

SESSION 2026

**AGREGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE ÉLECTRIQUE**

**CONCEPTION PRÉLIMINAIRE D'UN SYSTÈME,
D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1415A	103	1268

Définition de l'épreuve

À partir d'un dossier technique comportant les éléments nécessaires à l'étude, l'épreuve a pour objectif de vérifier les compétences d'un candidat à synthétiser ses connaissances pour proposer ou justifier des solutions de conception et d'industrialisation d'un système technique dans le domaine de la spécialité du concours dans l'option choisie.

Conseils aux candidats

Il est demandé aux candidats :

- de rédiger les réponses aux différentes parties sur des feuilles de copie séparées et clairement repérées ;
- de numéroter chaque feuille de copie et indiquer le numéro de la question traitée ;
- de rendre tous les documents réponses, même non complétés ;
- d'utiliser exclusivement les notations indiquées dans le sujet lors de la rédaction des réponses ;
- de justifier clairement les réponses ;
- d'encadrer ou souligner les résultats ;
- de présenter lisiblement les applications numériques, sans omettre les unités, après avoir explicité les expressions littérales des calculs ;
- de formuler les hypothèses nécessaires à la résolution des problèmes posés si celles-ci ne sont pas indiquées dans le sujet.

Étude proposée

Ce sujet comporte 38 pages :

- la présentation du sujet et ses questions (pages 2 à 21) ;
- les documents techniques DT1 à DT6 (pages 22 à 35) ;
- les documents réponses, DR1 à DR4 (pages 36 à 38), à compléter et à rendre avec la copie.

Le sujet est constitué de trois parties indépendantes :

- Partie A – Profil de ligne et calcul des besoins en puissance et énergie ;
- Partie B – Dimensionnement et pilotage de la chaîne de conversion à hydrogène ;
- Partie C – Dimensionnement de la motorisation.

Sauf indication contraire, les unités du système international seront utilisées.

Étude et dimensionnement d'une automotrice à hydrogène pour le transport ferroviaire

Contexte

En septembre 2018, le premier train à hydrogène en service passagers au monde est mis en service en Basse-Saxe (Allemagne). Cette exploitation du vecteur hydrogène pour le transport fait écho au besoin de réduction des émissions de CO₂. Depuis, les projets et mises en services de rames à hydrogène se sont multipliés partout dans le monde avec le soutien des politiques nationales.

Le réseau ferroviaire français comporte environ 30 000 km de lignes exploitées dont seulement 57 % sont électrifiées. Les lignes non électrifiées représentent une faible part du trafic, entre 10 et 20 % (voir Figure 1). Aujourd'hui, ce trafic est assuré par des locomotives diesel qui représentent encore 25 % du parc français.

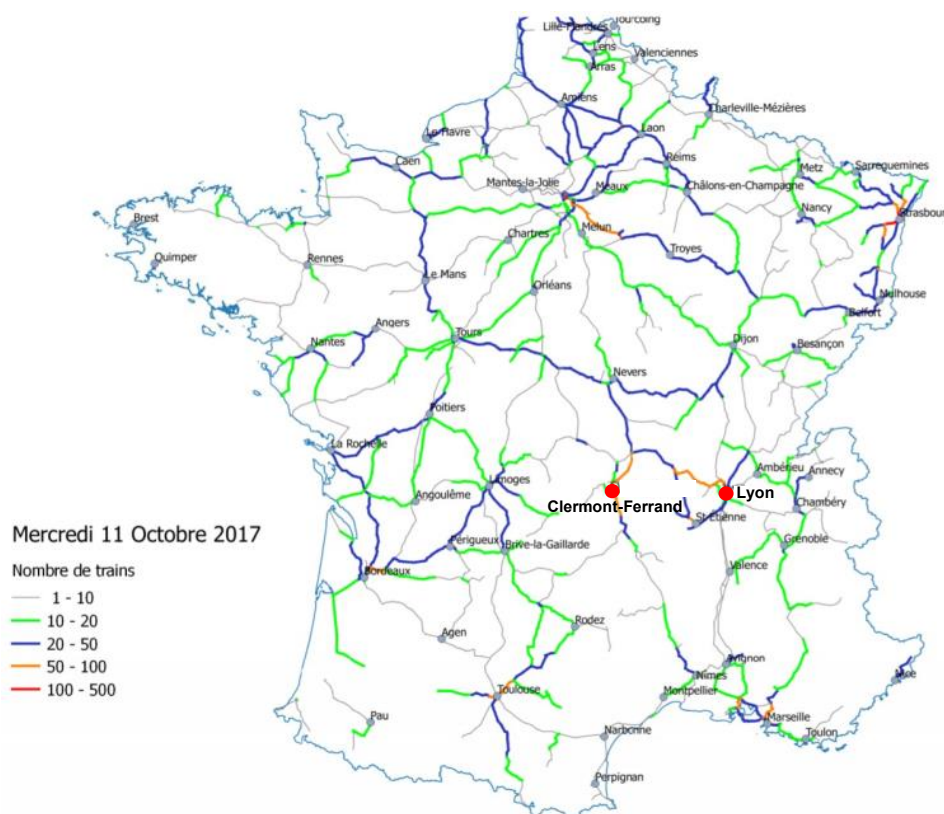


Figure 1 - Carte des lignes à circulation des locomotives diesel

Engagée dans une stratégie de décarbonation, la SNCF a annoncé une sortie totale du transport diesel pour 2035. Or, la solution de l'électrification n'est rentable que si le trafic est suffisant. Pour des trafics faibles ou intermédiaires, l'emploi de locomotives ou automotrices autonomes en énergie est privilégié.

La solution basée sur la seule utilisation de batteries électrochimiques est la plus simple et la plus efficace. Toutefois, le coût, la durée de vie, l'encombrement et le temps de charge sont des freins qui limitent cette solution aux petites distances (inférieures à 100 km). Pour des distances plus longues, la solution « hydrogène » devient intéressante. Le premier train à hydrogène pour le transport de passagers a été mis en circulation en 2018. Le Coradia iLint d'Alstom (Figure 2) associe des piles à hydrogène situées sur le toit à des batteries lithium-ion situées sous la rame (Figure 3).



Figure 2 - Automotrice Coradia iLint d'Alstom à hydrogène (René Frampe)

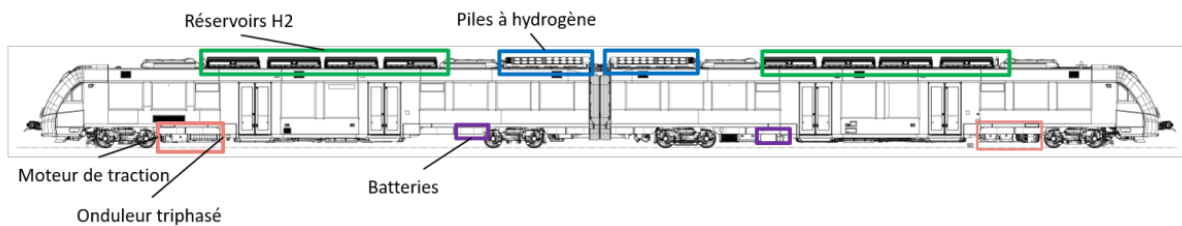


Figure 3 - Répartition des sources d'énergie sur une rame Coradia iLint

L'épreuve porte sur l'étude et le dimensionnement de la chaîne de puissance d'une automotrice à hydrogène pour assurer un trajet aller et retour sur une ligne : la ligne Lyon – Clermont-Ferrand.

Données du cahier des charges

L'étude concerne une rame automotrice similaire à une rame Corodia, constituée de 2 caisses comme représentée sur la Figure 3. Les données suivantes sont utilisées :

- Masse du train : $M_t = 120 \text{ t}$
- Rayon des roues : $r_{roue} = 45 \text{ cm}$
- Vitesse maximale : $V_{km/h \text{ MAX}} = 160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
- Nombre de passagers : 150 places assises
- Accélérations maximales : $\gamma_{max} = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ si $V_{km/h} > 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
 $\gamma_{max} = 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ si $V_{km/h} \leq 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Le profil du trajet étudié, représenté Figure 4, a les caractéristiques suivantes :

- Pente maximale : $p_{max} = 2,5 \%$
- Temps de trajet aller : $t_{Aller} = 2 \text{ h } 58 \text{ min}$
- Arrêts intermédiaires : 2 (Roanne et Vichy)
- Distance aller : $d = 293,4 \text{ km}$
- Distance Lyon – Roanne : $d_1 = 75,5 \text{ km}$

La motorisation est effectuée par 4 moteurs synchrones à aimants permanents associés chacun à un réducteur de vitesse mécanique ayant les caractéristiques suivantes :

- Rapport de réduction : $m_{red} = 5,06$
- Rendement du réducteur : $\eta_{red} = 97 \%$

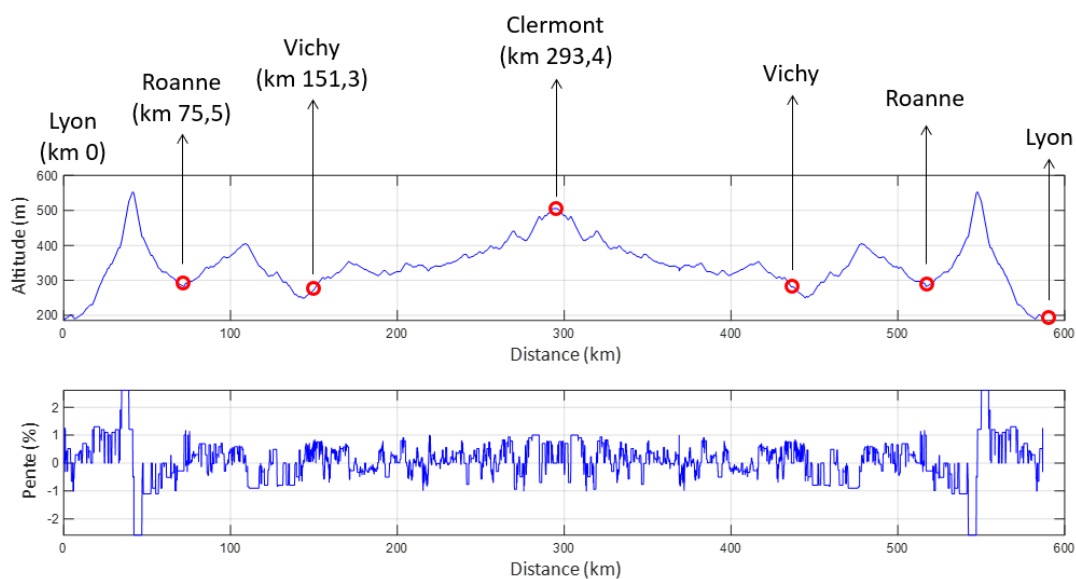


Figure 4 - Profil aller et retour de la ligne Lyon – Clermont-Ferrand

La résistance à l'avancement, due aux frottements, est une fonction de plusieurs paramètres tels que la masse, la vitesse, le nombre d'essieux, etc. Elle est exprimée usuellement en daN, en fonction de la vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ($V_{\text{km/h}}$), sous la forme généralisée suivante (formule de Davis) :

$$F_r \text{ daN} = A + B \cdot V_{\text{km/h}} + C \cdot V_{\text{km/h}}^2 \quad [\text{daN}]$$

Pour une automotrice, les valeurs suivantes sont données, en fonction de la masse M_t (en tonnes) du train :

$$A = 0,98 M_t$$

$$B = 0,01 M_t$$

$$C = 0,04$$

L'accélération de la pesanteur est donnée : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Partie A : Profil de ligne et calcul des besoins en puissance et énergie

Dans cette partie, l'objectif est de déterminer, par une approche simplifiée, les puissances et énergies dimensionnantes de la pile à hydrogène et du stockage électrochimique permettant d'assurer le trajet aller et retour du train entre Lyon et Clermont-Ferrand.

Le dimensionnement de la chaîne de traction dépend principalement des trois paramètres suivants :

- la charge remorquée ;
- le profil de la ligne ;
- le temps de trajet.

A.1 Temps de trajet et respect d'un horaire

Sur un trajet, la vitesse du train est fixée par des critères technico-économiques qui conduisent à un compromis entre rapidité, sécurité et coûts (les coûts d'entretien et de maintenance augmentent avec la vitesse). Tout au long de la ligne, le train circule donc à une vitesse de croisière qui n'est pas nécessairement la vitesse maximale autorisée. Il s'agit donc ici de calculer la vitesse moyenne V_{moy} permettant de respecter un temps de trajet commercial affiché d'une heure sur le tronçon Lyon – Roanne. Pour simplifier le calcul, une accélération (décélération) constante de $0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ($-0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) est considérée comme illustré Figure 5.

Question 1 : Pour les profils représentés Figure 5, exprimer la durée t_1 du trajet entre Lyon et Roanne en fonction de V_{moy} , γ_0 et d_1 en utilisant pour ce calcul les unités du système international.

Question 2 : Calculer la vitesse V_{moy} en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ qui permet de respecter le temps de trajet commercial d'une heure.

Question 3 : Calculer la durée du trajet dans le cas où le train circulerait (hors accélération et décélération) à une vitesse V_{moy} de $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, la vitesse limite autorisée, puis en déduire la marge de régularité en minutes (retard maximum récupérable).

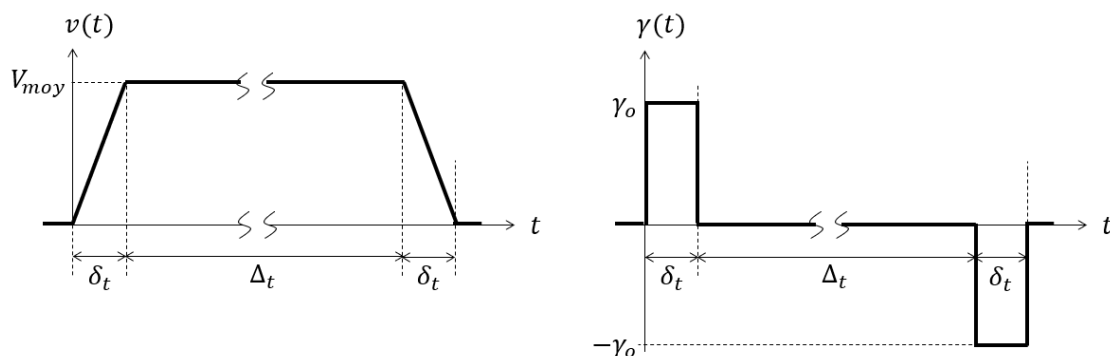


Figure 5 – Profils de vitesse et d'accélération/décélération ramenés à leurs moyennes

A.2 Calcul des efforts à la jante et dimensionnement en puissance

Question 4 : Appliquer le principe fondamental de la dynamique et exprimer l'effort de traction F_t en Newton, en fonction de l'accélération γ , de la vitesse V et de l'angle d'inclinaison de la voie α .

Question 5 : Donner l'expression de la pente p en fonction de l'angle d'inclinaison α puis réécrire l'expression de la force de traction en fonction de p dans le cas de faibles inclinaisons.

Question 6 : Calculer la résistance à l'avancement due aux frottements pour les vitesses suivantes : $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ et $140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Compléter le document réponse **DR1**.

Question 7 : En déduire, pour une pente nulle, puis pour une pente de 2,5 %, l'effort de traction en N et la puissance mécanique en kW nécessaires pour maintenir le train à vitesse constante. Compléter le document réponse **DR1**.

Question 8 : Calculer l'effort de traction et la puissance mécanique nécessaires pour les deux points dimensionnants suivants en complétant le document réponse **DR2** :

- accélération de $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, à $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, sur une pente de 0 %
- accélération de $0,16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, à $140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, sur une pente de 0,68 %.

Question 9 : Déduire des valeurs obtenues précédemment, les valeurs maximales de la puissance utile et du couple utile de chaque moteur de traction.

A.3 Étude d'une phase d'accélération et dimensionnement en énergie

La phase de montée en vitesse de la rame, de 0 à $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ est étudiée. La motrice accélère en deux phases (voir Figure 6) telles que :

$$\gamma_1 = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}, \quad \text{pour une vitesse } V_{\text{km/h}} \leq V_o \text{ km/h} = 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$\gamma_2 = 0,16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}, \quad \text{pour une vitesse } V_{\text{km/h}} > V_o \text{ km/h} = 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

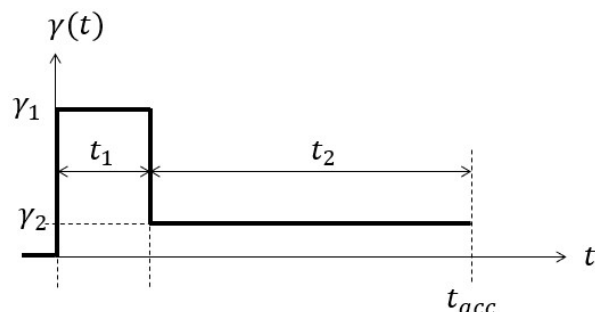


Figure 6 - Évolution de l'accélération pendant la montée en vitesse

Question 10 : Calculer la durée d'accélération t_{acc} ainsi que les durées t_1 et t_2 .

Question 11 : Calculer, dans l'hypothèse où les frottements sont négligés, l'énergie mécanique en kWh nécessaire pour assurer la phase de montée en vitesse sur une pente de 2,5 % pendant la durée t_{acc} .

A.4 Dimensionnement de la chaîne énergétique

Le train comporte deux chaînes de puissance séparées (une par caisse) qui vont, en mode normal, se partager la puissance. L'architecture de puissance d'un des deux systèmes est présentée Figure 7. Sont connectés sur le Bus DC, trois piles à hydrogène et les batteries pour la fourniture ou absorption de puissance nécessaire à la traction ainsi que les circuits auxiliaires. La consommation de ces derniers est supposée constante et égale à 50 kW. Un système de freinage dissipatif est également présent. Celui-ci est activé (hors besoins de secours) principalement pour écrêter la puissance de recharge des batteries.

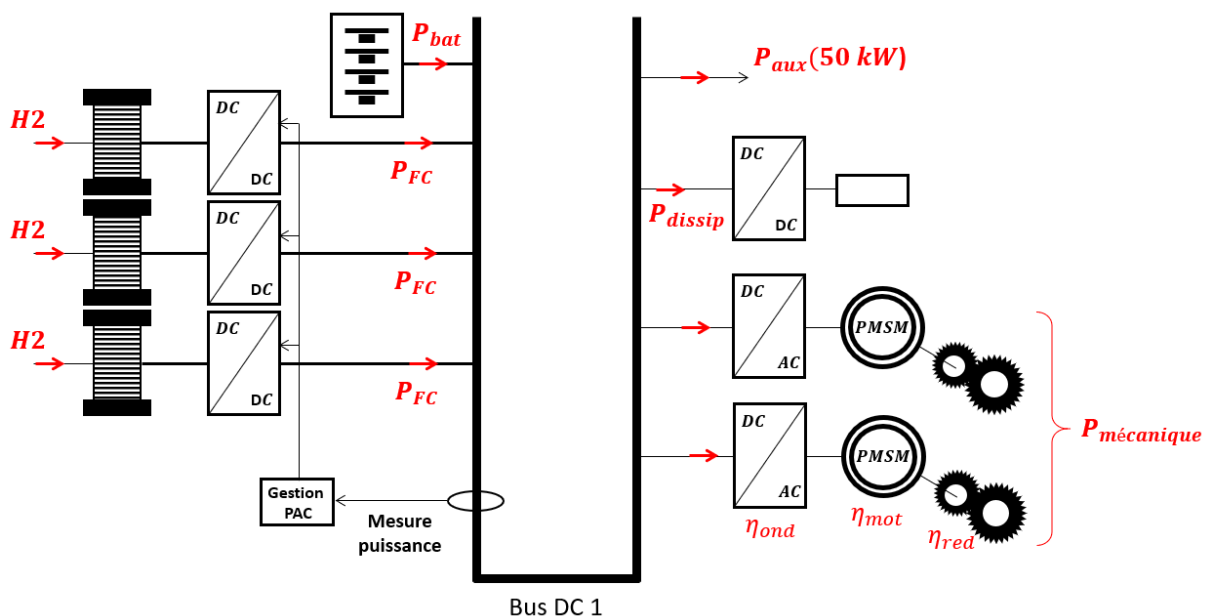


Figure 7 - Architecture de puissance d'un Bus DC

La pile à combustible, dans son principe de fonctionnement, conduit à favoriser des fonctionnements à gradients de courant limités. La répétition du nombre de marches/arrêts doit également être réduite sous peine d'une dégradation rapide des performances. Dans la pratique, la pile est pilotée pour travailler sur des profils de consommation à basses fréquences.

Les valeurs suivantes sont données :

- Rendement de pile : $\eta_{PAC} = 50 \%$
- Densité volumique de l'hydrogène à 350 bars : $\rho_{H_2} = 23,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{l}^{-1}$
- Pouvoir calorifique inférieur de l'hydrogène : $PCI_{H_2} = 33 \text{ kWh} \cdot \text{kg}^{-1}$

Dans le cadre de cette étude, la stratégie de pilotage des piles consiste à limiter le gradient de courant (donc de puissance). Ce contrôle est assuré par le convertisseur

d'électronique de puissance placé entre le Bus DC et les piles. La batterie étant directement connectée sur le Bus DC, elle fournit (ou absorbe en fonction du mode de fonctionnement) le complément.

La Figure 8 montre les profils de puissance obtenus avec un gradient de courant limité à $0,3 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$ (soit $0,230 \text{ kW}\cdot\text{s}^{-1}$ pour un Bus DC de 750 V). Dans ce cas particulier, la puissance moyenne de la batterie sur le trajet aller et retour est nulle, de sorte que l'état de charge final de la batterie est égal à l'état de charge initial. Le rendement de la batterie est considéré unitaire.

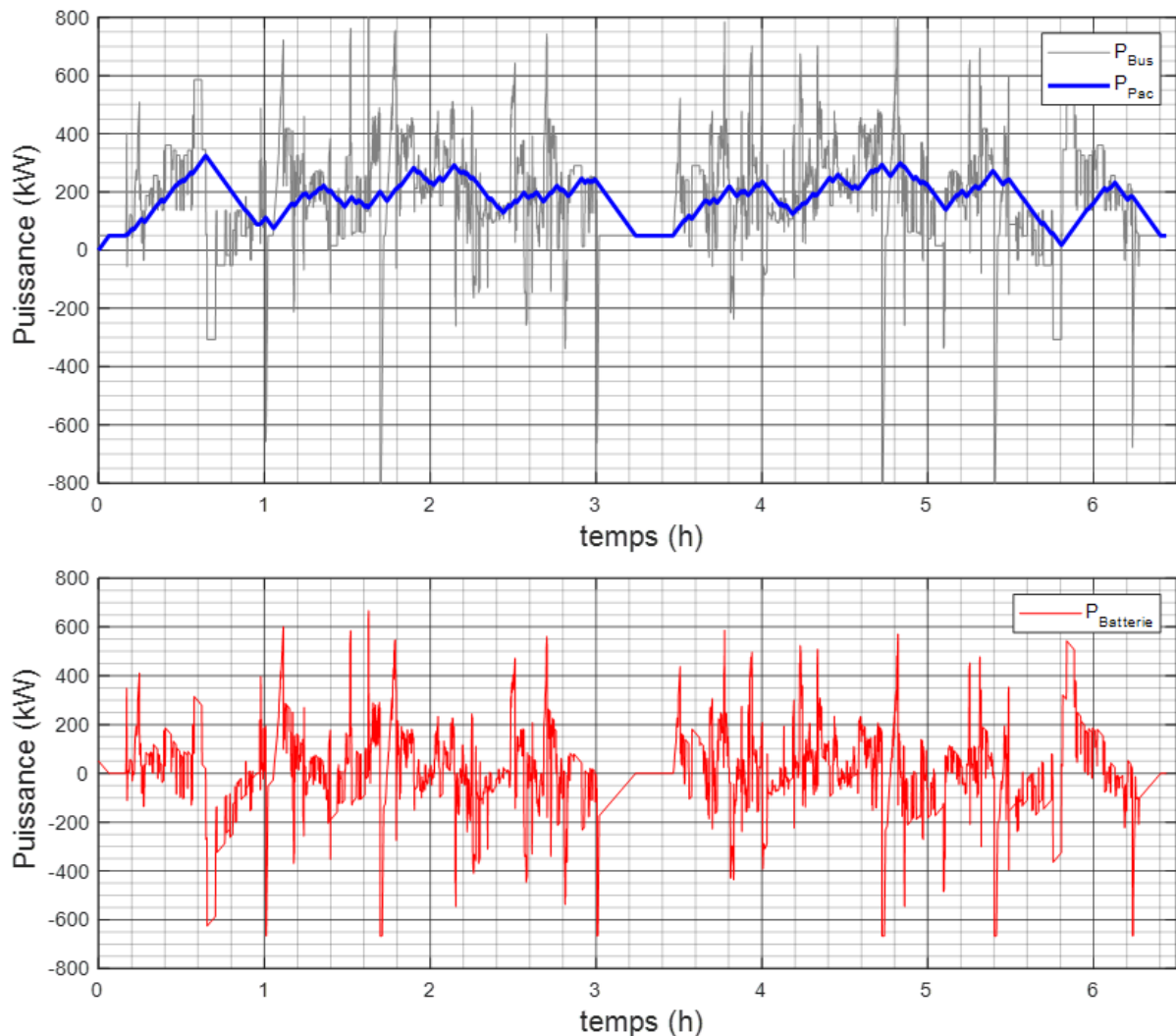


Figure 8 - Profils de puissances sur le trajet aller et retour, pour les piles (PAC) et la batterie

Question 12 : Déterminer, à partir des profils de puissances donnés Figure 8, les puissances crêtes à fournir par les piles (P_{Pac}) et la batterie (P_{bat}).

La Figure 9 représente l'évolution des puissances à fournir par les PAC et la batterie, ainsi que les valeurs moyennées sur trois tranches temporelles choisies pour être représentatives de l'état de charge de la batterie. Seules les valeurs moyennées sont considérées pour simplifier l'étude.

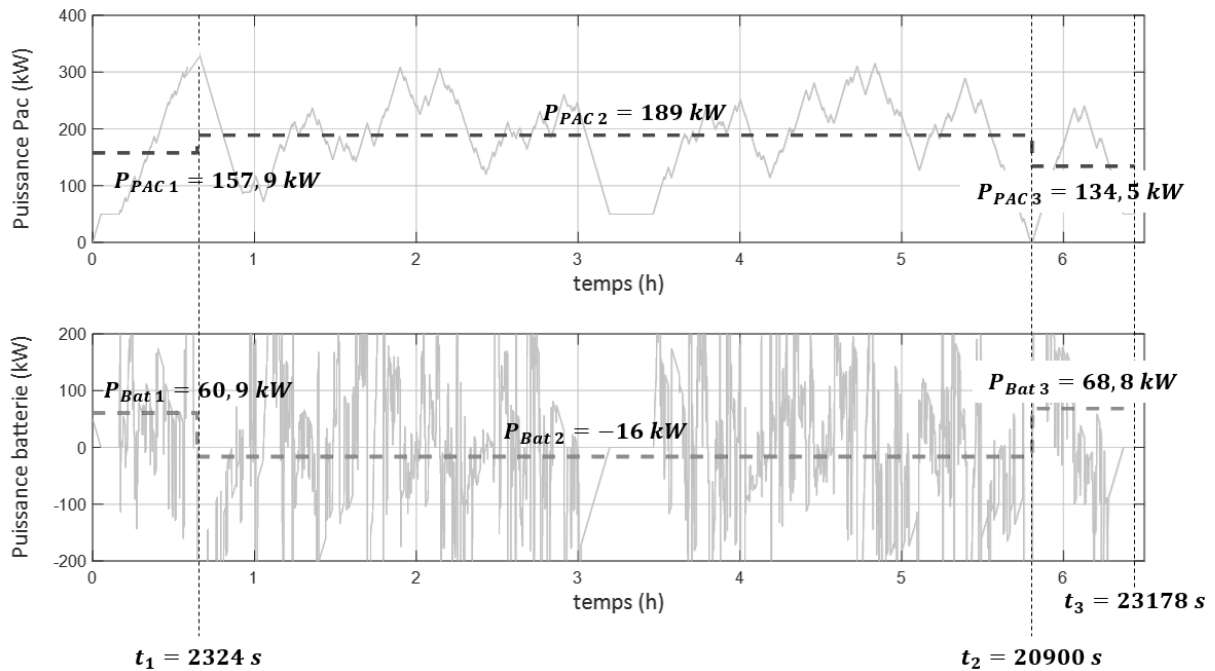


Figure 9 - Profils de puissance PAC et Batterie moyennés par parties

Question 13 : Calculer l'énergie électrique en kWh que doivent fournir les piles à hydrogène puis en déduire le volume et la masse d'hydrogène nécessaires pour assurer le trajet aller et retour en prenant un coefficient de sécurité de 20 % (prise en compte du rendement des convertisseurs Boost et alea possible sur le trajet).

On rappelle que l'état de charge d'une batterie (SoC, State of Charge) est défini comme étant le rapport entre la charge en Coulomb Q de la batterie à un instant t donné et sa charge maximale Q_{max} :

$$SoC(t) = \frac{Q(t)}{Q_{max}}$$

Question 14 : Rappeler la relation entre la charge maximale de la batterie et sa capacité C_{bat} en Ah.

Question 15 : Calculer l'expression $SoC(t + \Delta t)$ en fonction de $SoC(t)$ et d'un courant fourni $I(t)$ entre deux instants t et $t + \Delta t$.

Question 16 : Des modules « Modul'lon® – 12 Power » sont utilisés pour le stockage électrochimique. Ils sont constitués de cellules Lithium-Ion Fer-Phosphate dont les caractéristiques sont données sur le document technique **DT1**. Proposer, pour une variation de 60 % du SoC ($\Delta SoC = SoC_{max} - SoC_{min}$), une valeur de SoC initial ($SoC(0)$), en justifiant la réponse.

Question 17 : Calculer, à partir du profil moyenné de la Figure 9, la capacité de la batterie nécessaire pour assurer le trajet aller et retour avec la variation de SoC proposée à la Question 16.

Question 18 : Proposer, à partir de la documentation technique **DT1**, un choix de dimensionnement en précisant le nombre de modules nécessaires et leur association (série et/ou parallèle).

A.5 Bilan carbone

Les différents gaz à effet de serre (GES) émis lors d'un process sont comparés puis exprimés en CO_{2e} (CO₂ équivalent). Afin d'estimer le rejet de CO_{2e}, il est nécessaire de calculer les émissions produites en amont (process de transformation, transport, distribution, ...). Pour simplifier l'étude, seules les émissions relatives à la consommation d'hydrogène seront considérées, négligeant ainsi les émissions dues aux infrastructures, à la conception et à l'entretien des locomotives. La masse d'hydrogène nécessaire pour effectuer le trajet aller et retour est de 85 kg, à la pression de 350 bars.

La documentation technique **DT2** précise les facteurs d'émission relatifs à la distribution en station de l'hydrogène considérés pour le calcul.

Question 19 : Calculer les émissions par km et par passager pour les deux cas suivants : « traction H₂ » avec hydrogène produit par vaporeformage de gaz naturel et « traction H₂ » avec hydrogène produit par électrolyse de l'eau sur le réseau de distribution français lorsque le taux moyen de remplissage du train est de 50 %.

Question 20 : Comparer les résultats obtenus avec ceux présentés dans la documentation technique **DT3** et affichés par la SNCF. Conclure.

Partie B. Dimensionnement et pilotage de la chaîne de conversion à hydrogène

L'objectif, dans cette partie est d'étudier la chaîne de conversion d'énergie d'une des piles à combustible. La modélisation électrique de la pile, le fonctionnement du convertisseur BOOST ainsi que le dimensionnement de l'inductance de lissage et la régulation en courant du convertisseur sont abordés.

Trois piles à hydrogène sont utilisées sur chacun des deux Bus DC. Chaque pile est connectée au Bus DC via un convertisseur Boost dont le schéma électrique est donné Figure 10. Dans toute cette partie, la tension du bus DC est considérée parfaitement continue à 750 V et la fréquence de découpage imposée avec $f_d = 1/T_d = 5 \text{ kHz}$. Sauf indications contraires, les éléments du schéma donné Figure 10 sont considérés parfaits.

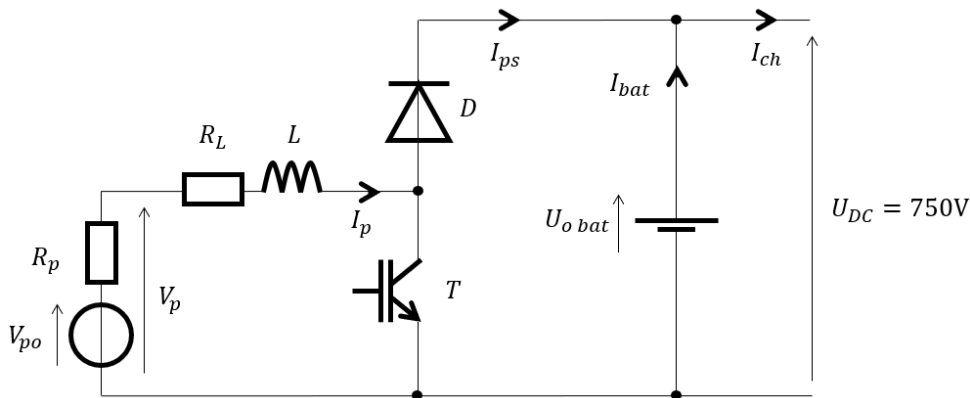


Figure 10 – Chaîne de conversion d'une pile à hydrogène

B.1 Modèle de la pile et point de fonctionnement à puissance maximale

Les caractéristiques techniques des piles utilisées sont fournies dans le document technique **DT4**. Chaque pile, d'une puissance maximale de 110 kW, est assimilée en première approche à un générateur de Thévenin dont les caractéristiques sont invariantes tout au long du trajet.

Question 21 : Rappeler le modèle de Thévenin avec fléchage des tensions et courants pour une convention générateur puis calculer, à partir des données fournies par le document technique **DT4**, la valeur de ses éléments.

Chaque pile est constituée de cellules dont la courbe de polarisation est donnée Figure 11. La plage de fonctionnement de la pile est limitée à une densité de courant J_{cell} comprise entre 0,2 et 0,8 $A \cdot cm^{-2}$ de manière à rester dans la zone optimale de fonctionnement, la zone dite ohmique.

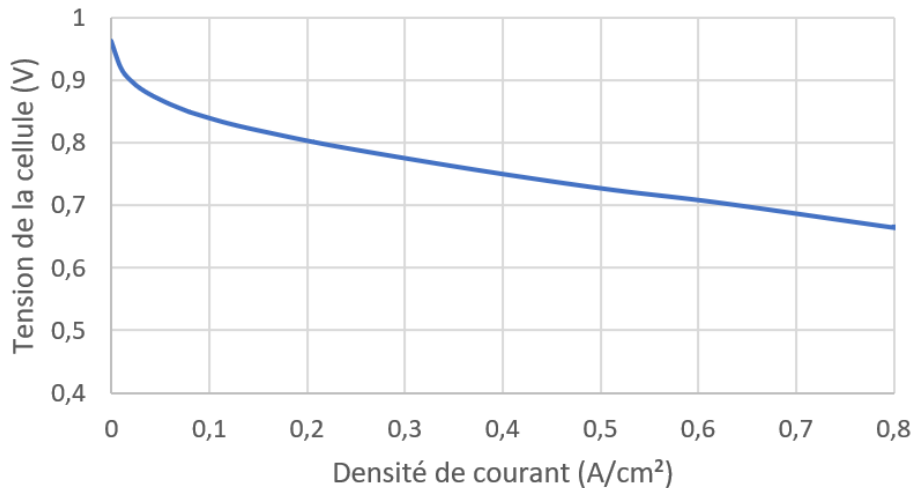


Figure 11 – Caractéristique d'une cellule de pile à hydrogène

Question 22 : Calculer, à partir de la caractéristique de la cellule, l'expression de la tension V_{cell} en fonction de la densité de courant J_{cell} exprimé en $A \cdot cm^{-2}$ valable dans la zone ohmique supposée linéaire, puis déduire une estimation du nombre de cellules à associer en série pour constituer la pile ainsi que leur surface active.

B.2 Fonctionnement du convertisseur BOOST

Dans cette partie, la résistance R_L de l'inductance de lissage L est négligée.

Question 23 : Représenter, en régime de fonctionnement établi et continu, pour un rapport cyclique $\alpha = 0,66$ l'allure des grandeurs suivantes : V_T , V_D , i_T et i_D (respectivement, tension aux bornes du transistor, tension aux bornes de la diode, courant dans le transistor et courant dans la diode) sur le document réponse **DR3**.

Question 24 : Exprimer, toujours pour un mode de conduction continu, la relation entre la tension U_{DC} et la valeur moyenne de la tension de sortie de la pile $V_{p moy}$ puis déterminer la valeur du rapport cyclique α pour le point de fonctionnement à la puissance maximale lorsque $V_p = 250 V$.

Question 25 : Exprimer l'ondulation de courant Δ_i ($\Delta_i = i_{L max} - i_{L min}$) dans l'inductance en fonction de la tension U_{DC} , de la fréquence de découpage f_d et du rapport cyclique α .

Question 26 : Pour limiter l'impact de l'ondulation de courant sur la pile, il est nécessaire de limiter sa valeur. Calculer la valeur de l'inductance qui, quel que soit le point de fonctionnement, limite l'ondulation de courant à $40 A$.

Question 27 : En négligeant l'ondulation de courant, exprimer puis calculer, pour la puissance maximale, les valeurs efficaces ($I_{T eff}$ et $I_{D eff}$) et moyennes ($I_{T moy}$ et $I_{D moy}$) des courants dans le transistor et la diode.

B.3 Dimensionnement de l'inductance de lissage

Pour des raisons pratiques, l'inductance de lissage est fractionnée en cinq inductances L_0 associées en série. Des noyaux toriques à base de poudre de fer sont utilisés pour leur réalisation. Le noyau référencé 58165 de la gamme « High Flux Toroids » de la documentation technique **DT5** a été sélectionné. Les valeurs dimensionnantes suivantes sont considérées : $L_0 = 220 \mu H$, un courant moyen $I_{moy} = 440 A$ et une ondulation de courant crête à crête $\Delta_i = 40 A$.

La relation de conversion d'unité suivante est donnée :

$$1 A \cdot m^{-1} = \frac{4\pi}{1000} Oersted$$

Question 28 : Donner, pour le tore sélectionné, la valeur de la perméance initiale (autour du zéro de courant) et la valeur de la perméabilité relative.

Question 29 : En considérant que, pour le noyau sélectionné, le produit $(L_0 \cdot I_{L_{moy}}^2)_{max}$ est de $8000 mH \cdot A^2$, calculer le nombre de tores N_{tores} nécessaires à la réalisation de l'inductance L_0 .

Question 30 : Calculer la valeur de la perméance initiale totale $A_{L_{tot}}$ dans le cas où les N_{tores} sont empilés.

Question 31 : Exprimer la relation entre l'inductance et la perméance puis calculer le nombre de spires N_s nécessaires pour atteindre la valeur souhaitée en considérant la tolérance de 8 % donnée par le fabricant pour la perméance.

Question 32 : Calculer le champ H sur la ligne de champ moyenne puis calculer, à l'aide de la documentation technique **DT5**, la chute relative de perméabilité au courant I_{moy} de fonctionnement par rapport à la perméabilité initiale.

Pour compenser la chute de perméabilité due à la non linéarité du circuit magnétique, le nombre de spires doit être corrigé. Le nombre de spires suivant est donc maintenant considéré : $N_s = 34$.

L'expression de l'épaisseur de peau dans un conducteur rond en cuivre, de perméabilité $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H \cdot m^{-1}$, de conductivité $\sigma = 59,6 \cdot 10^6 S \cdot m^{-1}$ et pour une fréquence f est donnée :

$$e_p = \frac{1}{\sqrt{\sigma\pi\mu f}}$$

Question 33 : Proposer, à l'aide de la documentation technique **DT5**, un choix de conducteurs permettant de limiter les pertes alternatives puis calculer le nombre N_{para} de conducteurs en parallèles, pour une densité de courant de $5 A \cdot mm^{-2}$.

Question 34 : En déduire la valeur du coefficient de remplissage en cuivre de la fenêtre bobinaire k_w et conclure.

Question 35 : Sachant qu'il est nécessaire de tenir compte des têtes de bobines situées en dehors de la partie active du circuit magnétique, la longueur de cuivre est augmentée de 10 %. Calculer, dans ces conditions, la valeur de la résistance du bobinage ainsi que la valeur des pertes cuivre totales des 5 inductances L_o .

B.4 Rendement du convertisseur

En première approche, la diode et le transistor IGBT sont modélisables par une tension de seuil en série avec une résistance pendant la phase de conduction. À l'état bloqué (interrupteur ouvert), les composants sont supposés parfaits. Pour cette partie, les tensions de seuil du transistor et de la diode sont notées V_{CE0} et V_{D0} respectivement, et les résistances séries du transistor et de la diode $R_{T ON}$ et $R_{D ON}$ respectivement.

Question 36 : Donner, en considérant les valeurs maximales et la température de jonction maximale spécifiées dans la documentation technique **DT6**, les valeurs des tensions de seuil et des résistances séries pour la diode et le transistor.

Question 37 : En négligeant l'ondulation de courant, exprimer puis calculer les pertes par conduction, dans le transistor et la diode, pour le point de fonctionnement à la puissance maximale.

Question 38 : Calculer le rendement du convertisseur boost (hors pertes par commutation).

B.5 Pilotage de la pile à hydrogène

Chaque pile à hydrogène est contrôlée en courant pour fournir la puissance demandée par une tension de consigne notée V_{ip}^* . Le calcul du correcteur de la régulation de courant est mené par une approche aux valeurs moyennes (valeur moyenne à l'échelle de la période de découpage). La tension du Bus DC est supposée constante ; la diode et le transistor sont parfaits. La mesure du courant se fait à l'aide d'un capteur à effet Hall considéré comme un simple gain noté k_i ($k_i = V_{ip\ mes}/i_p$). Celui-ci délivre une tension de 10 V pour un courant de 500 A. La commande du rapport cyclique se fait par une tension V_{cde} comprise entre 0 V et 10 V ; la commande est aussi assimilée à un gain pur noté k_α ($k_\alpha = \alpha/V_{cde}$).

Un correcteur de type proportionnel intégral (PI) est utilisé ; sa fonction de transfert $C(p)$ est donnée par l'expression :

$$C(p) = K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

Les valeurs des résistances et inductance de la Figure 10 sont telles que :

$$R_L + R_p = 0,36 \Omega \text{ et } L = 940 \mu H.$$

Une variable $x(t)$, avec une composante moyenne X_o et une variation autour de la composante moyenne \tilde{x} s'écrit sous la forme :

$$x(t) = X_o + \tilde{x}$$

Question 39 : Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{\tilde{V}_{ip\ mes}(p)}{\tilde{V}_{cde}(p)}$ puis calculer le gain statique et la (ou les) pulsation(s) de coupure.

Question 40 : Représenter le schéma bloc de la régulation puis calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\tilde{V}_{ip\ mes}(p)}{\tilde{V}_{ip}^*(p)}$. Calculer, en appliquant la méthode de la compensation du pôle dominant, les paramètres du correcteur K_p et T_i permettant d'assurer en boucle fermée une bande passante de 1 kHz.

Question 41 : Justifier le choix de la valeur de la bande passante de l'asservissement puis conclure sur la capacité de la régulation à assurer le profil de courant souhaité.

Partie C. Dimensionnement de la motorisation

L'objectif de cette partie est d'étudier la machine électrique, du point de vue de l'utilisateur en regardant le comportement électrique pour un point de fonctionnement et du point de vue de son concepteur, en regardant le lien entre le design et les grandeurs magnétiques et électriques.

La motorisation est assurée par 4 machines synchrones à aimants permanents, à 3 paires de pôles, refroidies par convection forcée à air, et alimentées chacune par un convertisseur d'électronique de puissance produisant des tensions et courants supposés sinusoïdaux (étude au premier harmonique). Les bobinages du stator sont connectés en étoile. Chaque moteur est connecté à la roue via un réducteur de vitesse avec un rapport de réduction, $m_{red} = 5,06$.

Les 4 moteurs sont identiques et ont été dimensionnés pour fournir le couple et la puissance mécaniques tout au long du trajet sans dépassement de la température limite. La Figure 12 représente l'ensemble des points de fonctionnement dans le plan couple/pulsation de rotation. Deux points dimensionnants particuliers y sont repérés : les points 1 et 2 correspondant respectivement au point de fonctionnement à couple utile maximum et le point de fonctionnement à puissance utile maximale.

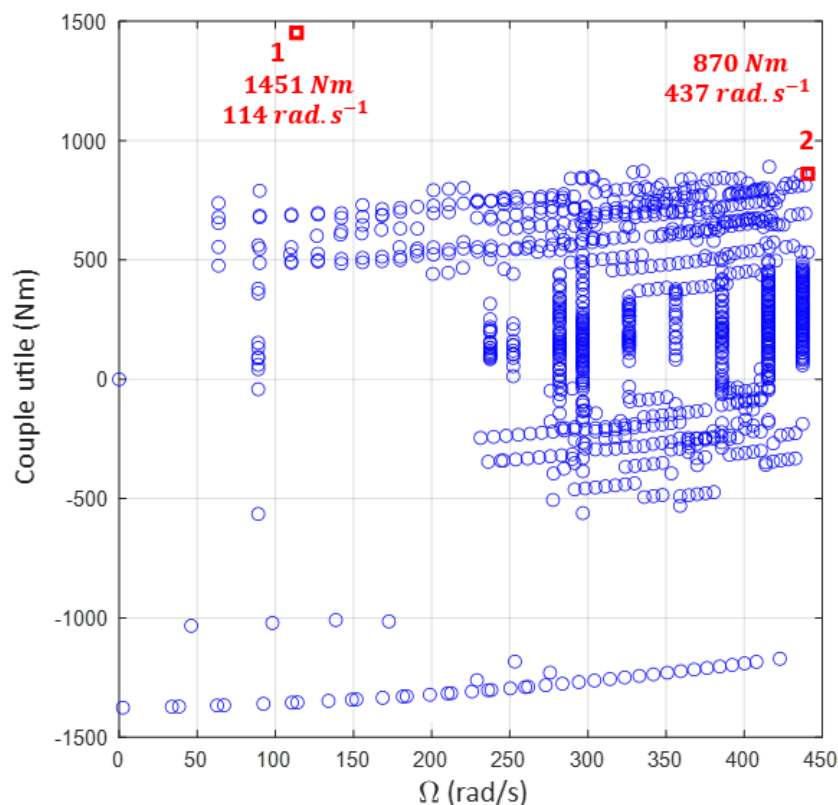


Figure 12 - Points de fonctionnement d'un moteur sur le trajet aller et retour dans le plan couple utile/pulsation de rotation

C.1 Identification du modèle électrique équivalent d'un moteur

Pour l'identification des paramètres électriques de la machine, quatre essais sont réalisés.

- **Essai 1 : Essai Volt-ampèremétrique**

→ Tension d'alimentation entre deux phases : $U = 2,12 V$

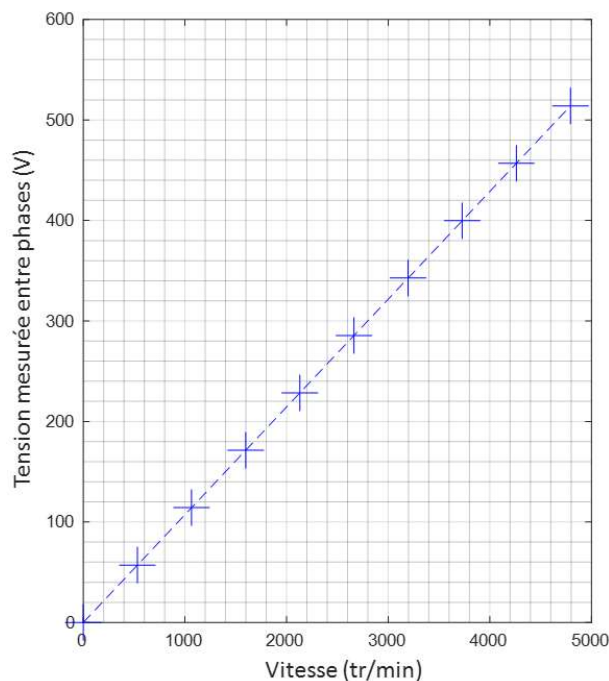
→ Courant mesuré : $I = 393 A$

- **Essai 2 : Essai en fonctionnement moteur à vide à 4200 tr·min⁻¹ sous tension nominale**

→ Puissance absorbée : $P_o = 3530 W$

- **Essai 3 : Essai en fonctionnement génératrice à vide**

→ Mesure de la tension entre phases en fonction de la vitesse de rotation :



- **Essai 4 : Essai en fonctionnement génératrice sur une charge résistive couplée en étoile à 1000 tr·min⁻¹**

→ Courant efficace dans la charge : $I_{ch} = 122 A$

→ Tension efficace entre phases : $U_s = 107,9 V$

→ Déphasage entre le courant et la fem E_o (tension simple à vide reconstruite) : $\psi = 5,3^\circ$

Question 42 : Calculer la valeur de la résistance R du bobinage statorique.

Question 43 : Calculer la valeur de la constante de fem k_ϕ exprimée en $V/(rad \cdot s^{-1})$.

Question 44 : Tracer le diagramme de Fresnel correspondant à l'essai sur charge résistive.

Question 45 : Calculer la valeur de l'inductance cyclique \mathcal{L} .

Question 46 : Calculer la (les) puissance(s) qu'il est possible d'obtenir à partir de l'essai à vide.

C.2 Étude du fonctionnement à puissance maximale et en freinage

Le point de fonctionnement à puissance maximale est étudié. Le pilotage de la machine s'effectue à i_d nul (angle $\psi = 0$). Pour cette partie, les pertes fer et les pertes mécaniques sont négligées.

Question 47 : Rappeler le modèle électrique équivalent de Behn-Eschenburg avec fléchage complet des courants et tensions pour une convention récepteur.

Question 48 : Représenter les vecteurs de Fresnel correspondant au point de fonctionnement étudié.

Question 49 : Calculer la valeur efficace de la tension simple puis l'écart angulaire entre fem et tension simple.

Le freinage est étudié dans la situation où le train doit effectuer un freinage d'urgence à partir de la vitesse de $140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Le couple de freinage est supposé constant et égal à 2 fois le couple du point 1 (Figure 12) pendant toute la durée du freinage. La convention moteur est utilisée pour effectuer l'étude.

Question 50 : Représenter les vecteurs de Fresnel illustrant le fonctionnement en freinage.

Question 51 : En négligeant les pertes par frottement et l'inertie des parties tournantes, appliquer le principe fondamental de la dynamique au moteur puis calculer la durée t_f et la distance d_f de freinage.

C.3 Dimensionnement de la machine synchrone

Afin de simplifier l'étude, le bobinage normalement distribué est représenté de façon simplifiée et ramené à un bobinage concentré (à une encoche par pôle et par phase) et le fer est considéré de perméabilité infinie. Le design de la machine est représenté Figure 13 et les caractéristiques suivantes pour chaque moteur sont données :

- Diamètre extérieur : $D = 43 \text{ cm}$
- Longueur active : $L = 21,5 \text{ cm}$
- Diamètre d'alésage : $D_s = 24,2 \text{ cm}$
- Masse totale : $M = 220 \text{ kg}$
- Nombre de paires de pôles : $p = 3$
- Type d'aimants : SmCo d'induction rémanente $B_r = 0,92 \text{ T}$

- Épaisseur des aimants : $W_a = 13,9 \text{ mm}$
- Arc d'ouverture des aimants : $\beta_a = 48^\circ$
- Épaisseur d'entrefer : $e = 6 \text{ mm}$
- Largeur de dent (au rayon $D_s/2$) : $W_d = 2,1 \text{ cm}$
- Largeur d'encoche (au rayon $D_s/2$) : $W_e = 2,1 \text{ cm}$
- Bobinage simple couche couplé en étoile
- Nombre de conducteurs en série par encoche : $N_c = 7$

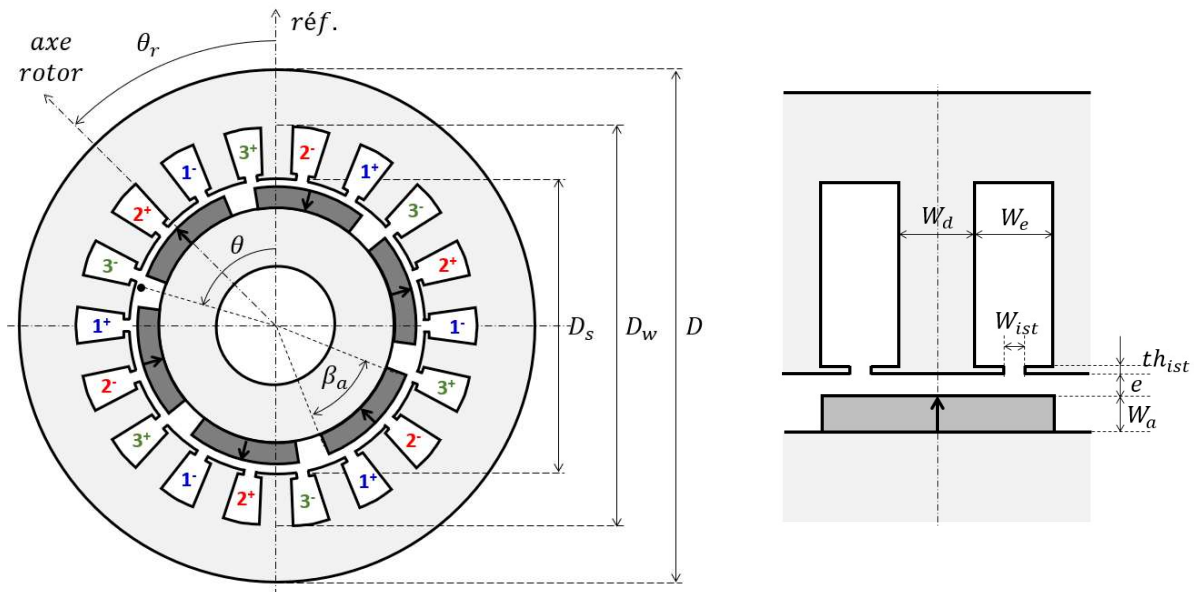


Figure 13 - Design de la machine à aimants permanents

La machine est alimentée par un système de courants triphasés. Les courants sont fléchés entrant dans les encoches repérées « + » et sortant dans les encoches repérées « - ». Les expressions des courants (phases repérées par les indices 1, 2 et 3) sont les suivantes :

$$I_{s1}(t) = I_s \sqrt{2} \sin(\omega t - \psi)$$

$$I_{s2}(t) = I_s \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$I_{s3}(t) = I_s \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \psi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

On donne également l'expression de l'induction produite par les aimants sous un pôle :

$$B_{fo} = \frac{B_r}{1 + \frac{e}{W_a}}$$

La Figure 14 représente l'évolution de l'induction produite par les aimants dans l'entrefer en fonction de la position θ pour la position particulière du rotor $\theta_r = 0$.

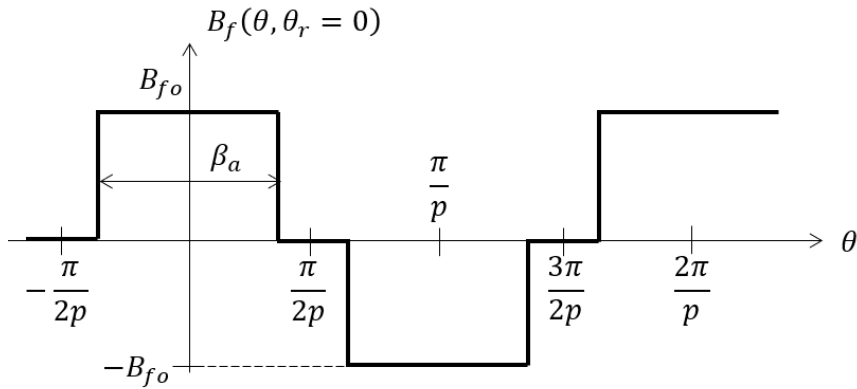


Figure 14 - Induction dans l'entrefer produite par les aimants pour la position du rotor $\theta_r = 0$

Au premier harmonique, l'expression de cette induction, fonction de θ et θ_r est :

$$B_f(\theta, \theta_r) = B_{fm} \cos(p(\theta - \theta_r))$$

Question 52 : Représenter, sur le document réponse **DR4**, le sens des courants dans les encoches à l'instant $t = 0$ en adoptant la convention de représentation suivante : un courant entrant est représenté par une croix, un courant sortant est représenté par un point. En considérant qu'il n'y a pas de fuites magnétiques, représenter soigneusement les lignes de champ magnétique alors produites (sans les aimants), en précisant le sens de circulation du champ.

Question 53 : En considérant qu'il n'y a pas de fuites magnétiques, représenter, sur le document réponse **DR4**, les lignes de champ magnétique, avec sens de circulation, produites par les aimants seuls pour la position du rotor $\theta_r = 0$.

Question 54 : Exprimer puis calculer l'amplitude du premier harmonique B_{fm} de l'induction $B_f(\theta, \theta_r)$ produite par les aimants.

Question 55 : Appliquer le théorème d'Ampère sur l'encoche représentée Figure 15 et exprimer le champ tangentiel H_{to} dans l'isthme d'encoche. Le fer est considéré de perméabilité magnétique infinie.

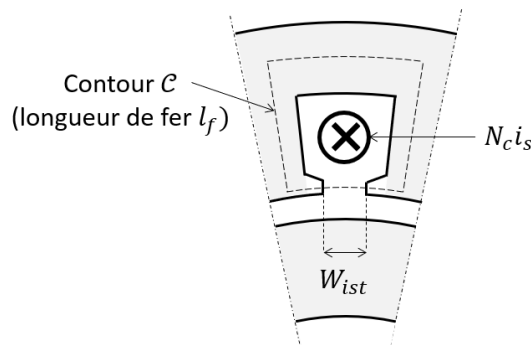


Figure 15 – Représentation d'une encoche stator

Question 56 : Représenter sur le document réponse **DR4**, pour la phase 1 seule alimentée, le champ tangentiel $H_{t1}(\theta)$ dans l'entrefer.

Le premier harmonique du champ tangentiel produit par les trois phases alimentées par le système de courants triphasé s'écrit sous la forme :

$$H_{ts}(\theta, t) = H_{teff} \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta - \psi)$$

Avec, si W_{ist} est petit par rapport au diamètre :

$$H_{teff} = \frac{6pN_c I_s}{\pi D_s}$$

Le couple électromagnétique d'une machine électrique peut se calculer à partir de la contrainte tangentielle τ_t (force par unité de surface) exercée par les deux armatures, rotor et stator. Cette contrainte, en $N \cdot m^{-2}$, s'exprime par la relation :

$$\tau_t = H_{ts}(\theta, t) B_f(\theta, \theta_r)$$

Où, H_{ts} est la composante tangentielle du champ magnétique produite par le bobinage stator et B_f est la composante normale de l'induction magnétique produite par les aimants (Figure 16).

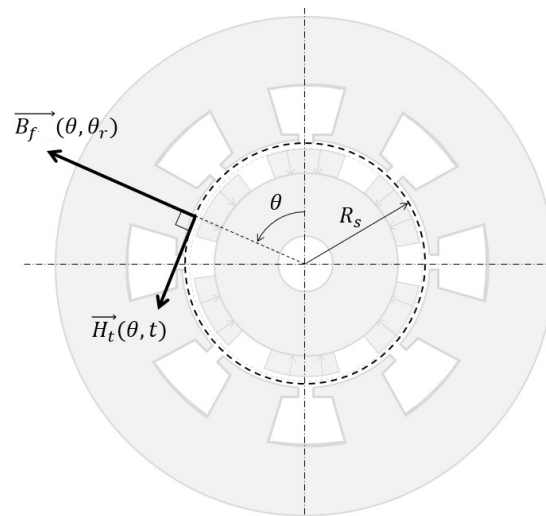


Figure 16 – Représentation des vecteurs \vec{H}_t et \vec{B}_f dans l'entrefer

Question 57 : Exprimer le couple électromagnétique en fonction de B_{fm} et H_{teff} puis la condition nécessaire pour que le couple soit constant.

Question 58 : En déduire les ampères-tours nécessaires pour produire le couple maximal et la puissance maximale en considérant $\psi = 0$ et les pertes mécaniques négligées.

Question 59 : Conclure en justifiant le choix du moteur synchrone par rapport aux moteurs à courant continu et asynchrone.

Documents Techniques

- DT1 Documentation technique Module batterie Lithium Ion SAFT**
- DT2 Document Base Carbone – Calcul des facteurs d'émissions**
- DT3 Communication « empreinte carbone » de la SNCF**
- DT4 Documentation technique Pile à Combustible**
- DT5 Documentation technique MAGNETICS**
- DT6 Documentation technique SEMIKRON**

DT1 – Module batterie Lithium Ion (1/2)



Modul'ion®-12 Power

Super-Phosphate™ (SLFP) 20 V or 40 V module

High Power in a versatile module for battery systems.
Designed for industrial vehicles and railway applications.

Its modular design allows engineering of different battery configurations, meeting customers' application requirements, in one high performance system.

The battery system comes equipped with Saft battery management electronics, thermal management (when application requires it), safety, communication and control interfaces to the host vehicle.



Applications

- Electric and hybrid vehicles
- Railway applications

Module features

- Quick and high recharge capabilities (e.g. regenerative braking application)
- High life cycle performance
- Light weight and compact design
- Robust construction withstanding onboard vehicle shocks and vibrations
- Liquid cooling/heating system
- CAN BUS communication

Benefits

- Facilitates on time vehicle development and integration thanks to its modular architecture
- Improves vehicle's driving range and reduces CO₂ footprint

Battery system features

- Modular system approach
- Scalable (series or parallel configurations) up to 1000 V or 200 kWh
- Saft Battery Management System (SOC, SOH, protection devices, current sensor)
- Active or passive thermal management



	Modul'ion®-12 Power	
	40.30 PFe	20.60 PFe
Nominal characteristics at + 25°C / + 77°F		
Nominal voltage (V)	39.6	19.8
Rated capacity (C/5) (Ah)	28	56
Typical capacity (C/5) (Ah)	30	60
Typical energy (C/5) (Wh)	1188	1188
Volumetric energy (Wh/l)	103	103
Gravimetric energy (Wh/kg)	77	77
Mechanical characteristics		
Width (mm)	375	375
Height (mm)	270	270
Depth (mm)	114	114
Weight (kg)	15.4	15.4
Thermal management	Liquid cooled/heated	Liquid cooled/heated
Electrical characteristics at + 25°C / + 77°F		
Voltage window (V)	45.6 to 30	22.8 to 15
Max. continuous discharge current (A)	200	200
Max. continuous charge current (A)	120	200
Max. pulse discharge current in 10 s (A)	450	600
Max. pulse charge current in 10 s (A)	200	360
Power peaks in 10 s (kW)	17.8	11.8

Data are typical value, please consult Saft for battery sizing

DT1 - Module batterie Lithium Ion (2/2)



Safety

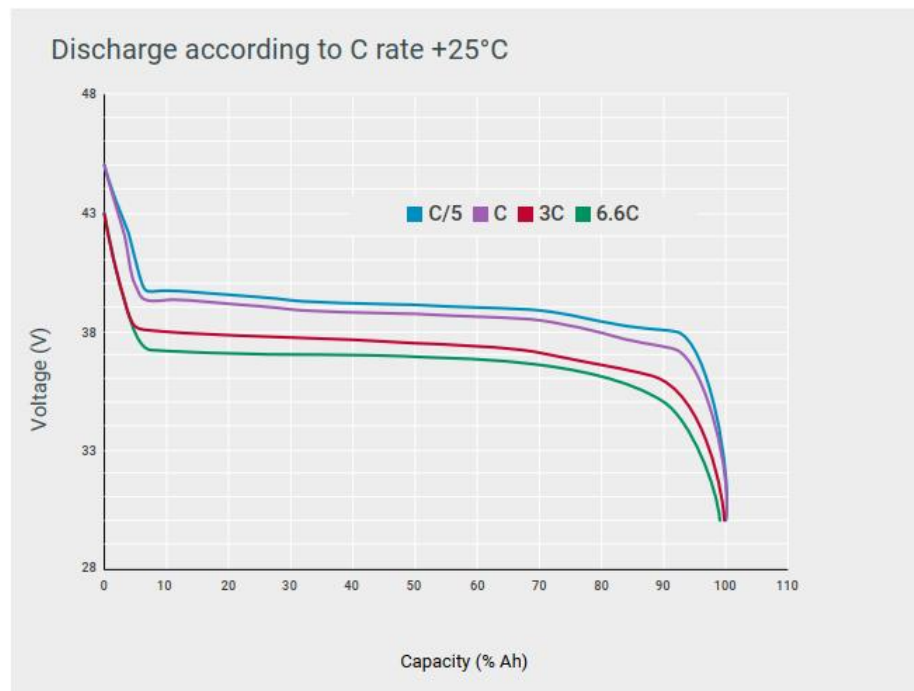
Safety driven design for cells, modules and systems guarantees safe behavior in case of abuse usage or component failure. This includes:

- Stringent design rules and qualification
- Implementation of redundant safety features
 - at cell level (e.g. shutdown effect separator and mechanical vent)
 - at module level (e.g. electronic board, voltage and temperature monitoring, balancing)
 - at battery level (e.g. electronic board, power switch and current sensor)

Operating conditions	
Operating temperature	- 25°C to +60°C (-13°F to 140°F)
Calendar lifetime (+25°C/+77°F)	20 years
Recommended temperature for transport and storage	+ 10°C to +30°C (50°F to 86°F)
Allowable temperature for transport and storage	-40°C to +70°C (-40°F to 158°F)
Storage time for self-discharge	6 months
Design to comply with	
Cell safety	UL 1642
Transport qualification	UN 3480, class 9 (group II)
Marketing	CE
Fire and smoke	NFF 16-101/102 (cat. A1) NFPA 130
Shock and vibration	IEC 61373
Directives / Regulations	REACH*, Voluntary RoHS**



*REACH: The Saft group has adopted internal procedures to ensure conformity with the European REACH Regulation
 **RoHS: Also batteries are not within the scope of the RoHS Directive, Saft has taken voluntary measures to ensure that the substances forbidden by RoHS are not present in the battery, with the exception of the electrochemical core.



Contact Technical Support for the performance of your specific configuration
 Data are typical value, please consult Saft for battery sizing upon specific profile

Saft

26 quai Charles Pasqua
 92300 Levallois-Perret - France
www.saftbatteries.com

Base Carbone

Documentation des facteurs d'émissions de la Base Carbone ®

Version 23.6.0 - mardi 22 avril 2025

6.1.1 Hydrogène

6.1.17.2 Distribution en station

Description globale

L'hydrogène est un vecteur énergétique obtenu à partir d'une source énergétique « primaire » (ex : gaz naturel) ou « secondaire » (ex : électricité) selon les procédés. On distingue l'hydrogène volontairement produit par un procédé et l'hydrogène coproduit, résultant d'un procédé non dédié à sa production. Les facteurs d'émissions proposés sont exclusivement issus de procédés de production volontaire, étant les plus sujet à évolution selon la demande.

Le **procédé de production le plus répandu actuellement est le reformage de gaz naturel**, mais des données sont également proposées pour le reformage de biométhane et l'électrolyse de l'eau.

L'unité de valeur ici étudiée pour le carburant en station est un kg d'hydrogène distribué à 700 bars en station.

Méthodologie

Les facteurs d'émission proposés sont issus de l'étude « [Analyse du Cycle de Vie relative à la mobilité hydrogène](#) » - produite en 2020 par l'ADEME, Sphera et Gingko21.

Les valeurs renseignées dans la Base Carbone® correspondent au périmètre "Cradle to gate" : émissions amonts et infrastructures jusqu'à la mise à disposition d'hydrogène en station-service à 700 bars. Compte tenu du faible impact de la compression dans le bilan et de l'incertitude des données, les valeurs présentées peuvent également être utilisées pour de l'hydrogène distribué à 350 bars. Les pertes à la distribution ont été prises en compte. .

/!\ Point de vigilance : les facteurs d'émissions ne prennent pas en compte le transport de l'hydrogène entre son lieu de production et son lieu de distribution. Dans le cas où ceux-ci ne sont pas confondus, l'impact transport doit être ajouté en fonction de la distance entre les deux sites, donné en $\text{kgCO}_2/\text{kgH}_2/100\text{km}$.

DT2 – Document Base Carbone – Calcul des facteurs d'émissions (2/2)

Mix énergétique utilisé pour la production	
Electricité	Réseau FR : Donnée prévisionnelle 2023 issue de la « Programmation pluriannuelle de l'énergie 2019-2023 /2024-2028 » du Ministère de la Transition Ecologique
	Réseau EU : Donnée prévisionnelle 2023 issue de l'AIE
	Source photovoltaïque, éolien, hydraulique : Base Carbone®
	Source mix EnR : Rapport « Un mix électrique 100% renouvelable ? Analyses et optimisations », ADEME, 2015
Gaz naturel	Base GaBi, mix moyen Français
Biométhane	Base Carbone®, mix moyen Français

L'ACV ayant chiffré des facteurs d'émission très proches pour la technologie d'électrolyse alcaline et PEM (Proton Exchange Membrane), la valeur présentée est une moyenne des deux technologies. .

Les facteurs d'émission pour l'hydrogène distribué en station sont proposés par type de procédé. Pour information, en 2020, le procédé majoritaire reste le vaporeformage de gaz naturel. Il est donc à prendre par défaut en l'absence d'information.

Procédé	Production (kgCO ₂ /kgH ₂)	Compression et station (kgCO ₂ /kgH ₂)	Total (kgCO ₂ /kgH ₂)
Vaporeformage de gaz naturel (SMR)	11,8	0,38	12,2
Vaporeformage de biométhane (SMR biométhane)	2,25	0,38	2,63
Electrolyse réseau France	2,93	0,39	3,32
Electrolyse réseau Europe	21,0	2,39	23,4
Electrolyse EnR	1,69	0,24	1,93
Electrolyse source photovoltaïque	2,73	0,49	3,22
Electrolyse source éolien	0,74	0,21	0,95
Electrolyse source hydraulique	0,48	0,11	0,59

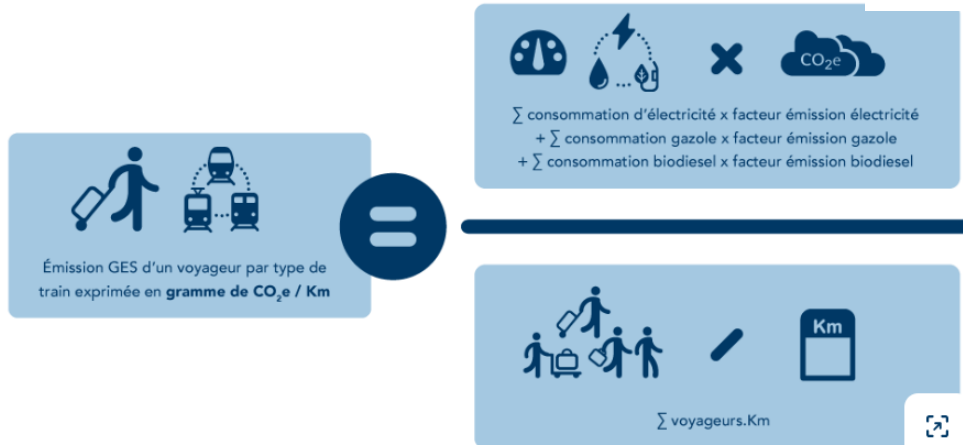
L'impact du transport routier d'hydrogène à 200 bars, la norme actuelle, est de 1,12 kgCO₂/kgH₂/100km. Au vu de l'incertitude de la donnée due à la maturité de la technologie, le facteur d'émission d'un transport d'hydrogène à 500 bars n'est pas disponible dans la Base Carbone®. Cependant, à titre d'information, l'ACV 2020 a estimé que ce type de transport abaisserait l'impact à environ 0,35 kgCO₂/kgH₂/100km.

Sources :

[170] ADEME, Sphera et Gingko21. "Analyse du Cycle de Vie relative à la mobilité hydrogène" (2020)

DT3 – Communication « empreinte carbone » de la SNCF (1/1)

Le calcul en détail



Émissions d'un voyageur parcourant un kilomètre en prenant en compte l'impact de la fabrication et de la maintenance						
TGV 2 gCO ₂ e par passager par Km	Intercités 4,9 gCO ₂ e par passager par Km	Autocar longue distance 29,5 gCO ₂ e par passager par Km	Voiture électrique longue distance 5,2 gCO ₂ e par passager par Km	Voiture thermique longue distance 78 gCO ₂ e par passager par Km	Avion court courrier 141 gCO ₂ e par passager par Km	
Usage*						
Fabrication**	0,5 gCO ₂ e par passager par Km	0,5 gCO ₂ e par passager par Km	2,2 gCO ₂ e par passager par Km	40 gCO ₂ e par passager par Km	27,6 gCO ₂ e par passager par Km	0,4 gCO ₂ e par passager par Km
Maintenance**	0,3 gCO ₂ e par passager par Km	1,6 gCO ₂ e par passager par Km	2,8 gCO ₂ e par passager par Km	1,4 gCO ₂ e par passager par Km	2,2 gCO ₂ e par passager par Km	1,9 gCO ₂ e par passager par Km
Trainées de condensation					117 gCO ₂ e par passager par Km	
TOTAL	2,9 gCO ₂ e par passager par Km	7 gCO ₂ e par passager par Km	34,5 gCO ₂ e par passager par Km	47 gCO ₂ e par passager par Km	108 gCO ₂ e par passager par Km	260 gCO ₂ e par passager par Km

* valeurs 2022 pour modes de transport SNCF
 ** pour modes transports SNCF, valeurs 2019 pour partie fabrication et maintenance
 ** pour autres modes, valeurs Base Empreinte pour partie fabrication, pour maintenance étude Carbone 4 pour SNCF Voyages

DT4 – Documentation technique Pile à Combustible (1/2)



Powering the hydrogen future™ with our outstanding fuel cells and service.

IE-DRIVE HD100 fuel cell systems providing zero-emission power.

Intelligent Energy's IE-DRIVE™ HD100 fuel cell module provides clean power for a range of industries, from automotive to marine and rail.

IE-DRIVE HD100 is Intelligent Energy's (IE) latest high power fuel cell system, designed for heavy-duty applications. It utilises our patented technology to deliver compact, modular systems with fewer components, improved reliability, and reduced system costs.

In addition to automotive use, our IE-DRIVE HD100 fuel cells are also suitable for a wide range of applications such as stationary power, construction, rail and marine. Modular 'one-box' design, scalable to multi-MW.

DT4 – Documentation technique Pile à Combustible (2/2)



Summary Product Information:

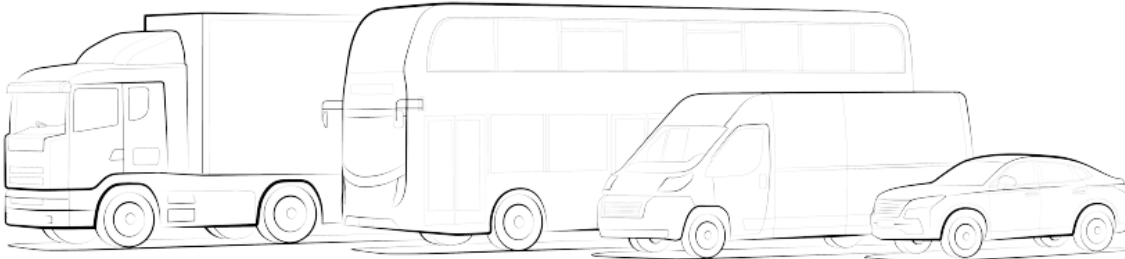
System electrical output	Through life net power	110kW
	Voltage range	250 - 400 VDC
	Net current output	0 - 440 A
	Power ramp-up	60kW/s
Physical excluding condenser and DC-DC	Mass	285kg
	Volume	Fuel cell module dimensions (L x H x W): 1260 x 520 x 700mm Volume: 460 litres
Environment	Operating ambient temp.	-20°C to +40°C nominal -40°C to +65°C derated

Benefits:

- 30% smaller heat exchanger
- Modular 'one-box' design
- Simple to integrate
- High power density
- Long life
- Scalable

Applications:

- Bus
- Truck
- Stationary Power Construction
- Off-highway
- Material handling
- Marine
- Rail



Get in touch today to find out how your applications can benefit from our zero-emission fuel cells
www.intelligent-energy.com/our-products · +44 (0)1509 271271 · sales@intelligent-energy.com

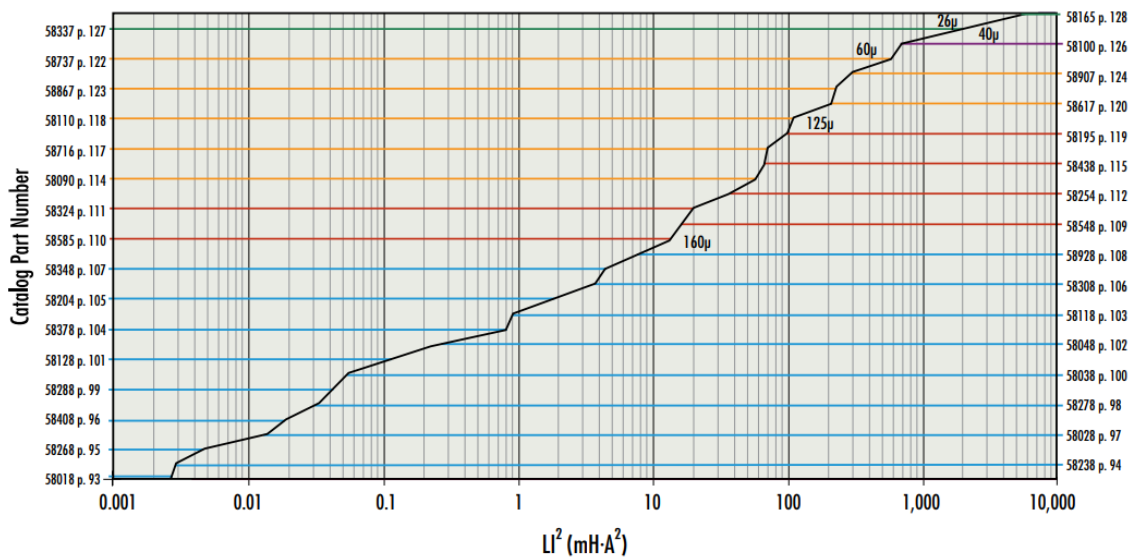
DT5 – Documentation technique MAGNETICS (1/4)



Core Selection

Core Selector Charts

High Flux Toroids



Core Data

165.1 mm OD

Core Dimensions	OD	ID	HT
Before Finish (nominal)	165.10 mm/6.500 in	102.41 mm/4.032 in	31.75 mm/1.250 in
After Finish (limits)	166.50 mm/6.555 in	101.02 mm/3.977 in	33.15 mm/1.305 in

Permeability (µ)	A _L ± 8% (nH)	Part Number						
		Kool Mµ [®]	Kool Mµ [®] MAX	Kool Mµ [®] Hf	XFlux [®]	High Flux	Edge [®]	MPP
14	42	77164	79164	-	-	58164	-	55164
19	57	-	-	-	78163	-	-	-
26	78	77165	-	-	78165	58165	-	55165
40	120	-	-	-	-	-	-	-
60	180	-	-	-	-	58167	-	55167

Physical and Magnetic Parameters	
Window Area	8,030 mm ²
Cross Section (A _E)	987 mm ²
Path Length (L _E)	412 mm
Effective Volume (V _E)	407,000 mm ³
Area Product	7,920,000 mm ⁴

DT5 – Documentation technique MAGNETICS (2/4)

Permeability versus DC Bias Curves

Fit Formula

$$\% \text{ initial permeability} = \frac{1}{(a + bH^c)}$$

where H is Oersteds (Oe)

	Perm	a	b	c
Kool Mμ[®] Toroids	14 μ	0.01	4.938E-08	2.000
	26 μ	0.01	5.266E-07	1.819
	40 μ	0.01	2.177E-06	1.704
	60 μ	0.01	2.142E-06	1.855
	75 μ	0.01	3.885E-06	1.819
	90 μ	0.01	5.830E-06	1.819
	125 μ	0.01	2.209E-05	1.636
Kool Mμ[®] MAX Toroids	14 μ	0.01	8.274E-09	2.239
	19 μ	0.01	3.136E-08	2.111
	26 μ	0.01	3.444E-08	2.205
	40 μ	0.01	5.919E-07	1.855
	60 μ	0.01	5.917E-07	2.000
Kool Mμ[®] Hf Toroids	26 μ	0.01	3.556E-08	2.213
	60 μ	0.01	4.064E-07	2.131
	19 μ	0.01	4.976E-09	2.236
	26 μ	0.01	6.304E-10	2.714
XFlux[®] Toroids	40 μ	0.01	1.843E-08	2.358
	60 μ	0.01	1.489E-08	2.613
	75 μ	0.01	2.269E-08	2.649
	90 μ	0.01	9.841E-08	2.477
	125 μ	0.01	2.687E-07	2.477
High Flux Toroids	14 μ	0.01	3.389E-08	1.923
	26 μ	0.01	4.205E-09	2.426
	40 μ	0.01	1.841E-08	2.409
	60 μ	0.01	6.413E-08	2.291
	125 μ	0.01	1.403E-07	2.465
	147 μ	0.01	1.207E-06	2.131
	160 μ	0.01	1.704E-06	2.094
Edge[®] Toroids	26 μ	0.01	3.646E-11	3.192
	60 μ	0.01	9.202E-10	3.044
MPP Toroids	14 μ	0.01	4.357E-09	2.385
	26 μ	0.01	1.090E-08	2.505
	60 μ	0.01	1.165E-07	2.436
	125 μ	0.01	4.061E-07	2.518
	147 μ	0.01	9.118E-07	2.430
	160 μ	0.01	9.525E-07	2.477
	173 μ	0.01	8.078E-07	2.563
	200 μ	0.01	1.496E-06	2.477
	300 μ	0.01	4.913E-06	2.430
	550 μ	0.01	5.597E-04	1.710

	Perm	a	b	c
Kool Mμ[®] E Cores, U Cores & Blocks	14 μ	0.01	3.066E-07	1.850
	26 μ	0.01	4.581E-07	1.868
	40 μ	0.01	7.684E-07	1.904
	60 μ	0.01	3.371E-06	1.736
	90 μ	0.01	1.529E-05	1.583
XFlux[®] E Cores, U Cores & Blocks	26 μ	0.01	3.031E-09	2.505
	40 μ	0.01	4.028E-08	2.250
	60 μ	0.01	7.781E-08	2.253
Kool Mμ[®] EQ Cores	26 μ	0.01	4.581E-07	1.868
	40 μ	0.01	7.684E-07	1.904
	60 μ	0.01	3.371E-06	1.736
XFlux[®] EQ Cores	26 μ	0.01	3.031E-09	2.505
	40 μ	0.01	4.028E-08	2.250
	60 μ	0.01	7.781E-08	2.253
High Flux EQ Cores	26 μ	0.01	2.313E-11	3.243
	40 μ	0.01	8.995E-09	2.441
	60 μ	0.01	1.583E-08	2.572

Note: Fit valid only for range shown on graph.

DT5 – Documentation technique MAGNETICS (3/4)

Material Data

DC Magnetization Curves

Fit Formula

$$B = \left[\frac{a + bH + cH^2}{1 + dH + eH^2} \right]^x \text{ where } B = \text{Tesla (T)}, H = \text{Oersteds (Oe)}$$

	Perm	a	b	c	d	e	x
Kool M μ [®] Toroids	14 μ	3.918E-02	1.856E-02	4.812E-04	1.390E-01	4.478E-04	1.875
	26 μ	3.763E-02	1.712E-02	5.155E-04	9.190E-02	4.909E-04	1.812
	40 μ	3.789E-02	1.632E-02	5.355E-04	7.365E-02	5.110E-04	1.665
	60 μ	3.601E-02	1.721E-02	5.401E-04	5.624E-02	5.156E-04	1.577
	75 μ	3.111E-02	2.286E-02	5.343E-04	5.568E-02	4.982E-04	1.614
	90 μ	2.965E-02	2.538E-02	5.142E-04	5.305E-02	4.867E-04	1.578
	125 μ	2.730E-02	2.946E-02	5.038E-04	5.274E-02	4.639E-04	1.471
Kool M μ [®] MAX Toroids	14 μ	3.945E-02	1.922E-02	4.882E-04	1.430E-01	4.217E-04	1.895
	19 μ	3.915E-02	1.866E-02	5.237E-04	1.225E-01	4.368E-04	1.859
	26 μ	6.405E-02	1.572E-02	5.541E-04	9.685E-02	4.568E-04	1.813
	40 μ	3.810E-02	1.720E-02	5.982E-04	8.225E-02	4.852E-04	1.684
	60 μ	3.589E-02	1.862E-02	6.201E-04	6.341E-02	4.897E-04	1.630
Kool M μ [®] Hf Toroids	26 μ	5.241E-02	1.534E-02	5.564E-04	9.843E-02	4.635E-04	1.770
	60 μ	3.621E-02	1.674E-02	5.950E-04	5.718E-02	5.134E-04	1.599
XFLux [®] Toroids	19 μ	3.986E-02	2.164E-02	5.311E-04	1.504E-01	3.344E-04	1.783
	26 μ	4.042E-02	2.042E-02	5.962E-04	1.164E-01	3.934E-04	1.872
	40 μ	5.119E-02	1.602E-02	6.640E-04	9.034E-02	4.405E-04	1.679
	60 μ	3.880E-02	1.648E-02	6.982E-04	6.611E-02	4.705E-04	1.623
	75 μ	4.142E-02	1.414E-02	7.119E-04	5.584E-02	4.648E-04	1.461
	90 μ	3.621E-02	1.987E-02	6.675E-04	4.921E-02	4.657E-04	1.542
	125 μ	3.814E-02	1.729E-02	6.277E-04	3.363E-02	4.649E-04	1.307
High Flux Toroids	14 μ	3.981E-02	2.174E-02	4.745E-04	1.733E-01	3.407E-04	1.749
	26 μ	3.969E-02	1.964E-02	5.931E-04	1.163E-01	4.025E-04	1.828
	40 μ	3.900E-02	1.717E-02	6.527E-04	8.595E-02	4.671E-04	1.725
	60 μ	3.828E-02	1.800E-02	7.012E-04	7.063E-02	4.502E-04	1.630
	125 μ	3.790E-02	2.126E-02	7.080E-04	4.139E-02	4.223E-04	1.433
	147 μ	3.498E-02	2.404E-02	6.777E-04	3.915E-02	4.373E-04	1.366
	160 μ	3.413E-02	2.449E-02	6.798E-04	3.699E-02	4.411E-04	1.326
Edge [®] Toroids	26 μ	4.247E-02	2.153E-02	6.192E-04	1.157E-01	4.154E-04	1.951
	60 μ	4.753E-02	1.352E-02	7.586E-04	7.251E-02	4.368E-04	1.538
MPP Toroids	14 μ	3.918E-02	1.824E-02	4.911E-04	1.331E-01	4.502E-04	1.938
	26 μ	5.340E-02	1.144E-02	5.419E-04	8.772E-02	5.000E-04	1.699
	60 μ	3.933E-02	1.371E-02	5.727E-04	5.100E-02	5.216E-04	1.528
	125 μ	3.423E-02	2.092E-02	5.477E-04	3.371E-02	4.941E-04	1.364
	147 μ	2.888E-02	2.651E-02	5.290E-04	3.462E-02	5.025E-04	1.396
	160 μ	2.843E-02	2.738E-02	5.121E-04	3.243E-02	5.052E-04	1.365
	173 μ	2.933E-02	2.707E-02	4.917E-04	2.795E-02	5.130E-04	1.325
	200 μ	2.257E-02	3.252E-02	5.097E-04	3.170E-02	5.225E-04	1.316
	300 μ	2.880E-03	5.179E-02	5.787E-04	4.904E-02	5.100E-04	1.254
	550 μ	1.681E-03	7.555E-02	1.118E-10	9.743E-02	1.754E-03	1.100

DT5 – Documentation technique MAGNETICS (4/4)

Wire Table

AWG Wire Size	Resistance Ω /meter	Wire O.D. (cm) Heavy Build	Wire Area cm^2	Current Capacity, Amps (listed by columns of Amps/ cm^2)				
				200	400	500	600	800
6	.00130	.421	0.1392	26.6	53.2	66.5	79.8	106
7	.00163	.376	0.1110	21.1	42.2	52.8	63.3	84.4
8	.00206	.336	0.0887	16.7	33.5	41.8	50.2	66.9
9	.00260	.299	0.0702	13.3	26.5	33.2	39.8	53.1
10	.00328	.267	0.0560	10.5	21.0	26.3	31.6	42.1
11	.00414	.238	0.0445	8.34	16.7	20.8	25.0	33.3
12	.00521	.213	0.0356	6.62	13.2	16.5	19.8	26.5
13	.00656	.1902	0.0284	5.25	10.5	13.1	15.8	21.0
14	.00828	.1715	0.0231	4.16	8.33	10.4	12.5	16.7
15	.01044	.1529	0.01840	3.30	6.61	8.26	9.91	13.2
16	.01319	.1369	0.01472	2.62	5.23	6.54	7.85	10.5
17	.01658	.1224	0.01177	2.08	4.16	5.20	6.24	8.32
18	.02095	.1095	0.00942	1.65	3.29	4.11	4.94	6.58
19	.02640	.0980	0.00754	1.31	2.61	3.27	3.92	5.22
20	.03323	.0879	0.00607	1.04	2.08	2.59	3.11	4.15
21	.04190	.0785	0.00484	0.823	1.65	2.06	2.47	3.29
22	.05315	.0701	0.00386	0.649	1.30	1.62	1.95	2.59
23	.06663	.0632	0.00314	0.518	1.04	1.29	1.55	2.07
24	.08422	.0566	0.00252	0.409	0.819	1.0236	1.23	1.64
25	.10620	.0505	0.00200	0.325	0.649	0.812	0.974	1.30
26	.13458	.0452	0.00160	0.256	0.512	0.641	0.769	1.02
27	.16873	.0409	0.00131	0.204	0.409	0.511	0.613	0.817
28	0.214	.0366	0.00105	0.161	0.322	0.402	0.483	0.644
29	0.266	.0330	0.000855	0.129	0.259	0.324	0.388	0.518
30	0.340	.0295	0.000683	0.101	0.203	0.253	0.304	0.405
31	0.429	.0267	0.000560	0.0803	0.161	0.201	0.241	0.321
32	0.532	.0241	0.000456	0.0649	0.130	0.162	0.195	0.259
33	0.675	.0216	0.000366	0.0511	0.102	0.128	0.153	0.204
34	0.857	.01905	0.000285	0.0402	0.0804	0.101	0.121	0.161
35	1.085	.01702	0.000228	0.0318	0.0636	0.0795	0.0953	0.127
36	1.361	.01524	0.000182	0.0253	0.0507	0.0633	0.0760	0.101
37	1.680	.01397	0.000153	0.0205	0.0410	0.0513	0.0616	0.0821
38	2.13	.01245	0.000122	0.0162	0.0324	0.0405	0.0486	0.0649
39	2.78	.01092	0.000094	0.0124	0.0248	0.0310	0.0372	0.0497
40	3.54	.00965	0.000073	0.00974	0.0195	0.0243	0.0292	0.0390
41	4.34	.00864	0.000059	0.00795	0.0159	0.0199	0.0238	0.0318
42	5.44	.00762	0.000046	0.00633	0.0127	0.0158	0.0190	0.0253
43	7.03	.00686	0.000037	0.00490	0.00981	0.0123	0.0147	0.0196
44	8.51	.00635	0.000032	0.00405	0.00811	0.0101	0.0122	0.0162
45	10.98	.00546	0.000023	0.00314	0.00628	0.00785	0.00942	0.0126
46	13.80	.00498	0.000019	0.00250	0.00500	0.00624	0.00749	0.00999
47	17.36	.00452	0.000016	0.00199	0.00397	0.00497	0.00596	0.00795
48	22.10	.00394	0.000012	0.00156	0.00312	0.00390	0.00467	0.00623
49	27.60	.00353	0.000010	0.00125	0.00250	0.00312	0.00375	0.00499

DT6 – Documentation technique SEMIKRON (1/2)

SEMiX603GAL12E4p



SEMiX® 3p

Trench IGBT Modules

SEMiX603GAL12E4p

Features

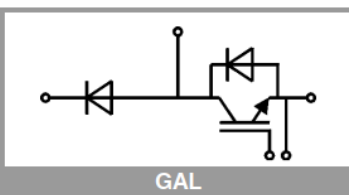
- Homogeneous Si
- Trench = Trenchgate technology
- $V_{CE(sat)}$ with positive temperature coefficient
- High short circuit capability
- Press-fit pins as auxiliary contacts
- Thermally optimized ceramic
- UL recognized, file no. E63532

Typical Applications*

- AC inverter drives
- UPS
- Renewable energy systems

Remarks

- Product reliability results are valid for $T_j=150^\circ\text{C}$
- V_{isol} between temperature sensor and power section is only 2500V
- For storage and case temperature with TIM see document "TP(*) SEMiX 3p"



Absolute Maximum Ratings				
Symbol	Conditions	Values	Unit	
IGBT				
V_{CES}	$T_j = 25^\circ\text{C}$	1200	V	
I_C	$T_j = 175^\circ\text{C}$	$T_c = 25^\circ\text{C}$	1110	A
		$T_c = 80^\circ\text{C}$	853	A
I_{Cnom}		600	A	
I_{CRM}	$I_{CRM} = 3I_{Cnom}$	1800	A	
V_{GES}		-20 ... 20	V	
t_{psc}	$V_{CC} = 800\text{ V}$ $V_{GE} \leq 15\text{ V}$ $V_{CES} \leq 1200\text{ V}$	$T_j = 150^\circ\text{C}$	10	μs
T_j		-40 ... 175	$^\circ\text{C}$	
Inverse diode				
V_{RRM}	$T_j = 25^\circ\text{C}$	1200	V	
I_F	$T_j = 175^\circ\text{C}$	$T_c = 25^\circ\text{C}$	856	A
		$T_c = 80^\circ\text{C}$	640	A
I_{Fnom}		600	A	
I_{FRM}	$I_{FRM} = 2I_{Fnom}$	1200	A	
I_{FSM}	$t_p = 10\text{ ms, sin } 180^\circ, T_j = 25^\circ\text{C}$	3456	A	
T_j		-40 ... 175	$^\circ\text{C}$	
Freewheeling diode				
V_{RRM}	$T_j = 25^\circ\text{C}$	1200	V	
I_F	$T_j = 175^\circ\text{C}$	$T_c = 25^\circ\text{C}$	856	A
		$T_c = 80^\circ\text{C}$	640	A
I_{Fnom}		600	A	
I_{FRM}	$I_{FRM} = 2I_{Fnom}$	1200	A	
I_{FSM}	$t_p = 10\text{ ms, sin } 180^\circ, T_j = 25^\circ\text{C}$	3456	A	
T_j		-40 ... 175	$^\circ\text{C}$	
Module				
$I_{t(RMS)}$		600	A	
T_{stg}	module without TIM	-40 ... 125	$^\circ\text{C}$	
V_{isol}	AC sinus 50Hz, $t = 1\text{ min}$	4000	V	

Characteristics					
Symbol	Conditions	min.	typ.	max.	Unit
IGBT					
$V_{CE(sat)}$	$I_C = 600\text{ A}$ $V_{GE} = 15\text{ V}$ chipllevel	$T_j = 25^\circ\text{C}$	1.80	2.05	V
		$T_j = 150^\circ\text{C}$	2.03	2.30	V
V_{CE0}	chipllevel	$T_j = 25^\circ\text{C}$	0.87	1.01	V
		$T_j = 150^\circ\text{C}$	0.77	0.9	V
r_{CE}	$V_{GE} = 15\text{ V}$ chipllevel	$T_j = 25^\circ\text{C}$	1.55	1.73	$\text{m}\Omega$
		$T_j = 150^\circ\text{C}$	2.1	2.3	$\text{m}\Omega$
$V_{GE(th)}$	$V_{GE}=V_{CE}, I_C = 22.2\text{ mA}$	5.3	5.8	6.3	V
I_{CES}	$V_{GE} = 0\text{ V}, V_{CE} = 1200\text{ V}, T_j = 25^\circ\text{C}$			5	mA
C_{ies}	$V_{CE} = 25\text{ V}$ $V_{GE} = 0\text{ V}$	$f = 1\text{ MHz}$	37.5		nF
C_{oes}		$f = 1\text{ MHz}$	2.31		nF
C_{res}		$f = 1\text{ MHz}$	2.04		nF
Q_G	$V_{GE} = -8\text{ V...} + 15\text{ V}$		3450		nC
R_{Gint}	$T_j = 25^\circ\text{C}$		1.2		Ω

DT6 – Documentation technique SEMIKRON (2/2)

SEMiX603GAL12E4p



Trench IGBT Modules

SEMiX603GAL12E4p

Features

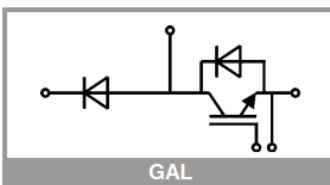
- Homogeneous Si
- Trench = Trenchgate technology
- $V_{CE(sat)}$ with positive temperature coefficient
- High short circuit capability
- Press-fit pins as auxiliary contacts
- Thermally optimized ceramic
- UL recognized, file no. E63532

Typical Applications*

- AC inverter drives
- UPS
- Renewable energy systems

Remarks

- Product reliability results are valid for $T_j=150^\circ\text{C}$
- V_{isol} between temperature sensor and power section is only 2500V
- For storage and case temperature with TIM see document "TP(*) SEMiX 3p"



Characteristics						
Symbol	Conditions		min.	typ.	max.	Unit
IGBT						
$t_{d(on)}$	$V_{CC} = 600\text{ V}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		160		ns
t_r	$I_C = 600\text{ A}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		80		ns
E_{on}	$V_{GE} = +15/-15\text{ V}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		59		mJ
$t_{d(off)}$	$R_{G\ on} = 1.5\ \Omega$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		540		ns
t_f	$R_{G\ off} = 1.5\ \Omega$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		130		ns
E_{off}	$di/dt_{on} = 7270\text{ A}/\mu\text{s}$ $di/dt_{off} = 4270\text{ A}/\mu\text{s}$ $du/dt = 3500\text{ V}/\mu\text{s}$ $L_s = 21\text{ nH}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		76		mJ
$R_{th(j-c)}$	per IGBT				0.037	K/W
$R_{th(c-s)}$	per IGBT ($\lambda_{grease}=0.81\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$)			0.035		K/W
$R_{th(c-s)}$	per IGBT, pre-applied phase change material			0.025		K/W
Inverse diode						
$V_F = V_{EC}$	$I_F = 600\text{ A}$	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		2.08	2.44	V
	$V_{GE} = 0\text{ V}$ chiplevel	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		2.08	2.34	V
V_{F0}	chiplevel	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		1.39	1.59	V
		$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		1.08	1.18	V
r_F	chiplevel	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		1.16	1.42	m Ω
		$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		1.67	1.93	m Ω
I_{RRM}	$I_F = 600\text{ A}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		480		A
Q_{rr}	$di/dt_{off} = 6880\text{ A}/\mu\text{s}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		90		μC
E_{rr}	$V_{GE} = -15\text{ V}$ $V_{CC} = 600\text{ V}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		33		mJ
$R_{th(j-c)}$	per diode				0.065	K/W
$R_{th(c-s)}$	per diode ($\lambda_{grease}=0.81\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$)			0.039		K/W
$R_{th(c-s)}$	per diode, pre-applied phase change material			0.031		K/W
Freewheeling diode						
$V_F = V_{EC}$	$I_F = 600\text{ A}$	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		2.08	2.44	V
	$V_{GE} = 0\text{ V}$ chiplevel	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		2.08	2.34	V
V_{F0}	chiplevel	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		1.39	1.59	V
		$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		1.08	1.18	V
r_F	chiplevel	$T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$		1.16	1.42	m Ω
		$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		1.67	1.93	m Ω
I_{RRM}	$I_F = 600\text{ A}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		480		A
Q_{rr}	$di/dt_{off} = 6880\text{ A}/\mu\text{s}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		90		μC
E_{rr}	$V_{GE} = -15\text{ V}$ $V_{CC} = 600\text{ V}$	$T_j = 150\text{ }^\circ\text{C}$		33		mJ
$R_{th(j-c)}$	per diode				0.065	K/W
$R_{th(c-s)}$	per diode ($\lambda_{grease}=0.81\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$)			0.039		K/W
$R_{th(c-s)}$	per diode, pre-applied phase change material			0.031		K/W

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document Réponse DR1

Question 6 et Question 7

	Vitesse (km·h ⁻¹)	50	100	140
	Résistance à l'avancement (N)			
Pente 0 %	Effort de traction (N)			
	Puissance mécanique (kW)			
Pente 2,5 %	Effort de traction (N)			
	Puissance mécanique (kW)			

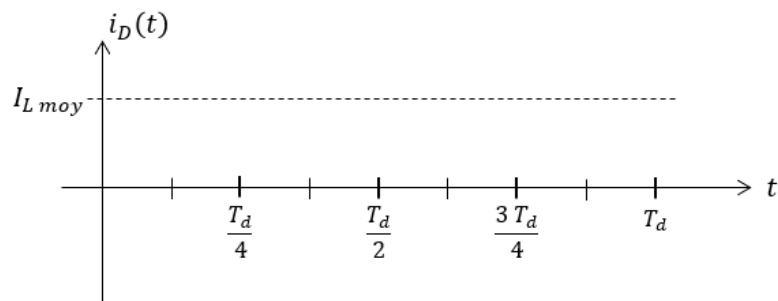
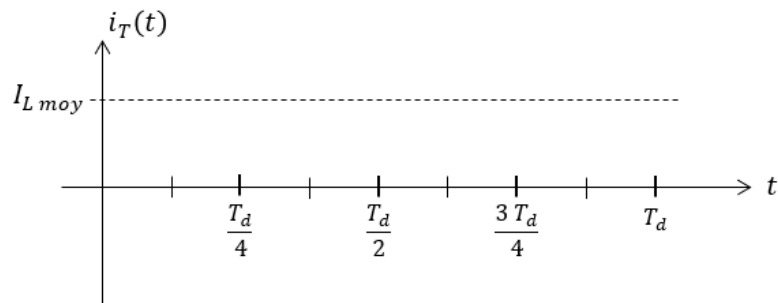
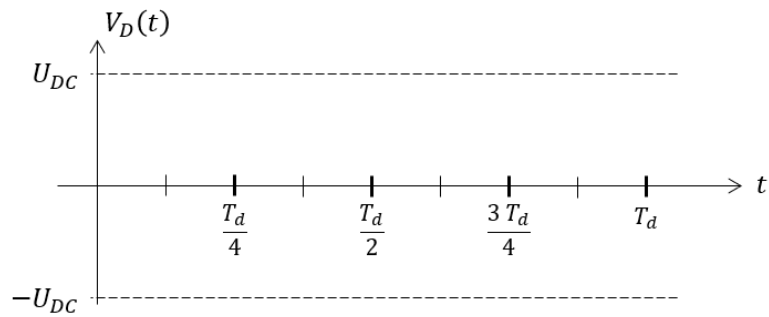
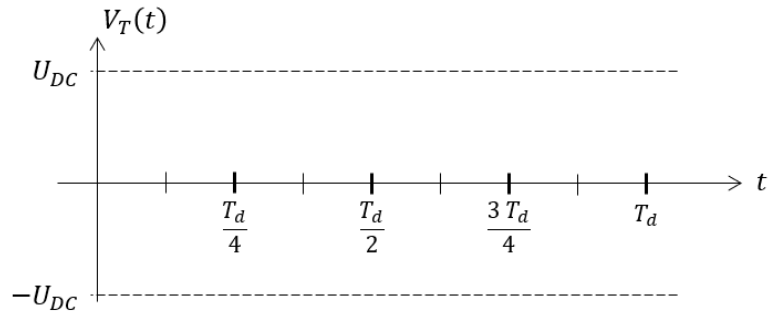
Document Réponse DR2

Question 8

	Vitesse (km·h ⁻¹)	50	140
Pente 0 % $\gamma = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Effort de traction (N)		
	Puissance mécanique (kW)		
Pente 0,68 % $\gamma = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Effort de traction (kN)		
	Puissance mécanique (kW)		

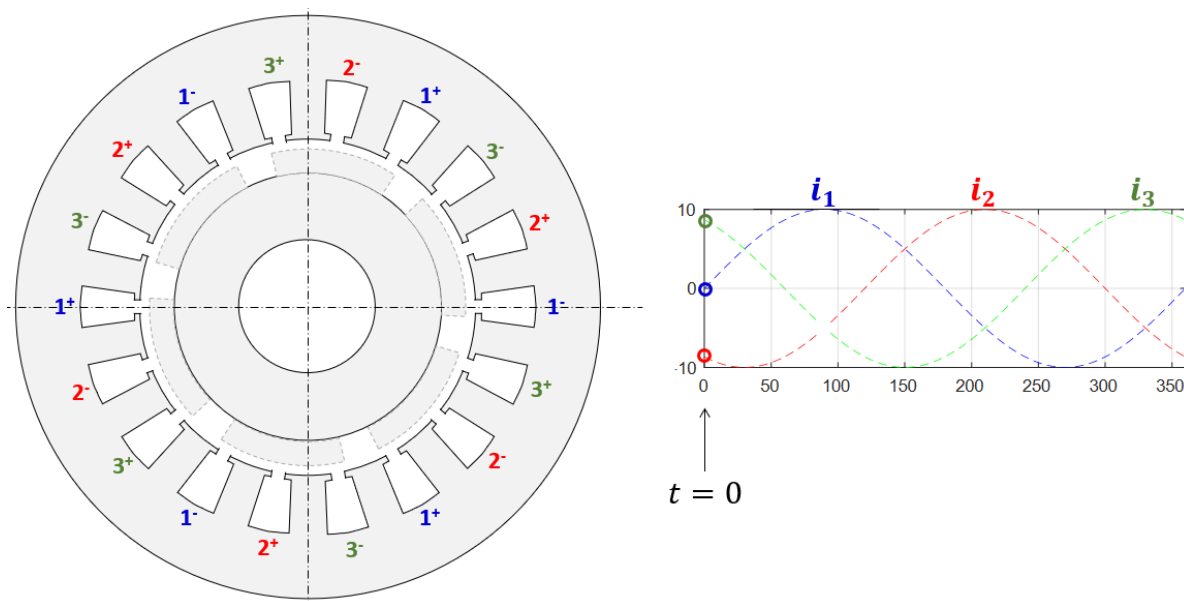
Document Réponse DR3

Question 23

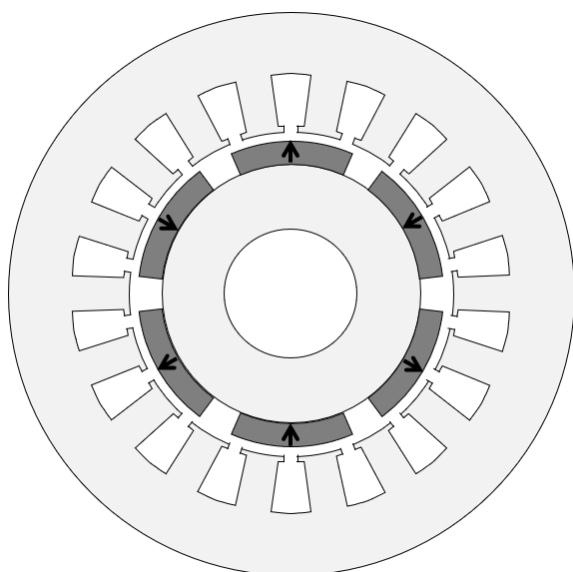


Document Réponse DR4

Question 52



Question 53



Question 56

