

# Baccalauréat Professionnel Technicien Géomètre Topographe

2022



**Formulaire d'aide à la résolution  
des problèmes de calcul topométrique**

	Conventions relatives aux travaux topographiques	p. 3
1	Triangle quelconque	p. 4
2	Triangles semblables	p. 4
3	Triangle rectangle	p. 5
4	Trapèze	p. 5
5	Polygone de n côtés	p. 5
6	Raccordements circulaires	p. 6
7	Secteur circulaire	p. 6
8	Transformations de coordonnées	p. 7
9	Intersection de deux droites	p. 7
10	Intersection de deux cercles	p. 8
11	Intersection droite - cercle	p. 8
12	Nivellement indirect	p. 9
13	Corrections des distances	p. 9-10
14	Correction de niveau apparent	p. 10
15	Moyenne arithmétique, moyenne pondérée	p. 10
16	Le G0 (ou V0)	p. 11
17	Relèvement sur 3 points - <i>méthode du barycentre-</i>	p. 12
18	Relèvement sur 3 points - <i>méthode de Delambre-</i>	p. 12
19	Changement de base	p. 13
20	Tolérances : Classes de précision	p. 14-15

# Conventions relatives aux travaux topographiques

## Unités en vigueur :

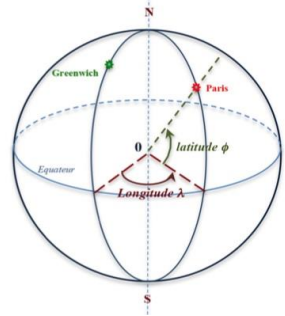
- distance en mètre (m)
- angle en grades (gon)

## Systèmes de coordonnées géographiques

longitude :  $\lambda$

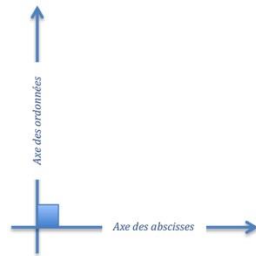
latitude :  $\Phi$

hauteur sur l'ellipsoïde :  $h$

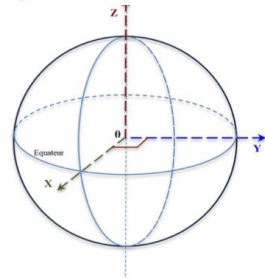


## Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales :  $x, y$
- Coordonnées Lambert 93 :  $e, n$
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) :  $E, N$



## Systèmes de coordonnées géocentriques $X, Y, Z$



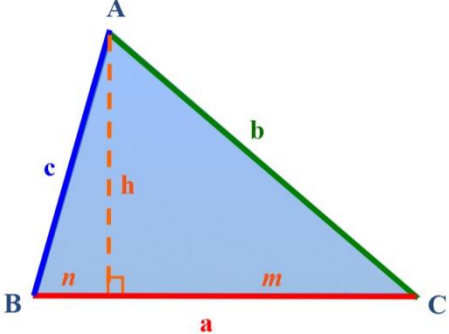
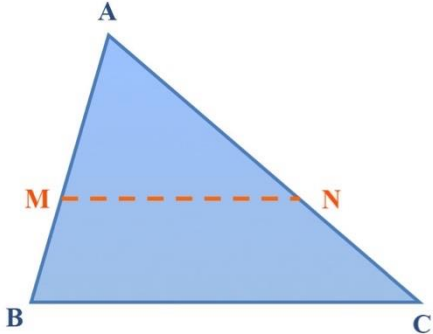
## Systèmes de coordonnées altimétriques

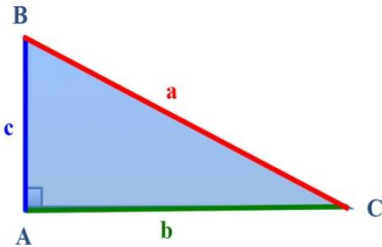
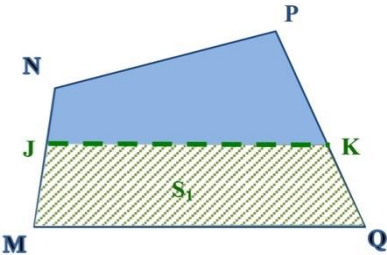
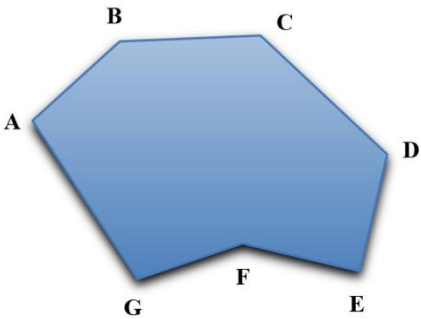
- Altitude normale / au géoïde : **NGF-IGN 69** (NGF-IGN78 pour la Corse) : **H**
- Hauteur ellipsoïdale :  $h$

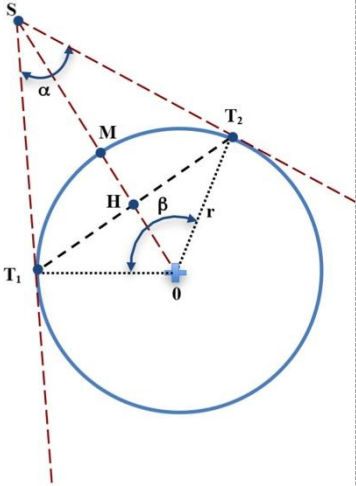
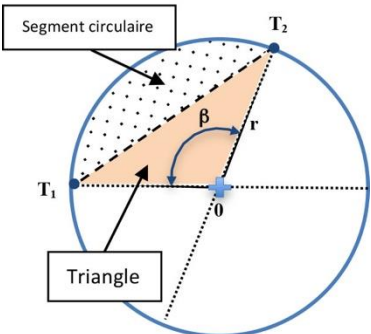
**Rayon moyen de la terre :**  $R_m = 6\,371\text{ km} = 6\,371\,000\text{ m}$

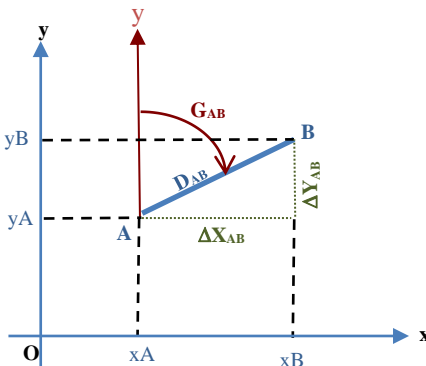
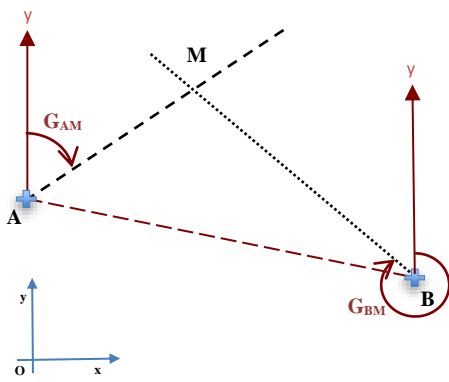
## Terminologie usitée :

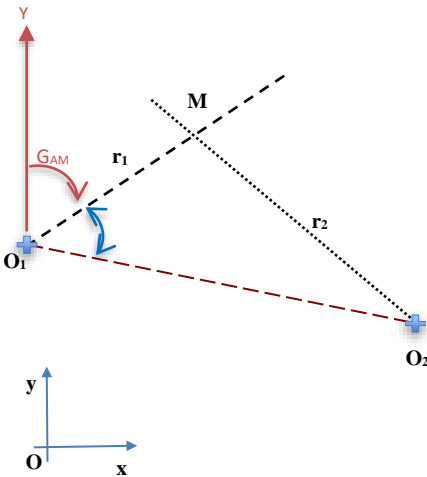
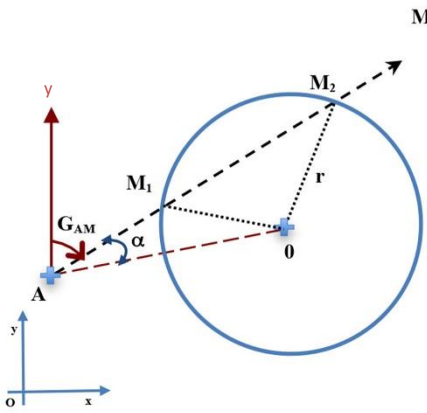
- **ht** = hauteur des tourillons ou **hi** (d'instrument)
- **hp** = hauteur de prisme ou **hv** (voyant) ou **hr** (réflecteur)
- **$\Delta hi$**  ou **dni** = dénivelée instrumentale

croquis - schémas	formules
<p><b>1-Triangle quelconque</b></p> 	<p><b>Relation des sinus</b></p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ <p><b>Relation des cosinus</b></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 a \cdot c \cdot \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos C$ <p><b>Superficie</b></p> $S = (a \cdot b \cdot \sin C)/2$ $S = (a \cdot c \cdot \sin B) / 2$ $S = (b \cdot c \cdot \sin A) / 2$ $S = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \cdot \sin A}$ <p>avec <math>p = \frac{1}{2}</math> périmètre</p> $S = \sqrt{[p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)]}$ $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\left[ \frac{(p - b) \cdot (p - c)}{p \cdot (p - a)} \right]}$ $n = (c^2 + a^2 - b^2) / 2a$ $h^2 = c^2 - n^2 = b^2 - m^2$
<p><b>2-Triangles semblables</b></p> 	<p><b>Théorème de Thalès</b></p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$ $S_{AMN} = S_{ABC} \cdot k^2$

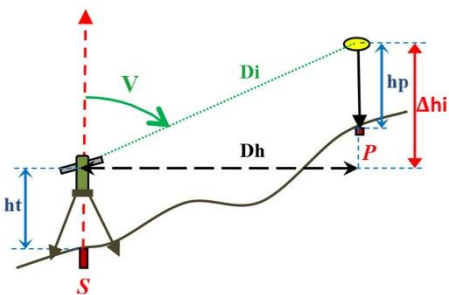
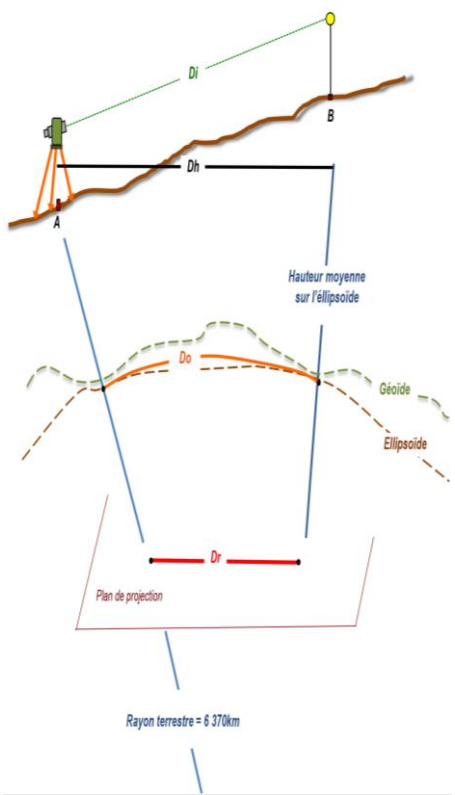
croquis - schémas	formules
<p><b>3-Triangle rectangle</b></p> 	<p> <math>\sin B = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse} = b/a</math>  <math>\cos B = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse} = c/a</math>  <math>\tan B = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = b/c</math>  <math>BA^2 + AC^2 = BC^2</math>  <b>Superficie</b>  <math>S = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot c)</math> </p>
<p><b>4-Trapèze</b></p> 	<p> <math>S_1 = \text{superficie MJKQ}</math>  <math>JK^2 = MQ^2 - 2S_1 \cdot \left( \frac{1}{\tan Q} + \frac{1}{\tan M} \right)</math>  <math>QK = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin Q}</math>  <math>JM = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin M}</math> </p>
<p><b>5-Polygone de n cotés</b></p> 	<p> <b>Somme des angles intérieurs</b>  <math>\Sigma = (n - 2) \cdot 200</math>  <b>Somme des angles extérieurs</b>  <math>\Sigma = (n + 2) \cdot 200</math>  <b>Superficie</b>  <math>2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i \cdot (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]</math>  <math>2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i \cdot (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]</math> </p>

croquis - schémas	formules
<p><b>6-Raccordements circulaires</b></p> 	<p>Périmètre du cercle = <math>2 \cdot \pi \cdot r</math></p> <p>Superficie du disque = <math>\pi \cdot r^2</math></p> <p>Longueur de la corde <math>T_1T_2 = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\beta}{2}</math></p> <p>Longueur de l'arc <math>T_1T_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \beta}{400}</math></p> <p>Longueur de la flèche <math>MH = r - [r \cdot \cos \frac{\beta}{2}]</math></p> <p>Longueur du segment de la tangente</p> <p><math>ST_1 = ST_2 = r \cdot \tan \frac{\beta}{2}</math></p>
<p><b>7-Secteur circulaire : superficies</b></p> 	<p>Triangle: <math>S = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta</math></p> <p>Secteur: <math>S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{400}</math></p> <p>Segment: <math>S_{\text{Secteur}} - S_{\text{triangle}}</math></p>

croquis - schémas	formules
<p><b>8-Transformations de coordonnées</b></p> 	<p>Distance AB :</p> $x_B - x_A = \Delta x = D_{AB} \cdot \sin G_{AB}$ $y_B - y_A = \Delta y = D_{AB} \cdot \cos G_{AB}$ $D_{AB} = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$ <p>Gisement AB:</p> $\tan G' = (x_B - x_A) / (y_B - y_A)$ $\tan G' = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ <p>on obtient <math>G'</math> avec son signe</p> <p>si <math>\Delta x \geq 0</math> et <math>\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G'</math>  si <math>\Delta x \geq 0</math> et <math>\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200</math>  si <math>\Delta x \leq 0</math> et <math>\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200</math>  si <math>\Delta x \leq 0</math> et <math>\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 400</math></p>
<p><b>9-Intersection de deux droites</b></p> 	<p><b>1ère méthode :</b>  <math>G_{AB}</math> et <math>D_{AB}</math> par <math>(x, y)</math>  <b>résolution du triangle AMB</b>  angle A = <math>G_{AB} - G_{AM}</math>  angle B = <math>G_{BM} - G_{BA}</math>  <math>D_{AM}</math> et <math>D_{BM}</math></p> <p>Calcul des <math>(x, y)</math> de M depuis A  <b>Contrôle :</b> <math>(x, y)</math> de M depuis B</p> <p><b>2ème méthode : (formule de Delambre)</b>  depuis A</p> $y_M - y_A = \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}$ $x_M - x_A = (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$ <p><b>Contrôle :</b> idem depuis B</p>

croquis - schémas	formules
<p><b>10-Intersection de deux cercles</b></p> 	<p>calcul de <math>G_{O1-O2}</math> et <math>D_{O1-O2}</math> par <math>(x,y)</math></p> <p><b>résolution du triangle <math>O_1O_2M</math></b></p> <p>calcul de <math>G_{O1-M}</math> Calcul des <math>(x,y)</math> de M depuis <math>O_1</math></p> <p><b>Contrôle :</b></p> <p>calcul de <math>G_{O2-M}</math> Calcul des <math>(x,y)</math> de M depuis <math>O_2</math></p>
<p><b>11-Intersection droite – cercle</b></p> 	<p><math>G_{AO}</math> et <math>D_{AO}</math> par <math>(x,y)</math></p> <p><b>résolution du triangle <math>AOM_1</math></b></p> <p><math>OM_1 = r = \text{rayon}</math> Calcul de l'angle A, de l'angle <math>M_1</math>, de l'angle O Distance <math>AM_1</math> Gisement <math>AM_1</math> Calcul des <math>(x,y)</math> de <math>M_1</math> depuis A</p> <p><b>Contrôle :</b></p> <p>Calcul des <math>(x,y)</math> de <math>M_1</math> depuis O</p> <p>idem pour le triangle <b><math>AOM_2</math></b></p>



croquis - schémas	formules
<p><b>12-Nivellement indirect</b></p> 	$Dh = \sqrt{(Di^2 - \Delta hi^2)}$ <p>Dénivelée instrumentale <math>\Delta hi</math></p> $\Delta hi = Di \cdot \cos V$ $\Delta hi = Dh / \tan V$ $Dh = Di \cdot \sin V$ $H_p = H_s + ht + \Delta hi - hp$
<p><b>13- Corrections des distances</b></p> 	<p>Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1- constante de prisme (donnée constructeur)</li> <li>2- correction atmosphérique - <b>Ca</b> - obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures)</li> <li>3- réduction à l'horizontale <math display="block">Dh = Di \cdot \sin V</math> </li> <li>4- correction de réduction à l'ellipsoïde - <b>Co</b> - ou <b>C<sub>ellipsoïde</sub></b> <math display="block">Co = - \frac{Dh \cdot h}{R + h}</math> </li> <li>5- correction de représentation plane ou de projection - <b>Cr</b> ou <b>Cl</b> - <p>cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue avec « CIRCE ».</p> </li> </ol>

## formules

**Transformer une Dh en Dr** (*distance réduite à la projection*)

### Coefficients de réduction et module

- Coefficient de réduction à l'ellipsoïde:

$$k_{\text{ellipsoïde}} = -1000 \cdot \frac{hm}{(Rm + hm)}$$

- Coefficient d'altération linéaire :

**kr** obtenu à l'aide du logiciel CIRCE

*hm* = hauteur moyenne au dessus de l'ellipsoïde

*Rm* = rayon moyen de la terre (6373 km)

avec, *Rm* et *hm* en m, et *k<sub>ellipsoïde</sub>* et *kr* en m/km

**Module m** (*avec 6 décimales*)

$$m = 1 + \frac{k_{\text{ellipsoïde}} + kr}{1000}$$

**Distance réduite à la projection**

$$Dr = Dh \cdot m$$

*Dr et Dh en mètre*

## 14- Correction de niveau apparent

Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques :

- l'erreur due à la sphéricité de la terrestre
- l'erreur due à la réfraction atmosphérique.

Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée **erreur de niveau apparent**.

La correction globale est appelée correction de niveau apparent **Cna**.

Cette correction est à ajouter à la dénivelée.

expression simplifiée : **Cna** =  $\frac{Dh^2}{15,2}$

Avec *Cna* en mètre, et *Dh* en km

## 15- Calcul d'une moyenne de plusieurs valeurs

**Moyenne arithmétique :**

$$\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\text{valeur 1} + \text{valeur 2} + \dots + \text{valeur } n}{n}$$

avec : *n* = nombre de valeurs prises en compte

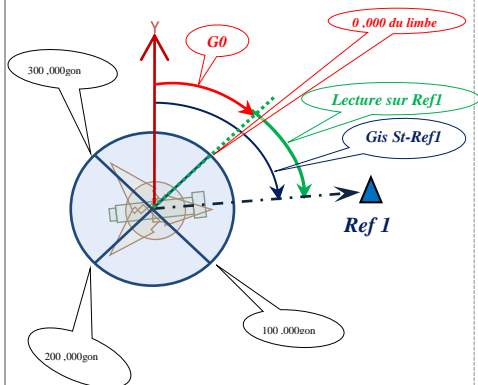
**Moyenne pondérée :**

$$\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\sum Vi \cdot pi}{\sum pi}$$

avec : *V* = valeur (longueur, angle, etc.)  
*pi* = poids attribué à la valeur *i*

## croquis - schémas

### 16- le G0 (ou V0):

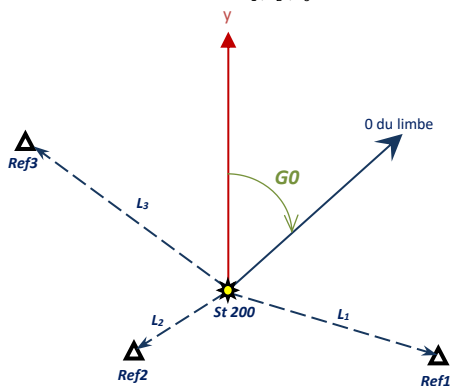


Moyenne arithmétique :

$$Go_{St200} = \frac{GO_{St200-Ref1} + GO_{St200-Ref2} + GO_{St200-Ref3}}{3}$$

Moyenne pondérée :

$$Go_{moyen\ St200} = \frac{(GO_{St-Ref1} \cdot L_1) + (GO_{St-Ref2} \cdot L_2) + (GO_{St-Ref3} \cdot L_3)}{L_1 + L_2 + L_3}$$



## formules

Le **G0** (ou **V0**) d'une station est le gisement du zéro du limbe de l'appareil : gisement de la droite passant par le centre du limbe et la graduation « zéro » de ce limbe.

$$GO_{station} = Gis_{St-Ref1} - \text{lecture sur Ref1}$$

### Le Go moyen

Pour obtenir une précision satisfaisante de l'orientation de la station (et la contrôler !) plusieurs références connues en coordonnées sont visées. Il faut alors calculer un **G0 moyen** à partir des différents G0 obtenus.

Deux méthodes sont alors possibles :

a - **Go moyen par moyenne arithmétique** : si les visées sont sensiblement d'égales longueurs.

$$GO_{moyen\ St} = \frac{\sum GO_{St-Ref\ i}}{n}$$

avec **n** = nb de visées

b - **Go moyen par moyenne pondérée** : si les visées sont d'inégales longueurs

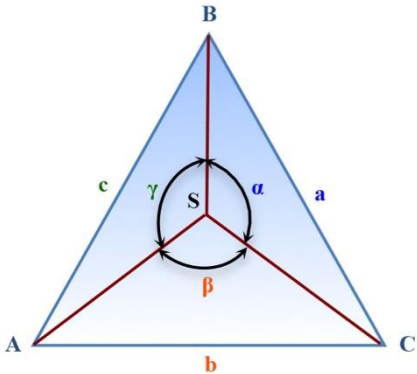
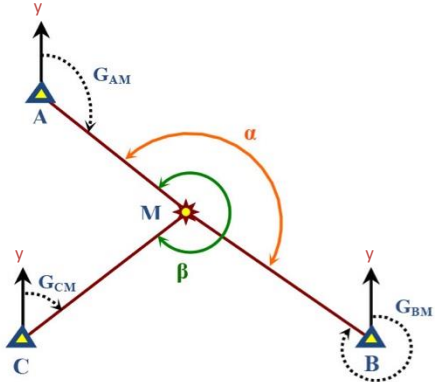
La pondération est alors proportionnelle à la longueur de chaque visée.

**Remarque** : plus une visée est longue plus son orientation angulaire est précise.

$$GO_{moyen\ St} = \frac{\sum (GO_{St-i} \cdot Li)}{\sum Li}$$

avec :

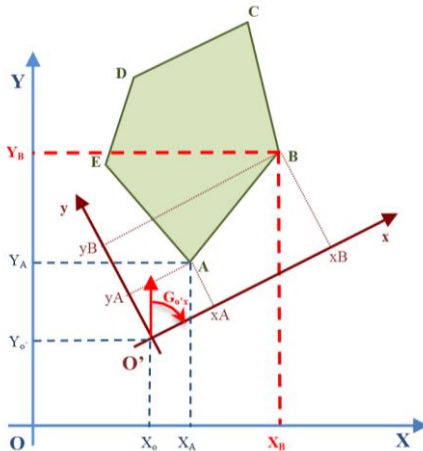
**GO<sub>St-i</sub>** = différents G0 calculés depuis la station  
**Li** = longueur de chaque visée

croquis - schémas	formules
<p><b>17-Relèvement sur 3 points :</b> méthode du barycentre</p> 	<p>S est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> <p><math>\alpha + \beta + \gamma = 400 \text{ gon}</math> et <math>A + B + C = 200 \text{ gon}</math></p> $ma = \frac{1}{(\cotan A - \cotan \alpha)}$ $mb = \frac{1}{(\cotan B - \cotan \beta)}$ $mc = \frac{1}{(\cotan C - \cotan \gamma)}$ $x_S = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$ $y_S = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$
<p><b>18-Relèvement sur 3 points :</b> méthode de Delambre</p> 	<p>M est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> $\tan G_{AM} = \frac{\left[ \left( \frac{x_A - x_B}{\tan \alpha} \right) - \left( \frac{x_A - x_C}{\tan \beta} \right) + (y_B - y_C) \right]}{\left[ \left( \frac{y_A - y_B}{\tan \alpha} \right) - \left( \frac{y_A - y_C}{\tan \beta} \right) - (x_B - x_C) \right]}$ $G_{BM} = G_{AM} + \alpha$ $y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$ $x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$

## croquis - schémas

### 19- Changement de base :

*passer d'un système initial à un système final*



-sur le schéma, XOY représente un système orthonormé plan-

Avec sur le schéma :

$xO'y$  = système *initial*

XOY = système *final*

$x_A$  et  $y_A$  = coordonnées dans le système *initial*

$X_A$  et  $Y_A$  = coordonnées dans le système *final*

$GAB$  = gisement dans le système *final*

$gAB$  = gisement dans le système *initial*

## formules

Eléments connus :

- Les coordonnées  $x$  et  $y$  des points  $A$  et  $B$  sont connues dans le système initial.

- Les coordonnées  $X$  et  $Y$  des points  $O'$  et  $A$  sont connues dans le système final.

- Avec le **gisement de l'axe  $O'x$**  connu dans le système général :  **$GO'x = GAB - gAB + 100$**

Eléments cherchés :

$$XB = XA + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$$

$$YB = YA + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$$

Soit pour un cas général

$$X_n = X(n-1) + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$$

$$Y_n = Y(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$$

avec  $\Delta x = x_n - x(n-1)$  et  $\Delta y = y_n - y(n-1)$

- Avec le **gisement de l'axe  $O'y$**  connu dans le système final :  **$GO'y = GAB - gAB$**

$$X_n = X(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'y + \Delta y \cdot \sin Go'y$$

$$Y_n = Y(n-1) + \Delta y \cdot \cos Go'y - \Delta x \cdot \sin Go'y$$

## 20- Les Tolérances : Classes de précision (modèle standard)

arrêté 2003, modifié 2006

Pour tout échantillon comportant  $N$  objets géographiques, on calcule l'écart moyen en position  $E_{\text{moy pos}}$

Celui-ci est défini par la moyenne arithmétique des écarts en position  $E_{\text{pos}}$  relevés sur les points des objets géographiques.

On dit que la population dont est issu l'échantillon comportant  $N$  éléments est de classe de précision  $[xx]$  cm lorsque simultanément les **trois conditions a, b, et c** sont remplies :

**a/** l'écart moyen en position de l'échantillon est inférieur à  $T$

$$E_{\text{moy pos}} \leq T \quad \text{avec} \quad T = [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right) \text{ cm}$$

$C$  = coefficient de sécurité des mesures de contrôle donnée par le cahier des charges (usuellement  $C=2$ )

**b/** le nombre  $N'$  d'écarts dépassant le premier seuil  $T_1 = k \times [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right)$  n'excède pas l'entier immédiatement supérieur à  $0,01 \times N + 0,232 \times \sqrt{N}$

$k$  = valeur indiquée dans la **Table 1** en fonction du nombre  $n$  de coordonnées caractérisant la position des objets géographiques.

**Table 1** : valeurs du coefficient  $k$  en fonction du nombre  $n$  de coordonnées caractérisant la position des objets géographiques considérés et suivant la même loi statistique.

$n$	1	2	3
$k$	3.23	2.42	2.11

**c/** aucun écart en position  $E_{\text{pos}}$  dans l'échantillon n'excède le second seuil

$$T_2 = 1,5 \times k \times [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right) \text{ cm}$$

**ou**  $T_2 = 1,5 \times T_1 \text{ cm}$

Lorsque  $N < 5$ , aucun écart supérieur à  $T_2$  n'est admis ( voir **Table 2**)

**Table 2** : Nombre d'écarts acceptés

$N$ (nombre d'éléments de l'échantillon)	1	5	14	45	86	133	185	241	299	360	423
	à	à	à	à	à	à	à	à	à	à	à
	4	13	44	85	132	184	240	298	359	422	487
$N'$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Selon les catégories de plans planimétriques et altimétriques, il est possible d'indiquer de façon approximative, les **classes de précision** suivantes relatives aux levés de détail et aux vérifications des plans :

Échelle du plan	Nature du plan	Catégorie planimétrique	Classe de précision (cm)
Toutes échelles	numérique	P1	2
1/200	régulier	P2	4
1/500	régulier	P3	10
1/1000	régulier	P4	20
1/2000	régulier	P5	40
1/5000	régulier	P6	100
Toutes échelles	expédié	P7	> 100

Catégorie altimétrique	Classe de précision (cm)
A1	1
A2	2
A3	4
A4	10
A5	20
A6	> 20