

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

JOUR 2

Durée de l'épreuve : **3 heures 30**

Partie sciences de l'ingénieur : durée indicative de **2 h 30**

Partie sciences physiques : durée indicative de **1 h**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 22 pages numérotées de 1/22 à 22/22.

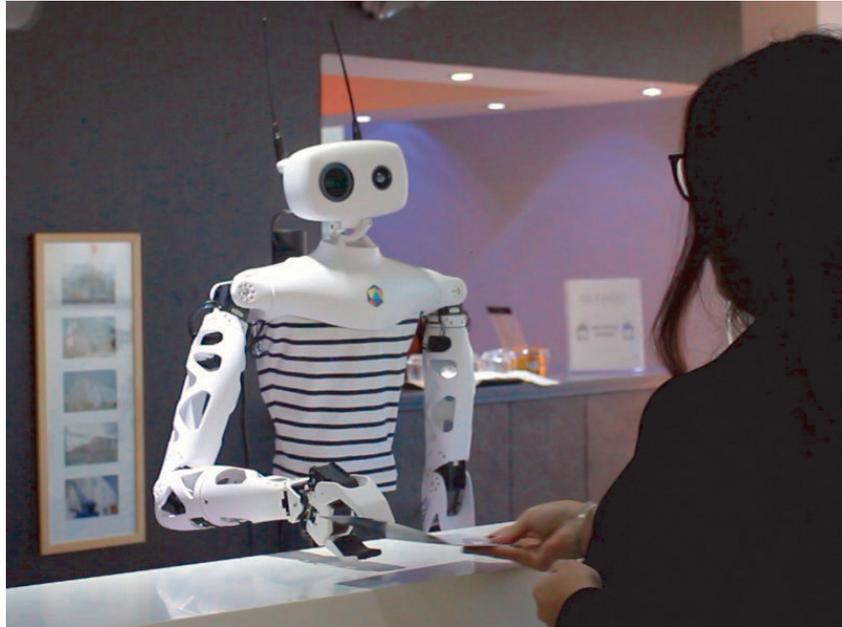
**Le candidat traite les 2 parties en suivant les consignes contenues dans le sujet.
Chacune des parties est traitée sur des copies séparées.**

| | |
|---|-----------|
| Partie 1 - Sciences de l'ingénieur | 20 points |
| Partie 2 - Sciences physiques | 20 points |

Partie 1 : les documents réponses DR1 à DR3 (pages 16 à 18) sont à rendre avec la copie.

Partie 1 - Sciences de l'ingénieur

Robot humanoïde



Constitution du sujet

- Sujet pages 3 à 15
- Documents réponses pages 16 à 18

Les documents réponses DR1 à DR3 (pages 16 à 18) sont à rendre avec la copie.

Robot humanoïde

Les progrès scientifiques et techniques, notamment dans le domaine de l'intelligence artificielle (IA) permettent aux robots d'accomplir des tâches toujours plus complexes et variées. Leur utilisation se démocratise dans de nombreux secteurs : industrie, logistique et transport, agriculture, soin et santé, etc.

Le robot humanoïde Reachy développé par la société Pollen Robotics vise à faciliter la recherche et le développement autour de ce type de robots. Il s'agit d'une plateforme robotique humanoïde en sources ouvertes (logicielles et matérielles) qui permet la conception d'applications en rapport avec l'interaction humain / robot, la manipulation d'objets, l'IA, etc.

La figure 1 montre un cas d'utilisation type du robot humanoïde Reachy.

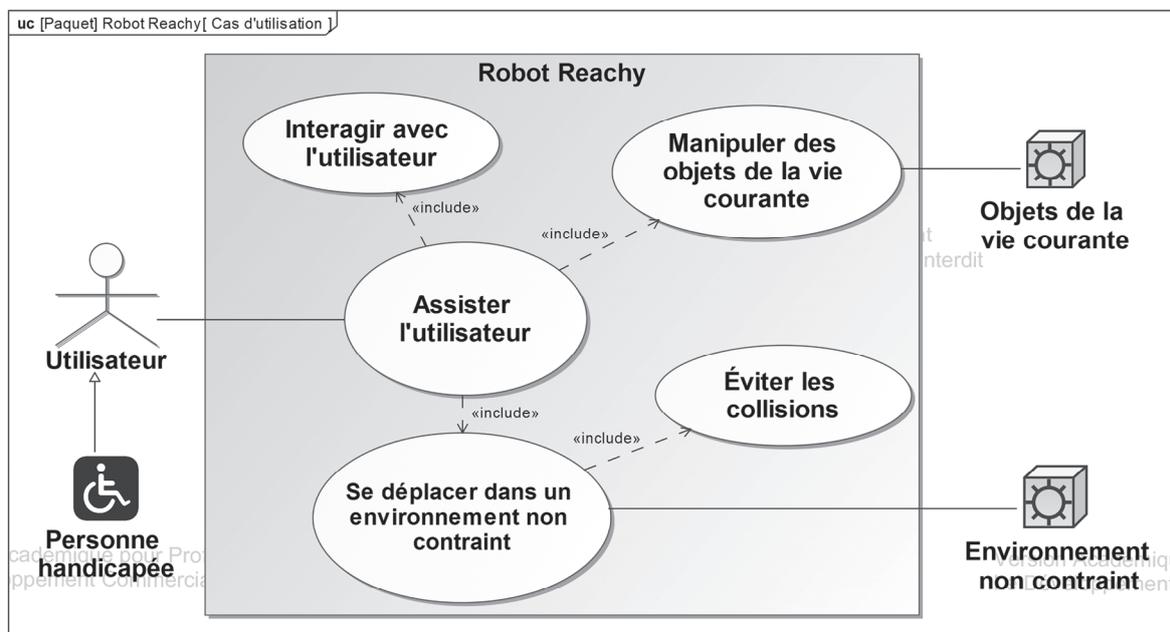


Figure 1 : cas d'utilisation « assister une personne handicapée »

Les concepteurs du robot humanoïde ont porté une attention particulière à son design pour le rendre expressif. Il est constitué d'un torse avec cou, d'une tête et de deux bras équipés de pinces (d'autres systèmes de préhensions sont possibles) comme l'illustre la figure 2.

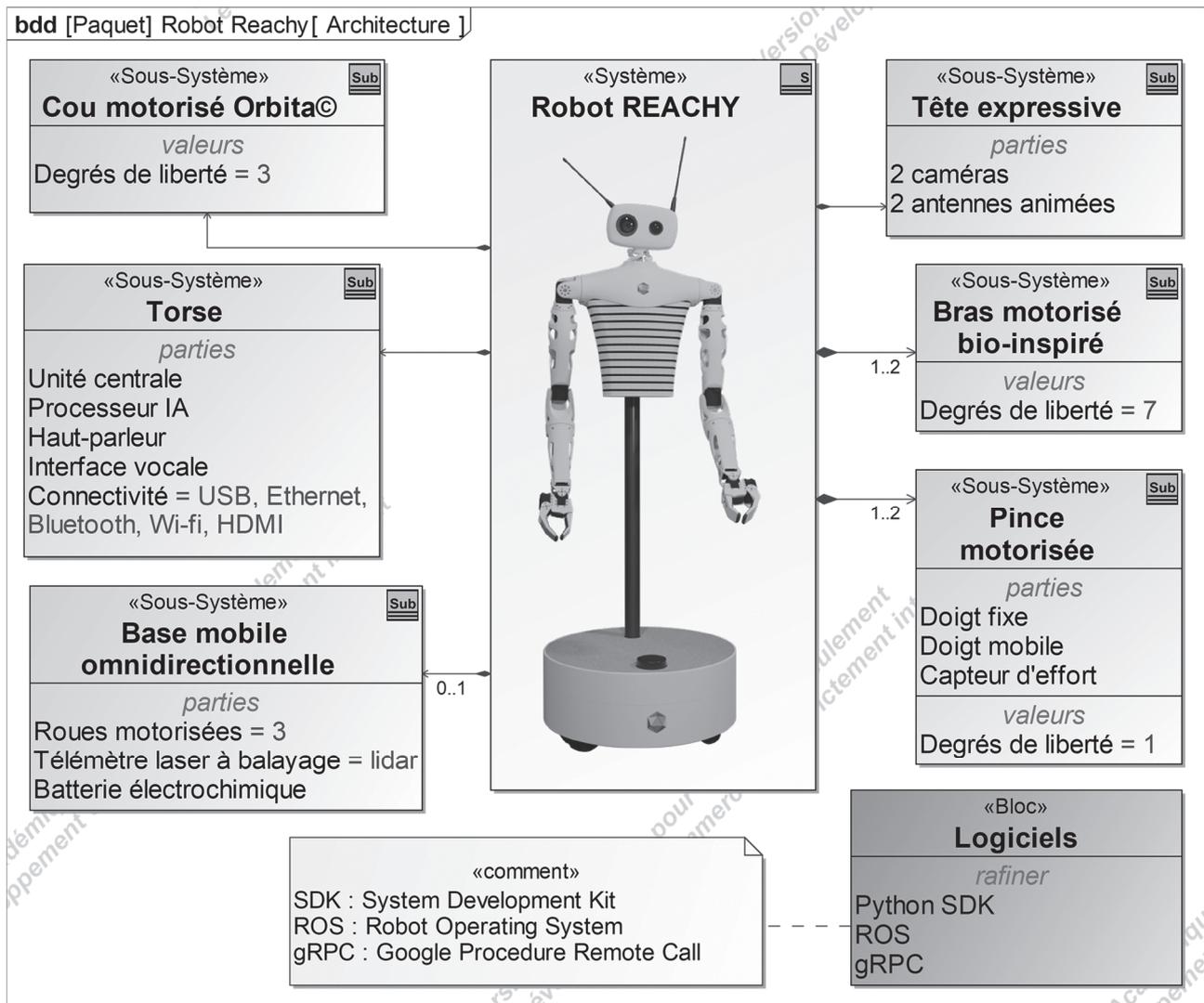


Figure 2 : diagramme de définition de blocs du robot humanoïde

La tête est orientable par le cou motorisé Orbita©. Ses mouvements évoquent ceux d'un humain. Les caméras peuvent par exemple servir à de la reconnaissance d'objet ou faciale, à du guidage, ou pour téléopérer le robot humanoïde en réalité virtuelle. Les antennes mobiles peuvent s'élever, s'abaisser ou s'agiter pour traduire un état émotionnel (joie, tristesse, excitation...).

Les bras et les pinces sont animés par des servomoteurs. Les mouvements réalisables et l'espace de travail couvert sont similaires à ceux d'un humain.

La base mobile omnidirectionnelle permet au robot humanoïde de se déplacer et de pivoter sur lui-même. Le télémètre laser à balayage (lidar) est exploitable pour de la localisation en temps réel.

Sous-partie 1

Valider la capacité à mouvoir la tête avec naturel

L'objectif de cette sous-partie est de vérifier que la solution technique utilisée pour mouvoir la tête du robot permet de réaliser des mouvements fluides, précis et sans oscillation.

Question 1.1 Après lecture des pages de présentation, **citer** trois fonctionnalités ou caractéristiques de la tête qui contribuent à l'interactivité du robot.

L'étude qui suit porte sur les exigences 1.1.2, 1.1.3 et 1.1.4 du diagramme de la figure 3. Elle s'appuie sur un mouvement de rotation de la tête autour de la verticale comme l'illustre la figure 4. Cette rotation est choisie ample et rapide en regard des capacités humaines afin de se placer dans des conditions défavorables.

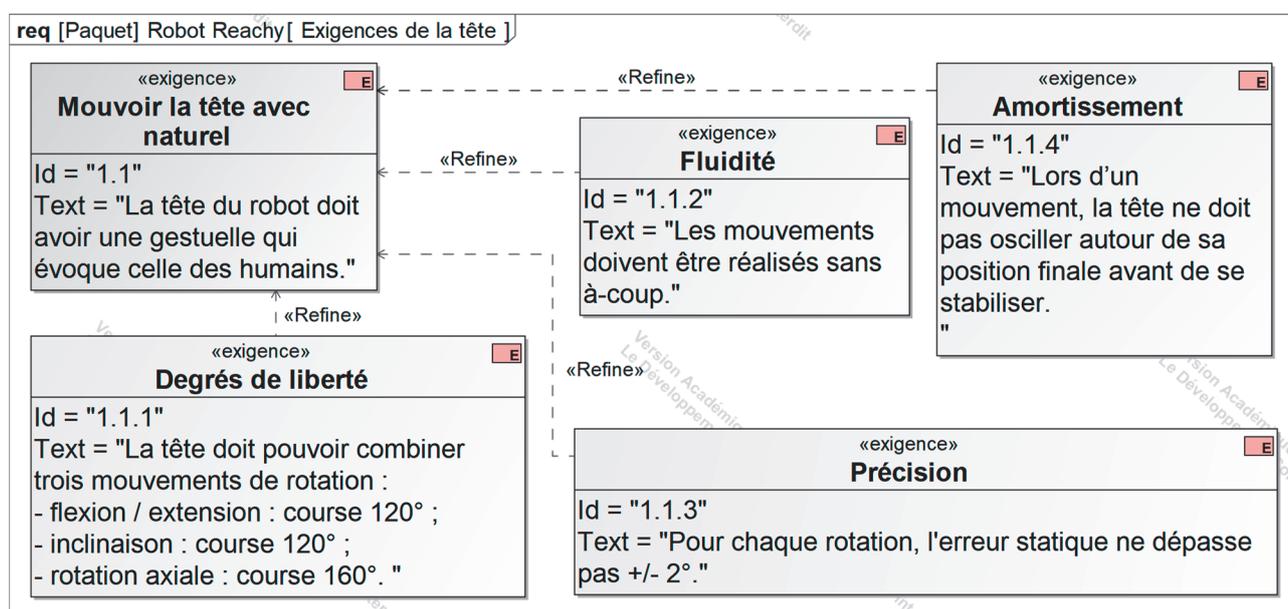


Figure 3 : diagramme partiel des exigences relatives aux mouvements de la tête

Hypothèses et données :

- le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à la tête ;
- l'axe (O, \vec{z}) est vertical ;
- $\Delta t = 0,9$ s est la durée de la rotation ;
- $\Delta \varphi_{\text{tête}} = 160^\circ$ est la variation de la position angulaire de la tête $\varphi_{\text{tête}}$ autour de (O, \vec{z}) durant Δt ;
- $\omega_{\text{tête}} = \frac{d\varphi_{\text{tête}}}{dt}$ est la vitesse de rotation autour de (O, \vec{z}) ;
- $\dot{\omega}_{\text{tête}} = \frac{d\omega_{\text{tête}}}{dt}$ est l'accélération angulaire autour de (O, \vec{z}) .

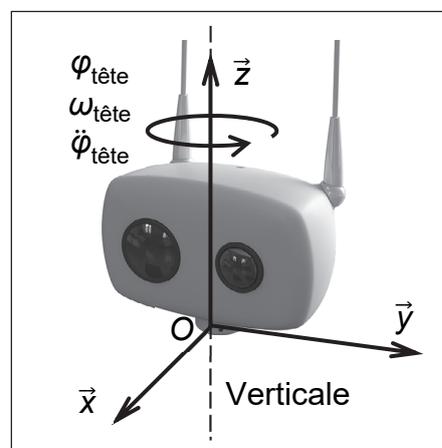


Figure 4 : rotation de la tête

Le document réponse DR1 propose deux lois de mouvements pour réaliser la rotation. L'accélération angulaire instantanée $\ddot{\varphi}_{\text{tête}}(t)$ doit évoluer sans discontinuité pour obtenir un mouvement fluide.

Question 1.2 Représenter l'évolution temporelle de $\ddot{\varphi}_{\text{tête}}(t)$ sur le document réponse DR1 pour la loi de mouvement ❶ en précisant les éléments de calculs sur la copie. Indiquer en le justifiant, pour chacune des lois de mouvements ❶ et ❷, si elle correspond à un mouvement fluide.

Le contrôle précis de l'orientation de la tête nécessite d'utiliser un asservissement de position dont le modèle multiphysique est détaillé sur la figure 5.

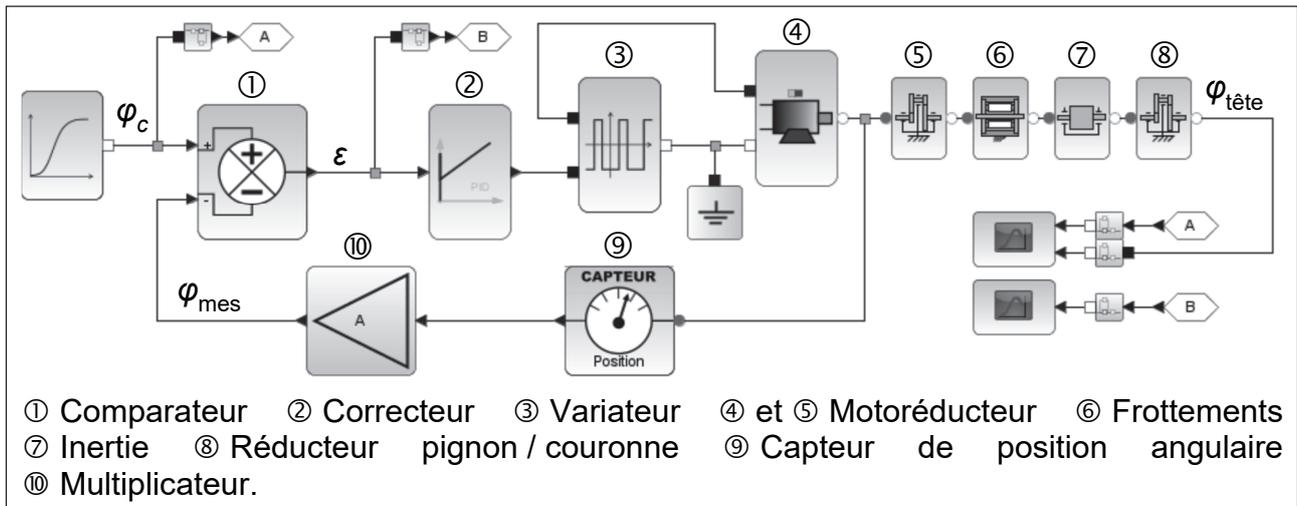


Figure 5 : modèle multiphysique de l'asservissement de position de la tête

Le modèle multiphysique a pu être paramétré à partir des spécifications techniques des constituants, sauf pour les paramètres représentatifs des frottements nommés k_f et C_{sec} .

Des relevés expérimentaux destinés à déterminer les valeurs de k_f et de C_{sec} ont permis de tracer la caractéristique de la figure 6.

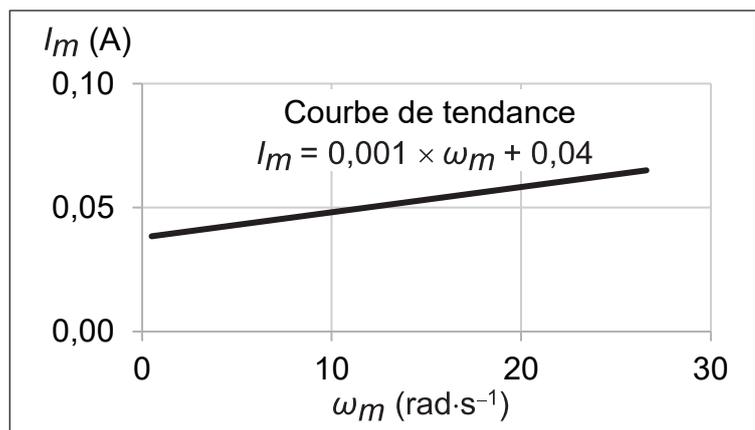


Figure 6 : courant I_m absorbé par le motoréducteur en fonction la vitesse de rotation de son arbre ω_m

Les mesures ont été effectuées en régime permanent et en l'absence de couple extérieur exercé sur la tête. Dans ces conditions, le théorème du moment dynamique appliqué à l'arbre du motoréducteur permet d'écrire $k \times I_m - k_f \times \omega_m - C_{\text{sec}} = 0$ avec :

- k constante de couple du motoréducteur ($k = 0,4 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$) ;
- k_f coefficient de frottements visqueux ramenés sur l'arbre du motoréducteur (en $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$) ;
- C_{sec} couple de frottements secs ramenés sur l'arbre du motoréducteur (en N·m).

Question 1.3 Montrer que $k_f/k = 0,001 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$ et que $C_{\text{sec}}/k = 0,04 \text{ A}$ à partir de l'équation de la courbe de tendance de la figure 6. En **déduire** la valeur de k_f et la valeur de C_{sec} .

La consigne d'entrée de l'asservissement est l'angle φ_c et sa grandeur de sortie est la position angulaire de la tête $\varphi_{\text{tête}}$. La grandeur de retour φ_{mes} vérifie $\varphi_{\text{mes}} = \varphi_{\text{tête}}$. Trois réglages du correcteur ont été simulés pour une variation de consigne de 160° en 0,9 s. La figure 7 montre l'évolution temporelle de $\varphi_c(t)$ et de $\varphi_{\text{tête}}(t)$ ainsi que l'évolution correspondante de la sortie du comparateur $\varepsilon(t)$.

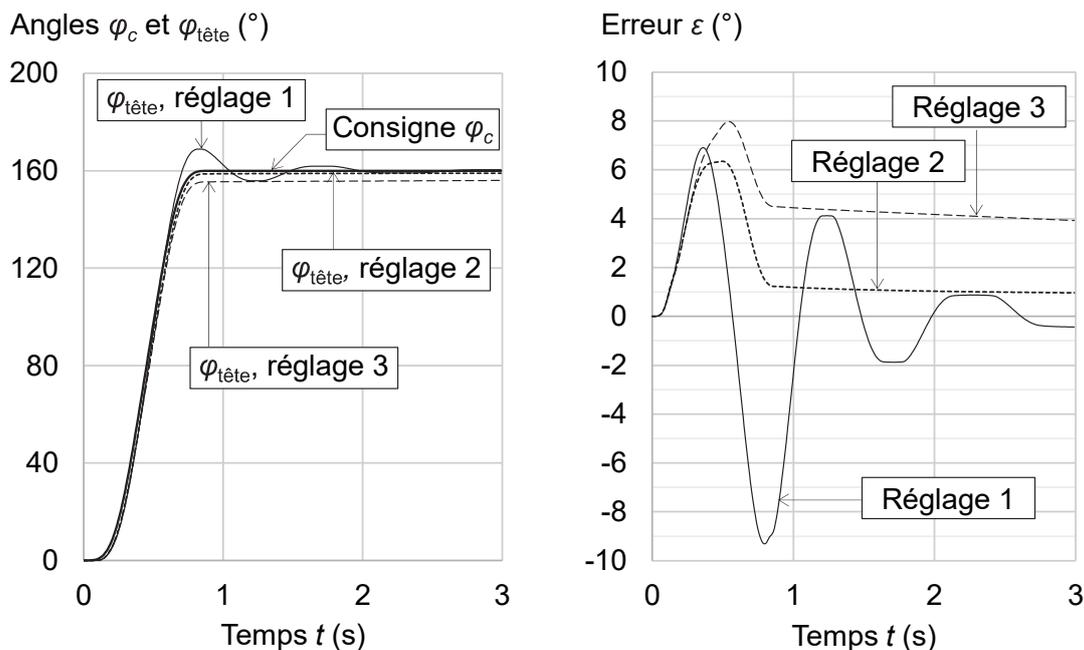


Figure 7 : réponse de l'asservissement à une variation de consigne

Question 1.4 Déterminer le ou les réglages du correcteur qui permettent de satisfaire les exigences 1.1.3 et 1.1.4 (figure 3). Justifier la réponse.

Question 1.5 Conclure sur la capacité de la solution technique utilisée à mouvoir la tête du robot conformément aux exigences 1.1.2, 1.1.3 et 1.1.4.

Sous-partie 2

Valider la capacité à saisir et maintenir des objets

L'objectif de cette sous-partie est de valider la capacité du préhenseur du robot humanoïde à saisir et maintenir un objet de la vie courante sans l'endommager.

L'extrémité du bras du robot est munie de la pince de préhension à deux doigts présentée figure 8.

Le support et le doigt fixe notés (0) sont en liaison complète. Le doigt mobile (2) avec secteur denté est entraîné par un pignon (1) à secteur denté fixé à l'arbre d'un servomoteur. Le corps du servomoteur et le support (0) sont en liaison complète.

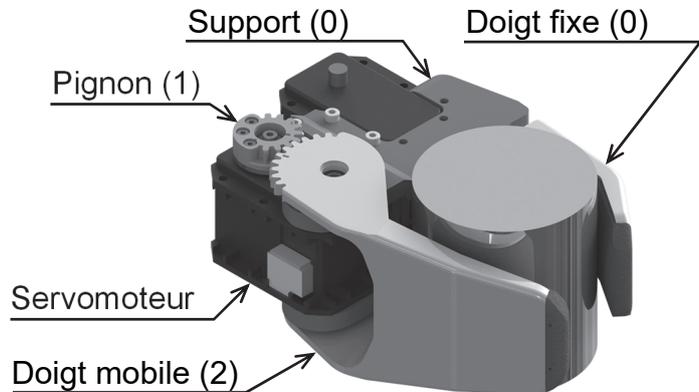


Figure 8 : pince en action de préhension d'un objet cylindrique de 55 mm de diamètre

La préhension de l'objet se déroule en quatre phases : ouverture de la pince par rotation du doigt mobile ; approche et encadrement de l'objet ; fermeture de la pince sur l'objet par rotation du doigt mobile ; maintien de l'objet.

Question 1.6 **Compléter** le diagramme de bloc interne de la chaîne de puissance de la pince sur le document DR2 avec les différentes formes de puissances et les différents flux et efforts mis en œuvre.

La figure 9 présente le diagramme partiel des exigences que la pince doit satisfaire.

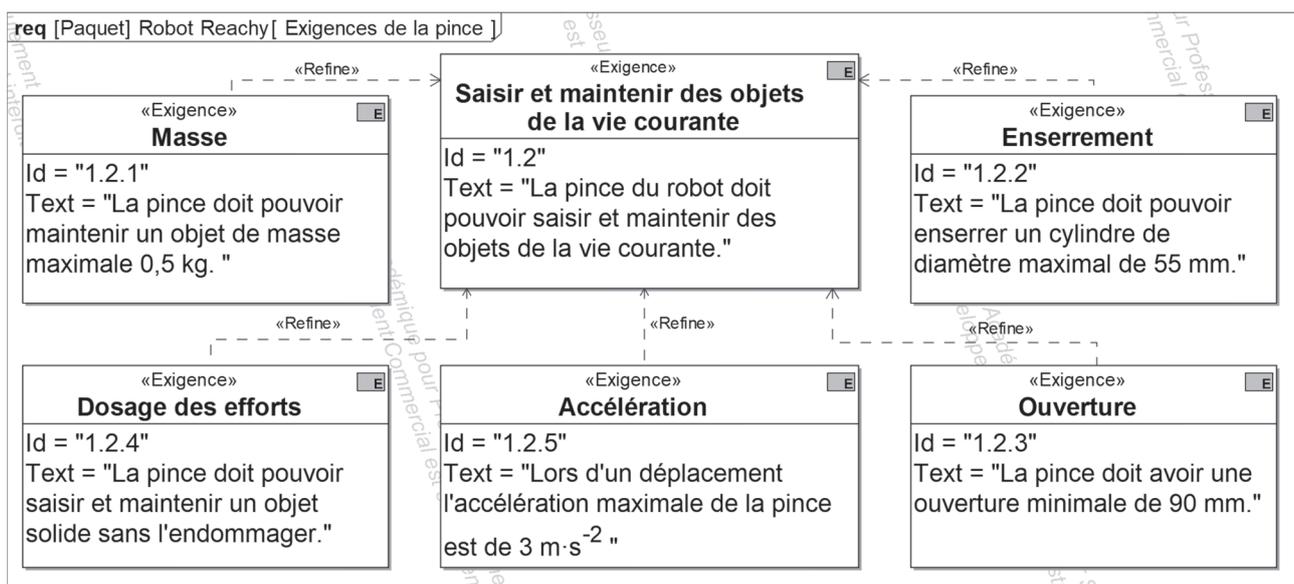


Figure 9 : diagramme partiel des exigences pour la pince

La capacité d'ouverture de la pince est étudiée à partir des éléments de la figure 10.

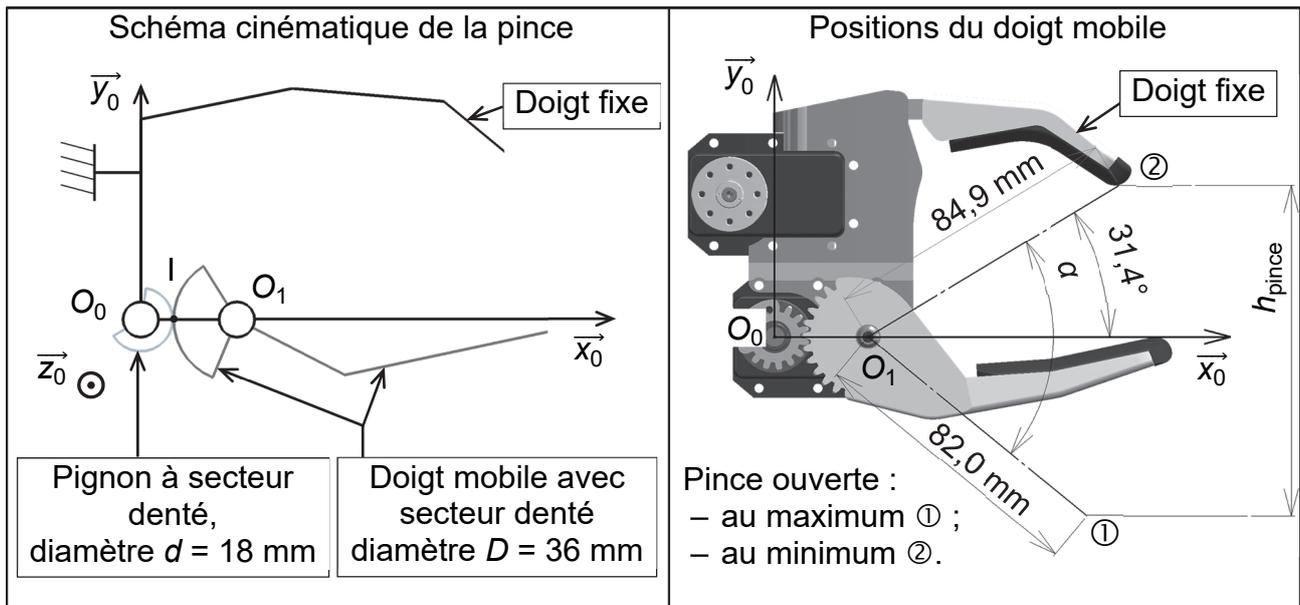


Figure 10 : schéma cinématique et dessin d'ensemble de la pince

Hypothèses et notations :

- le repère $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié à la pince ;
- l'axe de rotation du doigt mobile est (O_1, \vec{z}_0) ;
- l'axe de rotation de l'arbre du servomoteur est (O_0, \vec{z}_0) ;
- l'arbre du servomoteur tourne de 142° pour déplacer le doigt de la position d'ouverture maximale ① à la position d'ouverture minimale ② (pince fermée).

Question 1.7 **Montrer**, à partir des indications de la figure 10, que le débattement angulaire vaut $\alpha = 71^\circ$ et que l'ouverture maximale de la pince vaut $h_{pince} = 96,5$ mm. **Conclure** quant à la satisfaction de l'exigence 1.2.3 de la figure 9 compte tenu de la valeur de h_{pince} .

La figure 11 montre la prise d'un objet type cylindrique. Le doigt mobile (2) est isolé en vue de déterminer l'intensité maximale de la force $\vec{A}_{(2 \rightarrow S)}$ qu'il peut exercer sur l'objet (S).

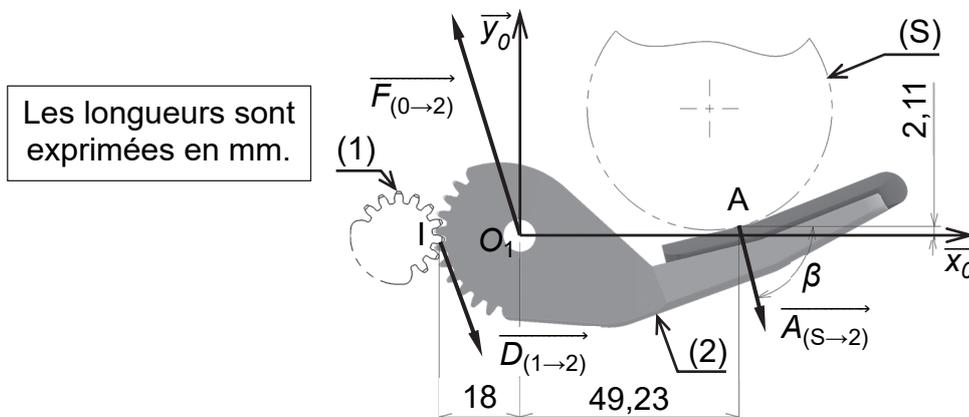


Figure 11 : bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur le doigt mobile

Hypothèses et données :

- le problème est plan ;
- le doigt mobile (2) est considéré comme indéformable ;
- la masse du doigt mobile (2) est négligée ;
- dans la configuration où le couple est maximum, la force appliquée en I par le pignon (1) sur le doigt mobile (2) est $\vec{D}_{(1 \rightarrow 2)} = 14,8 \vec{x}_0 - 40,7 \vec{y}_0$ (en N) ;
- l'action mécanique appliquée en O_1 par le support (0) sur le doigt mobile (2) est modélisée par une force $\vec{F}_{(0 \rightarrow 2)}$ au niveau de la liaison pivot d'axe (O_1, \vec{z}_0) ;
- l'action mécanique appliquée en A par l'objet (S) sur le doigt mobile (2) est modélisée par une force $\vec{A}_{(S \rightarrow 2)}$;
- l'angle entre \vec{x}_0 et $\vec{A}_{(S \rightarrow 2)}$ est $\beta = 76^\circ$.

Question 1.8 À l'aide de la figure 11, **déterminer** la norme de la force $\vec{A}_{(S \rightarrow 2)}$ exercée par l'objet (S) sur le doigt mobile (2) en appliquant le théorème du moment statique au point O_1 . En **déduire** que la norme de la force exercée par le doigt mobile (2) sur l'objet (S) vaut $\|\vec{A}_{(2 \rightarrow S)}\| = 15,2$ N.

Cette force de serrage est suffisante pour manipuler les objets typiquement saisis par ce type de pince. Dans certains cas, la force de serrage doit être limitée par logiciel pour maintenir l'objet sans l'endommager et éviter la surchauffe du servomoteur. Cette limitation utilise la valeur de la force mesurée au niveau du doigt fixe par la chaîne d'acquisition présentée à la figure 12.

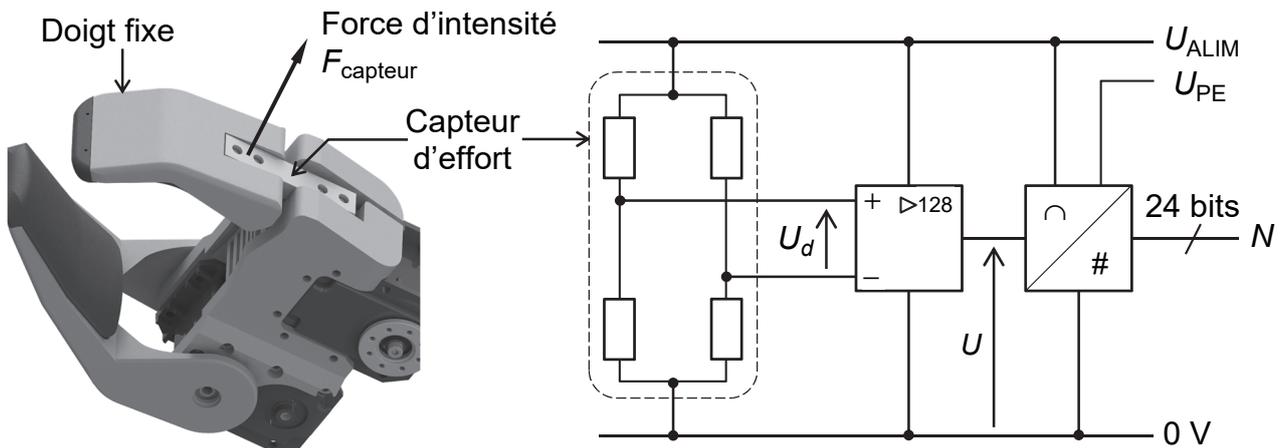


Figure 12 : chaîne d'acquisition de l'intensité de la force exercée au niveau du doigt fixe

Données :

- le capteur d'effort délivre la tension $U_d = k_{\text{capteur}} \times F_{\text{capteur}}$ proportionnelle à l'intensité F_{capteur} de la force exercée au niveau du doigt fixe avec $k_{\text{capteur}} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{N}^{-1}$;
- l'amplificateur différentiel délivre la tension $U = A_d \times U_d$ avec $A_d = 128$;

- le convertisseur analogique / numérique (CAN), de résolution 24 bits et de tension de pleine échelle $U_{PE} = 3 \text{ V}$, délivre le nombre N , résultat de la conversion ;
- la variation d'un quantum q de la tension d'entrée U du CAN provoque le changement d'une unité de son nombre de sortie N .

La technique envisagée pour limiter la force de serrage consiste à arrêter la fermeture de la pince dès que N dépasse une valeur de seuil N_{\max} .

Question 1.9 **Calculer** la valeur du quantum q du CAN en V. **Calculer** la valeur décimale du seuil N_{\max} dans l'hypothèse d'une force F_{capteur} maximale fixée par logiciel à 5 N.

Question 1.10 **Valider** la capacité de la pince du robot humanoïde à saisir et maintenir un objet de la vie courante sans l'endommager.

Sous-partie 3

Valider la capacité de la base mobile à éviter les collisions

L'objectif de cette sous-partie est de valider la solution mise en œuvre en termes d'efficacité de la prévision d'une collision et d'efficacité de la réponse apportée.

Le robot humanoïde doit être en mesure de se déplacer sans percuter les obstacles qui se trouvent dans son environnement. La solution retenue pour anticiper une collision et réagir en conséquence exploite le télémètre laser à balayage (lidar) présenté sur la figure 13.

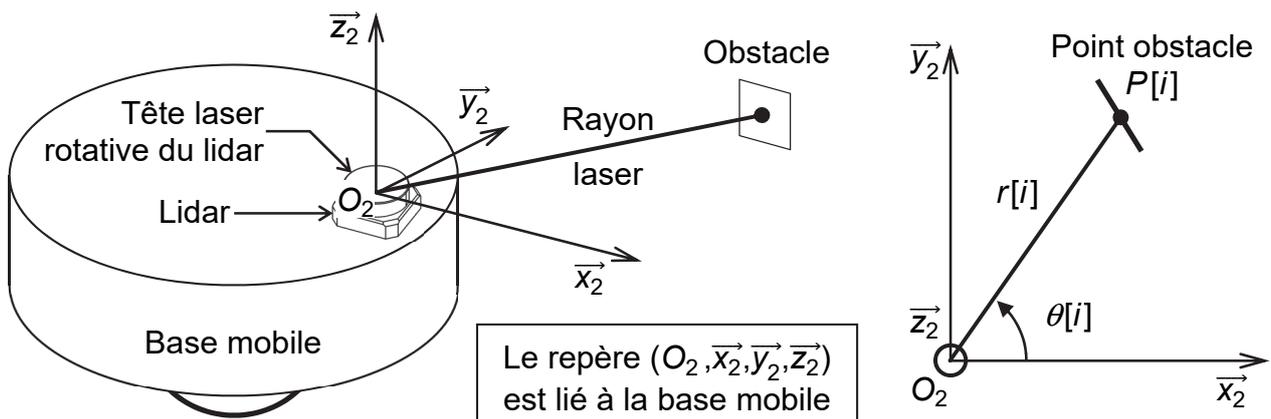


Figure 13: lidar embarqué par la base mobile

La tête laser du lidar tourne à vitesse constante autour de l'axe (O_2, \vec{z}_2) . Elle émet n impulsions lumineuses par tour, d'indices $i = 0$ à $i = n - 1$, régulièrement espacées dans le temps afin de balayer le plan $(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$. Chaque impulsion permet au lidar de mesurer la longueur du rayon $r[i]$ entre le point O_2 et le point obstacle $P[i]$ éclairé par le faisceau à l'angle $\theta[i]$. La figure 14 montre une carte établie à partir d'un relevé lidar.

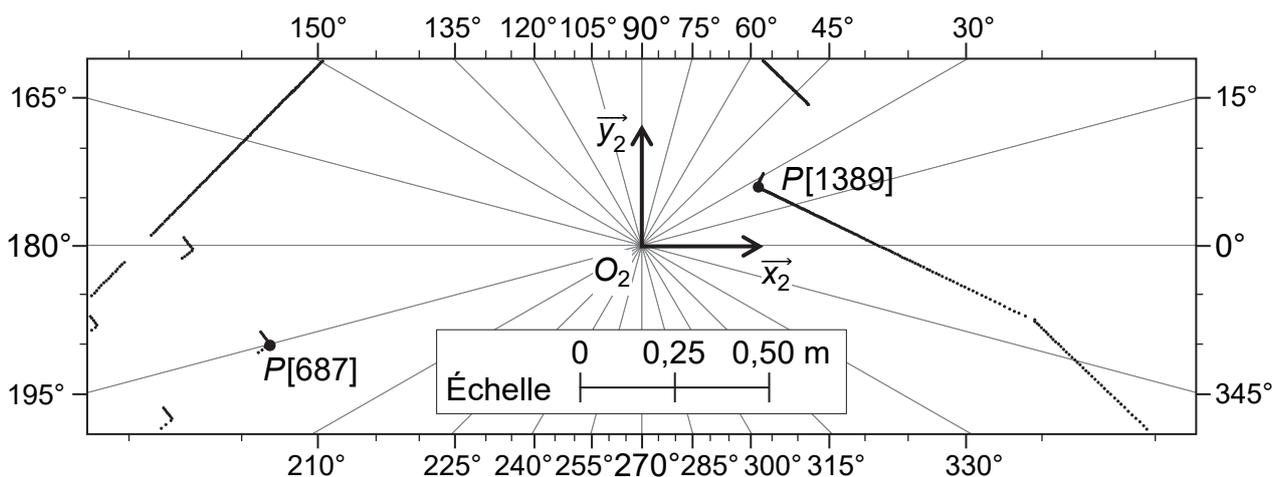


Figure 14: carte établie à partir d'un relevé lidar

Question 1.11 **Relever** la valeur de l'angle $\theta[687]$ en degré et la longueur du rayon $r[687]$ en mètre du point obstacle $P[687]$ sur la carte de la figure 14.

Le lidar transmet en permanence les coordonnées des points obstacles à l'unité de traitement de la base mobile avec une liaison série numérique. Le protocole employé est décrit à la figure 15.

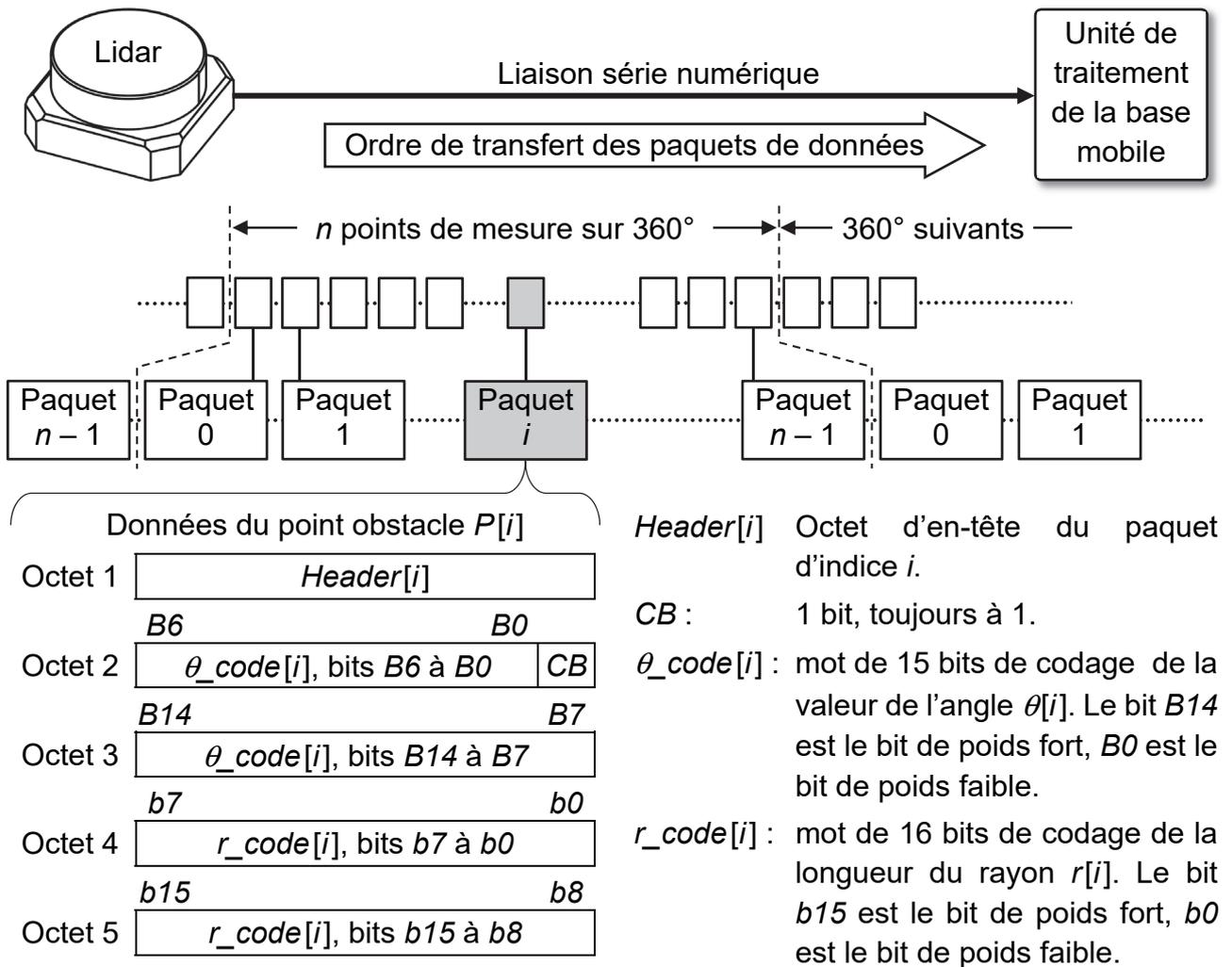


Figure 15: protocole de transmission des coordonnées des points obstacles

Le lidar émet un paquet de données immédiatement après chaque mesure. Les 5 octets qui composent ce paquet de données sont transmis successivement de l'octet 1 à l'octet 5. Chaque octet est inséré dans une trame RS-232 au format 8N1 comme l'illustre la figure 16.

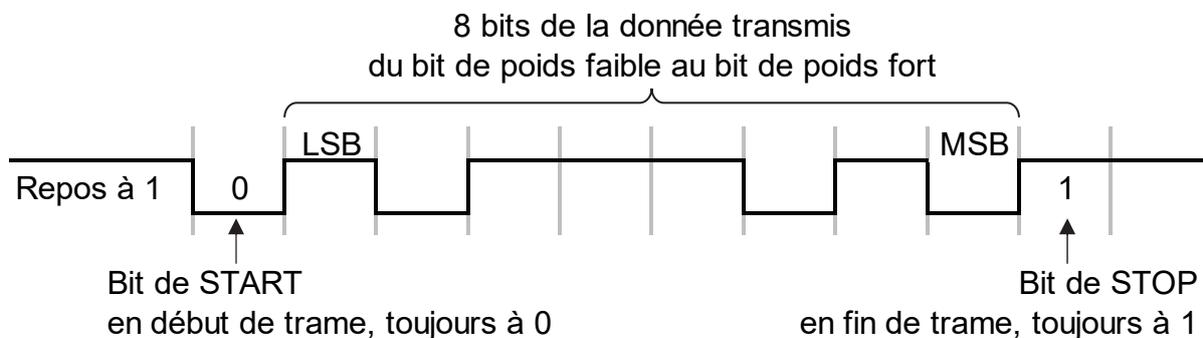


Figure 16: trame RS-232 au format 8N1

La figure 17 montre le chronogramme de l'émission du paquet de données du point $P[1389]$ représenté sur la carte de la figure 14.

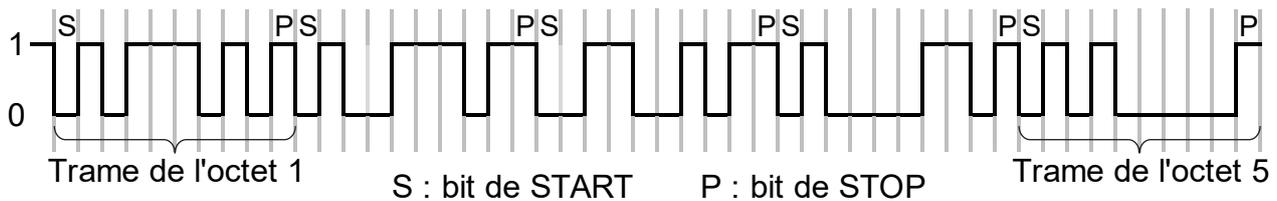


Figure 17 : émission du paquet de données d'indice $i = 1389$ (point $P[1389]$)

Les valeurs décimales de l'angle $\theta[i]$ et de la longueur $r[i]$ d'un point obstacle $P[i]$ sont calculées avec :

$$\theta[i] = 360 - \theta_code[i]/64 \quad (\text{donne un résultat en degré}) ;$$

$$r[i] = r_code[i]/4000 \quad (\text{donne un résultat en mètre}).$$

Question 1.12 **Relever** le code sur 15 bits du mot $\theta_code[1389]$ et le code sur 16 bits du mot $r_code[1389]$ dans les trames de la figure 17 compte tenu des indications des figures 15 et 16. **Calculer** la valeur décimale en degré de l'angle $\theta[1389]$ et la valeur décimale en mètre du rayon $r[1389]$.

Le lidar est utilisé à une résolution faible $R_{\text{lidar}} = 0,24^\circ$ et à une fréquence de rotation élevée $N_{\text{lidar}} = 600 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ afin d'être réactif et de pouvoir détecter des obstacles de petites dimensions comme par exemple un pied de chaise situé à plusieurs mètres.

Question 1.13 **Calculer** le nombre n de points de mesure pris par le lidar sur une zone balayée de 360° . **Calculer** l'intervalle de temps Δt qui sépare deux points de mesure consécutifs.

La liaison série numérique est utilisée à son débit maximum $D_{\text{liaison}} = 1 \text{ Mbit} \cdot \text{s}^{-1}$.

Question 1.14 **Calculer** la durée totale d'émission d'un paquet de données, premier bit de start et dernier bit de stop compris. **Justifier** que la valeur du débit est compatible avec la résolution et la fréquence de rotation choisies.

La base mobile peut simultanément se translater suivant les directions \vec{x}_2, \vec{y}_2 et pivoter autour de l'axe (O_3, \vec{z}_2) comme indiqué figure 18. Ces mouvements s'effectuent aux vitesses de consignes stockées respectivement dans les variables VTx, VTy et VRz du logiciel exécuté par l'unité de traitement de la base mobile. La fonction d'anticollision de ce logiciel exploite les mesures fournies par le lidar pour adapter VTx, VTy et VRz à la présence d'un obstacle. L'algorithme proposé comporte trois étapes :

- étape 1 : expression des mesures du lidar dans le repère $(O_3, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$. Pour tout point obstacle $P[i]$: calcul et stockage de $dist[i]$ dans la liste $dist$, calcul et stockage de $angle[i]$ dans la liste $angle$. L'indice i varie de 0 à $n - 1$ (n est le nombre de points de mesure pris par le lidar sur 360°) ;

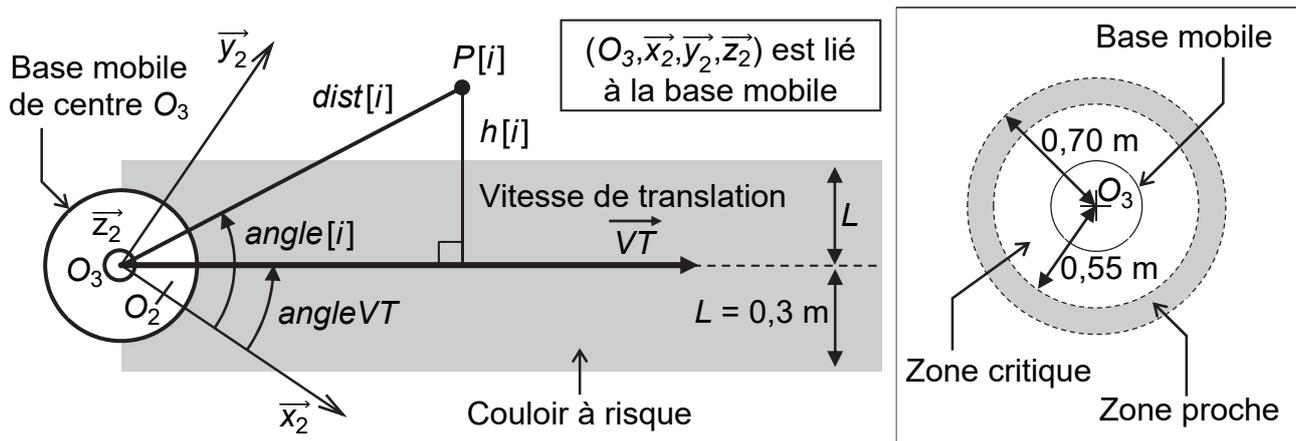


Figure 18: grandeurs employées par la fonction anticollision

- étape 2 : réorganisation des listes *dist* et *angle*. Les couples *dist*[*i*] et *angle*[*i*] des points situés en zone critique sont déplacés aux premiers indices (indices 0 à *n_critiques* – 1), les points situés en zone proche viennent ensuite, les autres points sont ignorés ;
- étape 3 : détermination des consignes adaptées *VTxa*, *VTya* et *VRza*.

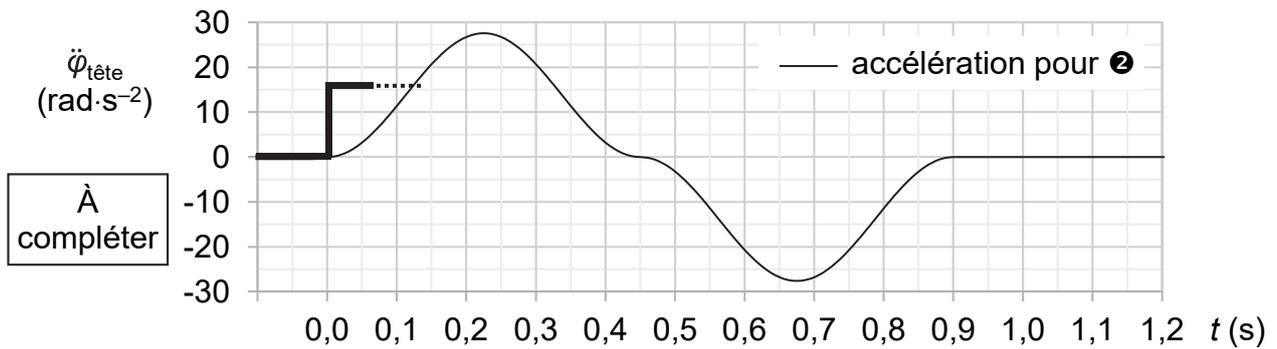
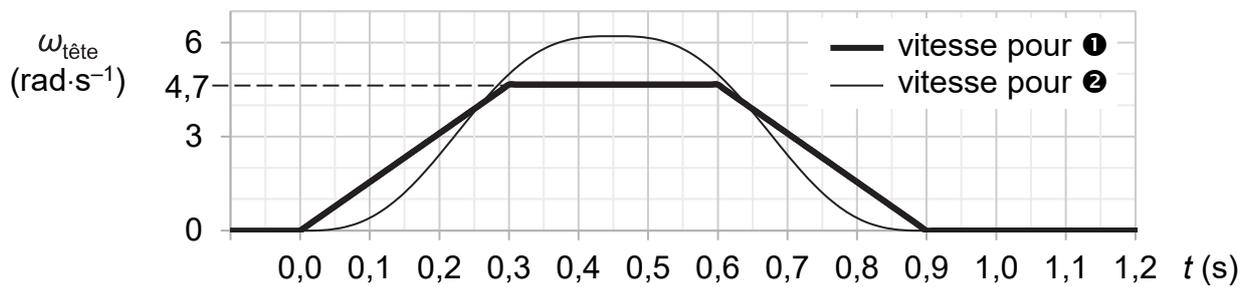
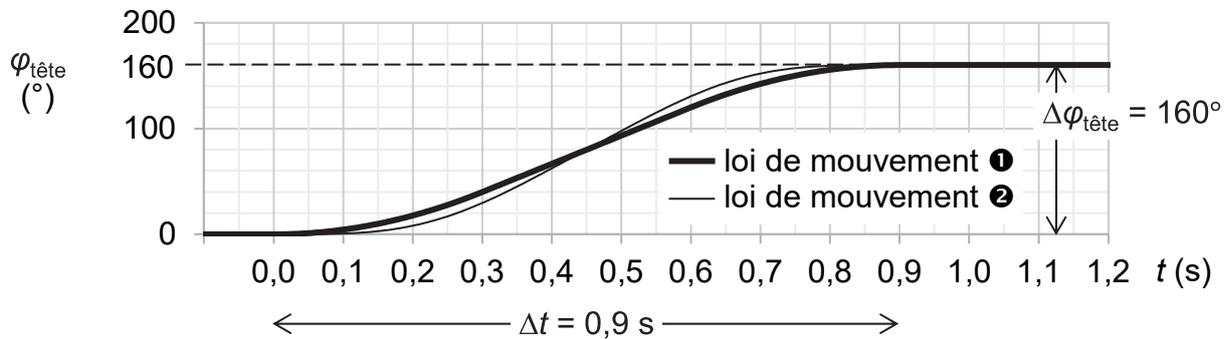
Question 1.15 **Compléter** les instructions en Python du document réponse DR3 pour coder l'étape 2 de l'algorithme. **Valider** les solutions matérielle et logicielle mises en œuvre pour éviter les collisions.

Page blanche laissée intentionnellement.

Ne rien inscrire dessus.

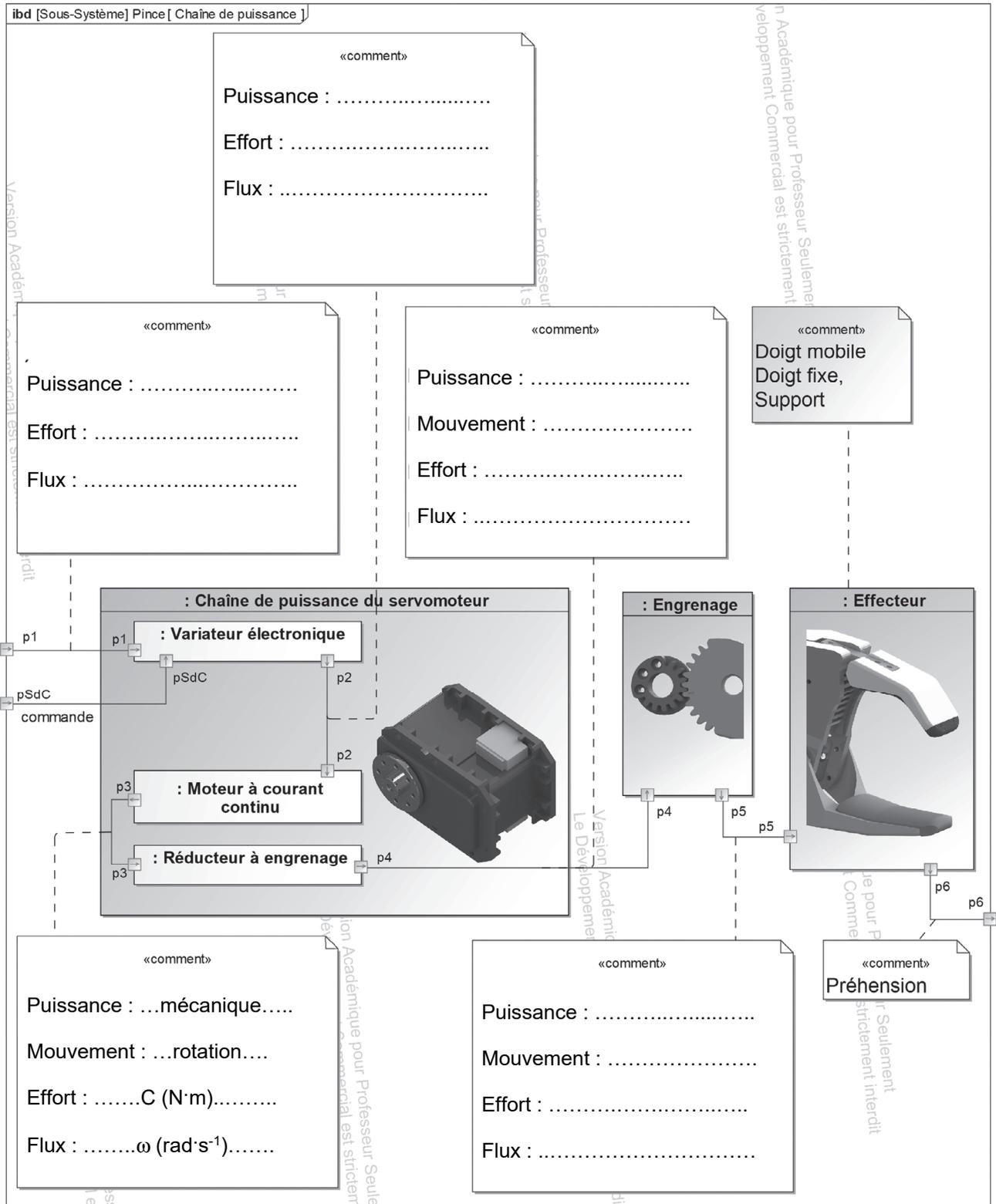
Question 1.2

Tracer l'accélération pour la loi ❶ sur le graphique marqué « à compléter ».



Question 1.6

Les zones à compléter sont identifiées par les pointillés (.).



Question 1.15

Les zones à compléter sont identifiées par les pointillés (.)

```
# n est le nombre de points de mesure du lidar sur 360°.
# La zone critique est un disque de 0,55 m de rayon.
# La zone proche est un anneau de rayons 0,55 m et 0,70 m.
# dist_c = [] crée une liste vide nommée dist_c.
# dist_c.append(x) ajoute l'élément x à la fin dist_c.
# dist_c + dist_p ajoute la liste dist_p à la fin de dist_c.

i = 0 ; n_critiques = 0 ; n_proches = 0
dist_c = [] ; angle_c = [] ; dist_p = [] ; angle_p = []

while ..... < ..... :
    if dist[i] < ..... :
        dist_c.append(dist[i]) ; angle_c.append(angle[i])
        n_critiques = n_critiques + 1
    elif dist[i] < ..... :
        dist_p.append(dist[i]) ; angle_p.append(angle[i])
        n_proches = n_proches + 1
    i = i + 1
dist = dist_c + dist_p ; angle = angle_c + angle_p
```


Partie 2 : Sciences physiques

EXERCICE A – Mouvement de la sonde TGO autour de Mars

Parmi les sondes actives autour de la planète Mars, on s'intéresse à celle de l'agence spatiale européenne : Trace Gas Orbiter (TGO).

Le 21 avril 2018, la sonde TGO a débuté la phase scientifique de sa mission qui a pour objectif d'étudier la présence et l'origine des gaz (comme le méthane) présents dans l'atmosphère martienne à l'état de traces.



Figure 1. Sonde Trace Gas Orbiter

L'objectif de cet exercice est de déterminer l'altitude h de la sonde TGO au-dessus du sol martien.

Données :

- constante gravitationnelle : $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse de Mars : $m_M = 6,4 \times 10^{23} \text{ kg}$;
- rayon moyen de Mars : $r_M = 3,4 \times 10^6 \text{ m}$;
- période de révolution de TGO en orbite circulaire autour de Mars : $T = 7,2 \times 10^3 \text{ s}$;
- le référentiel utilisé est nommé référentiel marsocentrique, il est constitué du centre de Mars et de trois étoiles lointaines dont les directions sont considérées comme fixes. Il est supposé galiléen.

Pour l'étude, on se place dans le repère de Frenet : base orthonormée (\vec{u}_t, \vec{u}_n) associée à une origine qui coïncide avec le centre de masse de TGO et on suppose que la trajectoire de TGO, assimilée à son centre de masse, est circulaire.

Q1. Reproduire qualitativement le schéma ci-dessous et représenter la force gravitationnelle notée $\vec{F}_{M/TGO}$ exercée par Mars sur la sonde TGO, sans souci d'échelle.

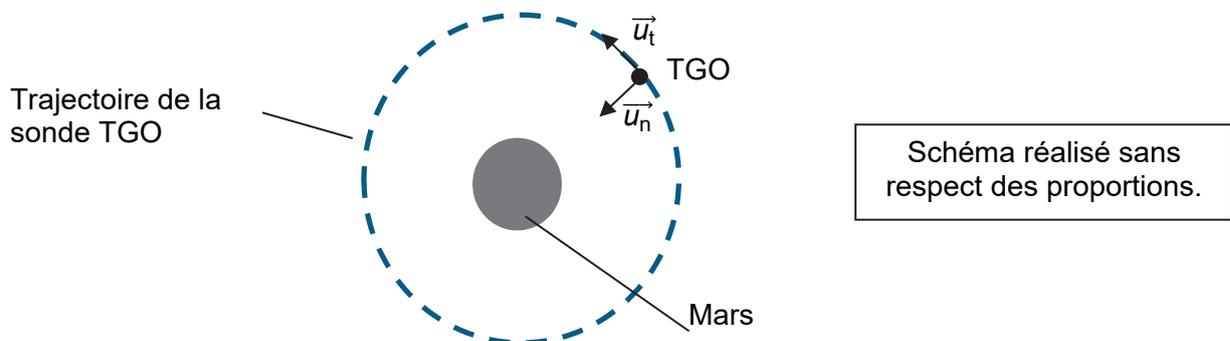


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la sonde TGO

Q2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression du vecteur accélération du centre de masse \vec{a}_{TGO} de la sonde TGO dans le repère de Frenet en fonction de G , m_M , r_M et h altitude de la sonde TGO par rapport à la surface de Mars est :

$$\vec{a}_{\text{TGO}} = G \frac{m_M}{(r_M + h)^2} \vec{u}_n$$

Q3. En déduire que le mouvement du centre de masse de la sonde TGO est uniforme dans le référentiel marsocentrique.

Q4. Montrer que l'expression v_{TGO} de la vitesse de la sonde en fonction de T , r_M et de l'altitude h de la sonde TGO par rapport à la surface est :

$$v_{\text{TGO}} = \frac{2 \pi (r_M + h)}{T}$$

On montre aussi que la vitesse de la sonde TGO a aussi pour expression :

$$v_{\text{TGO}} = \sqrt{\frac{G m_M}{r_M + h}}$$

Q5. Déterminer alors la valeur de l'altitude h de la sonde TGO par rapport à la surface.

EXERCICE B – Préparation d'un biberon

D'après les recommandations de l'assurance maladie, un biberon réchauffé doit être consommé dans la demi-heure qui suit car des germes s'y multiplient rapidement. À défaut d'un chauffe-biberon, on peut utiliser la technique du bain-marie qui consiste à placer le biberon dans un récipient contenant de l'eau chauffée. Il est cependant impératif de vérifier la température du liquide afin d'éviter tout risque de brûlures.



Figure 1. Photographie du biberon étudié

Le système étudié, de masse notée m , est constitué du biberon en polypropylène contenant un volume de lait $V = 240$ mL.

On assimile la capacité thermique massique moyenne du système à celle du lait.

On considère que la température $T(t)$ du système est homogène au cours du temps t , sa température initiale étant $T(t = 0 \text{ s}) = 50^\circ\text{C}$.

On laisse le système refroidir, ouvert, dans la cuisine considérée comme un thermostat à $T_{\text{ext}} = 22^\circ\text{C}$.

L'objectif de cet exercice est de déterminer si le biberon préparé peut être consommé en toute sécurité par le nourrisson après une certaine durée.

Données :

- capacité thermique massique du lait : $c = 3,8 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- masse volumique du lait (assimilable à celle de l'eau) : $\rho = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$;
- masse du biberon en polypropylène : $m_b = 37 \text{ g}$;
- température du lait préconisée pour un nourrisson : $T_f = 37^\circ\text{C}$;
- aire de la surface du système en contact avec l'extérieur : $S = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$;
- coefficient d'échange conducto-convectif du système en contact avec l'air : $h = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.

Q1 Citer et décrire les trois modes de transfert thermique.

Dans le cadre d'un modèle utilisant la loi de Newton, la température $T(t)$ du système vérifie l'équation différentielle suivante : $\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c} \times (T - T_{\text{ext}})$.

Q2 Un temps caractéristique τ apparaît dans cette équation différentielle. Montrer que sa valeur est environ égale à $\tau = 4 \times 10^3$ s.

Q3. Vérifier que $T(t) = (T_i - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + T_{\text{ext}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

Q4. Représenter graphiquement, sans souci d'échelle, l'allure de la courbe d'évolution de la température en fonction du temps. Positionner sur les axes la valeur initiale de la température et celle atteinte au bout d'une durée très grande devant le temps caractéristique τ . Positionner également le temps caractéristique τ en justifiant par construction graphique.

Q5. Justifier que le refroidissement est de plus en plus lent au cours du temps en utilisant la courbe précédente, l'expression de l'équation différentielle ou la loi de Newton.

Q6. Déterminer, dans le cadre du modèle utilisé, la durée nécessaire pour que le biberon puisse être consommé par le nourrisson.

La courbe ci-dessous présente le suivi expérimental de la température au cœur du biberon au cours du temps lors de son refroidissement.

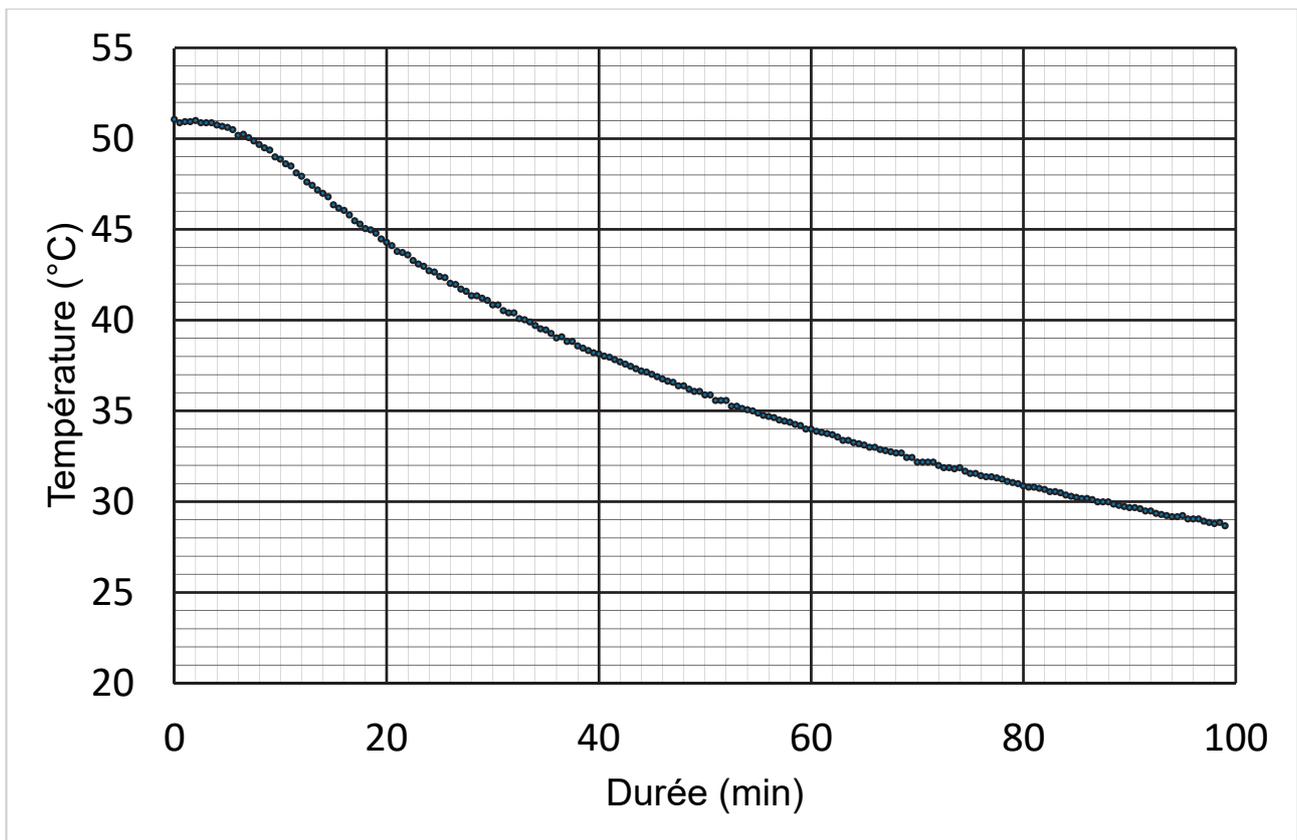


Figure 2. Évolution temporelle de la température mesurée au cœur du biberon

Q7. En utilisant les résultats expérimentaux, déterminer la valeur de la durée de refroidissement du biberon pour atteindre la température préconisée. Discuter la cohérence entre l'expérience et le modèle utilisé dans l'exercice. Commenter la valeur obtenue au regard des recommandations sanitaires.