

PARTIE A : ETUDE RELATIVE A LA FONCTION FT1

A1 - ETUDE DES PERFORMANCES ACTUELLES DE L'ENTRAINEUR DU SCAFOR

Question 1 : Voir document réponse1

Question 2 :

$$V_{O \text{ carter/câble}} = V_{O \text{ carter/poulie}} + V_{O \text{ poulie/câble}} = \underbrace{V_{O \text{ carter/poulie}}}_{=0} + \underbrace{V_{D \text{ poulie/câble}}}_{=0} + OD \wedge \Omega_{\text{poulie/câble}}$$

d'où : $V_{O \text{ carter/câble}} = OD \wedge \Omega_{\text{poulie/câble}}$ et comme $\Omega_{\text{poulie/câble}} = \Omega_{\text{poulie/carter}} + \underbrace{\Omega_{\text{carter/câble}}}_{=0}$

nous vérifions que $V_{O \text{ carter/câble}} = OD \wedge \Omega_{\text{poulie/carter}}$

Question 3 :

$$k = \omega_{1/0} / \omega_{8/0} = (-1)^n Z_8 / Z_1 \quad \text{avec } n = \text{nombre de contacts extérieurs (2 dans notre cas)}$$

Num : $k = 1 / 7$

Question 4:

$$T = h / V (\text{CARTER} / \text{CABLE}) \quad \boxed{T = h / (k \cdot \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot N)} \quad \text{Num : } T = 846,14 \text{ s}$$

Question 5: Voir document réponse1

Question 6:

Bilan des efforts extérieurs à la poulie dentée 1 :

$$\{ \bar{1} \rightarrow 1 \} = \{ 2 \rightarrow 1 \} + \{ 3 \rightarrow 1 \} + \{ 4 \rightarrow 1 \} + \{ \text{câble} \rightarrow 1 \} + \{ \text{carter} \rightarrow 1 \}$$

$$\{ 2 \rightarrow 1 \} = \left\{ \begin{array}{c} R_2 \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} R_2 [\cos(\alpha + \beta) \mathbf{X}_0 + \sin(\alpha + \beta) \mathbf{Y}_0] \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_A$$

$$\{ 3 \rightarrow 1 \} = \left\{ \begin{array}{c} R_3 [\cos(\alpha + \beta + 120^\circ) \mathbf{X}_0 + \sin(\alpha + \beta + 120^\circ) \mathbf{Y}_0] \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_B$$

$$\{ 4 \rightarrow 1 \} = \left\{ \begin{array}{c} R_4 [\cos(\alpha + \beta + 240^\circ) \mathbf{X}_0 + \sin(\alpha + \beta + 240^\circ) \mathbf{Y}_0] \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_C$$

$$\{ \text{câble} \rightarrow 1 \} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{Q} \mathbf{Y}_0 \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_D \quad \{ \text{carter} \rightarrow 1 \} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{Z} \mathbf{Z}_0 \\ \mathbf{L} \mathbf{X}_0 + \mathbf{M} \mathbf{Y}_0 \end{array} \right\}_O$$

Question 7:

Equations d'équilibre de la poulie dentée dans le repère $O/X_0, Y_0, Z_0$:

$R \{ \bar{1} \rightarrow 1 \} = 0$; Soit en projection sur

$$\begin{array}{l} X_0) \dots R_2 \cos(\alpha + \beta) + R_3 \cos(\alpha + \beta + 120^\circ) + R_4 \cos(\alpha + \beta + 240^\circ) = 0 \\ Y_0) \dots R_2 \sin(\alpha + \beta) + R_3 \sin(\alpha + \beta + 120^\circ) + R_4 \sin(\alpha + \beta + 240^\circ) = -Q \end{array}$$

$M_0 \{ \bar{1} \rightarrow 1 \} = 0$; Soit en projection sur Z_0 :

$$r (R_2 + R_3 + R_4) \cos \alpha = \lambda Q$$

Question 8:

Système d'équation numériques :

$$\begin{array}{rclcl} 0,883 R_2 & - & 0,848 R_3 & - & 0,035 R_4 & = & 0 \\ 0,47 R_2 & + & 0,53 R_3 & - & R_4 & = & -4000 \\ R_2 & + & R_3 & + & R_4 & = & 4804 \end{array}$$

Question 9:

Après lecture des courbes (DR3), nous pouvons évaluer les ordres de grandeur de :

$$R_4 \approx 4250N, R_3 \approx 250N, R_2 \approx 300N.$$

Commentaires : Nous constatons une très grande disparité entre les efforts sur les dentures .Comme, pour des raisons économiques de fabrication les pignons sont tous identiques, cela revient

- soit à surdimensionner inutilement la plupart d'entre eux.
- Soit à accepter une usure prématurée du plus sollicitéet des problème de maintenance.

Il paraît donc judicieux de se demander s'il n'existe pas une configuration minimisant la plus grande des sollicitations.

Question 10:

On observe, aux alentours des 18° , le passage par des valeurs négatives de R_2 . Cela implique que, d'un point de vue théorique, le sens de l'action d'une dent sur l'autre s'est inversé.

Cela correspondrait à une dent « tirant » sur l'autre, ce qui est physiquement inconcevable.

Dans ce cas, il ne peut qu'y avoir transfert du contact sur l'autre flanc de denture entraînant un changement de directions des support des actions de contact : α devient $\pi - \alpha$.

Il y a donc invalidité du modèle d'effort dans certaines configurations et discontinuité des solutions.

A2 - DETERMINATION DE L'EPAISSEUR DE TOLE

Question 11: La valeur de β minimisant l'effort maximum sur la denture est

environ 81°

Pour cette valeur d'angle, on relève $R_2 = 1200 N$, $R_3 = R_4 = 3000 N$

Question 12: Assemblage de 3 pignons découpés par une technique de rivetage (têtes matées et noyées dans l'épaisseur des pignons ou soudure par point .

A3 - DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MOTEUR

Question 13: guidage en rotation des pignons par coussinets métalliques (type Metafram) ou composites (types permaglides, glycodur...) voire par éléments roulants à aiguilles.

On peut également dissocier le guidage de la poulie et son entraînement. Par exemple, guider la poulie par 3 galets porteurs et l'entraîner par un seul pignon moteur.(cette solution nécessite évidemment une reconception du carter...)

Question 14:

Vitesse relative Scafor-câble maximum imposée par cahier des charges (DT2) : 0,3 m/s.

Nous avons montré que $V_{\text{carter/câble}} = \lambda \omega_{\text{poulie/carter}}$ et $\omega_{\text{poulie/carter}} = k \omega_{\text{moteur}}$

d'où : $\omega_{\text{moteur}} = (V_{\text{carter/câble}}) / (k \lambda)$ ou encore $N_{\text{moteur}} = (30 \omega_{\text{moteur}}) / \pi$

Num : $N_{\text{moteur}} \approx 253 \text{ t/mn}$

Question 15:

Le cahier des charges impose un passage de $v = 0$ à $v = 0,3 \text{ m/s}$ en 1s ce qui donne une accélération linéaire $a = 0,3 \text{ m/s}^2$.

$$\omega'_{\text{moteur}} = \omega'_8 = d^{R0}/dt (\omega_8) = d^{R0}/dt (v/k\lambda) \Rightarrow \omega'_8 = a / k\lambda$$

Num : $\omega'_8 = 26,58 \text{ rd/s}^2$

Question 16:

Il est judicieux, afin d'écourter le temps de calcul, d'utiliser le théorème de l'énergie appliqué à l'ensemble S avec :

(S) = [Ensemble mobile en translation \cup pignon moteur 8 \cup les 6 pignons intermédiaires \cup poulie dentée]

$$d^{R0}/dt [T_{S/R0}] = P \{ \vec{S} \rightarrow S \} + P \{ \text{inter-efforts} \} \longrightarrow \text{Puissance développée par les inter-efforts}$$

\swarrow *Energie cinétique* \searrow *Puissance développée par les efforts externes à S*

$$T_{S/R0} = 1/2 M V^2 + 1/2 I_8 \Omega_8^2 + \sum_i (1/2 I_i \Omega_i^2) + 1/2 I_1 \Omega_1^2 \quad (i = 2 \dots 7) \text{ et } \Omega_i = \omega_i Z_0$$

$$T_{S/R0} = 1/2 \omega_8^2 [Mk^2\lambda^2 + I_8 + (I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7) (Z_8/Z_6)^2 + I_1 k^2] = 1/2 \omega_8^2 [I^*]$$

$$P \{ \vec{S} \rightarrow S \} + P \{ \text{inter-efforts} \} = \omega_8 (C_8 - Mgk\lambda - C_f)$$

$$D'où : \omega_8 \omega'_8 I^* = \omega_8 (C_8 - Mgk\lambda - C_f) \text{ et enfin } C_8 = \omega'_8 I^* + Mgk\lambda + C_f$$

Question 17:

$$I_1 = m_1 r_1^2 = 3,5 \times 0,085^2 \text{ kgm}^2$$

$$I_8 = 1/2 m_8 r_8^2 = 1/2 \times 0,2 \times 0,012^2 \text{ kgm}^2$$

$$I_i = 1/2 m_i r_i^2 = 1/2 \times 0,3 \times 0,020^2 \text{ kgm}^2$$

$$M = 400 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{Num : } C_8 \approx 60,66 \text{ Nm}$$

PARTIE B : ETUDE RELATIVE A LA FONCTION FT22

B1 ANALYSE DE LA SOLUTION EXISTANTE

B11 - Recherche de la position du mécanisme lorsque le frein est en service.

Question 18 : voir le cadre C du document réponse 1

Question 19 :

A partir de la figure 4 du document DR5, on peut écrire la relation vectorielle suivante :

$$\mathbf{IJ} = \mathbf{IB} + \mathbf{BC} + \mathbf{CJ} \quad \rightarrow \quad \mathbf{IJ} \cdot \mathbf{X}_0 = \mathbf{IB} \cdot \mathbf{X}_0 + \mathbf{BC} \cdot \mathbf{X}_0 + \mathbf{CJ} \cdot \mathbf{X}_0$$

soit en fonction des paramètres de l'étude : $d = -e + b \cos(\theta + \delta) - e$

$$d'ou : \boxed{d = -2e + b \cos(\theta + \delta)}$$

$$Application numérique: d = 8.4 \text{ mm}, e = 5.5 \text{ mm}, b = 20 \text{ mm}, \delta = 23.5^\circ \rightarrow \boxed{\theta_a = -9.43^\circ}$$

B12 - Vérification des conditions de freinage.

B121 - Evolution de l'effort presseur N en fonction de θ :

Question 20 :

Pour cette étude, on se place dans le référentiel $(A, \mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0)$ supposé fixe.

Les actions mécaniques extérieures appliquées sur le système de solides isolé $\{2,3,4,5\}$ et qui fournissent un travail (virtuel) sont modélisées par les torseurs ci-contre.

Soit $\mathbf{d(AI)}$, $\mathbf{d(AJ)}$, $\mathbf{d(AN)}$ les vecteurs caractérisant les déplacements virtuels des points I, J et N par rapport au point A consécutifs à une rotation $d\theta$.

$$\begin{aligned} \{T_{\text{câble}} \rightarrow 4\} &= I \begin{Bmatrix} -N \mathbf{X}_0 + Q/2 \mathbf{Y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{T_{\text{câble}} \rightarrow 5\} &= J \begin{Bmatrix} N \mathbf{X}_0 + Q/2 \mathbf{Y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{T_{\text{ressort}} \rightarrow 2\} &= N \begin{Bmatrix} R \mathbf{Y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

L'application du théorème des travaux virtuels à l'ensemble de solides considéré donne :

$$(-N \mathbf{X}_0 + Q/2 \mathbf{Y}_0) \cdot \mathbf{d(AI)} + (N \mathbf{X}_0 + Q/2 \mathbf{Y}_0) \cdot \mathbf{d(AJ)} + R \mathbf{Y}_0 \cdot \mathbf{d(AN)} = 0 \quad (1)$$

$$\text{or : } \mathbf{AI} = \mathbf{AB} + \mathbf{BI} = a \cos\theta \mathbf{X}_0 + a \sin\theta \mathbf{Y}_0 - \frac{1}{2} [c - b \sin(\theta + \delta)] \mathbf{Y}_0 + e \mathbf{X}_0$$

$$d'ou : \frac{\mathbf{d(AI)}}{d\theta} = -a \sin\theta \mathbf{X}_0 + [a \cos\theta + b/2 \cos(\theta + \delta)] \mathbf{Y}_0$$

de même :

$$\begin{aligned} \mathbf{AJ} &= \mathbf{AB} + \mathbf{BI} + \mathbf{IJ} = a \cos\theta \mathbf{X}_0 + a \sin\theta \mathbf{Y}_0 - \frac{1}{2} [c - b \sin(\theta + \delta)] \mathbf{Y}_0 + e \mathbf{X}_0 + [b \cos(\theta + \delta) - 2e] \mathbf{X}_0 \\ \rightarrow \frac{\mathbf{d(AJ)}}{d\theta} &= [-a \sin\theta - b \sin(\theta + \delta)] \mathbf{X}_0 + [a \cos\theta + b/2 \cos(\theta + \delta)] \mathbf{Y}_0 \end{aligned}$$

$$\text{et : } \mathbf{AN} = p \cos\theta \mathbf{X}_0 + p \sin\theta \mathbf{Y}_0 \quad d'ou : \frac{\mathbf{d(AN)}}{d\theta} = -p \sin\theta \mathbf{X}_0 + p \cos\theta \mathbf{Y}_0$$

En reportant ces différents termes dans la relation (1), il vient :

$$N a \sin\theta + Q/2 [a \cos\theta + b/2 \cos(\theta + \delta)] + N [-a \sin\theta - b \sin(\theta + \delta)] + Q/2 [a \cos\theta + b/2 \cos(\theta + \delta)] + R.p \cos\theta = 0$$

Soit :

$$\boxed{N = \frac{Q [a \cos\theta + b/2 \cos(\theta + \delta)] + R.p \cos\theta}{b \sin(\theta + \delta)}}$$

B122 - Recherche du facteur de frottement optimal entre câble et mâchoires :

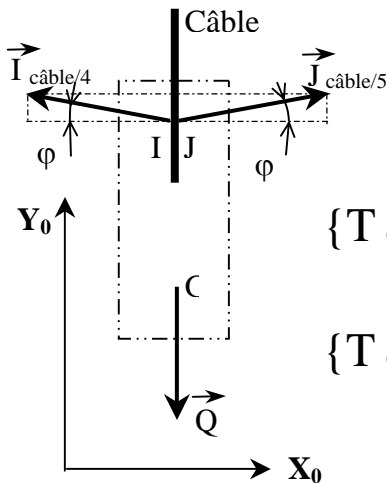
Question 21 : en remarquant que l'influence de R est largement négligeable par rapport à la valeur de Q, on peut écrire que :
$$N = \left[\frac{a \cos \theta}{b \sin(\theta + \delta)} + \frac{1}{2 \tan(\theta + \delta)} \right] Q$$

Conséquences sur la valeur de N :

Pour \downarrow N, il faut \downarrow a, ou \uparrow b, ou \uparrow δ

Question 22 :

Etudions l'équilibre du treuil en limite d'adhérence sur le câble.



Bilan et modélisation des actions mécaniques :

$$\begin{aligned} \{T_{\text{câble}} \rightarrow 4\} &= I \begin{Bmatrix} -N \\ f^*N \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & \{T_{\text{pes}} \rightarrow S\} &= G \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Q \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{T_{\text{câble}} \rightarrow 5\} &= J \begin{Bmatrix} N \\ f^*N \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Avec } f = \tan \varphi$$

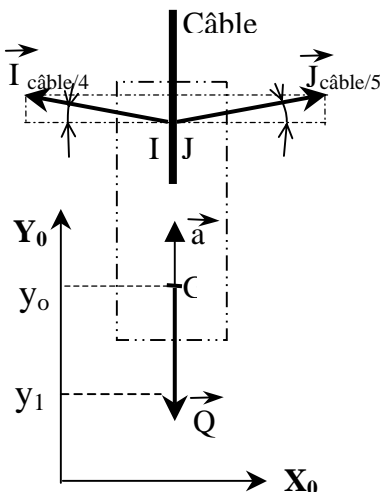
En appliquant le PFS, l'équation de la résultante projetée sur Y_0 permet d'obtenir la relation suivante :

$$2 N \tan \varphi = Q \quad \text{soit} \quad f = \frac{Q}{2 N} \quad \text{Application numérique : } f = \frac{4000}{2 * 33000} = 0.06$$

B123 - Validation des conditions de freinage par rapport aux exigences imposées par la norme.

Question 23 : Soit $a = a_{Y_0}$ (voir fig. ci-dessous) le vecteur accélération du centre de gravité G du treuil pendant la phase freinage. Le théorème de la résultante dynamique appliqué au treuil pendant cette phase, en projection sur l'axe Y_0 conduit à la relation suivante :

$$2 N \tan \varphi - Q = m a \quad \text{Application numérique : } a = \frac{2 * 33000 * 0.1 - 4000}{400} = 6.5 \text{ m/s}^2$$



Détermination de la distance d'arrêt :

Le mouvement étant considéré comme uniformément décéléré entre l'instant t_0 (début freinage) et l'instant t_1 (arrêt), il vient :

$$V_1^2 - V_0^2 = 2 * a (y_1 - y_0)$$

Soit d la distance de freinage $\rightarrow d = |y_1 - y_0|$

$$\text{Application numérique : } d = \left| \frac{0 - 0.5^2}{2 * 6.5} \right| = 0.019 \text{ m}$$

Calcul de la marge (ou du coefficient) de sécurité :

La norme impose une distance d'arrêt inférieure ou égale à 0.1 m

\rightarrow coefficient de sécurité : $s = 0.1 / 0.019 = 5.2$

Conclusion : le frein est conforme aux exigences imposées par la norme.

Question 24 :

→ Critères retenus :

- C1 : Intensité de la résultante des actions mécaniques dans les liaisons en A, B, C (cette valeur conditionne la résistance mécanique des axes d'articulation).
- C2 : Valeur des contraintes dans l'étrier.
- C3 : Efficacité du frein (ou marge de sécurité par rapport à la valeur imposée par la norme)

→ Pondération des critères (importance relative) : C1 → coef 1, C2 → coef 1, C3 → coef 2

→ Eléments de comparaison :

0 : identique, 1 : légèrement supérieur, 2 : supérieur, 3 : largement supérieur

→ Eléments d'appréciation des critères :

Critère C1	Solution 1	Solution 2	Evolution de 1 vers 2
A _{1/2}	2816 N	2723 N	↓ 3.3 %
B _{4/2}	9600 N	8036 N	↓ 16 %
C _{5/2}	7250 N	5900 N	↓ 18 %

Critère C2	Solution 1	Solution 2	Evolution de 1 vers 2
σ_{moy}	192 MPa	154 MPa	↓ 20 %
σ_{maxi}	387 MPa	307 MPa	↓ 20 %

Critère C3: ↓ de N de 15 % → $a = \frac{2 \cdot (33000 \cdot 0.85) \cdot 0.1 - 4000}{400} = 4 \text{ m/s}^2$

→ nouvelle distance d'arrêt : d = 0.031 m

→ nouvelle marge de sécurité : s = 3.2

Evolution de s : ↓ $\cong 40\%$

→ évaluation **comparative** des solutions :

Critères	Solution 1 / Solution2			Solution 2 / Solution1		
	Note	Coef	résultat	Note	Coef	résultat
C1				1	1	1
C2				1	1	1
C3	2	2	4			
Total			4	Total		2

Conclusion :

La solution 1, bien qu'entraînant des contraintes dans les axes et les étriers plus élevées sera néanmoins conservée car elle offre une marge de sécurité de freinage plus importante.

**B2 - CALCULS D'AVANT PROJET ASSOCIES A LA SOLUTION
ENVISAGEE POUR L'ETRIER SUPERIEUR :**

B21 Modélisation:

Question 25 : (voir document réponse 2)

Choix retenus pour les « déplacements imposés » :

Les conditions aux limites déjà définies éliminent Tx, Ty, Rx, Ry. Il suffit donc de supprimer Tz et Rz sans ce que cela nuise aux déformations attendues de la pièce.

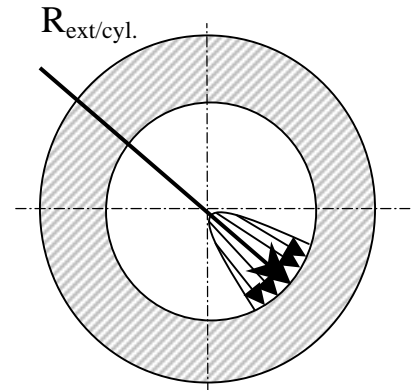
→ Tz peut être supprimée en imposant un déplacement nul de direction normale au plan (x, y) et appliqué sur une arête du palier (voir document réponse 2).

→ R_z peut être supprimée en imposant aux points de la surface d'appui du ressort, un déplacement nul dans une direction normale au plan de celle-ci (voir document réponse 2). Ce choix n'empêchera pas la pièce de se déformer librement selon l'axe x .

Par contre, imposer un déplacement radial nul au niveau de l'une des surfaces de contact entre axe et étrier (en B ou C) empêcherait la pièce de se déformer selon cette direction et conduirait à des résultats inexacts.

Choix retenus pour les « forces » :

Les actions mécaniques appliquées par les axes sur l'étrier étant définies par leurs torseurs associés, le modèle retenu doit tenir compte des conditions réelles du contact. Sachant que les axes sont maintenus par sertissage, on peut considérer qu'il subsiste un jeu radial (hypothèse) entre l'axe et l'étrier après montage. Dans ces conditions, la pression de contact se répartit sur un élément de surface du cylindre selon une loi variable et centrée autour de la résultante des efforts (voir fig. ci-contre et document réponse 2).



B22 Analyse des résultats :

Question 26 : La valeur de la contrainte maximale relevée sur le document est de 438 Mpa.

Dans ce cas, le coefficient de sécurité $s = 500/438 = 1.14$ et reste inférieur à 1.5 imposé par la norme.

Attention cependant, car la zone concernée correspond au contact entre l'axe d'articulation « C » et l'étrier, zone où l'hypothèse de Barré de Saint Venant n'est plus valide. Une modification du modèle (maillage, conditions aux limites, etc..) dans la zone considérée peut également entraîner des résultats sensiblement différents.

Les zones les plus sollicitées de la pièce (jaune/vert) se trouvent au niveau de la partie supérieure. En considérant une valeur de σ voisine de 329 Mpa, on obtient un coefficient de sécurité légèrement supérieur à 1.5.

Conclusion : L'analyse des résultats laisse planer quelques incertitudes concernant la résistance mécanique de cette pièce.

Il conviendra donc de :

→ Valider ces dispositions constructives par des essais (en suivant les prescriptions de la norme).

→ Modifier en cas de résultat négatif la solution proposée :

- en aménageant les formes (augmenter les dimensions) dans les zones contraintes,
- en changeant le matériau et en prévoyant des traitements thermiques permettant d'augmenter la dureté sur les surfaces de contact.