

SESSION 2025

**AGRÉGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE MÉCANIQUE**

**CONCEPTION PRÉLIMINAIRE D'UN SYSTÈME,
D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1414A	103	1268

ANALYSE DU PROCÉDÉ D'ENROULAGE DE PROFILÉS EN CAOUTCHOUC

Contexte de l'étude

L'architecture de l'enveloppe d'un pneumatique (figure 1) requiert, entre autres, l'utilisation de Profils de Gomme Intérieur (dits « PGI ») dont le rôle consiste à assurer l'étanchéité à l'air d'un pneumatique et de Profils Renforts de Carcasse (dits « PRC ») dont le rôle est de faire la liaison entre le « PGI » et la nappe carcasse. Ces profilés, extrudés en continu, sont constitués d'un mélange de caoutchouc naturel avec de la silice et de noir de carbone, communément appelé « butyl ».

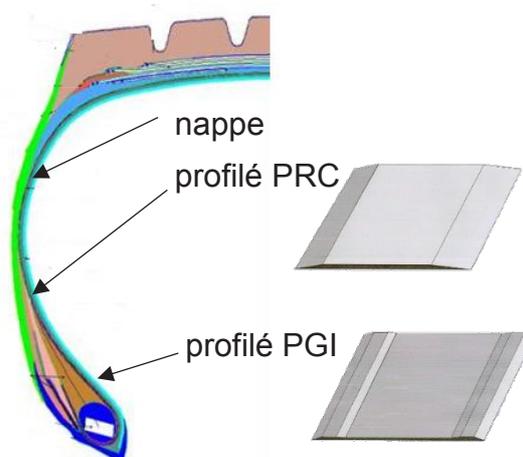


Figure 1 : architecture partielle de l'enveloppe

La ligne d'enroulage (figure 2), objet de cette étude, enroule en continu (c'est-à-dire sans arrêt de la ligne d'extrusion) ces profilés sur une bobine avec un intercalaire entre chaque couche pour éviter le collage des différentes couches entre elles.

Elle permet donc :

- un refroidissement et une stabilisation de la gomme ;
- le transport et le stockage des profilés ;
- la préservation des caractéristiques géométriques des profilés.

Un descriptif des principales exigences liées à l'enroulage du profilé est donné en annexe 2.

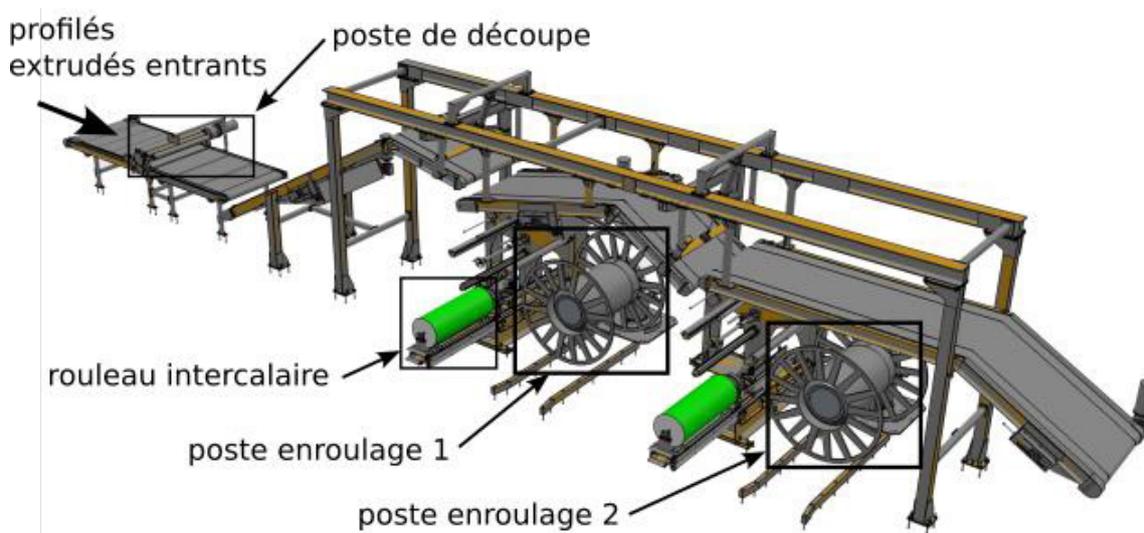


Figure 2 : ligne d'enroulage du profilé

L'annexe 1 présente un diagramme partiel des flux de la ligne d'enroulage.

Le profilé extrudé est tout d'abord dirigé vers un poste de découpe, chargé de couper le profilé avant chaque changement de bobine. La solution technologique retenue permet de couper le profilé à la volée, c'est-à-dire sans arrêt de la ligne d'extrusion.

La ligne d'enroulage guide le profilé vers le poste d'enroulage 1 ou vers le poste d'enroulage 2 grâce à un dispositif d'aiguillage (non étudié dans ce sujet).

Le film intercalaire est contrôlé en tension grâce à la mesure du diamètre du rouleau sur lequel il est enroulé (via un capteur à ultra-sons). Le couple de freinage appliqué au rouleau est adapté pour maintenir une tension constante.

Le profilé est déposé par gravité sur le film intercalaire (tendu). Un pantin mesure en permanence l'allure du brin mou du profilé pour asservir en permanence la vitesse d'enroulage de la bobine de telle sorte à ne pas le déformer.

Le sujet s'attache à répondre à la problématique suivante :

Comment enrouler le profilé en continu sous forme de bobines sans le déformer ?

Afin de répondre à cette problématique, le sujet aborde les points suivants :

- Partie 1 : analyse de la fonction « découper le profilé »
- Partie 2 : analyse de la fonction « enrouler le profilé »
- Partie 3 : synthèse globale des études menées.

1. Analyse de la fonction « découper le profilé »

Afin de découper le profilé sans arrêter son défilement sur le tapis convoyeur, la solution retenue consiste à entraîner en rotation (grâce à un moteur asynchrone associé à un réducteur) un ensemble composé d'un rotor de coupe **6** sur lequel est encastrée une lame **7** pour effectuer la découpe (figure 3). Le profilé se trouve donc cisailé entre la lame de coupe et le tapis du convoyeur. Lors de l'opération, il est maintenu par un rouleau enclume **11**. Un dessin d'ensemble est également fourni en annexe 5. La vue en coupe permet de définir précisément l'assemblage composé des pièces **1** à **5**, constituant chaque appui réglable.

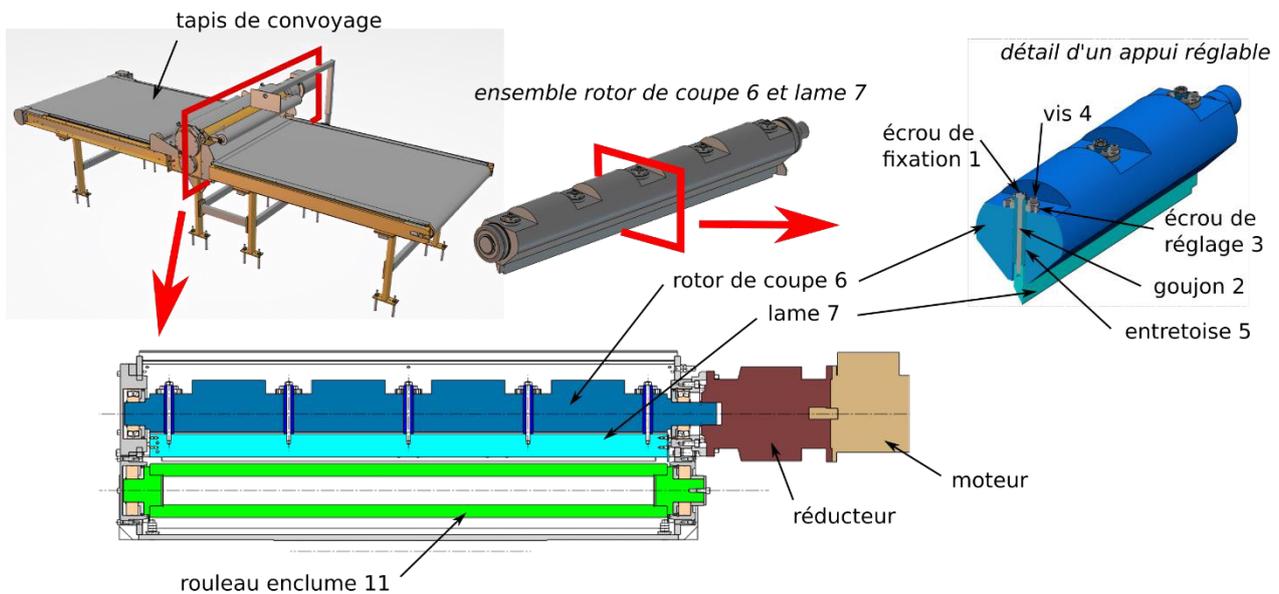


Figure 3 : architecture du poste de découpe

1.1 Analyse de la découpe du profilé

Objectif : vérifier que la coupe du profilé s'effectue sur toute son épaisseur.

Afin de couper le profilé sur toute son épaisseur, la lame de coupe **7** doit être en contact linéique avec le rouleau enclume **11**. On s'intéresse au schéma d'architecture de la figure 4 limité aux classes d'équivalence suivantes : « rotor de coupe **6** + lame **7** », rouleau enclume **11** et bâti **0**. Il s'agit d'un modèle dans lequel l'épaisseur du tapis de convoyage est supposée infiniment petite (non prise en compte).

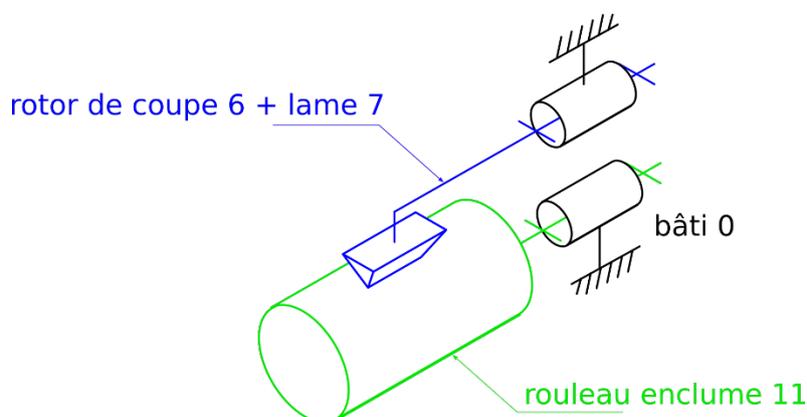


Figure 4 : modèle cinématique limité au rotor de coupe 6 + lame 7 et rouleau enclume 11

Question 1. Déterminer le degré d'hyperstatisme du schéma d'architecture proposé sur la figure 4. Identifier les contraintes géométriques à imposer pour assurer un bon contact entre la lame et le rouleau enclume. Justifier la présence des 5 appuis réglables (figure 3).

On souhaite estimer la déformation des différentes pièces qui interviennent dans la coupe du profilé. Les profilés découpés ont une épaisseur qui varie légèrement. Dans la suite de l'étude, on modélise la section des profilés par une section rectangulaire de largeur 700 mm et d'épaisseur constante 3,5 mm (ce qui correspond au cas le plus défavorable pour effectuer la coupe). La limite à la rupture au cisaillement du profilé vaut 5 MPa.

Question 2. Calculer l'effort maximal nécessaire au cisaillement d'un profilé.

1.1.1 Estimation de la déformation du rouleau enclume

Objectif : estimer la déformation du rouleau enclume lors de la coupe.

On cherche à estimer la déformation du rouleau enclume lors de la coupe. On adopte les hypothèses suivantes :

- on simplifie l'étude par une modélisation plane (figure 5) dans le plan (A, \vec{x}, \vec{y}) ;
- le rouleau enclume, en acier ($E = 220\,000$ MPa) est modélisé par une poutre droite de section tubulaire, de diamètre extérieur $D_e = 140$ mm et de diamètre intérieur $D_i = 74$ mm ;
- l'action mécanique qu'exerce le profilé sur le rouleau enclume est modélisée par une force linéique constante $\vec{p} = -p \cdot \vec{y}$ avec $p = 17\,500$ N·m⁻¹ ;
- les actions mécaniques dues aux roulements sont modélisées par des forces ponctuelles, notées $F_A \cdot \vec{y}$ et $F_B \cdot \vec{y}$ respectivement appliquées aux points A et B ;
- la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est une base orthonormée directe ;
- $L = 1305$ mm et $a = 302,5$ mm.

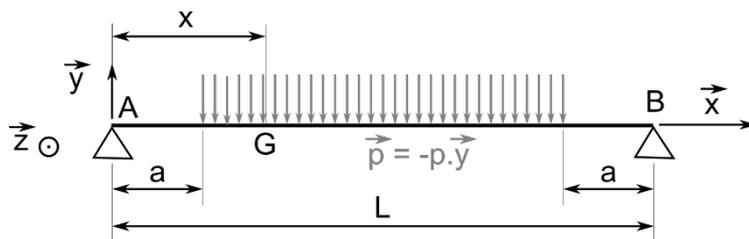


Figure 5 : modélisation du rouleau enclume

Question 3. Déterminer l'expression des efforts de liaison F_A et F_B en précisant la démarche utilisée, puis calculer leurs valeurs numériques.

On note G un point de coupure fictif, repéré par son abscisse x tel que $\overline{AG} = x \cdot \vec{x}$ où l'on exprime les actions mécaniques de cohésion.

On modélise les actions mécaniques de cohésion par le torseur suivant :

$$\{T_{\text{coh}}\} = \{T_{P_+ \rightarrow P_-}\} = \begin{pmatrix} N_i(x) & M_{t_i}(x) \\ T_{y_i}(x) & M_{f_{y_i}}(x) \\ T_{z_i}(x) & M_{f_{z_i}}(x) \end{pmatrix}_{G(x)} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

où « P₊ » désigne la partie de poutre située sur l'intervalle]G,B[, « P₋ » désigne la partie de poutre située sur l'intervalle]A,G[et « i » est un index correspondant au numéro du tronçon étudié.

Le moment quadratique par rapport à l'axe (G, \vec{y}) ou (G, \vec{z}) d'un disque plein de diamètre D se calcule grâce à la relation suivante $I_{Gy}=I_{Gz} = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$.

Question 4. Exprimer littéralement puis déterminer la valeur du moment quadratique du rouleau enclume, notée I_{Gz} (en mm⁴).

Question 5. Exprimer les composantes non nulles du torseur des actions mécaniques de cohésion tout le long de la poutre en fonction de p, F_A, F_B et des paramètres géométriques (a, L et x) en veillant à indiquer correctement les composantes en fonction du tronçon étudié (à définir précisément). Indiquer la (les) sollicitation(s) subie(s) par la poutre pour chaque tronçon.

La déformée de la poutre s'exprime par $\frac{d^2\delta_i(x)}{dx^2} = \frac{M_{fz_i}(x)}{E \cdot I_{Gz}}$ pour un tronçon d'index « i ».

On pose $\delta(x) = \begin{cases} \delta_1(x) & \text{pour } x \in]0, a[\\ \delta_2(x) & \text{pour } x \in]a, \frac{L}{2}[\end{cases}$

Question 6. Justifier l'étude réalisée sur la demi-longueur de la poutre. Indiquer la démarche permettant d'obtenir $\delta(x)$. Tracer l'allure de la déformée $\delta(x)$ sur l'intervalle]0,L[.

La résolution du problème précédent a permis d'obtenir les relations suivantes :

$$\delta(x) = \begin{cases} \left(\frac{F_A \cdot x^3}{6} + A \cdot x \right) \cdot \frac{1}{E \cdot I_{Gz}} & \text{pour } x \in [0, a] \\ \left(\frac{F_A \cdot x^3}{6} - \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{x^4}{12} - a \cdot \frac{x^3}{3} + a^2 \cdot \frac{x^2}{2} \right) + C \cdot x + D \right) \cdot \frac{1}{E \cdot I_{Gz}} & \text{pour } x \in [a, \frac{L}{2}] \end{cases}$$

Avec $A = -\frac{p}{6} \cdot a^3 + C \approx -1,18 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ $C = -F_A \cdot \frac{L^2}{8} + \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{L^3}{24} - \frac{a \cdot L^2}{4} + \frac{a^2 \cdot L}{2} \right) \approx -1,1 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$

$D = A \cdot a + \frac{p \cdot a^4}{8} - C \cdot a \approx -6,1 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^3$

Question 7. Calculer la flèche maximale du rouleau enclume avec les hypothèses de la modélisation retenue.

1.1.2 Estimation de la déformation de la lame

Objectif : estimer la déformation de la lame lors de la coupe.

On cherche désormais à estimer la déformation de la lame (en acier) lors de la coupe lorsqu'elle est en position verticale. On adopte les hypothèses suivantes :

- le rotor de coupe est indéformable et les cinq appuis réglables (en C, D, E, F et H) sont indéformables également (figures 6 et 7) ;
- après réglage de la position de la lame sur le rotor de coupe, celle-ci est supposée parfaitement droite et repose sur les cinq appuis ;
- on se place dans le cadre d'une modélisation plane dans le plan (C, \vec{x} , \vec{y}) ;

- l'action mécanique qu'exerce le profilé sur la lame est modélisée par une force linéique constante $\vec{p} = +p \cdot \vec{y}$ avec $p = 17\,500 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ (figure 6) ;
- la section de la lame est assimilée à une section rectangulaire pleine de dimensions $b = 18 \text{ mm}$ par $h = 45 \text{ mm}$ (figures 6 et 7) ;
- $d = 1240 \text{ mm}$ et $c = 270 \text{ mm}$.

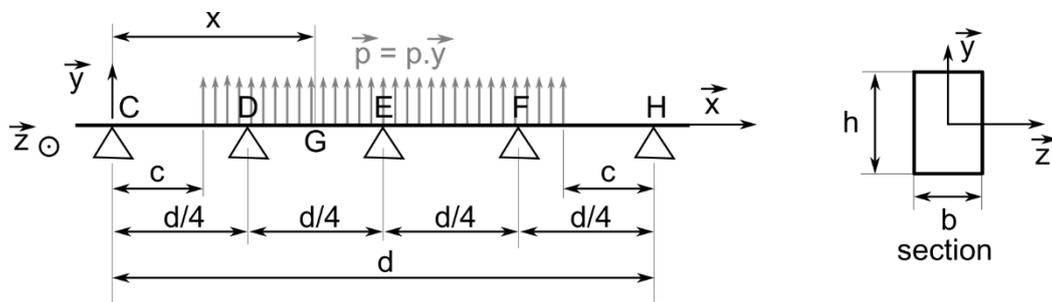


Figure 6 : modélisation retenue

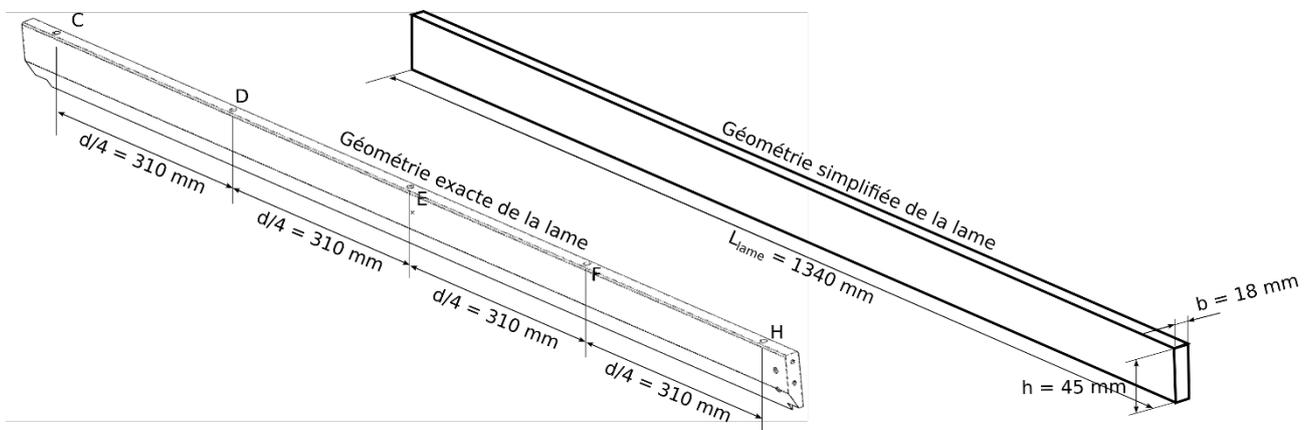


Figure 7 : géométrie simplifiée de la lame

Question 8. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé (figure 6).

Afin de déterminer les forces qu'exercent les appuis en C, D, E, F et H portées par le vecteur \vec{y} et notées F_C , F_D , F_E , F_F et F_H , on envisage d'utiliser la méthode énergétique de Castigliano.

Dans le cadre d'une modélisation plane dans le plan (A, \vec{x}, \vec{y}) , l'énergie de déformation élastique W_e de la poutre est déterminée par :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{x=0}^{x=d} \left(\frac{N^2(x)}{E \cdot S} + \frac{T_y^2(x)}{G \cdot S} + \frac{M_{fz}^2(x)}{E \cdot I_{Gz}} \right) dx$$

Avec : S l'aire de la section droite, E et G respectivement les modules d'Young et de Coulomb de la poutre.

On rappelle que la dérivée partielle de l'énergie de déformation élastique par rapport à une force appliquée en un point de la poutre est égale au déplacement de ce point. Par exemple :

$$\frac{\partial W_e}{\partial F_D} = \delta(x_D) \text{ avec } \delta(x_D) \text{ la flèche au point D, c'est-à-dire à l'abscisse } x = x_D = \frac{d}{4}.$$

Question 9. Déterminer l'expression de l'aire S de la section droite et son moment quadratique, noté I_{Gz} autour de l'axe (G, \vec{z}) .

Question 10. Décrire la démarche qui permet de déterminer les efforts F_C , F_D , F_E , F_F et F_H . Une résolution numérique a permis de déterminer les valeurs numériques des efforts :

- $F_C = F_H = 171 \text{ N}$
- $F_D = F_F = -3230 \text{ N}$
- $F_E = -6132 \text{ N}$

La déformation estimée de la lame est présentée sur la figure 8.

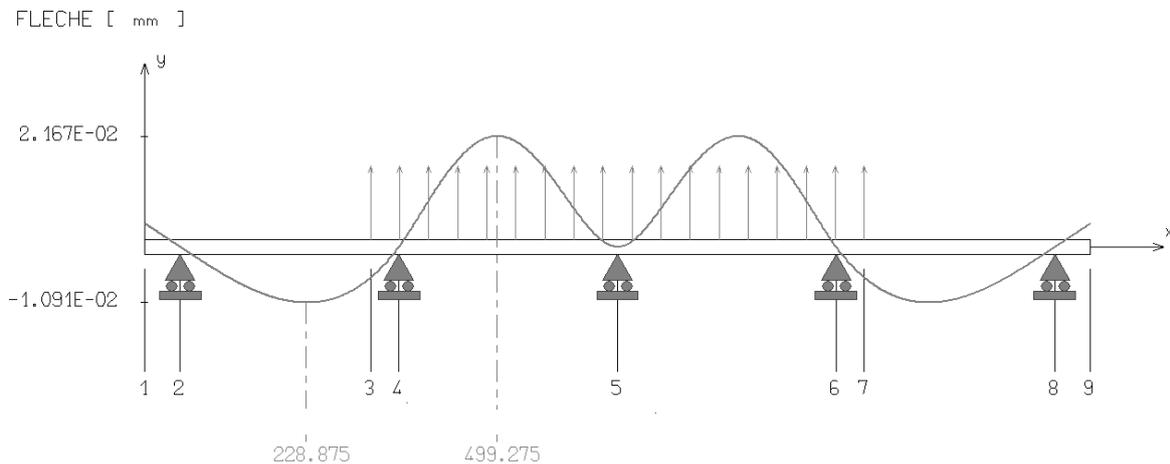


Figure 8 : résultats du calcul numérique de la déformée de la lame.

1.1.3 Conclusion sur la qualité de la coupe

Objectif : conclure sur l'influence de la déformation des pièces sur la qualité de la coupe.

La procédure de réglage de la lame impose un enfoncement de 0,75 mm dans le tapis d'épaisseur 3 mm comme le montre la figure 9 en coupe transversale. Pour une meilleure compréhension, les dimensions du tapis et du rouleau enclume ne sont pas à l'échelle sur la figure.

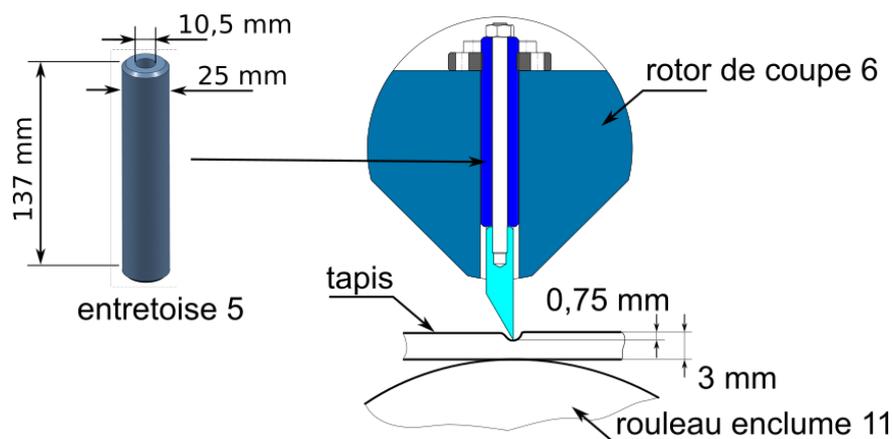


Figure 9 : détail du réglage initial du positionnement de la lame (coupe transversale).

Les entretoises des appuis réglables sont soumises à de la compression. La plus sollicitée est soumise à un effort de compression de 6 132 N. On la modélise par un solide de forme tubulaire dont les dimensions sont fournies sur la figure 9.

Question 11. Calculer le raccourcissement de l'entretoise la plus sollicitée.

Au regard de la valeur numérique trouvée précédemment, on néglige le raccourcissement des entretoises des cinq appuis réglables. Une étude par éléments finis a permis d'estimer la flèche maximale du rotor de coupe (0,07 mm).

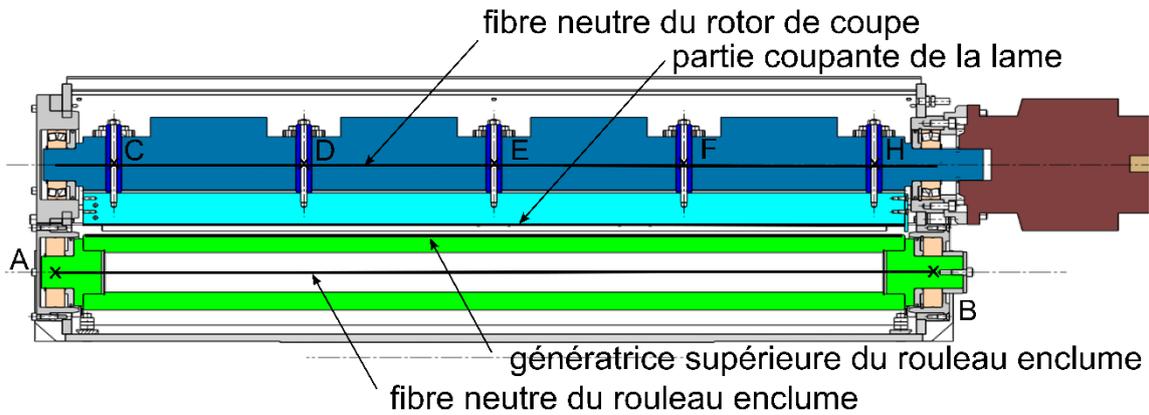


Figure 10 : détails de l'ensemble

Question 12. Au regard des études précédemment menées et des informations complémentaires fournies, représenter l'allure de la déformée de la génératrice supérieure du rouleau enclume (en bleu), l'allure de la déformée de la partie coupante de la lame (en rouge) et de la génératrice supérieure du rouleau enclume (en noir).

Discuter de la pertinence de l'étude menée et de la capacité de l'architecture retenue à couper un profilé sur toute son épaisseur (exigence 2.1.6.1).

Proposer des pistes d'amélioration pour réduire la déformation des différentes pièces lors de la coupe.

1.2 Motoriser la lame pour effectuer la coupe

Objectif : justifier le choix des composants de la chaîne de puissance pour permettre la coupe du profilé.

La chaîne de puissance qui entraîne en rotation la lame est constituée d'un moteur asynchrone associé à un réducteur.

1.2.1 Détermination du moment d'inertie équivalent de l'ensemble en rotation

Objectif : déterminer le moment d'inertie équivalent de l'ensemble en rotation.

Sur la figure 11, le repère $(O, \vec{x}_{rc}, \vec{y}_{rc}, \vec{z}_{rc})$ est un repère orthonormé direct associé au rotor de coupe (solide dont la masse est répartie de manière homogène).

Le repère $(O_L, \vec{x}_{rc}, \vec{y}_{rc}, \vec{z}_{rc})$ est associé à la lame. O_L est son centre d'inertie et on note $\vec{OO}_L = \Delta \cdot \vec{y}_{rc}$ avec $\Delta = 80$ mm.

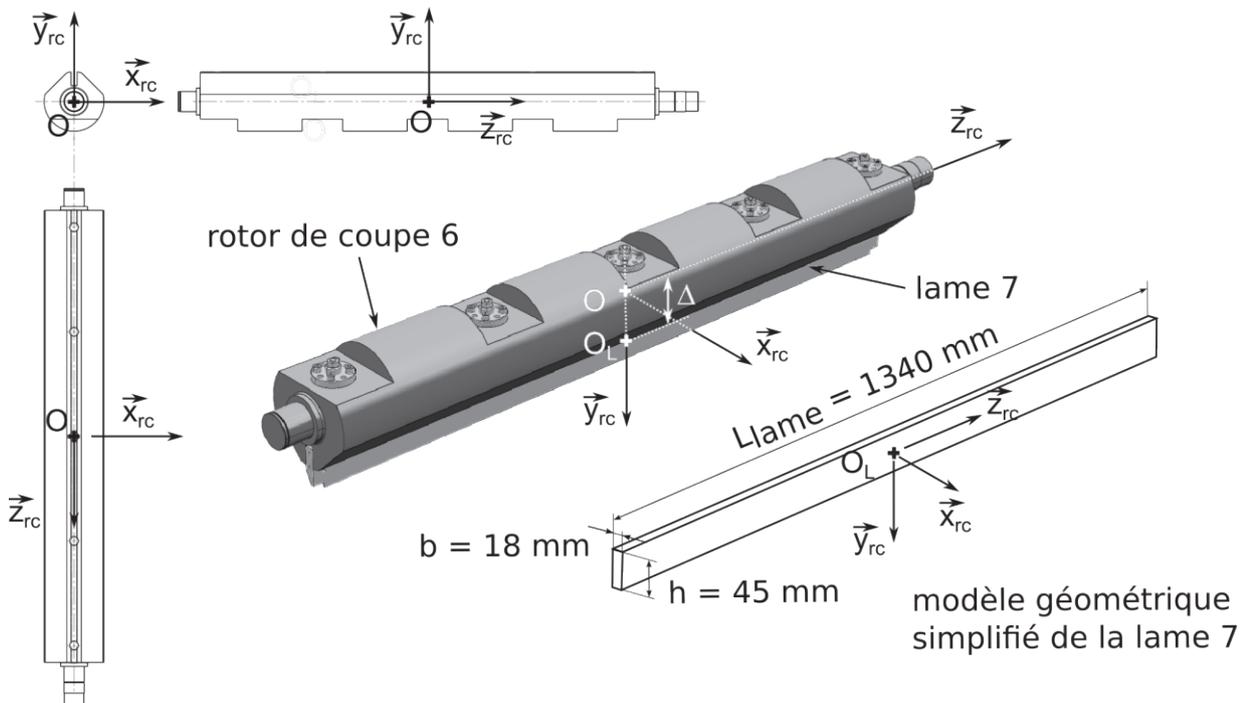


Figure 11 : définition des repères

Un modèle volumique a permis d'établir la matrice d'inertie $\bar{I}_{(O,rc)}$ en O du rotor de coupe :

$$\bar{I}_{(O,rc)} = \begin{bmatrix} A_{rc} & -F_{rc} & -E_{rc} \\ -F_{rc} & B_{rc} & -D_{rc} \\ -E_{rc} & -D_{rc} & C_{rc} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_{rc}, \vec{y}_{rc}, \vec{z}_{rc})} = \begin{bmatrix} 33,65 & 0 & 0 \\ 0 & 33,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0,744 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_{rc}, \vec{y}_{rc}, \vec{z}_{rc})} \quad (\text{unité : kg}\cdot\text{m}^2)$$

Question 13. Justifier pourquoi chaque produit d'inertie de la matrice d'inertie du rotor de coupe est nul.

On adopte les hypothèses suivantes :

- la géométrie de la lame est simplifiée (figure 11) ;
- la lame est modélisée par un solide en acier, de masse volumique uniforme $\rho = 7\,800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, de forme parallélépipédique, de section $b = 18 \text{ mm}$, $h = 61 \text{ mm}$ et de longueur $L_{\text{lame}} = 1340 \text{ mm}$. On note M sa masse ;
- la matrice d'inertie $\bar{I}_{(O_L, L)}$ de la lame au point O_L , son centre d'inertie, est donnée par :

$$\bar{I}_{(O_L, \text{lame})} = \frac{M}{12} \begin{bmatrix} h^2 + L_{\text{lame}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 + L_{\text{lame}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & h^2 + b^2 \end{bmatrix}_{(O_L, \vec{x}_{rc}, \vec{y}_{rc}, \vec{z}_{rc})}$$

- on note J le moment d'inertie de l'ensemble « rotor de coupe + lame » autour de l'axe (O, \vec{z}_{rc}) .

Question 14. Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de J en fonction de la masse M et des autres paramètres.

Les caractéristiques du moteur (réf. LSMV 90 LU) sont fournies sur l'annexe 3. On note J_m le moment d'inertie de l'arbre moteur autour de son axe de rotation. Le réducteur possède un indice de réduction $i = 44,6$. On néglige l'inertie de l'ensemble des pièces composant le réducteur et on note J_{eq} le moment d'inertie équivalente de l'ensemble des pièces en mouvements ramené à l'arbre du moteur. On note $\overrightarrow{\Omega}_{\text{rotor/bâti}} = \omega_m \cdot \vec{z}_{rc}$ et $\overrightarrow{\Omega}_{rc/bâti} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_{rc}$.

Question 15. Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de J_{eq} en précisant votre démarche.

1.2.2 Détermination de l'action mécanique qu'exerce le profilé sur le rotor de coupe

Objectif : déterminer la fonction permettant de calculer le couple résistant de la chaîne de puissance.

Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère orthonormé direct associé au bâti (non représenté sur la figure 12). L'ensemble « rotor de coupe + lame » (désigné « rc » par la suite) est guidé en rotation autour de l'axe (O, \vec{z}) et sa position angulaire par rapport au bâti est repérée par l'angle $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_{rc}) = (\vec{y}, \vec{y}_{rc})$. La lame entre en contact avec le profilé lorsque $\theta = \theta_{deb}$. On suppose que le contact entre le profilé et la lame s'effectue en un point P tel que $\overrightarrow{OP} = R \cdot \vec{y}_{rc}$ avec $R = 123 \text{ mm}$. Le profilé à couper est d'épaisseur $e = 3,5 \text{ mm}$ et on définit les deux points I et J tels que $\overrightarrow{JI} = e \cdot \vec{y}$ et $\overrightarrow{JO} = R \cdot \vec{y}$.

On modélise l'action mécanique du profilé sur la lame par une force appliquée au point P (figure 12) de direction et d'intensité constantes lorsqu'il y a contact entre la lame et le profilé, c'est-à-dire lorsque $\theta_{deb} \leq \theta \leq \pi$ que l'on peut écrire :

$$\vec{F}_{(\text{profilé} \rightarrow \text{rc})} = \begin{cases} \vec{0} & \text{pour } 0 \leq \theta < \theta_{deb} \\ F_c \cdot \vec{y} & \text{pour } \theta_{deb} \leq \theta \leq \pi \text{ avec } F_c = 13 \text{ kN} \\ \vec{0} & \text{pour } \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$$

On note $\overrightarrow{M_{O(\text{profilé} \rightarrow \text{rc})}} \cdot \vec{z}$ la composante de moment qu'exerce le profilé sur le rotor de coupe
 et on a : $\overrightarrow{M_{O(\text{profilé} \rightarrow \text{rc})}} \cdot \vec{z} = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq \theta < \theta_{\text{deb}} \\ C(t) & \text{pour } \theta_{\text{deb}} \leq \theta \leq \pi \\ 0 & \text{pour } \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$

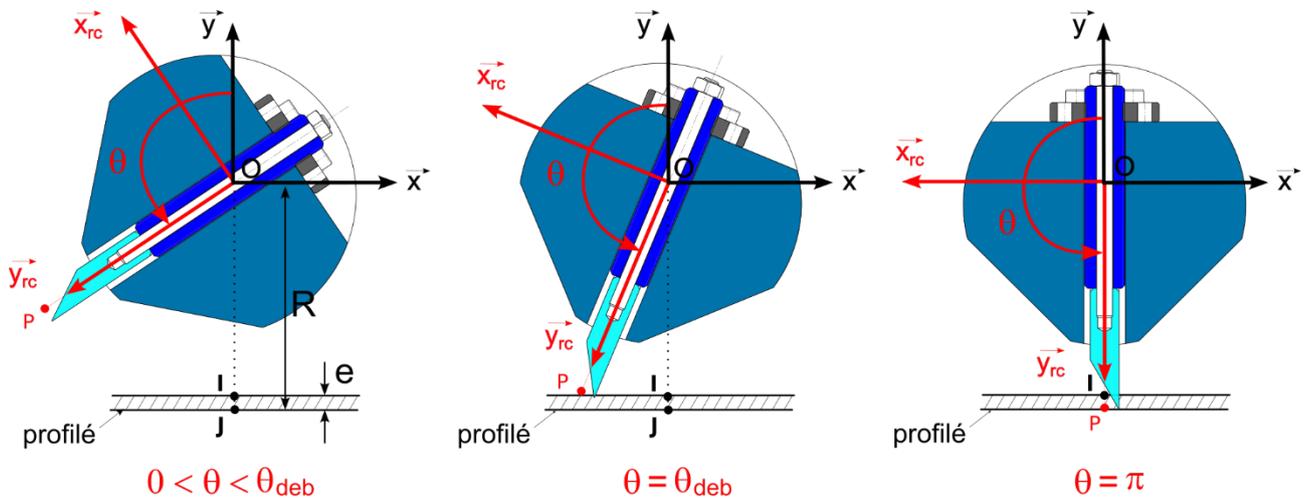


Figure 12 : déroulé de la coupe du profilé

Question 16. Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de θ_{deb} .

Question 17. Déterminer l'expression littérale de C en fonction de θ et des données du problème.

En remarquant que $\sin(\theta) \approx \pi - \theta$ lorsque $\theta_{\text{deb}} \leq \theta \leq \pi$,

Question 18. Tracer l'allure de $\overrightarrow{M_{O(\text{profilé} \rightarrow \text{rc})}} \cdot \vec{z}$ en fonction de θ sur un tour de rotor de coupe ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) en faisant apparaître les valeurs remarquables.

1.2.3 Simulation numérique du comportement dynamique lors de la coupe

Objectif : mettre en œuvre un algorithme numérique afin de simuler la découpe du profilé.

En première approximation, on néglige les frottements dans l'ensemble de la transmission mécanique, y compris les pertes de puissance dans le réducteur. Le couple moteur est noté C_m et la position angulaire du rotor est repérée par un angle θ_m , telle que $\theta = \frac{\theta_m}{i}$. L'application du théorème de l'énergie cinétique a permis d'obtenir l'équation suivante :

$$J_{\text{eq}} \cdot \ddot{\theta}_m = C_m - C_r \quad (\text{équation 1})$$

Où C_r est le couple résistant dû à l'action mécanique du profilé sur la lame ramené à l'arbre moteur.

On envisage un pilotage de la machine asynchrone en la couplant à un variateur et en utilisant une stratégie dite à « U/f » constant. Dans ces conditions, au voisinage de la vitesse de synchronisme, le couple moteur C_m est directement relié à la vitesse de rotation $\omega_m = \dot{\theta}_m$ comme le présente la figure 13.

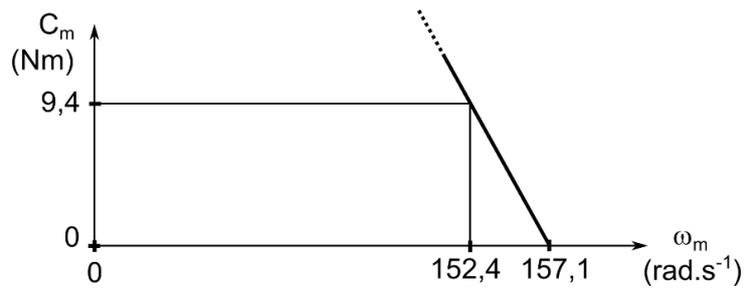


Figure 13 : couple moteur en fonction de sa vitesse de rotation

On propose dans l'annexe 7 un programme partiel permettant de simuler la découpe d'un profilé avec les hypothèses de calcul retenues.

Question 19. Définir la loi du couple C_m (exprimé en $N \cdot m^{-1}$) en fonction de ω_m (exprimé en $rad \cdot s^{-1}$). Définir, sur feuille de copie, la fonction « $C_m(\omega_m)$ ».

On s'intéresse désormais à l'algorithme permettant de calculer numériquement la vitesse de rotation du moteur lors de la coupe. Une résolution mettant en œuvre la méthode d'Euler à l'ordre 2 est retenue.

Pour cela, on rappelle que $\omega_m = \dot{\theta}_m$. Résoudre l'équation différentielle à l'ordre 2 revient donc à résoudre les deux équations différentielles suivantes à l'ordre 1 :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m = \omega_m \\ \dot{\omega}_m = F(\omega_m, \theta_m) \end{cases} \text{ avec } F(\omega_m, \theta_m) = \frac{C_m(\omega_m) - C_r(\theta_m)}{J_{eq}}$$

On souhaite trouver une solution numérique sur l'intervalle de temps $t \in [t_{deb}, t_{fin}]$.

La méthode consiste à subdiviser l'intervalle $[t_{deb}, t_{fin}]$ en n sous-intervalles de pas $h = \frac{t_{fin} - t_{deb}}{n}$ puis de calculer une valeur approchée $\theta_m[k]$ et de $\omega_m[k]$ aux instants $t_k = t_{deb} + k \cdot h$ avec $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$ où :

- $\theta_m[k]$ correspond à la valeur numérique de θ_m évaluée à l'instant t_k , i.e. $\theta_m(t=t_k)$
- $\omega_m[k]$ correspond à la valeur numérique de ω_m évaluée à l'instant t_k , i.e. $\omega_m(t=t_k)$

Il vient alors :

$$\begin{cases} \theta_m[k+1] = \theta_m[k] + h \cdot \omega_m[k] \\ \omega_m[k+1] = \omega_m[k] + h \cdot F(\omega_m[k], \theta_m[k]) \end{cases}$$

Question 20. Compléter l'algorithme, sur feuille de copie, permettant de définir les tableaux « tab_omegaM » et « tab_thetaM ».

1.2.4 Conclusion sur la chaîne de puissance retenue pour assurer la coupe

Objectif : conclure sur le choix des composants de la chaîne de puissance.

La figure 14 présente les résultats de la simulation de la découpe du profilé.

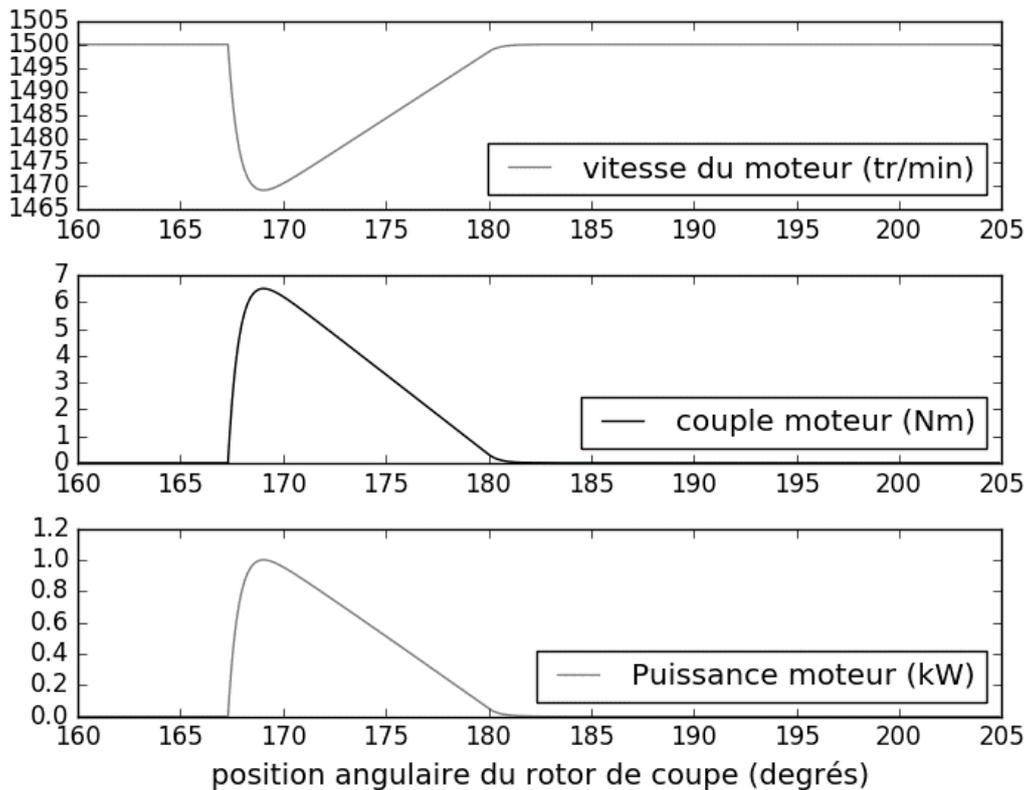


Figure 14 : résultats de la simulation de découpe du profilé

On rappelle que les caractéristiques du moteur sont présentées dans l'annexe 3.

Question 21. À partir des caractéristiques du moteur, conclure sur la pertinence de l'association moteur / réducteur proposée pour effectuer la coupe en argumentant votre réponse.

1.3 Assurer la sécurité des utilisateurs

Objectif : arrêter la rotation du rotor de coupe en cas d'urgence.

En cas d'intrusion d'un objet d'épaisseur supérieure à 15 mm trop proche du rotor de coupe, les normes en vigueur imposent un arrêt « instantané » de la rotation de la lame.

Le fabricant du moteur asynchrone sélectionné propose en option un frein (dit « BK16 ») à manque de courant mono disque (à deux faces de friction) pouvant être utilisé comme frein ralentisseur ou comme frein d'urgence. Celui-ci est monté directement sur l'arbre moteur. Ses caractéristiques sont données en annexe 4.

On souhaite quantifier le délai entre la détection d'une intrusion et l'arrêt effectif de l'ensemble en rotation.

Hypothèses de calcul :

- l'arbre moteur tourne initialement à la vitesse angulaire $\omega_0 = 157 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$;
- la lame ne touche pas le profilé entre l'instant de détection de l'intrusion et l'arrêt complet ;
- la consigne de déclenchement du frein est reçue par le frein après un délai $t_r = 10 \text{ ms}$ (dû au temps de réaction du capteur et de traitement de l'information par la carte de commande). L'alimentation électrique du moteur est alors également supposée instantanément coupée ;
- le couple de freinage ne s'exerce qu'après un délai $t_1 = 47 \text{ ms}$ (dû au temps de rapprochement des garnitures) ;
- le couple de freinage exercé sur l'arbre moteur est supposé constant ($C_f = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$) sur toute la plage de vitesse de rotation (c'est-à-dire de $157 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ à l'arrêt complet du moteur) ;
- on note J_{eq} le moment d'inertie de l'ensemble en rotation ramené à l'arbre moteur avec $J_{eq} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- tous les frottements sont négligés à l'exception du frottement généré par le frein.

Exprimer littéralement le temps de freinage, noté t_f , permettant d'arrêter la rotation de l'ensemble en mouvement (passage de la vitesse de rotation ω_0 à l'arrêt complet de la lame) en fonction de C_f , J_{eq} et ω_0 . Déterminer l'expression et la valeur numérique du délai Δt entre la détection d'intrusion et l'arrêt complet de la lame. Conclure sur l'exigence 2.1.6.1.1.

1.4 Définition des contraintes géométriques du rotor de coupe

Objectif : définir certaines contraintes géométriques du rotor de coupe pour assurer le guidage en rotation par rapport au bâti.

Le dessin d'ensemble de l'assemblage est fourni en annexe 5 ainsi qu'un dessin de définition partiel du rotor de coupe en annexe 6.

On s'intéresse à la fonction technique : assurer le guidage en rotation du rotor de coupe par rapport au bâti.

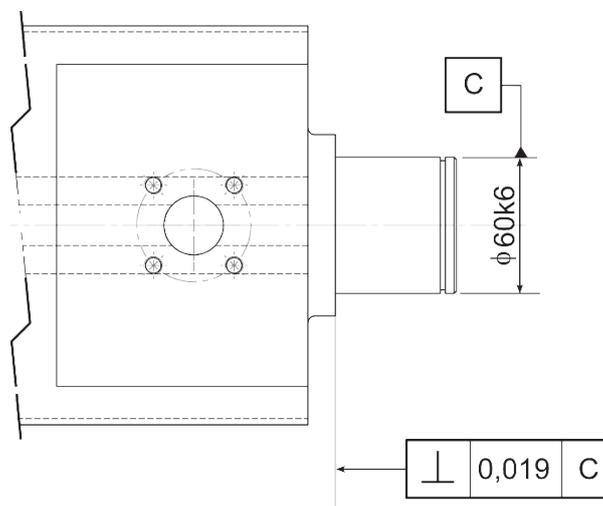


Figure 15 : extrait du dessin de définition du rotor de coupe

Question 22. Décoder la spécification $\perp_{0,019}^C$ (figure 15) en complétant le document réponse DR1.

Dans les questions qui suivent, on s'intéresse à la fonction technique : réaliser un arrêt de la bague intérieure du roulement par anneau élastique. On souhaite s'assurer plus précisément de la montabilité de l'anneau élastique. Un jeu de montage J_A est exigé (cf. document réponse DR2). Les différents numéros de pièces font référence à la nomenclature de l'annexe 5.

Les documentations techniques des fabricants indiquent une largeur de bague intérieure du roulement **10** comprise entre 30,970 mm et 31 mm et une largeur de l'anneau élastique **8** comprise entre 1,940 mm et 2 mm. Le flasque d'étanchéité **9** a une largeur comprise entre 14,9 mm et 15 mm. On impose un jeu minimal $J_{Amin} = +0,1$ mm.

Question 23. Mettre en place la chaîne de cotes sur le document réponse DR2 afin de déterminer la valeur minimale A_{6min} permettant de respecter le jeu fonctionnel J_{Amin} imposé.

L'épaulement du rotor de coupe sur lequel l'anneau élastique est en contact est réalisable par usinage avec une incertitude de position de 0,1 mm.

On a donc $A_{6max} = A_{6min} + 0,1$ mm

Question 24. Compléter le tolérancement de l'épaulement (la surface d'appui de l'anneau élastique sur le rotor de coupe) sur le dessin de définition partiel du document réponse DR2.

1.5 Définition d'une gamme de fabrication du rotor de coupe

Objectif : définir une gamme de fabrication du rotor de coupe

On s'intéresse désormais à la fabrication du rotor de coupe (hors cannelures). Celui-ci est entièrement usiné dans la masse à partir d'un brut cylindrique laminé de diamètre 176 mm en acier allié (42 Cr Mo S4) préalablement débité à la longueur de 1550 mm.

L'atelier de fabrication dispose uniquement d'un tour deux axes, d'un centre d'usinage trois axes et d'un centre d'usinage quatre axes à broche horizontale (figure 16).

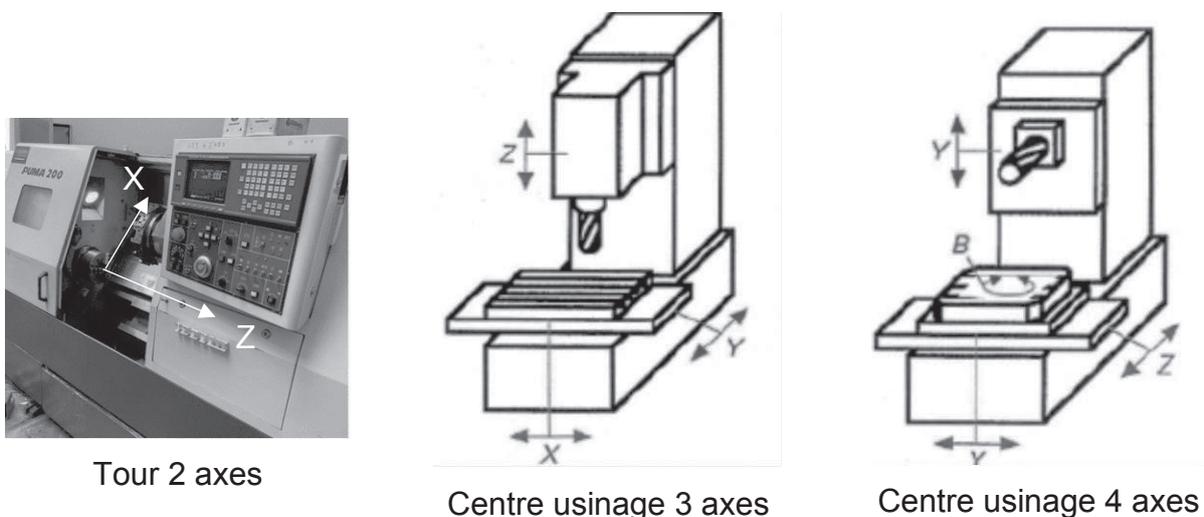


Figure 16 : typologie des machines disponibles

Question 25. Proposer une gamme de fabrication de la pièce finie en trois phases maximum permettant de respecter les spécifications géométriques de la pièce (annexe 6). Détailler succinctement pour chaque phase :

- la machine utilisée ;
- l'orientation des axes de la machine sur le brut en cours d'usinage ;
- la mise en position isostatique (normales d'appui à représenter) ;
- les opérations d'usinage réalisées en précisant l'outil utilisé ;
- la forme du brut (approximative) en fin de phase.

2. Analyse de la fonction « enrouler le profilé »

Le système étudié dans cette partie, représenté sur les figures 17 et 18, assure l'enroulement d'une bande de produit constituée d'un profilé en caoutchouc posé sur un intercalaire en film polyester. Il est constitué de deux systèmes d'enroulement ce qui permet de changer la bobine du second poste pendant l'enroulement de la bande sur la bobine du premier poste.

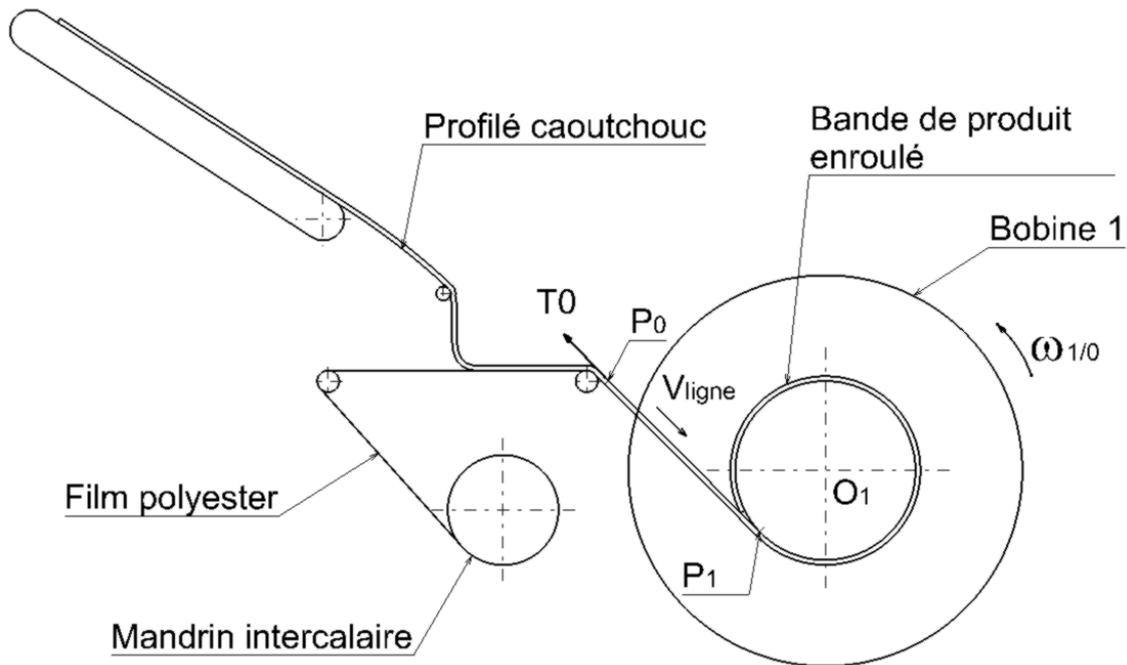


Figure 17 : poste d'enroulage de la bande constitué d'un profilé caoutchouc et d'un film intercalaire en polyester

Le système enrouleur est constitué :

- d'une bobine **1** autour de laquelle s'enroule la bande ;
- d'un tambour **2** qui est en liaison complète démontable avec la bobine, cette liaison est assurée par un ensemble de membranes sous pression (figure 23) ;
- d'un ensemble motoréducteur **4** ;
- d'un arbre **3** qui assure la liaison entre le tambour **2** et l'ensemble motoréducteur **4** ;
- d'une structure fixe **4** en liaison complète avec le sol **0**.

On note :

- $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère absolu ;
- $R_1 = (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé à la bobine **1** orienté d'un angle $d\theta_{1/0} = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$;
- $R_P = (P_1, \vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bande de produit orienté d'un angle $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_P) = (\vec{y}_0, \vec{y}_P)$.

Les principaux paramètres du système d'enroulage, définis sur la figure 19, sont la **tension** T_0 exercée sur la bande en amont de l'enroulage, la **vitesse angulaire d'enroulement** $\vec{\omega}_{1/0} = \omega_{1/0} \cdot \vec{z}_1$ et la **précision géométrique du système** caractérisée par la rotation $d\theta_{1/0}$.

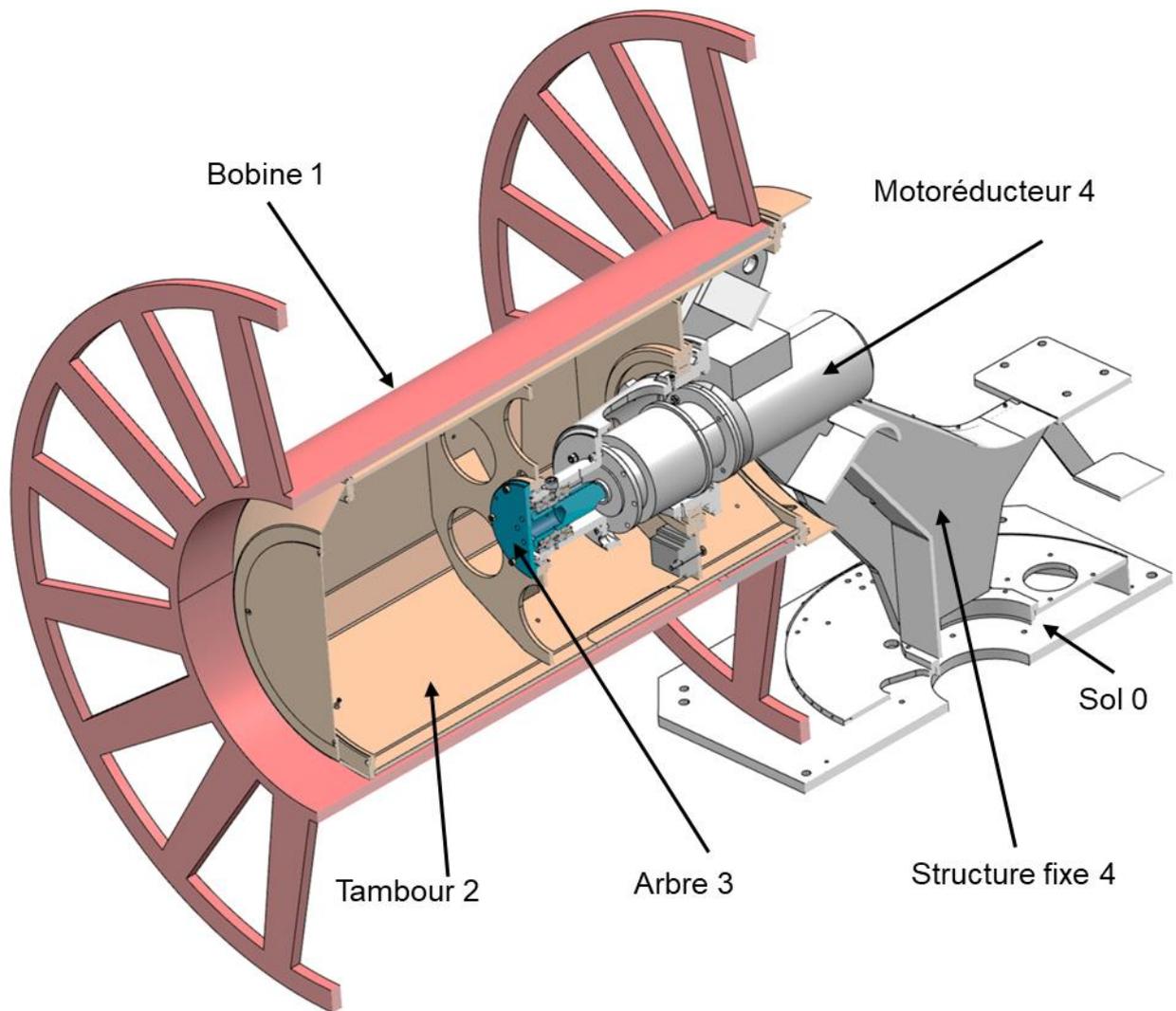


Figure 18 : système enrouleur

L'exigence à respecter la plus importante pour la maîtrise du process est la **non-déformation du produit** lors de l'enroulage (exigences 2.1.2.1 et 2.1.2.2). La déformation du produit peut être due à une tension T_0 mal adaptée, un écrasement des spires, un défaut de contact entre la spire n et la spire $n-1$ ou encore à un glissement entre les spires. La valeur de la tension T_0 est maîtrisée par un système extérieur au système d'enroulage. Une tension trop importante aurait pour conséquence une contrainte normale trop importante dans la bande et déformerait celle-ci. Une tension T_0 trop faible causerait un défaut de contact ou un glissement tangentiel au point P_1 ce qui provoquerait un micro-flambage. Des écarts dans la géométrie du système auraient pour conséquence des écarts de tension dans la bande et des glissements axiaux ou tangentiels.

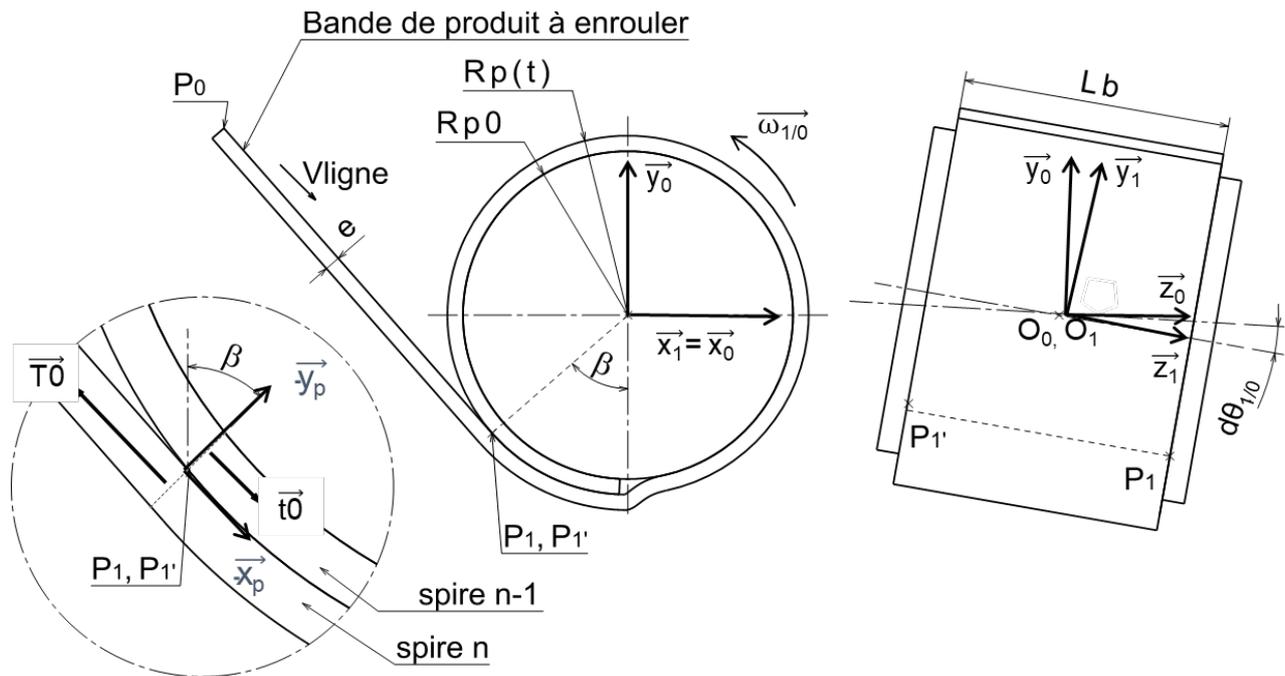


Figure 19 : principaux paramètres caractérisant l'enroulage de la bande

2.1 Détermination de la tension minimale à appliquer à la bande

Objectif : définir la tension minimale à appliquer à la bande en vue de respecter les exigences relatives à la maîtrise du process.

Une modélisation et les caractéristiques de la bande enroulée est donnée figure 19.

On note :

- $\vec{T0} = -T0 \cdot \vec{x}_p$ la tension dans la spire n entre les points P_0 et P_1 ($T0 = 1500$ N) ;
- $\vec{t0}$ la tension dans la spire n-1, définie par la relation suivante $\vec{t0} = t0 \cdot \vec{x}_p = \frac{T0}{e^{\alpha \cdot \tan \varphi}} \cdot \vec{x}_p$;
- $R_p(t) = \sqrt{R_{p0}^2 + \frac{V_{ligne} \cdot t \cdot e}{\pi}}$ le rayon extérieur de la bande enroulée à l'instant t,
- $M1$ et $M_p(t)$ les masses respectives de la bobine 1 et de la bande enroulée à l'instant t ;
- $L_b = 700$ mm la largeur de la bande ;
- $e = 3,5$ mm l'épaisseur de la bande ;
- $\rho = 930$ kg·m⁻³ la masse volumique de la bande de produit ;
- $f = \tan \varphi = 0,3$ le coefficient de frottement entre les spires n et n-1 de la bande ;
- α l'angle d'enroulement de la bande, $\alpha = 2\pi$ sur un tour complet.

On donne ci-dessous les valeurs des caractéristiques de l'enroulement pour les valeurs limites du rayon $R_p(t)$.

Rayon extérieur de bande enroulée $R_p(t)$:	Distance P_0P_1 :	Angle β :
$R_{p0} = R_{p\text{mini}} = 370$ mm	$P_0P_1 = 948$ mm	$\beta = 45^\circ$
$R_{p1} = R_{p\text{maxi}} = 800$ mm	$P_0P_1 = 593$ mm	$\beta = 75^\circ$

Question 26. Après avoir isolé la portion de bande comprise entre les points P0 et P1 représentés sur la figure 19, réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures sur cette portion de bande.

Question 27. Exprimer la tension T0 minimale pour assurer le contact entre la spire n et la spire n-1 au point P1. Discuter du choix d'appliquer une tension ayant pour valeur $T_0 = 1500 \text{ N}$.

2.2 Vérification des conditions de non-déformation la bande

Objectif : discuter des risques de déformation de la bande et détermination du défaut géométrique admissible de la bobine.

Le matériau de la bande est un composite considéré comme étant hyper-élastique. Le comportement de la bande en traction est donné sur la figure 20. Il est souhaité que les contraintes et déformations ne dépassent pas celles qui sont encadrées sur la figure 20. Pour cette raison, on admettra que la résistance pratique à l'élasticité de la bande a pour valeur limite $R_{pe} = 1,5 \text{ MPa}$.

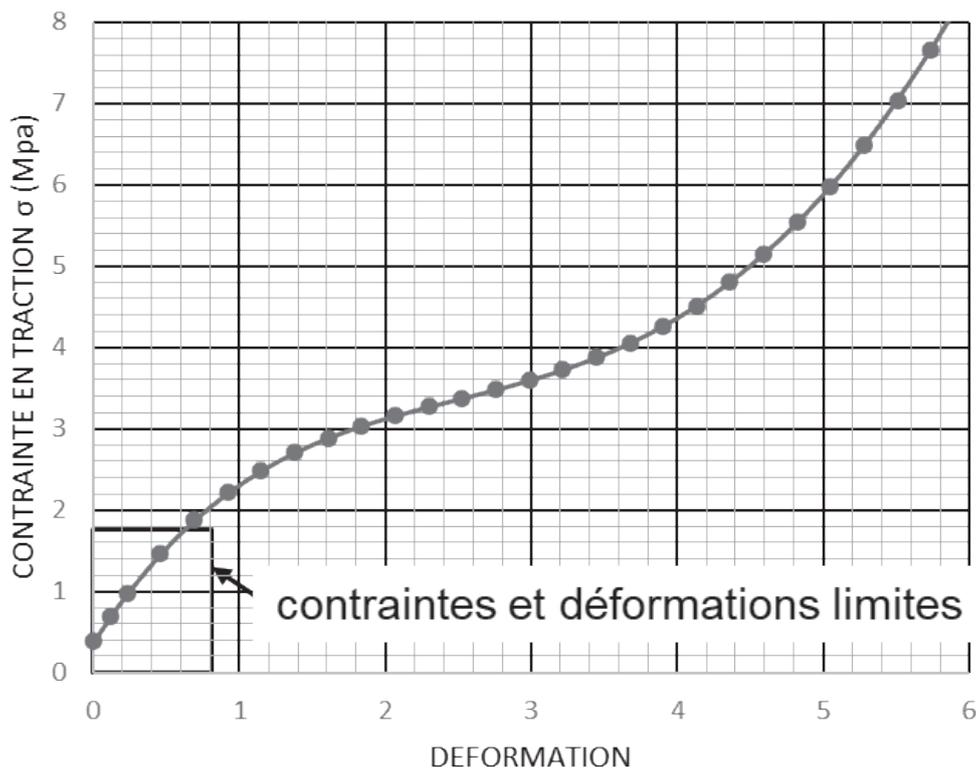


Figure 20 : résultats d'essais (courbe conventionnelle) de traction sur la bande caoutchouc + film polyester

La figure 21 représente les contraintes dans un élément de volume infinitésimal d'une spire de la bande enroulée.

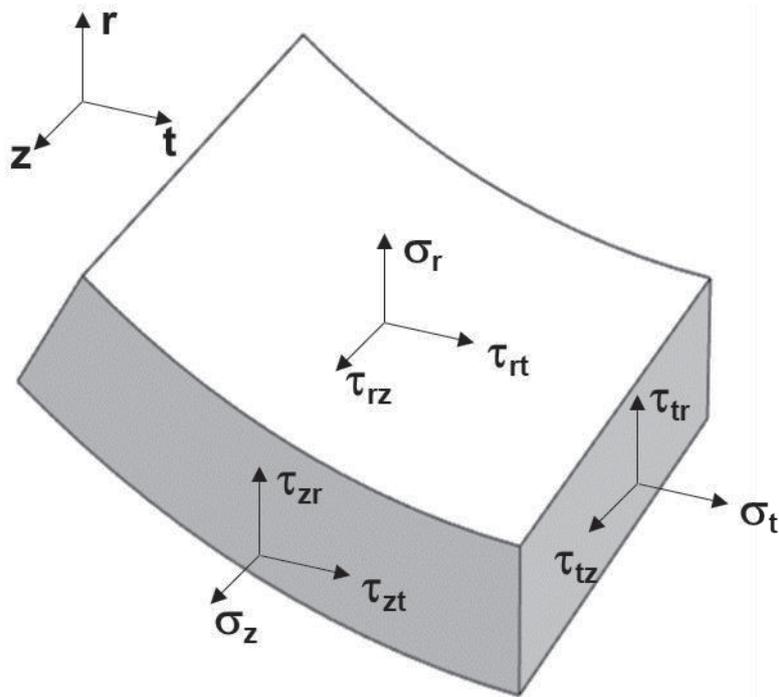


Figure 21 : contraintes sur un élément de volume infinitésimal de la bande enroulée

L'exigence 2.1.2.1 de non-déformation vis-à-vis de la contrainte normale σ_t peut être validée en vérifiant que la condition C1 est respectée.

- C1 = condition de non déformation de la bande : $s \cdot \sigma_t < R_{pe} = 1,5 \text{ MPa}$, s étant un facteur de sécurité à déterminer.

Question 28. Montrer qu'une tension T_0 de 1500 N permet de respecter la condition C1 de non déformation de la bande.

L'exigence 2.1.2.2, relative à la contrainte radiale σ_r et aux contraintes tangentielles τ_{rt} et τ_{rz} , peut être validée en vérifiant que les conditions suivantes sont respectées.

- C2 = condition de non écrasement : $\sigma_r < \sigma_{comp} = 0,4 \text{ MPa}$;
- C3 = condition de non glissement tangential : $\tau_{rt} < \sigma_r \cdot \tan\varphi$, avec $\tan\varphi = 0,3$;
- C4 = condition de non glissement axial : $\tau_{zr} < \sigma_r \cdot \tan\varphi$, avec $\tan\varphi = 0,3$.

La figure 22 représente l'évolution des contraintes dans la bande pour une tension $T_0 = 1500 \text{ N}$ et pour différentes rotations $d\theta_{1/0}$ de l'axe de la bobine **1** définies sur la figure 19. Ces courbes sont issues d'une simulation numérique sur l'ensemble de la bande enroulée en considérant celle-ci comme étant un matériau composite hyper-élastique compressible.

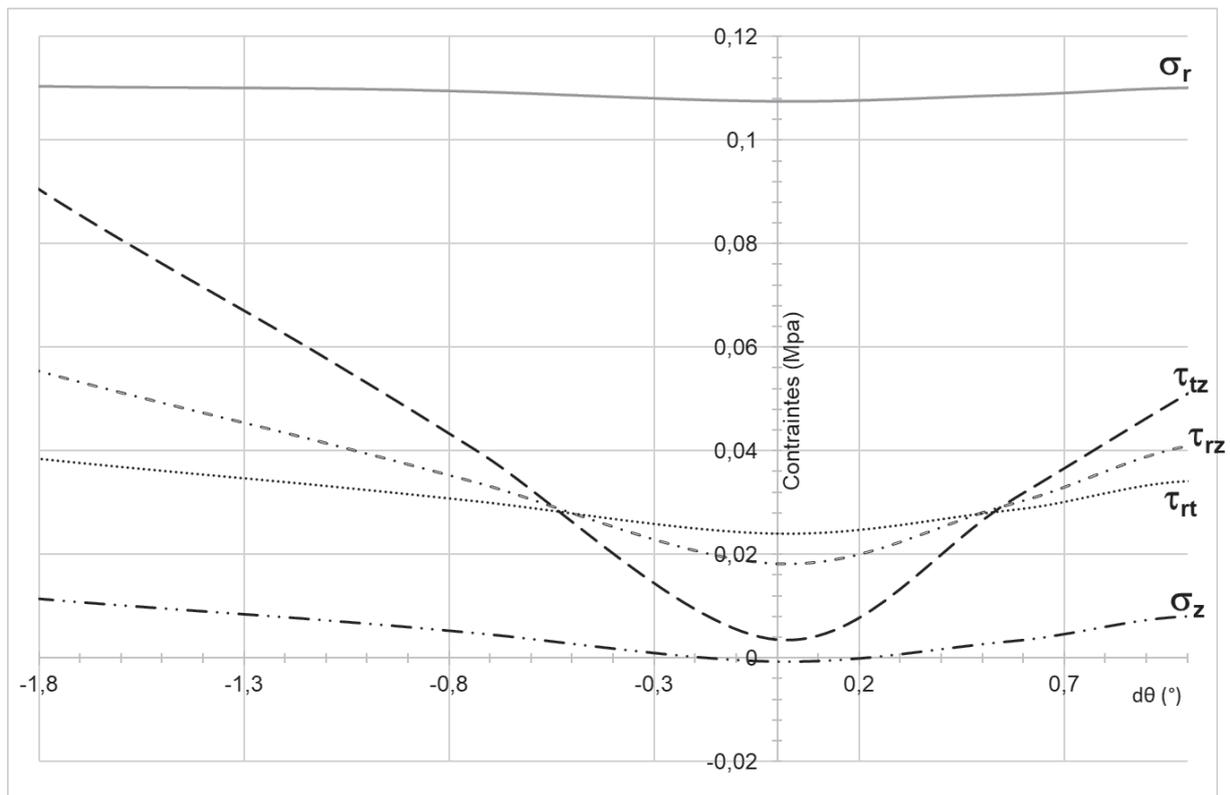


Figure 22 : contraintes dans la section la bande passant par le point P_1 pour une rotation $d\theta_{1/0}$

Question 29. À l'aide de la figure 22, expliquer pour quelle raison il n'est pas utile d'étudier le risque d'écrasement ? Expliquer pour quelles raisons il est nécessaire de réduire les écarts dans la géométrie du système afin d'éviter des risques de glissement ?

Dans le but d'optimiser le système, il est nécessaire de connaître les valeurs admissibles de la rotation $d\theta_{1/0}$ pour lesquelles il n'y a pas de risque de glissement.

Question 30. À l'aide de la figure 22, indiquer les intervalles de valeurs de la rotation $d\theta_{1/0}$ pour lesquelles il n'y a pas de risque de glissement.

2.3 Dimensionnement de la liaison entre le tambour et la bobine

Objectif : vérifier le non-glissement dans la liaison réalisée par des membranes sous pression entre le tambour 2 et la bobine 1.

La liaison frettée par membranes sous pression entre le tambour 2 et la bobine 1 est représentée sur la figure 23. Un glissement entre la membrane sous pression du tambour et la bobine aurait pour conséquence une variation de la vitesse d'enroulement et donc des contraintes dans la bande. La non-déformation de la bande ne serait alors plus assurée.

Le solide étudié dans cette partie est l'ensemble $\mathbf{E}_1 = \{\text{bobine ; produit enroulé}\}$.

Les paramètres utiles à l'étude cinématique et dynamique de \mathbf{E}_1 , représentés sur la figure 19 et donnés dans l'annexe 8, sont :

- $\vec{V}_{\text{ligne}} = V_{\text{ligne}} \cdot \vec{x}_P$ la vitesse de la ligne, avec $V_{\text{ligne}} = 30 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$;
- $\vec{\omega}_{1/0}(t) = \omega_{1/0}(t) \cdot \vec{z}_1$ la vitesse angulaire de la bobine **1** ;
- $\frac{d\omega_{1/0}(t)}{dt} = \frac{d\omega_{1/0}(t)}{dt} \cdot \vec{z}_1$ l'accélération angulaire de la bobine **1** ;
- J_1 et $J_p(t)$ les moments d'inertie respectifs de la bobine **1** et de la bande à l'instant t selon l'axe (O_1, \vec{y}_0) .

Hypothèse : le dimensionnement du système d'enroulage peut être conduit à partir d'une étude statique.

L'hypothèse énoncée ci-dessus sera considérée pour toutes les questions de la partie 2.

Question 31. Justifier qualitativement l'hypothèse énoncée précédemment à partir des valeurs des paramètres de la figure 19 et des courbes de l'annexe 8.

On note :

- $P = 1,8$ bars la pression dans les membranes ;
- $\mu_{12} = 0,8$ le coefficient d'adhérence entre les membranes du tambour **2** et la bobine **1** ;
- $R_m = 0,345$ m le rayon de frottement entre le tambour et la bobine ;
- $L_m = 1$ m la longueur des membranes ;
- $l_m = 0,065$ m la largeur des membranes.

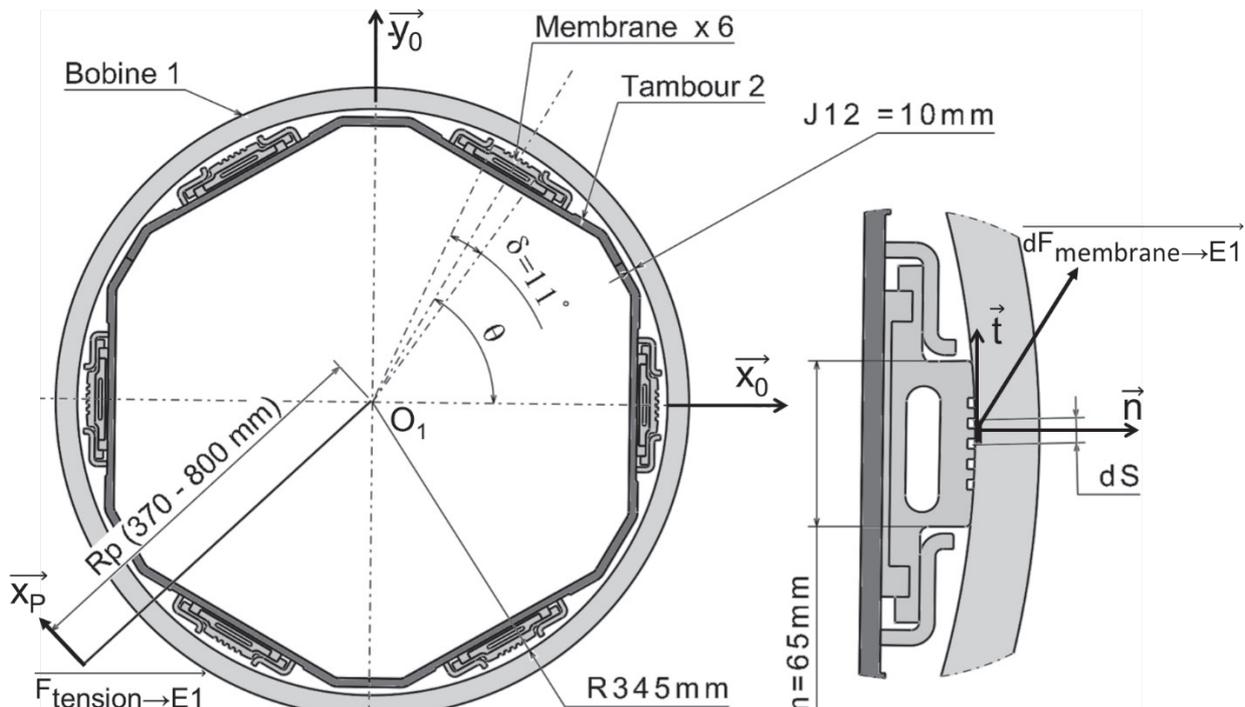


Figure 23 : liaison entre le tambour **2** et la bobine **1**

Les actions mécaniques extérieures exercées sur l'ensemble $E_1 = \{\text{bobine ; bande enroulée}\}$ sont énoncées ci-dessous.

- L'action de la tension de la bande appliquée au point P_1 est notée $\overrightarrow{F}_{\text{tension} \rightarrow E1}$. Cette action s'exprime en fonction de la tension $T_0 = 1500 \text{ N}$ et d'un coefficient de frottement entre les spires ($\tan\varphi = 0,3$).

$$\overrightarrow{F}_{\text{tension} \rightarrow E1} = - \left(T_0 - \frac{T_0}{e^{(\tan\varphi \cdot 2\pi)}} \right) \cdot \overrightarrow{x}_P$$

- L'action de la pesanteur est notée $\overrightarrow{F}_{\text{pesanteur} \rightarrow E1}$. Cette action, orientée selon l'axe \overrightarrow{y}_0 , s'exprime en fonction des masses de la bobine **1** et de la bande enroulée à l'instant t dont les valeurs limites sont données dans l'annexe 8.
- L'action de la pression P d'une membrane sur **E1** est notée $\overrightarrow{F}_{\text{membrane} \rightarrow E1}$. Cette action sera obtenue par intégration de l'effort $d\overrightarrow{F}_{(\text{membrane} \rightarrow E1)}$ exercé sur un élément de membrane dS , défini sur la figure 23.

Question 32. Exprimer une relation entre la pression P et les autres actions mécaniques exercées sur l'ensemble $E1$.

Question 33. Exprimer la pression minimale à appliquer dans les membranes pour assurer le freinage entre la bobine **1** et le tambour **2**. Discuter du non-glissement entre la bobine et le tambour.

Il est envisagé par la suite de modéliser la liaison entre le tambour **2** et la bobine **1** par une liaison complète démontable non parfaite.

Question 34. Dans le but de déterminer le déplacement de la bobine par rapport au tambour, quels phénomènes, autres que le glissement, devraient être considérés dans la modélisation de la liaison ?

2.4 Dimensionnement de la liaison entre le tambour **2** et l'arbre **3**

*Objectif : définir la liaison filetée entre le tambour **2** et l'arbre **3***

La liaison complète entre l'arbre **3** et le tambour **2**, représentée sur la figure 24, est réalisée par un ensemble de n vis exerçant un effort axial qui assure l'adhérence sur la surface de contact S_{23} .

On note :

- n le nombre vis assurant la liaison entre le tambour **2** et l'arbre **3** ;
- $\overrightarrow{C}_{O3(2 \rightarrow 3)} = C_{O3} \cdot \overrightarrow{z}_3$ le couple transmissible par la liaison filetée entre le tambour **2** et l'arbre **3** de sortie du réducteur, on prendra $C_{O3} = 1100 \text{ N}\cdot\text{m}$;
- $\overrightarrow{F}_E = F_E \cdot \overrightarrow{z}_3 + T_E \cdot \overrightarrow{y}_3$ l'effort extérieur exercé sur une vis ;
- $\overrightarrow{F}_0 = F_0 \cdot \overrightarrow{z}_3$ l'effort axial dans une vis selon la norme NF25-030 -1 correspondant au couple de serrage nominal donné dans le tableau 1 ;
- $D_v = 190 \text{ mm}$ le diamètre sur lequel sont réparties les vis ;

- $D_e = 210\text{mm}$ et $D_i = 175\text{ mm}$ les diamètres respectivement intérieurs et extérieurs de la surface S_{23} ;
- $\mu_a = 0,15$ le coefficient d'adhérence entre les pièces à assembler ;
- $E_v = 210000\text{ MPa}$ le module d'élasticité longitudinale des vis ;
- K_v la raideur d'une vis ;
- K_a la raideur des pièces à assembler autour d'une vis, données dans le tableau 1 ;
- A_v la section résistante d'une vis, données dans le tableau 1 ;
- $\delta_{3/2}$ la déformation axiale de l'assemblage vissé.

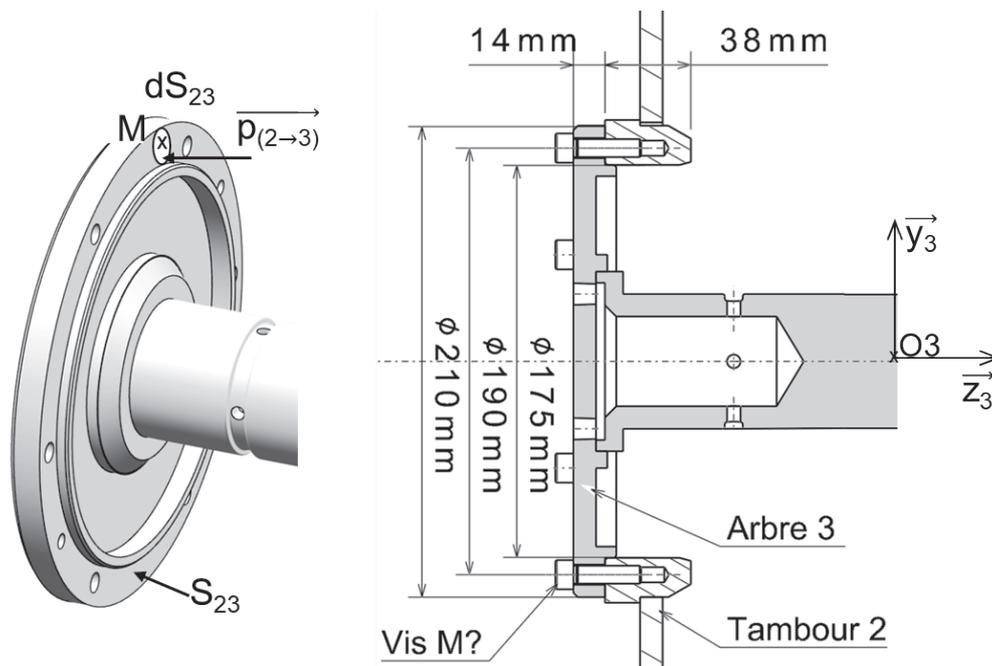


Figure 24 : liaison entre le tambour 2 et l'arbre 3

Diamètre nominal	F _{omin} (N)	F _{omax} (N)	A _v (mm ²)	K _a (N/mm)
M6	4402	9378	20,1	3652700
M8	8057	17217	36,6	3376698
M10	12807	27416	58	3040735
M12	18660	39976	84,3	2645811
Extrait de la norme NF25-030 -1 Vis de classe 8.8 Serrage par clé dynamométrique				

Tableau 1 : caractéristiques des vis et raideurs des pièces à assembler autour des vis

On considère un effort presseur local $\vec{p}_{(2 \rightarrow 3)}$ exercé au point M sur une surface élémentaire dS_{23} (figure 24).

Question 35. Après avoir exprimé puis intégré le moment élémentaire en O_3 de l'effort presseur local $\vec{p}_{(2 \rightarrow 3)}$, déterminer la relation entre le couple transmissible C_{O_3} , l'effort extérieur exercé sur une vis FE, les paramètres géométriques, le nombre de vis n et le coefficient d'adhérence μ_a .

Question 36. À partir des données du tableau 1 et des résultats précédents, proposer un choix de vis en précisant leur diamètre et leur nombre.

Question 37. Proposer une valeur pour la longueur sous tête L_v des vis. Exprimer la raideur K_v dans une vis en fonction de A_v , L_v et de E_v .

Question 38. Exprimer la raideur K_{v23} autour d'une vis de l'ensemble $E_{23} = \{\text{tambour } 2 ; \text{ arbre } 3 ; \text{ vis}\}$. Justifier la pertinence de la prise en compte de cette raideur K_{v23} dans le calcul de la déformation globale de l'ensemble E_{23} .

2.5 Conception de l'arbre 3

Objectif : proposer des procédés d'obtention de la pièce arbre 3 et vérifier son dimensionnement

L'arbre sortie réducteur **3**, représenté sur la figure 25 et le document réponse DR3, est obtenu par mécano-soudage du flasque **3a** sur l'axe **3b**. Le joint tournant sera étudié dans une partie ultérieure, il n'exerce pas d'action mécanique sur l'arbre **3**.

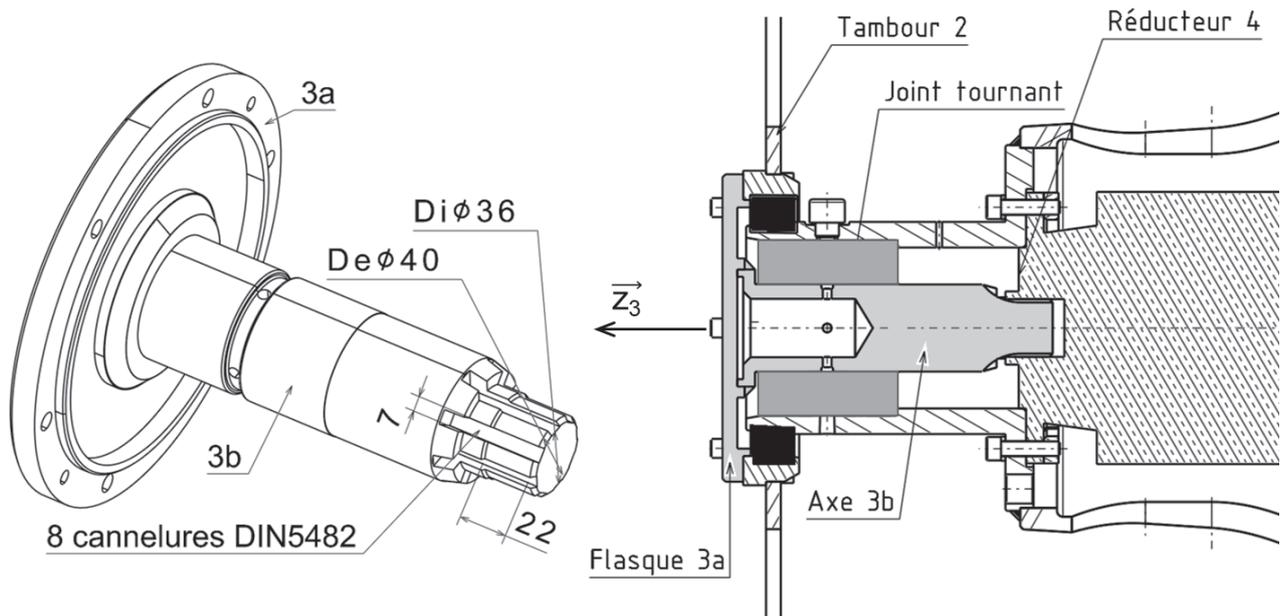


Figure 25 : arbre 3 et pièces en contact

Le matériau utilisé pour chaque le flasque **3a** et l'axe **3b** est un acier 25CrMo4. La composition chimique du matériau 25CrMo4 est donnée ci-dessous.

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo
0,22-0,29	≤0,4	0,6-0,9	≤0,025	≤0,035	0,9-1,2	0,15-0,3

Question 39. Justifier l'emploi du soudage pour obtenir le brut de l'arbre 3. Proposer un procédé de soudage pour réaliser le brut. Représenter sous forme de croquis à main levée la forme du brut soudé.

Question 40. Proposer des opérations de parachèvement, d'usinage et de traitement du brut de l'arbre 3 après soudage pour l'obtention de la pièce finie en vue d'optimiser sa résistance.

En vue de la vérification du dimensionnement de l'arbre 3, une simulation numérique est envisagée. Le matériau du flasque 3a et de l'axe 3b sont considérés comme étant des matériaux homogènes et isotropes. Les caractéristiques de l'acier 25CrMo4 sont données ci-dessous.

Masse volumique, $\rho = 7750 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Résistance Mécanique, $R_m = 586 \text{ MPa}$
Module d'élasticité, $E = 210\,000 \text{ MPa}$	Coefficient de Poisson, $\nu = 0,27 - 0,30$
Limite élastique, $R_{p0.2} = 414 \text{ MPa}$	Allongement, $A \geq 17\%$

La limite à l'élasticité du matériau utilisé pour la soudure a pour valeur $R_e = 295 \text{ MPa}$.

On note :

- le couple exercé par les actions mécaniques extérieures sur l'arbre 3, $\overrightarrow{C_{O3(\text{extérieures} \rightarrow 3)}} = C_{O3} \cdot \vec{z}_3$, on prendra $C_{O3} = 1100 \text{ N}\cdot\text{m}$;
- les diamètres respectifs de l'arbre extérieur et intérieur, $D_e = 40 \text{ mm}$ et $D_i = 36 \text{ mm}$;
- la longueur des cannelures, $L_C = 22 \text{ mm}$.

Question 41. Décrire les solutions de mise en position et de maintien en position de l'arbre 3 avec le réducteur 4 et le tambour 2.

Question 42. Préciser la nature des chargements (effort, moment, pression) qui seront appliqués sur le modèle de l'arbre 3. Déterminer les valeurs de ces chargements puis les représenter sur le document réponse DR3 et colorier les éléments sur lesquels ils sont appliqués.

On note $\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$ un champ de déplacement sur une frontière du modèle.

Question 43. Définir les conditions limites en déplacement. Préciser quelles sont les composantes des champs de déplacements $\{U\}$ nulles. Représenter ces conditions limites en déplacement sur le document réponse DR3 et colorier les éléments sur lesquels ils sont appliqués.

La figure 26 représente les résultats de la simulation numérique.

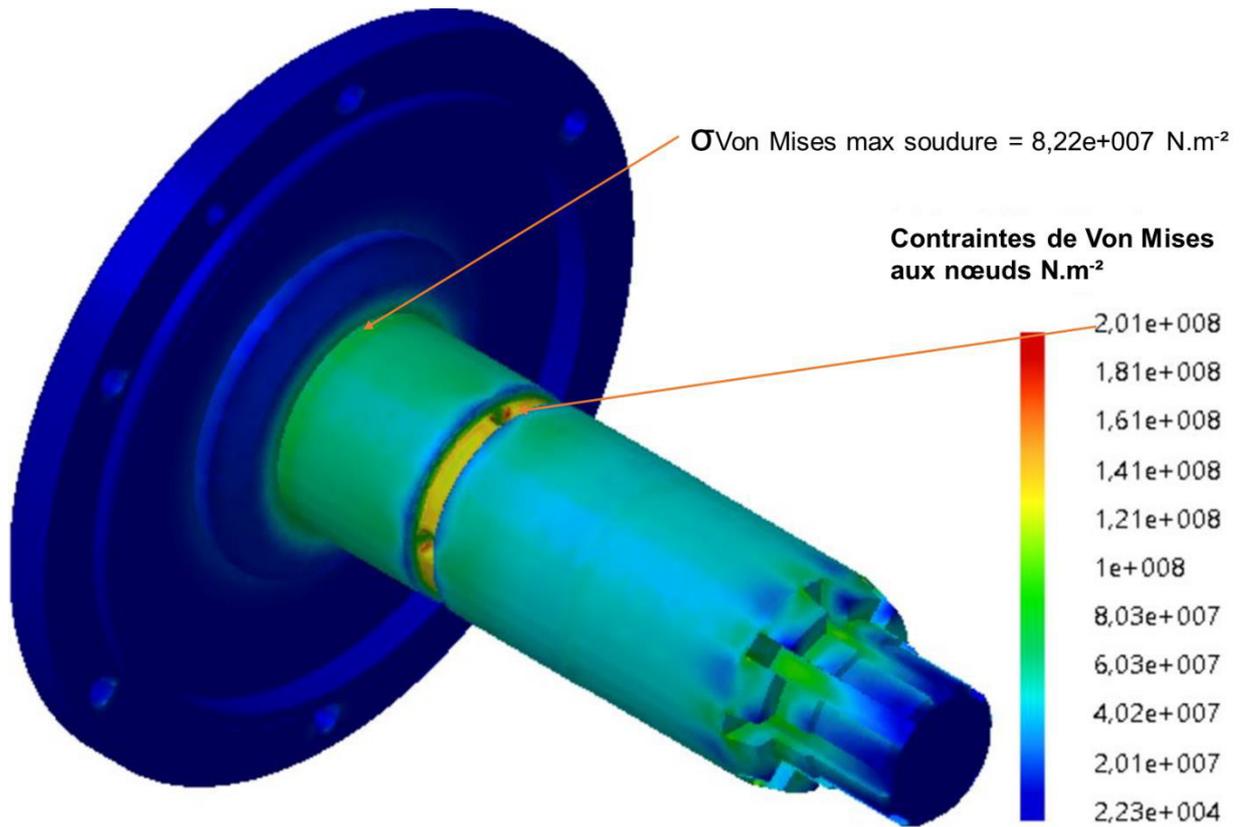


Figure 26 : résultats de la simulation sur l'arbre 3.

Question 44. À partir des résultats de la simulation, analyser les valeurs des contraintes de Von Mises. Conclure sur le dimensionnement de l'arbre.

2.6 Optimisation de l'ensemble arbre 3 + tambour 2

Objectif : optimiser les paramètres qui caractérisent le guidage en rotation de l'ensemble $E_{23} = \{\text{tambour 2} + \text{arbre 3}\}$ et proposer une solution de conception de ce guidage.

Le guidage en rotation de l'ensemble $E_{23} = \{\text{tambour 2} + \text{arbre 3}\}$ est réalisé par deux roulements notés RA et RB, ayant respectivement pour centres les points A et B et les diamètres extérieurs DA et DB (figures 27 et 28). La méthode d'optimisation mise en œuvre s'appuie sur la démarche proposée sur la figure 29.

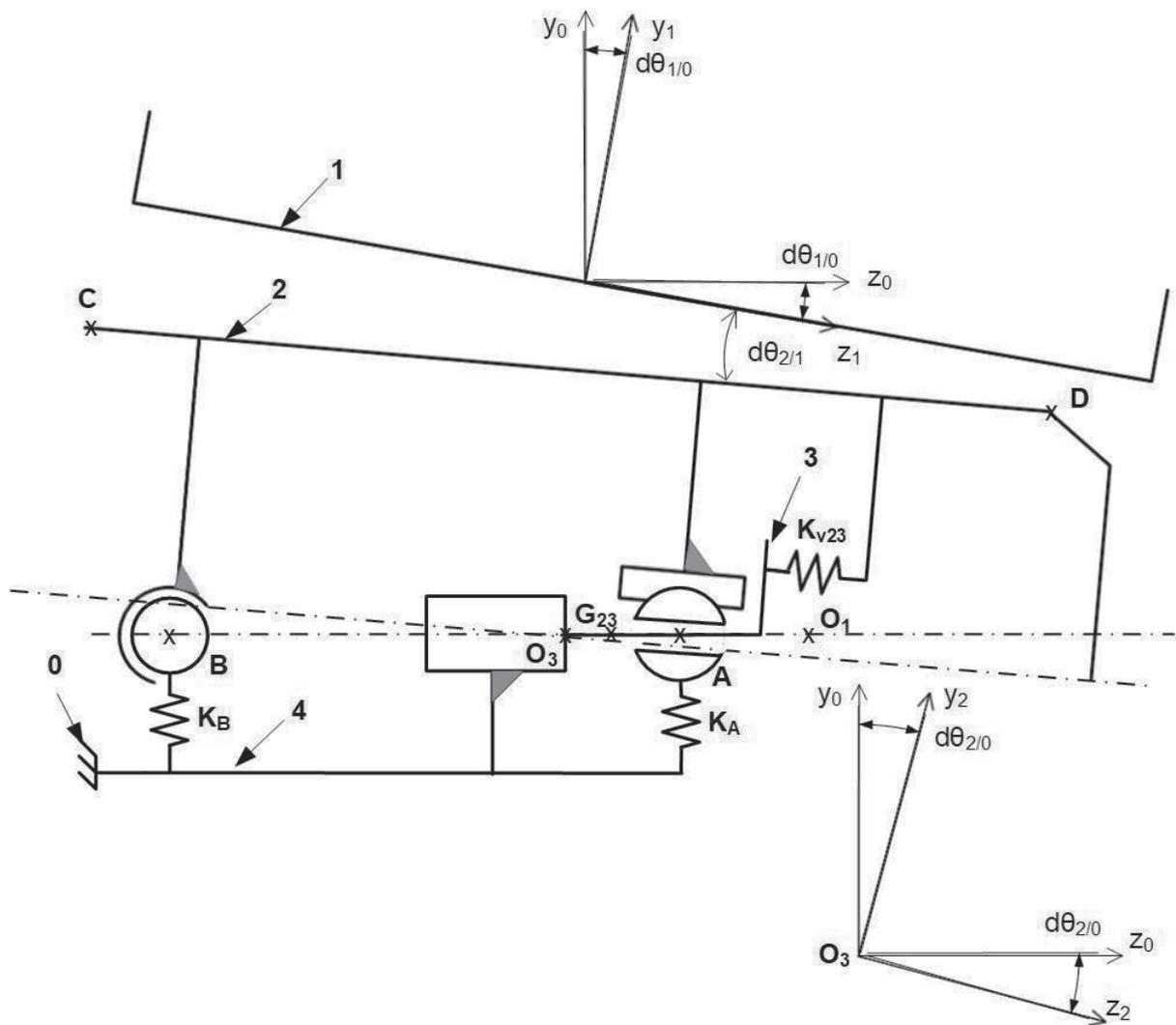


Figure 27 : modélisation du système à optimiser

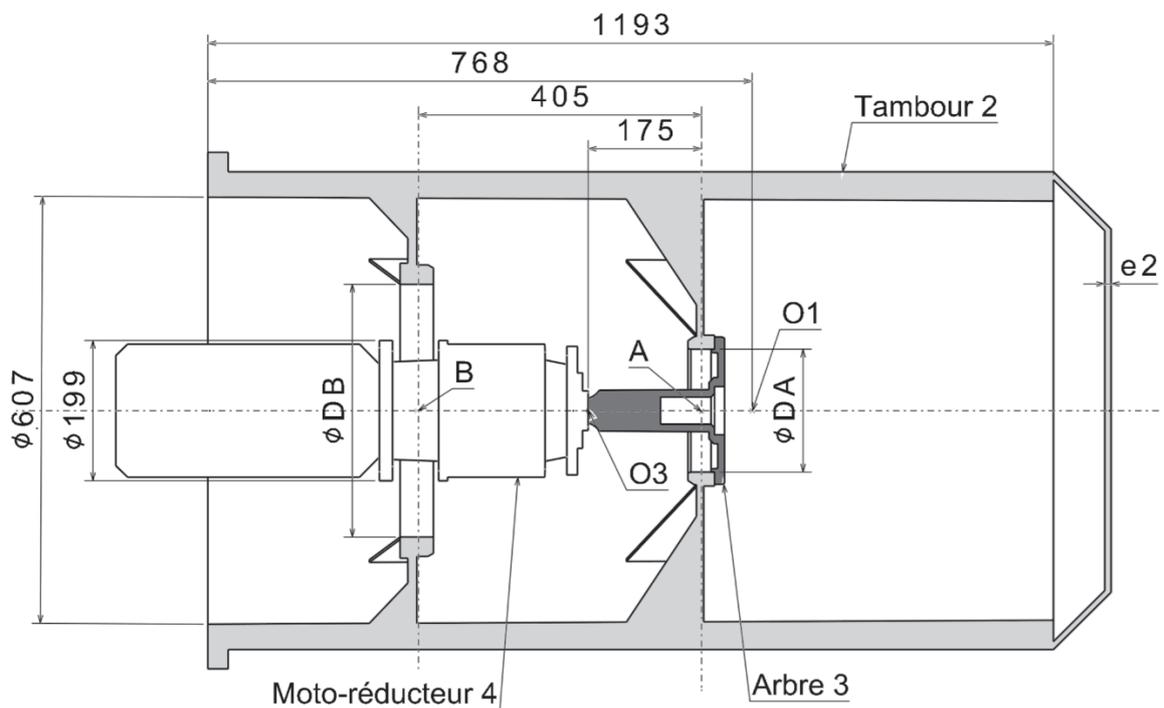


Figure 28 : solution initiale avant optimisation

Les paramètres à optimiser seront les diamètres DA , DB ainsi que les distances $O3A$, AB et l'épaisseur e_2 de la structure du tambour **2**. Les contraintes d'optimisation à prendre en compte seront le défaut angulaire admissible $d\theta_{2/0lim}$ de l'ensemble E_{23} pour éviter la déformation de la bande et les contraintes de résistance mécanique des pièces constituant l'ensemble E_{23} .

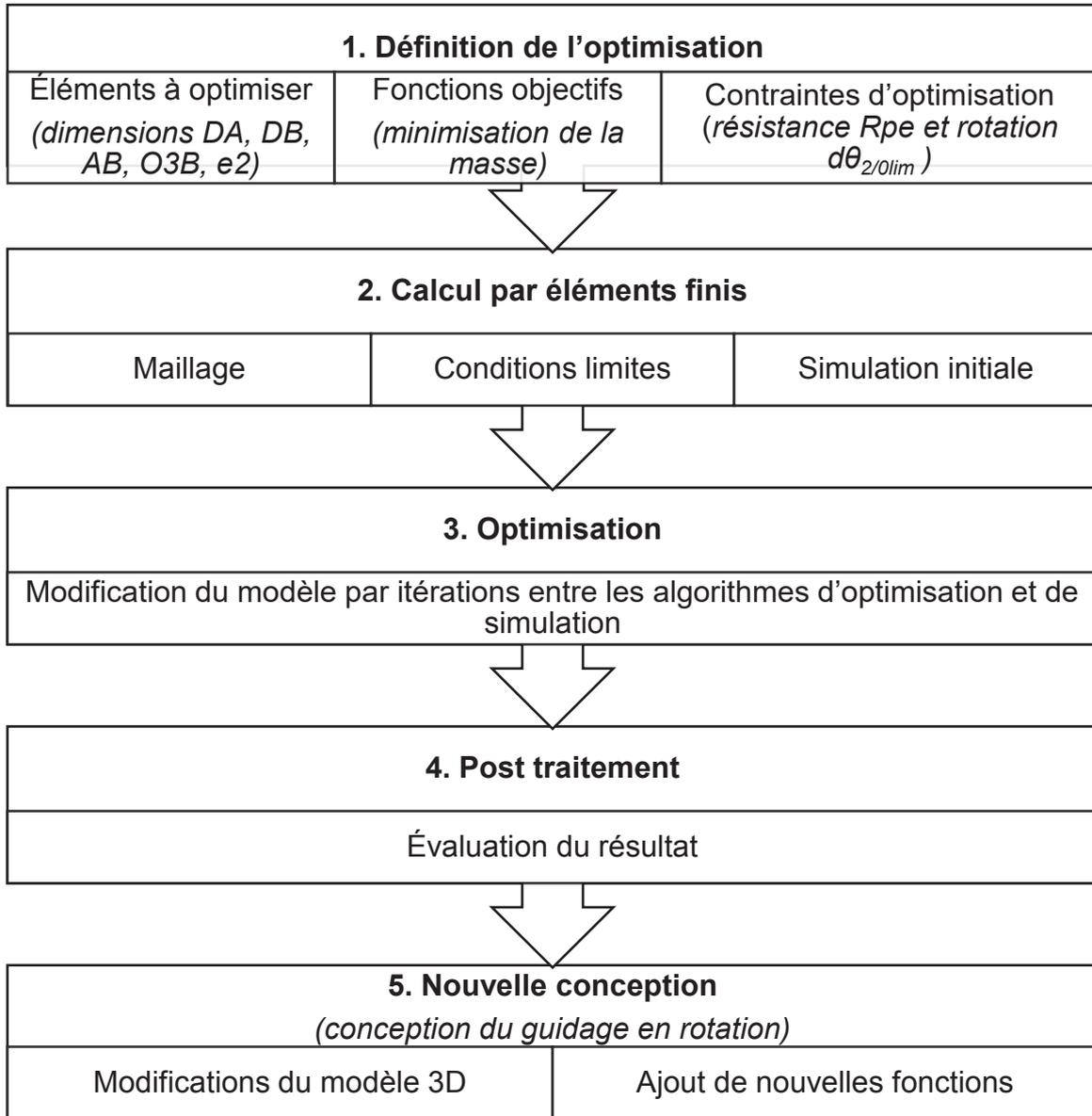


Figure 29 : schématisation globale de la démarche d'optimisation

Question 45. Parmi les paramètres représentés sur la figure 27, identifier ceux qui ont été définis précédemment et préciser leurs valeurs.

Question 46. Considérant le jeu J12 défini sur la figure 23, et le paramétrage défini sur la figure 27, déterminer le défaut angulaire admissible $d\theta_{2/0lim}$ du tambour 2 qui constituera un paramètre d'entrée du problème d'optimisation.

On note :

- $\{T_{E1 \rightarrow E2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_{E1 \rightarrow E2}} \\ \overrightarrow{M_{O1(E1 \rightarrow E2)}} \end{array} \right\}_{O_1, R_1} = \left\{ \begin{array}{c} T_{E1 \rightarrow E2} \cdot \overrightarrow{x_1} + R_{E1 \rightarrow E2} \cdot \overrightarrow{y_1} \\ M_{O1(E1 \rightarrow E2)} \cdot \overrightarrow{z_1} \end{array} \right\}_{O_1, R_1}$ le torseur de l'action exercée par la bobine **1** sur le tambour **2** ;
- **E₄** l'ensemble comprenant le motoréducteur et les pièces de structure fixes ;
- $\{T_{E4 \rightarrow E2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{A_{E4 \rightarrow E2}} \\ \overrightarrow{M_{A(E4 \rightarrow E2)}} \end{array} \right\}_{A, R_0}$ et $\{T_{E4 \rightarrow E2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{B_{E4 \rightarrow E2}} \\ \overrightarrow{M_{B(E4 \rightarrow E2)}} \end{array} \right\}_{B, R_0}$ les torseurs respectifs des actions exercées par l'ensemble **E₄** aux centres des roulements A et B ;
- M2 la masse du tambour **2** ;
- le matériau du tambour 2, acier S235.

La démarche d'optimisation peut être justifiée en identifiant les contradictions causées par la modification des paramètres diamètres des roulements et distances. Une modification de paramètre dans le but d'améliorer une performance «X» peut détériorer une performance «Y» du système. Une performance peut être fonctionnelle, économique ou technique. Un exemple de formalisation de contradiction est donné dans le tableau 2.

Modification du paramètre :	Amélioration des performances :	Détérioration des performances :
Augmentation de l'épaisseur e2 du tambour	<ul style="list-style-type: none"> - Rigidité du tambour 2 plus importante - Déformations du tambour 2 	Masse de l'ensemble avec pour conséquence : <ul style="list-style-type: none"> - Augmentation des coûts - Actions dans les liaisons plus importantes
Augmentation des diamètres DA et DB		
Diminution de la distance O3A		
Augmentation de la distance AB		

Tableau 2 : formalisation des contradictions

Question 47. Préciser, en reproduisant et complétant le tableau 2, la nature de la performance améliorée et la nature de la performance détériorée pour chaque paramètre à modifier.

Question 48. Indiquer, pour chacun des paramètres à optimiser (DA, DB, O3A, AB), comment seront définies les bornes minimales et/ou maximales à renseigner pour le modèle d'optimisation.

La figure 30 représente le résultat du modèle optimisé. Le tableau 3 donne les valeurs de variables initiales et optimisées ; le tableau 4 donne les résultats des capteurs sur le modèle optimisé.

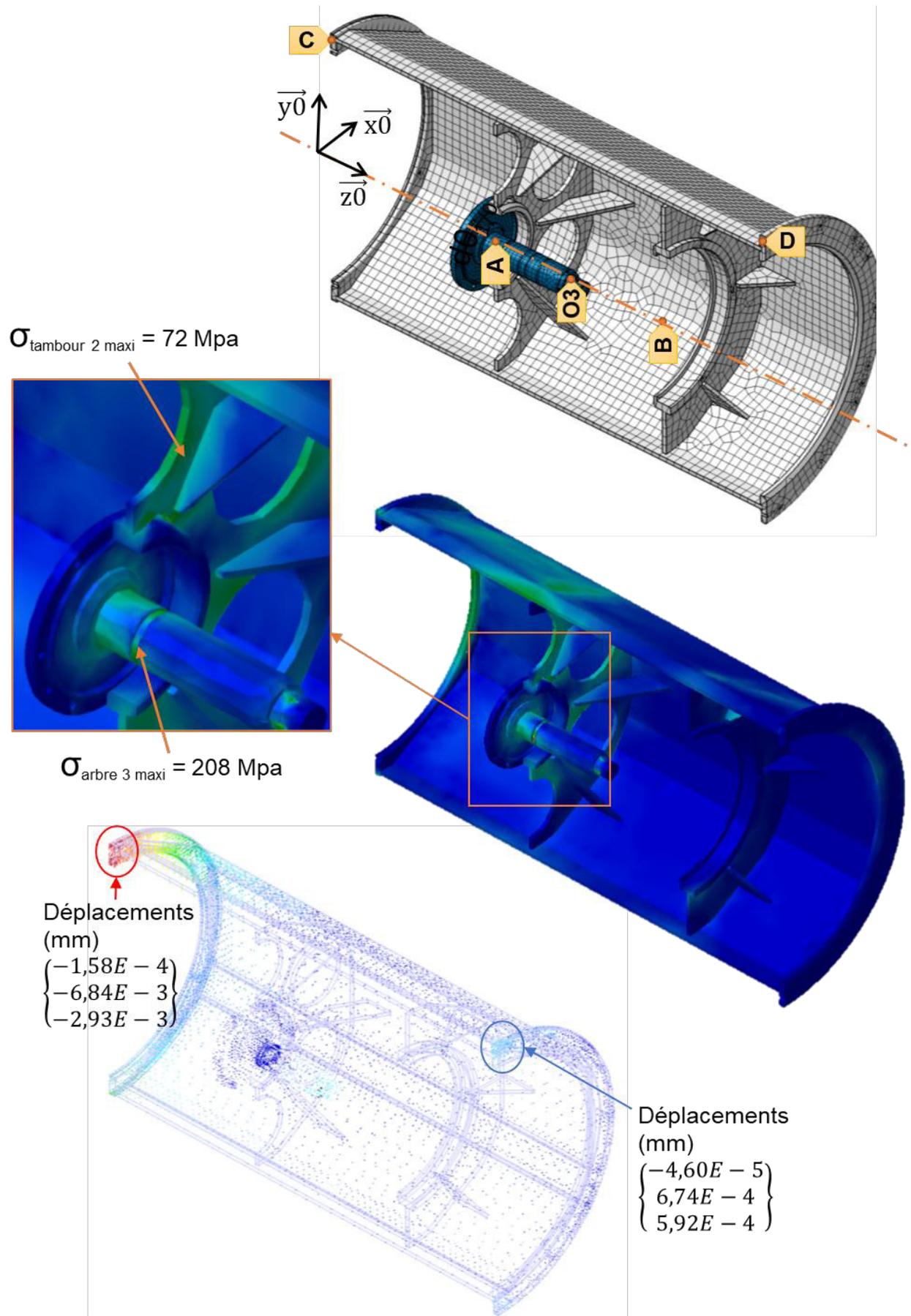


Figure 30 : résultats de l'optimisation

Variables		Modèle initial	Modèle optimisé
Distances :	AB (mm)	405	455
	O3A (mm)	175	202
Diamètres extérieurs des roulements :	DA (mm)	175	175
	DB (mm)	360	380
Épaisseur :	e2 (mm)	10	9

Tableau 3 : variables initiales et optimisées

Résultats des capteurs		Modèle initial	Modèle optimisé
Contraintes maximales de Von Mises :	$\sigma_{\text{tambour 2}}$ (Mpa)	84	72
	$\sigma_{\text{arbre 3}}$ (Mpa)	201	208
Déplacements des extrémités du tambour :	dCx (mm)	-5,70E-01	-1,58E-04
	dCy (mm)	-5,90E-02	-6,84E-03
	dCz (mm)	-2,10E-02	-2,93E-03
	dDx (mm)	-2,20E-04	-4,60E-05
	dDy (mm)	3,90E-03	6,74E-04
	dDz (mm)	-8,40E-03	5,92E-04
Actions aux centres des roulements A et B :	Ax (N)	-32	-6
	Ay (N)	19595	16896
	Az (N)	14	7
	Bx (N)	21	6
	By (N)	12405	14103
	Bz (N)	-14	-7

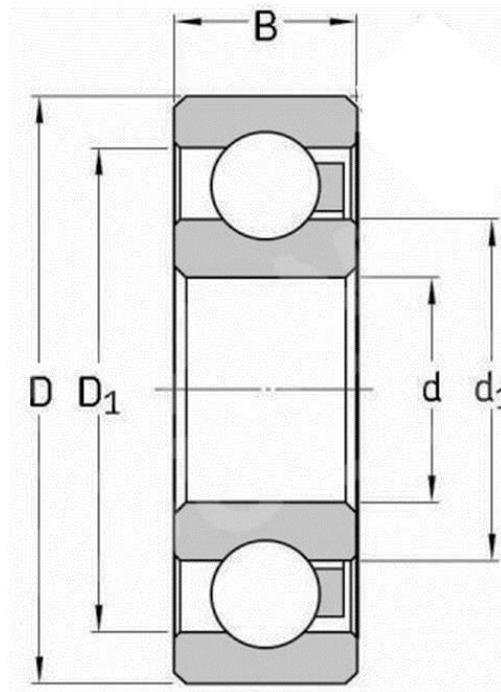
Tableau 4 : résultats des capteurs sur le modèle optimisé

Question 49. Évaluer le modèle optimisé à partir de critères de choix proposés.

2.7 Conception de la liaison entre l'arbre 3 et la structure fixe 4

Objectif : concevoir la solution de guidage en rotation entre l'arbre 3 et la structure fixe 4.

Le tableau ci-dessous donne les principales caractéristiques des roulements choisis.



Roulements rigides à billes				Charges de base	
	Dimensions principales			dynamique	statique
Référence	d [mm]	D [mm]	B [mm]	C [kN]	C0 [kN]
61828	140	175	18	39	46,5
61860	300	380	38	172	245

Question 50. Justifier le choix des roulements proposés.

Question 51. En complétant la demi-vue du document réponse DR4 par un dessin à main levée, proposer une implantation des roulements RA et RB assurant le guidage en rotation entre le tambour 2 et la structure fixe 4. Préciser sur le dessin quelles bagues sont montées serrées et quelles bagues sont montées glissantes.

La liaison temporaire entre la bobine 1 et le tambour 2 est réalisée par des membranes alimentées en air comprimé. Afin de permettre à la bobine de réaliser des rotations sur des tours complets, le constructeur a intégré un joint tournant entre la structure fixe 4 et l'arbre 3. La figure 31 montre le principe d'alimentation des membranes en air comprimé. Le joint tournant est constitué de deux éléments notés **JTa** et **JTb** étanches à l'air. L'élément **JTa** est en liaison complète avec la structure fixe 4. L'élément **JTb** est en liaison complète avec l'arbre 3.

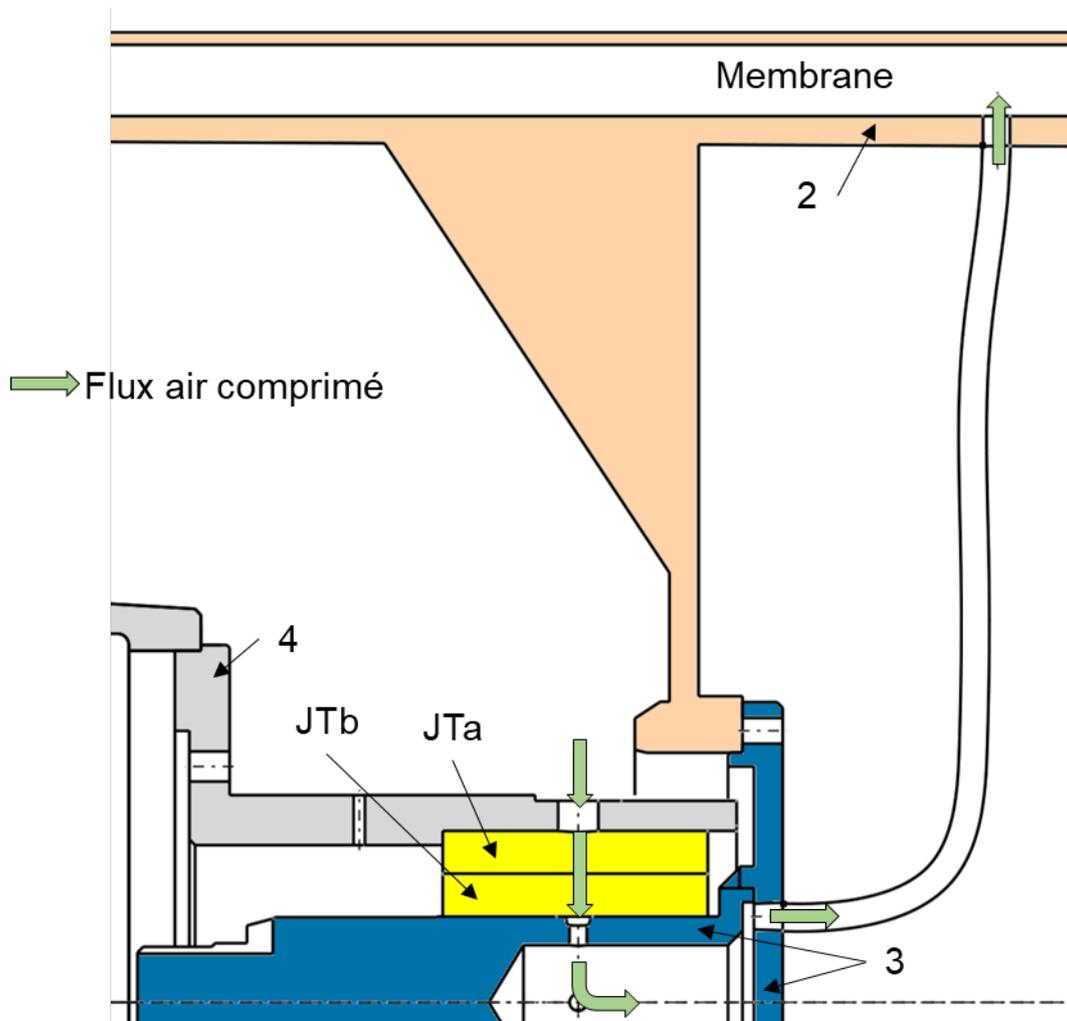


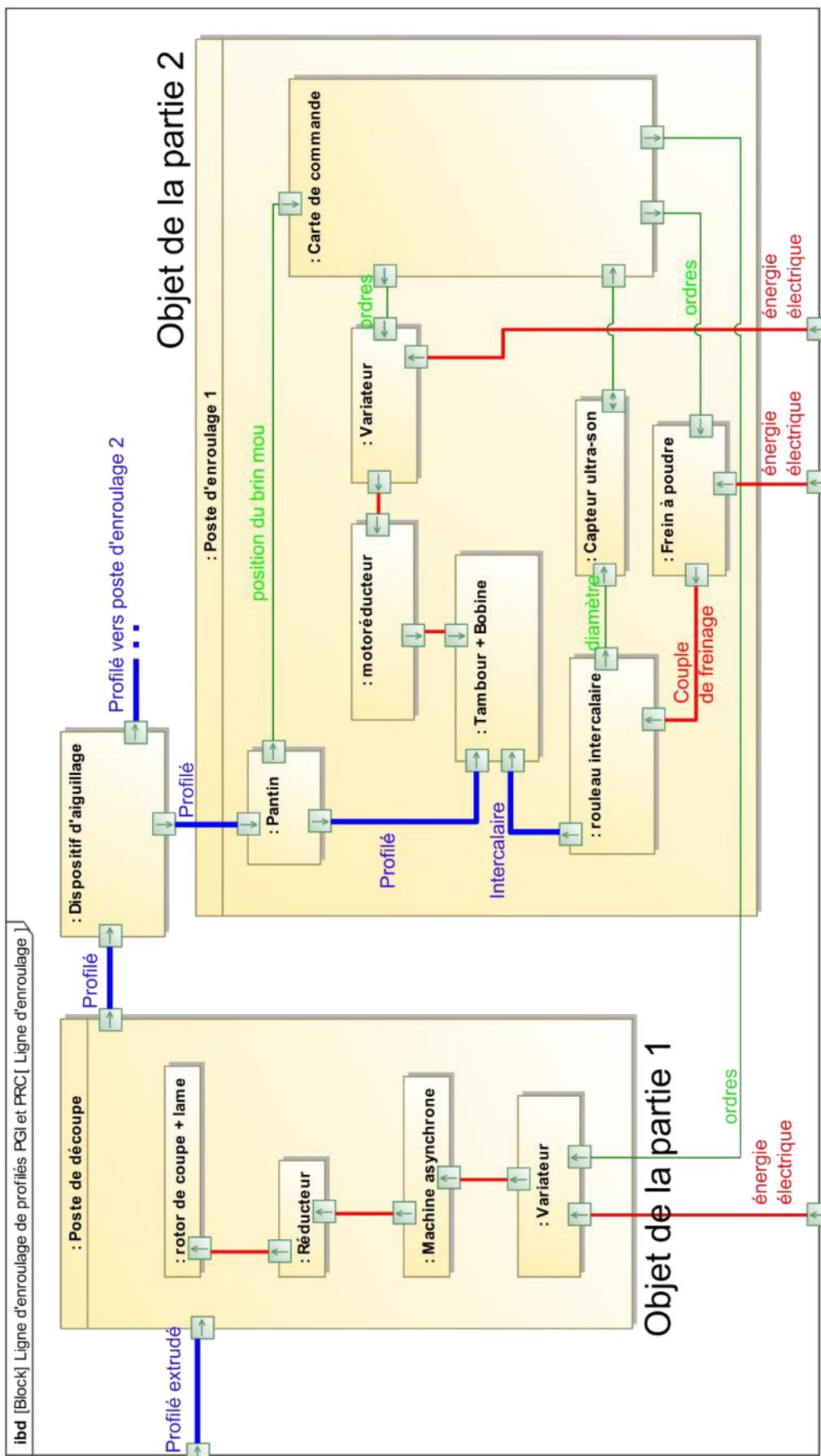
Figure 31 : principe d'alimentation en air des membranes

Question 52. En complétant la demi-vue du document réponse DR4 par un dessin à main levée, proposer une solution constructive pour définir le joint tournant.

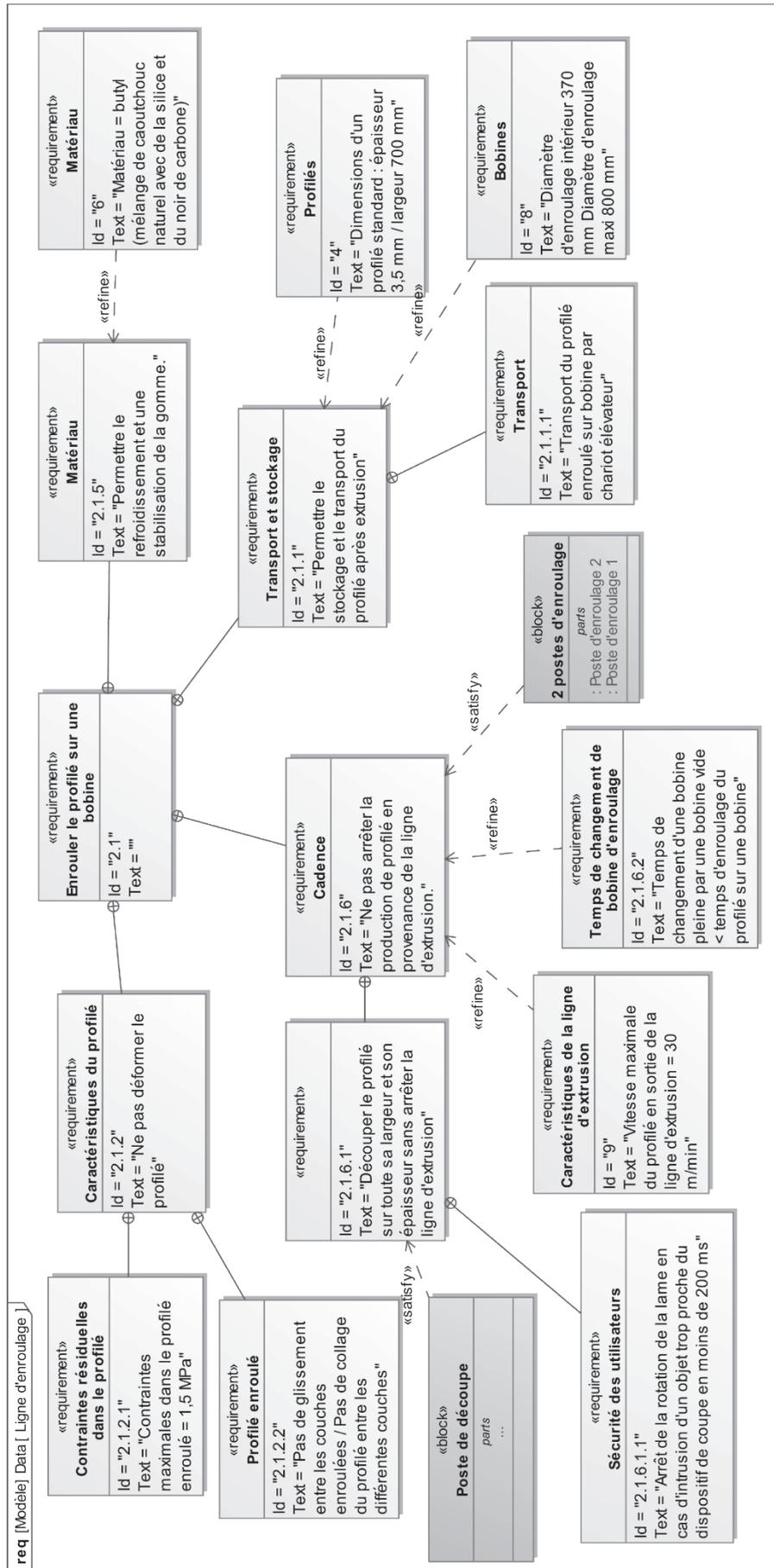
3. Synthèse

Question 53. Réaliser, en complétant le document réponse DR5, une synthèse des activités réalisées. Préciser si les exigences du cahier des charges ont été satisfaites ou non, les méthodes mises en œuvre pour le vérifier et les performances des solutions proposées selon des critères proposés.

ANNEXE 1 : diagramme des flux internes (partiel) de la ligne d'enroulage



ANNEXE 2 : diagramme des principales exigences de la ligne d'enroulage



ANNEXE 3 : caractéristiques de la machine asynchrone

4 PÔLES - 1500 min⁻¹ - IP55 - CLASSE F - ΔT80K - S1 - CLASSE IE2

Type	RÉSEAU 400 V 50 Hz													
	Puissance nominale	Vitesse nominale	Moment nominal	Intensité nominale	Facteur de puissance			Rendement CEI 60034-2-1 2007			Moment maximum/Moment nominal	Moment d'inertie	Masse	Bruit
	P _N kW	N _N min ⁻¹	M _N N.m	I _{N(400V)} A	Cos φ			η			M _M /M _N	J kg.m ²	IM B3 kg	LP db(A)
LSMV 80 LG	0,75	1445	4,9	1,7	0,71	0,72	0,56	79,7	79,7	76,8	2,6	0,00265	11,7	47
LSMV 90 SL	1,1	1455	6,7	2,2	0,81	0,72	0,57	83,5	84,2	83,1	3,2	0,00418	17,1	48
LSMV 90 LU	1,5	1455	9,4	3,1	0,80	0,71	0,56	84,7	85,3	83,7	4,0	0,00488	20,4	48

ANNEXE 4 : caractéristiques du frein BK16

Caractéristiques

Type	Puissance à 20 °C W	Résistance Ohm	Courant absorbé mA	Couple de freinage			Vitesse max. min ⁻¹
				1000 min ⁻¹ N.m	1500 min ⁻¹ N.m	3000 min ⁻¹ N.m	
BK 08	25	1444	131,5	8	6,8	6,24	10100
BK 16	30	1203	157,8	16	9,96	9,12	8300

Temps de manœuvre

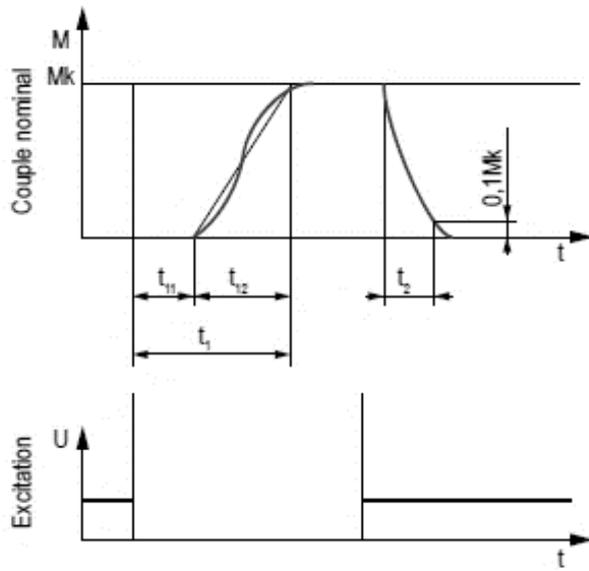
Type	Couple de freinage à 1000 min ⁻¹ N.m	Travail de friction maxi. J	Fréquence de manœuvre par heure h ⁻¹	Commutation côté courant continu Temps de réponse			
				t ₁₁ ms	t ₁₂ ms	t ₁ ms	t ₂ ms
BK 08	8	7500	50	15	16	31	57
BK 16	16	12000	40	28	19	47	76
BK 32	32	24000	30	28	25	53	115
BK 60	60	30000	28	17	25	42	210
BK 80	80	36000	27	27	30	57	220

Le passage d'un couple de freinage à un couple permanent s'effectue avec un certain retard.

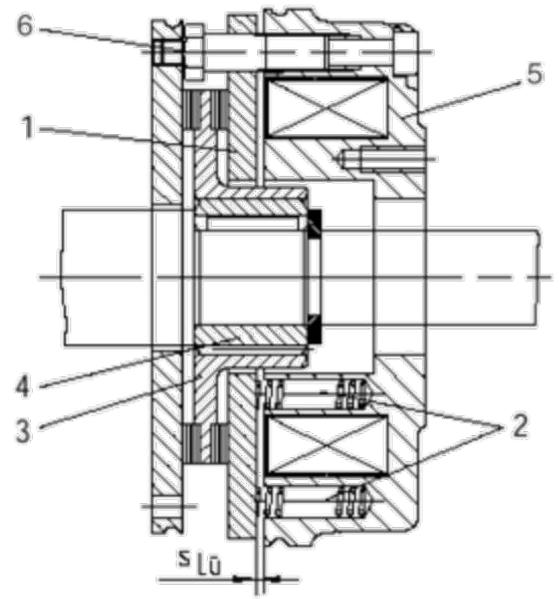
Les temps de déclenchement correspondent à une commutation côté courant continu avec une tension d'induction environ cinq à dix fois supérieure à la tension nominale.

La figure ci-contre montre le retard de réponse à l'enclenchement t₁₁, le temps de montée en couple t₁₂, le temps d'enclenchement t₁ = t₁₁ + t₁₂ et le temps t₂.

Le temps de coupure n'est pas modifié par la commutation côté courant continu ou alternatif. Il peut être raccourci grâce à des appareils spéciaux avec carte d'excitation rapide ou surexcitation.

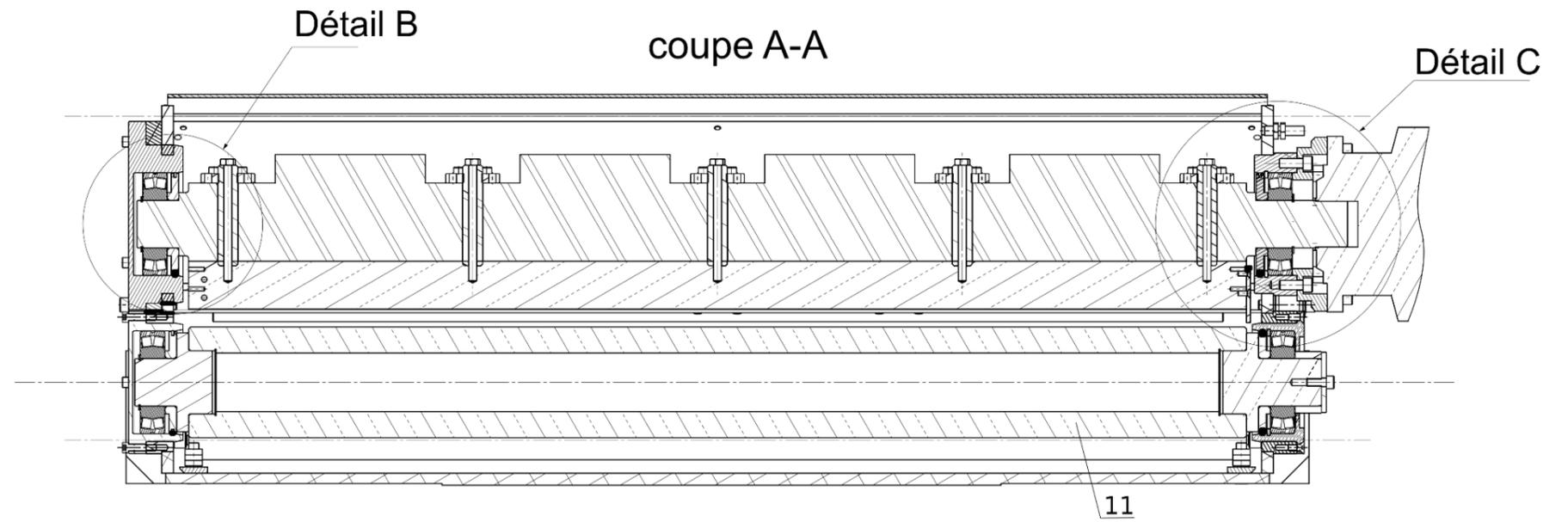
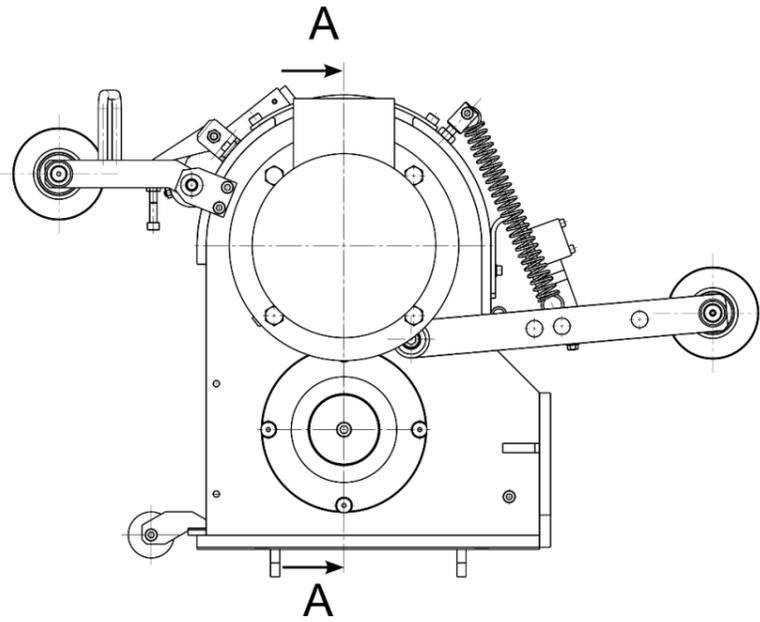


- t_1 Temps d'enclenchement
- t_2 Temps de coupure (jusqu'à ce que $M = 0,1 M_K$)
- t_{11} Retard de réponse à l'enclenchement
- t_{12} Temps de montée en couple



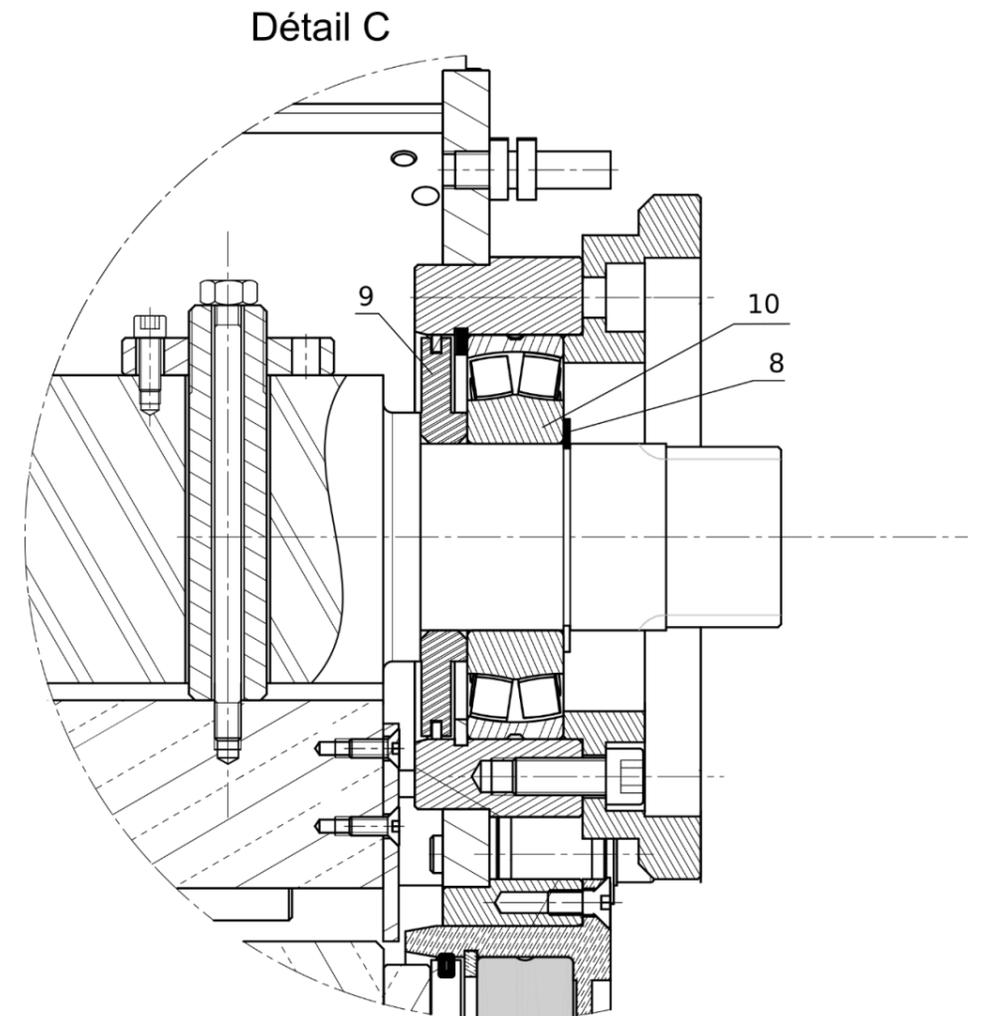
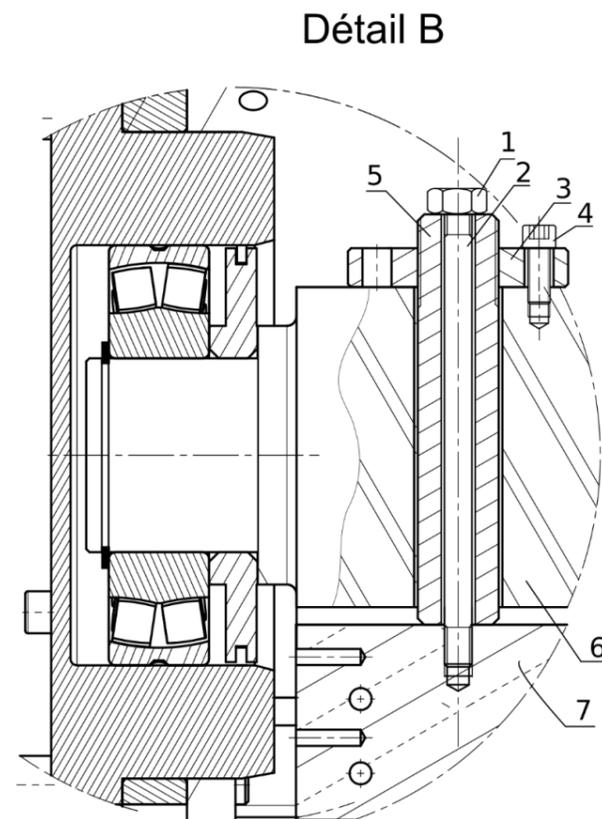
- 1 - Disque d'armature
- 2 - Ressorts de pression
- 3 - Rotor
- 4 - Moyeu
- 5 - Corps inducteur
- 6 - Vis creuses

ANNEXE 5 : dessin d'ensemble



Nomenclature

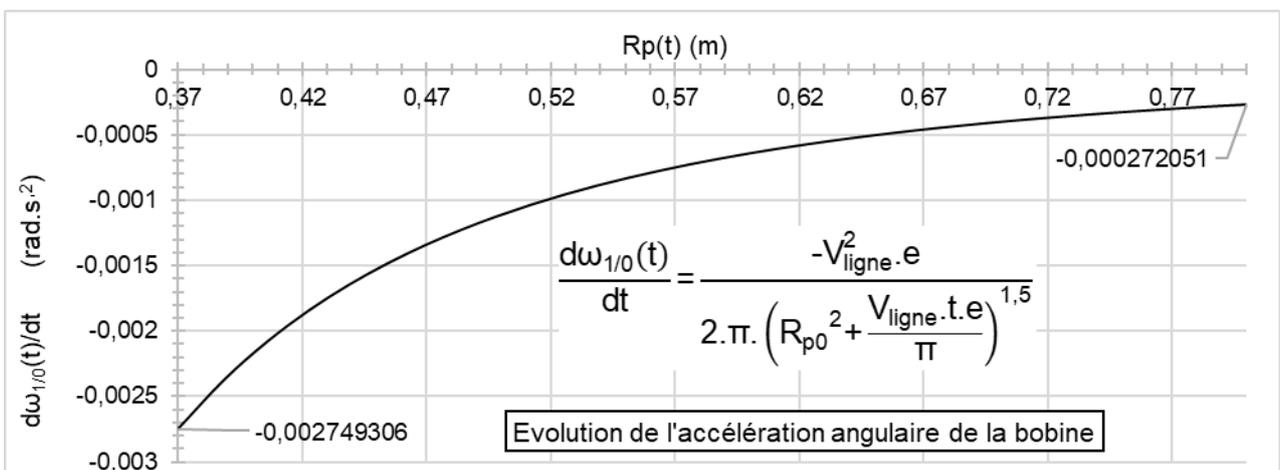
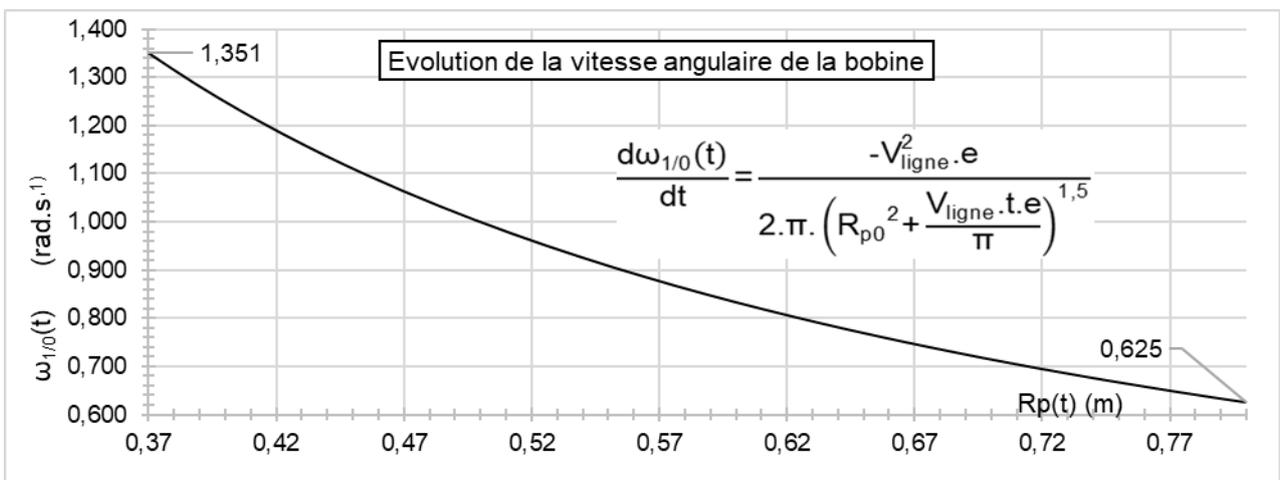
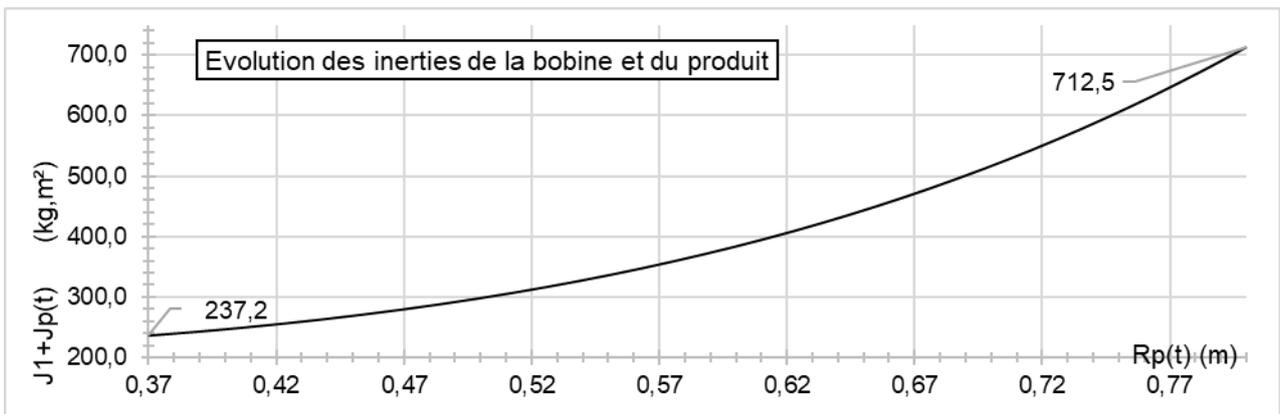
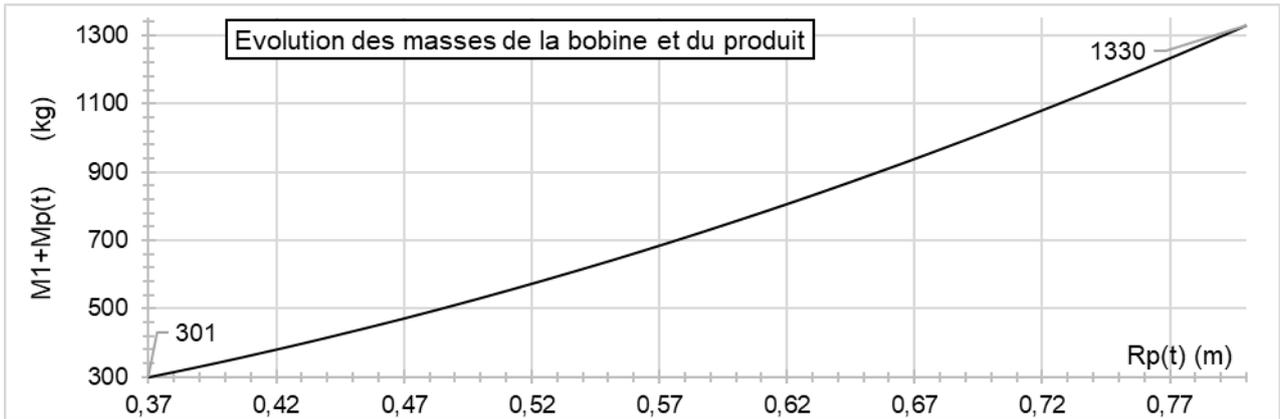
numéro	désignation
1	Écrou
2	Goujon
3	Écrou de réglage
4	Vis CHC
5	Entretoise
6	Rotor de coupe
7	Lame
8	Anneau élastique
9	Flasque d'étanchéité
10	Roulement
11	Rouleau enclume



ANNEXE 7 : partie du programme permettant de simuler la coupe du profilé

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2
3 from math import *
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6
7 #-----
8 # DEFINITIONS DES CONSTANTES
9 N = 50000      # nombre d'intervalles
10 tdeb = 0      # instant de début de la simulation (s)
11 tfin = 0.22   # instant de fin de la simulation (s)
12 i = 44.6     # indice de réduction du réducteur
13 Jeq = ...    # kg.m**2 (VALEUR DEFINIE MAIS NON VISIBLE DANS CE DOCUMENT)
14 Fc = 13000   # newton
15 R = 0.123    # mètres
16
17 #-----
18 # DEFINITIONS DES TABLEAUX
19 tab_t=np.linspace(tdeb,tfin,N+1)
20 # création d'un tableau contenant N+1 instants compris entre tdeb et tfin
21 h=tab_t[1]-tab_t[0]
22 # calcul du pas h entre chaque instant du tableau précédent
23 tab_thetaM=np.zeros(N+1,float)
24 # création d'un tableau contenant N+1 valeurs de l'angle moteur (rad)
25 tab_thetaM[0]=160*pi/180*i
26 # initialisation de la simulation. On commence la simulation à un angle de
27 # rotor de coupe égale à 160 degrés
28 tab_omegaM=np.zeros(N+1,float)
29 # création d'un tableau contenant N+1 valeurs de la vitesse du moteur (rad/s)
30 tab_omegaM[0]=157.1
31 # initialisation de la simulation. On commence la simulation à une vitesse
32 # angulaire égale à 157.1 rad/s
33
34 #-----
35 # DEFINITIONS DES FONCTIONS
36
37 def Cm(wm):
38     # fonction qui retourne la valeur numérique du couple moteur
39     # wm : valeur numérique de la vitesse de rotation du moteur (rad/s)
40
41     return Q19 : partie à recopier et compléter sur copie
42
43 def Cr(angleMoteur):
44     # fonction qui retourne la valeur numérique du couple résistant du à
45     # la coupe du profilé ramené à l'arbre moteur
46     # angleMoteur : valeur numérique de l'angle du moteur en radians
47     # FONCTION DEFINIE MAIS NON VISIBLE DANS CE DOCUMENT
48
49 def F(wm,angleMoteur):
50     # fonction qui retourne la valeur de la dérivée de la vitesse moteur
51     # wm : valeur numérique de la vitesse de rotation du moteur (rad/s)
52     # angleMoteur : valeur numérique de l'angle du moteur (rad)
53     return (Cm(wm)-Cr(angle_moteur))/Jeq
54
55 # MISE EN OEUVRE DE LA METHODE D'EULER A L'ORDRE 2
56
57 for k in range(N): # pour k (entier) variant de 0 à N-1
58     tab_omegaM[k+1]=
59
60
61
62     tab_thetaM[k+1]= Q20 : partie à recopier et compléter sur copie
```

ANNEXE 8 : évolution des paramètres sur un cycle d'enroulage

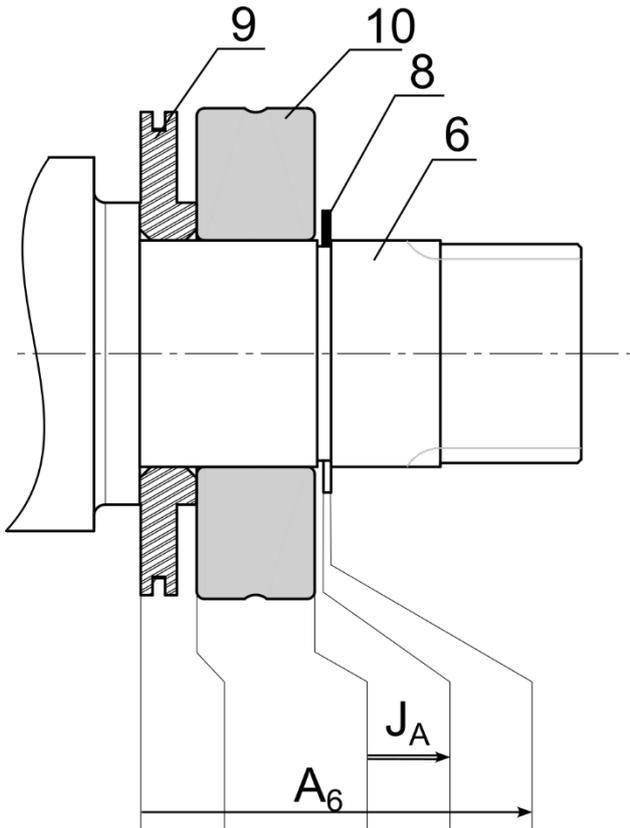


NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DR1 : décodage de spécifications géométriques

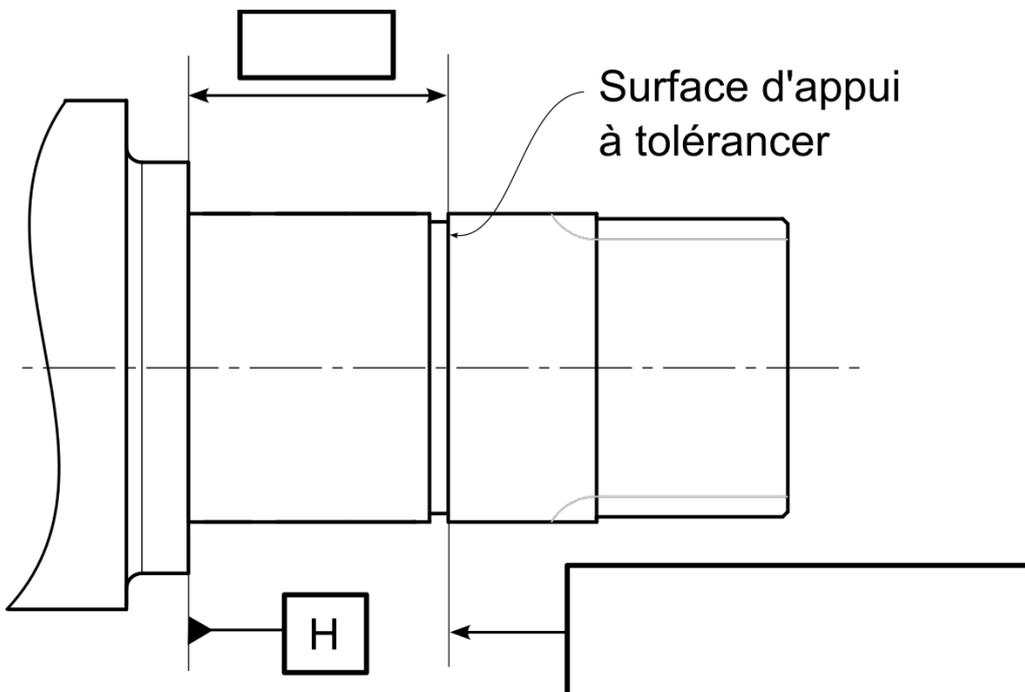
	Eléments Non-idéaux		Eléments Idéaux	
	Élément(s) tolérancé(s)	Élément(s) de référence	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance
Type de spécification <input type="checkbox"/> forme <input type="checkbox"/> position <input type="checkbox"/> orientation	<input type="checkbox"/> unique <input type="checkbox"/> groupe	<input type="checkbox"/> unique <input type="checkbox"/> multiples	<input type="checkbox"/> simple <input type="checkbox"/> commune <input type="checkbox"/> système	forme/taille <input type="checkbox"/> simple <input type="checkbox"/> composé Situation par rapport aux Références spécifiées
Schéma de la spécification sur le nominal	description littérale	description littérale	description littérale	description littérale
Expression de la contrainte fonctionnelle associée à cette spécification :	croquis	croquis	croquis	croquis

DR2 : chaîne de cote et tolérancement de la rainure de l'anneau élastique



Justification du calcul de A_{6min}

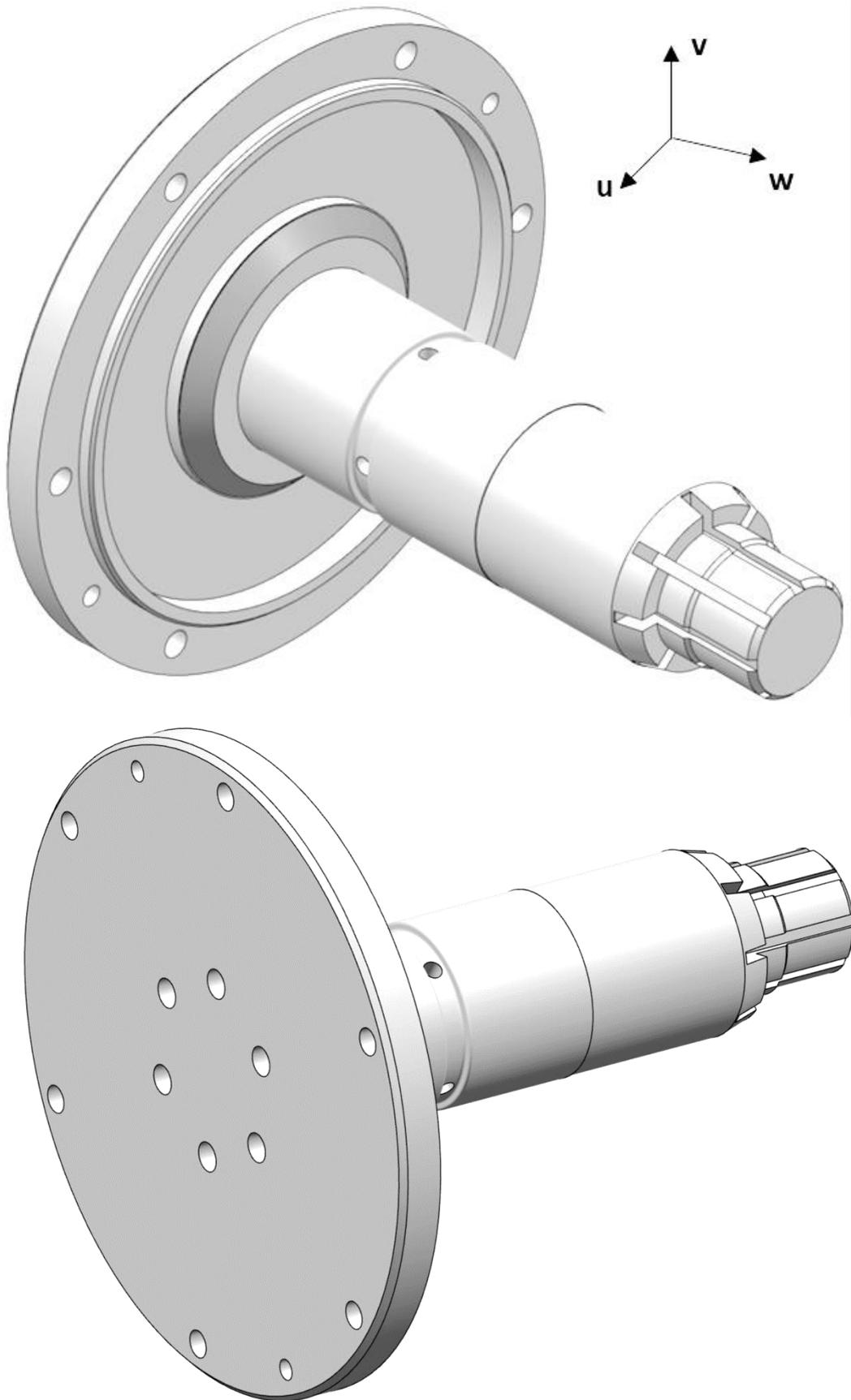
$A_{6min} =$ mm



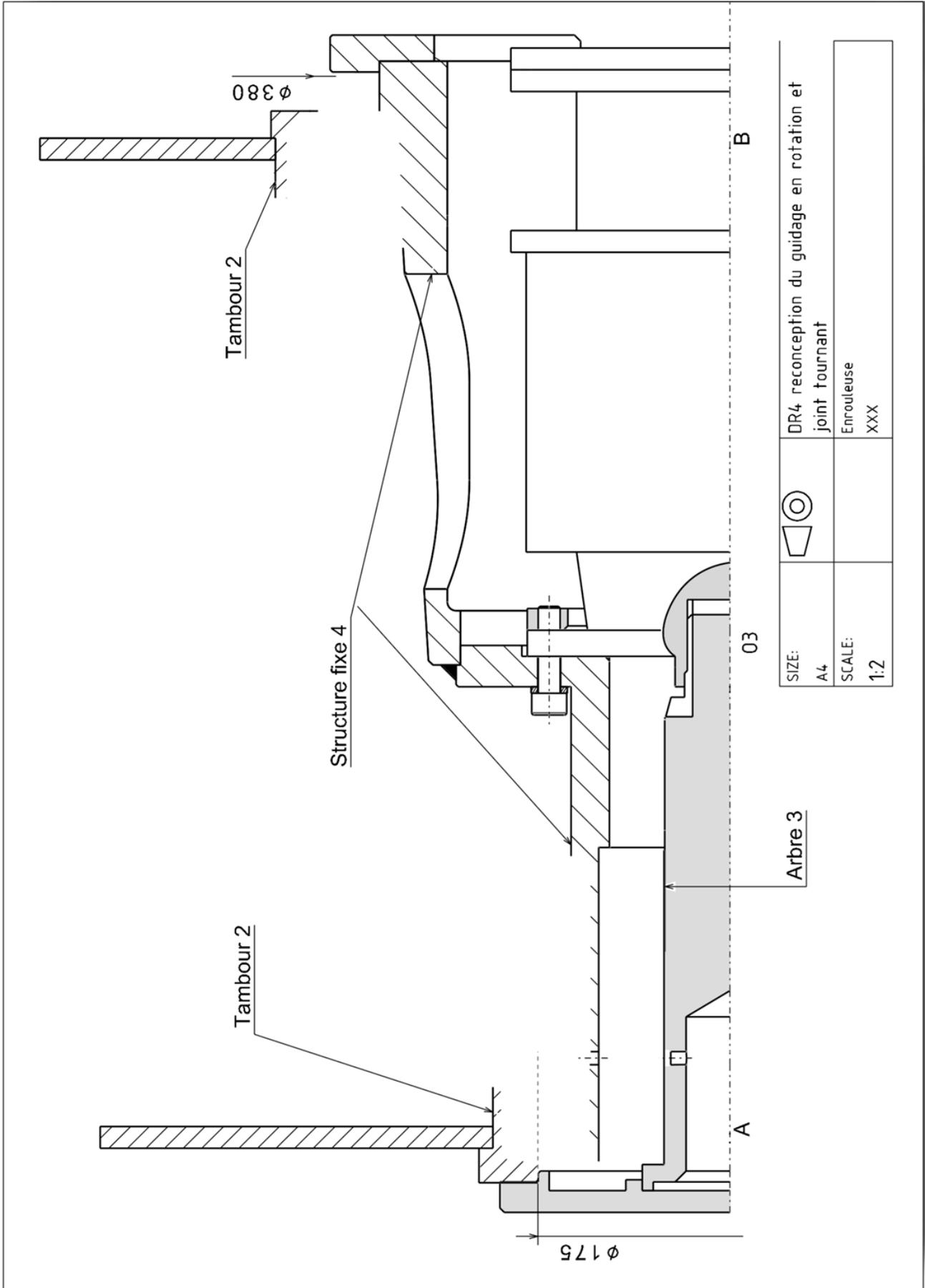
Tolérancement de la rainure d'anneau élastique

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DR3 : conditions limites pour la simulation numérique de l'arbre 3



DR4 : dessin d'ensemble à compléter



NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DR5 : synthèse

