

1 Documents à remettre au jury

Le candidat remettra au jury le sujet. Dans le document d'environ deux pages qu'il remettra au jury à l'issue de la préparation, le candidat définira :

- la place argumentée de la séquence dans le cycle de formation ;
- l'application industrielle et un extrait de spécifications issues de son cahier des charges ;
- la liste des concepts nouveaux enseignés pendant la séance ;
- le plan de la séquence d'enseignement précisant les activités étudiants et les objectifs visés ;
- les exemples de documents jugés nécessaires pour les étudiants ;

2 Déroulement de l'épreuve (durée : une heure)

A : présentation orale (durée : de 30 mn minimum à 40 mn maximum)

Il est demandé au candidat de ne pas effacer son tableau.

Le candidat insistera sur l'apport de connaissances et les concepts mis en œuvre. Il s'efforcera de préciser les points suivants :

- la validité des modèles utilisés par rapport à la réalité technologique ;
- les justifications des éléments intervenant dans les solutions présentées ;
- utilisation des documents « constructeur » ;
- l'analyse des caractéristiques principales des équipements utilisés ;

Toute illustration qui contribue à rendre l'exposé vivant et attractif est fortement recommandée.

B : Entretien avec le jury (durée : de 20 à 30 mn maximum)

Le jury questionnera le candidat sur sa prestation orale, les choix effectués et les documents utilisés.

Évaluation du candidat

Le jury appréciera plus particulièrement les points suivants :

- pertinence du choix de l'application industrielle utilisée ;
- cohérence de la séquence d'enseignement et de la structure générale de la séance présentée ;
- capacité du candidat à mobiliser ses compétences scientifiques et technologiques pour atteindre le ou les objectif(s) visé(s) pour les étudiants ;
- capacité du candidat à bien choisir les moyens pour communiquer ;

Capacités de compréhension et de réflexion face aux questions du jury. Qualité et pertinence des réponses.

Exemples de leçons

EPREUVE PEDAGOGIQUE

(Lire, sur feuille jointe, les recommandations au candidat)

Contenu : ASSERVISSEMENT CONTINU EN POSITION D'UNE MACHINE A
COURANT CONTINU A EXCITATION INDEPENDANTE

Niveau : DUT

Objectif : Au terme de la séance, les étudiants devront être capables, pour un cahier des charges donné, de :

- connaître la structure d'une chaîne d'asservissement en position par M.C.C.;
- connaître les techniques de correction de ce type d'asservissement;
- prédéterminer les réglages du correcteur à utiliser afin de répondre à un cahier des charges donné.

NOTA : *Des extraits des référentiels et des programmes à utiliser sont fournis en annexe. Toutefois, le candidat pourra, utilement, se reporter aux référentiels et programmes complets.*

Extrait de référentiel du DUT GEII (Septembre 2005) :

La leçon est l'une des première du module MC-AS22 de l'UE ISI du DUT GEII: (voir page jointe)

DUT GEII - Informatique des Systèmes Industriels		
UE ISI	Matière Automatique	Volume horaire 8C 12TD 10TP
Référence MC-AS22	Module complémentaire Correction des systèmes linéaires continu et numériques	Positionnement S4
<p>Objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Connaître et savoir mettre en œuvre les principaux correcteurs utilisés dans les systèmes régulés industriels (continus et numériques). 		
<p>Compétences minimales :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Savoir passer du cahier des charges à la mise en œuvre d'un régulateur industriel, - Savoir mettre en œuvre des méthodes de synthèse de correcteurs analogiques et numériques, à l'aide d'un outil de CAO. 		
<p>Pré-Requis :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Connaissances acquises dans les modules AU3. 		
<p>Contenu :</p> <p>Correction des systèmes : applications</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régulation de vitesse, - Asservissement de position d'un moteur à courant continu, <p>Comparaison de différents types de correcteurs,</p> <p>Robustesse d'un correcteur,</p> <p>Méthode de synthèse numérique,</p> <p>Structures de régulateurs numériques.</p>		
<p>Modalités de mise en oeuvre :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser un outil de CAO pour concevoir un correcteur, - Attirer particulièrement l'attention sur le problème de la saturation de l'action intégrale, - Exemple d'implémentation de correcteur numérique. 		
<p>Mots-clés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Correcteurs, robustesse, performances, CAO Automatique. 		

Pour la session à venir et pour l'épreuve pédagogique,

Les dénominations « courant faible » et « courant fort » seront toujours d'actualité.

Le niveau d'exploitation des différents thèmes peut se situer au niveau baccalauréat ou au niveau baccalauréat + 2 années. Les exploitations au niveau BTS concernent les sections Systèmes Electroniques, IRIS et Electrotechnique. Celles au niveau DUT concernent les DUT de Génie Electrique et Informatique Industrielle. La liste des sujets pourra être remaniée. L'automatique et l'informatique industrielle restent toujours des domaines transversaux.

L'épreuve restera séparée en deux parties :

- la présentation orale du candidat pendant laquelle les compétences pédagogiques seront évaluées (30 à 40 minutes) ;
- le questionnement du candidat pendant lequel les connaissances de celui-ci seront évaluées (20 à 30 minutes maximum).

Listes des leçons proposées à la session 2011 Electronique

1. Modulations numériques (DUT GEII)
2. Synthèse de filtres numériques (DUT GEII)
3. Synthèse de filtres analogiques (DUT GEII)
4. Amplification d'instrumentation (DUT Mesures Physiques)
5. Amplification audio avec étage de puissance en sortie (BTS systèmes électroniques)
6. Démodulation FM utilisant une boucle à verrouillage de phase (DUT GEII)
7. Compatibilité électromagnétique, filtrage des perturbations conduites (BTS systèmes électroniques)
8. Adaptation d'impédance en hyperfréquences (DUT GEII)
9. Filtres hyperfréquences (DUT GEII)
10. Capteurs analogiques et numériques de température (DUT Mesures Physiques)

Listes des leçons proposées à la session 2011 Automatique

11. Caractérisation et modélisation des systèmes linéaires continus (EL)
12. Régulation des systèmes à retard important (EL)
13. Asservissement continu en position d'une machine à courant continu à excitation constante. (ET)
14. Correction des asservissements linéaires continus Régulateurs P. I. D. industriels (ET)
15. Choix et mise en œuvre d'un filtre anti-repliement et théorème de Shannon (EL)
16. Communication série des microcontrôleurs dans une application réelle
17. Les bus de terrain : étude d'une application industrielle mettant en œuvre une liaison Ethernet ou Can. (EL)

Listes des leçons proposées à la session 2011 Electrotechnique

18. Transformateur HTA – BT et distribution (STS)
19. Machine synchrone autopilotée : analogie avec la machine à courant continu (STS-IUT)
20. Fonctionnement à vitesse variable de la machine asynchrone dans une application industrielle (STS)
21. Filtrage passif des harmoniques de courant sur le réseau d'énergie (STS-IUT)
22. Alimentation électrique de petites unités isolées à partir de l'énergie solaire (STS-IUT)

23. Production d'énergie électrique par micro centrale hydraulique (STS-IUT)
24. Onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsions : Application à la commande de la machine asynchrone
25. Distribution de l'énergie électrique en basse tension. Protection des personnes et des installations.
26. Pompage à vitesse variable.
27. Asservissement continu en vitesse d'une machine à courant continu à excitation constante.
28. Etude d'une application nécessitant une correction PI.