



MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE

EAI SIC 2

SESSION 2018

## AGREGATION CONCOURS INTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR  
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS

ÉTUDE D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE  
ORGANISATION

Durée : 4 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout autre ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB :** *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

A

## COMPOSITION DU SUJET

- **TEXTE DU SUJET** : description de la situation proposée à l'étude, des problématiques abordées, parties et questions à traiter par le candidat, 21 pages (y compris celle-ci)

Sujet pages 2 à 22

- **DT : DOCUMENTS TECHNIQUES** - documents spécifiques et relatifs au support de l'étude, données techniques.

Documents techniques pages 23 à 30

- DT1 : Formulaire de calcul des déplacements
- DT2 : Méthode des forces ou des coupures (hyperstatique 1)  
Intégrales de Mohr
- DT3 : Extraits du règlement Eurocode 5
- DT4 : Diagramme de l'air humide

- **DR : DOCUMENTS RÉPONSES** - documents qui seront à compléter et à rendre par le (ou la) candidat(e), tous les documents réponses sont à rendre, même non complétés.

Documents réponses pages 31 à 35

- DR1 : Comparatif des typologies structurelles de charpentes
- DR2 : Résolution de la charpente sous-tendue à 1 buton
- DR3 : Comparatif de matériaux composites pour le tirant
- DR4 : Tracé des graphes "économies relatives en énergie primaire EEP" et "rendements en énergie primaire"

Les feuilles de copie remises au (à la) candidat(e) viendront compléter ces documents et permettront au (à la) candidat(e) de répondre au questionnement. Après avoir complété les en-têtes, le (ou la) candidat(e) remettra en fin d'épreuve ses copies paginées et les documents réponses aux questions.

### Le sujet comporte 2 parties distinctes :

Les parties et les questions dans chaque partie peuvent être traitées souvent de façon indépendante.

1re partie : étude de la charpente sous-tendue vis-à-vis d'une charpente classique.

2<sup>e</sup> partie : étude du comportement thermique et énergétique de l'édifice.

La présentation des réponses doit être soignée et toutes les réponses doivent être justifiées. L'évaluation tient compte de la pertinence des justifications.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 2 sur 35

### INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

► **Concours interne de l'Agrégation de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAI	1416A	102	7048

## Cloître des Cordeliers Saint-Émilion

Situé au cœur de la cité médiévale de Saint-Émilion, inscrit au patrimoine mondial de l'UNESCO, le cloître des Cordeliers est un édifice roman datant du XIV<sup>e</sup> siècle. Classé monument historique, il constitue l'un des hauts lieux touristiques du célèbre village girondin. Ces vestiges chargés d'histoire se situent sur un site agrémenté d'un jardin verdoyant et d'allées ombragées.

Le cloître a été bâti à partir de la pierre calcaire, très présente dans les sols avoisinants. Le lieu offre un agréable mariage des styles. Les arcs en plein cintre réalisés au milieu du XIV<sup>e</sup> siècle sont de style roman tandis que les arcs en ogive sont d'un style gothique du XV<sup>e</sup> siècle. La galerie que formait le cloître était couverte d'une charpente. Ce point technique a pu être identifié car des corbeaux, pierres en saillie qui soutenaient les poutres, subsistent.

Les vestiges de l'église, derrière le cloître, sont particulièrement pittoresques. On peut remarquer le grand arc très pur qui traverse l'église d'un mur à l'autre, les colonnes sans chapiteaux, les fenêtres avec leur élégant remplage gothique (armature en pierre taillée d'une baie) aux quatre-feuilles (motif ornemental formé de quatre arcs de cercle), les niches de l'église et de la chapelle et enfin le chemin empierré qui s'enfonce sous le chœur jusqu'aux caves médiévales.



**Figure 1** : Photo © C. C. pour Sud-Ouest

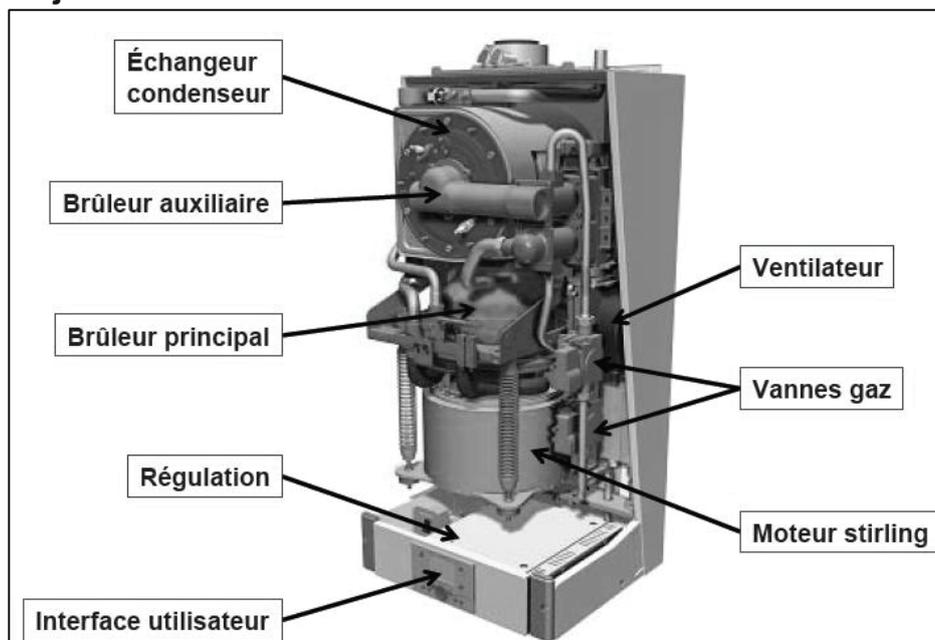
Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 3 sur 35

M. Jean-Paul Calès, Président Directeur Général de CALÈS TECHNOLOGIES, Maître d'Ouvrage, a proposé au Cabinet ARCHITECTURE PATRIMOINE de Bordeaux la création d'une couverture contemporaine analysée **dans la première partie du sujet.**



**Figure 2 :** principe de la charpente proposée

Par ailleurs, l'aménagement définitif du site prévoit des efforts conséquents dans le domaine de la performance énergétique du projet. Des études sur le comportement thermique de l'édifice et la production d'énergie seront conduites **dans la deuxième partie du sujet.**



**Figure 3 :** équipement énergétique du projet

# 1. Étude comparative d'une charpente sous-tendue par rapport à une charpente classique

La création d'une charpente nécessite une approche d'ingénierie simultanée engageant des activités de conception structurelle, de choix des matériaux, de dimensionnement et de vérification de la structure au regard des exigences réglementaires. Ces différentes activités sont abordées dans cette première partie.

Cahier des charges de la charpente :

- la pente de la toiture doit être compatible avec les règles locales d'urbanisme et la préservation de la culture architecturale locale ;
- la charpente doit répondre aux exigences réglementaires de résistance et de déformation.

Les attentes du cahier des charges seront précisées lors des questionnements.

On adopte dans ce sujet les conventions suivantes :

- l'effort normal  $N$  est positif s'il s'agit d'une traction ;
- le moment fléchissant  $M_f$  est positif s'il comprime la fibre supérieure ;
- l'effort tranchant est tel que  $V(x) = -\frac{dM_f(x)}{dx}$  ;
- chaque structure étudiée se situe dans un plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ .  $O\vec{x}$  est un axe horizontal orienté vers la droite et  $O\vec{y}$  un axe vertical orienté vers le haut. Le sens de rotation positif est de  $O\vec{x}$  vers  $O\vec{y}$ .

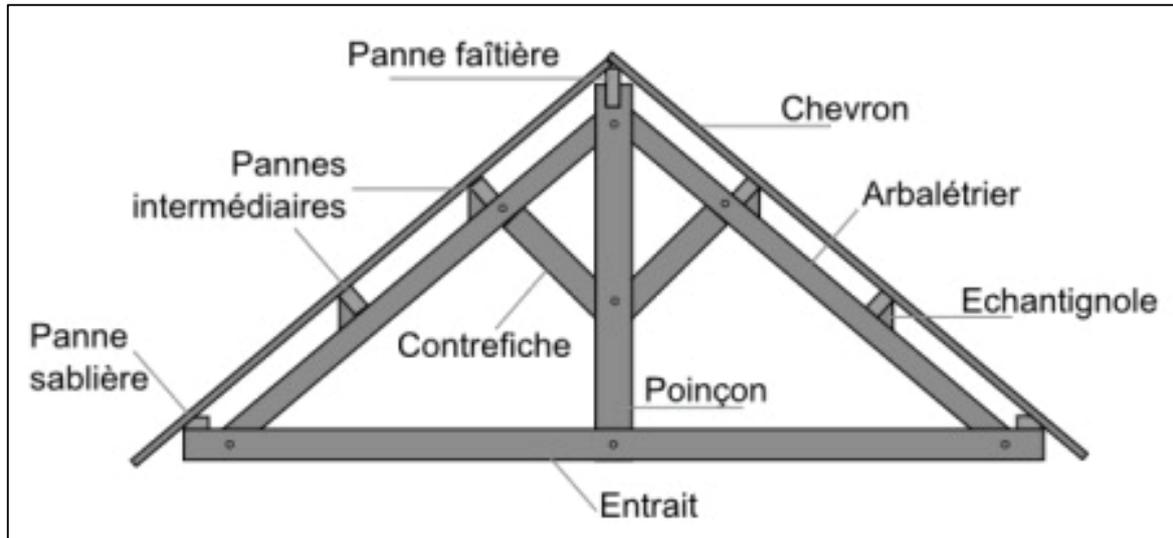
**Les études suivantes se succèdent logiquement mais peuvent être abordées indépendamment les unes des autres.**

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Étude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 5 sur 35

## 1.1. Conception et typologies structurelles

La conception d'une charpente s'intègre dans une démarche nécessitant de concilier des contraintes de différentes natures mais aussi à les exploiter pour faire naître l'identité du projet et l'intégrer pleinement dans son environnement.

La figure 1.1 détaille le vocabulaire utilisé dans la suite du sujet.



**Figure 1.1** : lexique simplifié des composants de charpente.

Le document réponse DR1, propose plusieurs typologies structurelles envisageables associées aux critères d'évaluation suivants :

- *esthétisme de la solution proposée ;*
- *simplicité des éléments constitutifs de la charpente ;*
- *limitation du risque de flexion de l'entrait ;*
- *possibilité d'atteindre des grandes portées ;*
- *typologie ne nécessitant pas des murs ou des appuis trop larges ou épais.*

**Question 1.** Evaluer les typologies de charpentes proposées en apposant "– –", "–", "+" ou "+ +" au regard des critères cités.

**Question 2.** Proposer une liste de critères supplémentaires permettant le choix de la typologie structurelle la plus adaptée. Conclure sur le choix de la solution.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 6 sur 35

## 1.2. Étude de la solution 1 : charpente à 2 arbalétriers

L'analyse du comportement des charpentes commence par l'étude d'une première solution technologique constituée par deux arbalétriers en bois chargés uniformément et reposants sur 2 appuis. On s'interroge sur l'adéquation de cette solution vis-à-vis des attentes.

Les hypothèses suivantes sont effectuées :

- les appuis retenus sont composés d'une articulation en A et d'un appui simple en B ;
- le moment fléchissant se transmet en C entre les deux arbalétriers ;
- les distances horizontales entre A et C et entre C et B sont égales à  $\ell$  ;
- l'angle d'un arbalétrier avec l'horizontale est noté  $\alpha$  ;
- la charge uniformément répartie  $p$  est une charge de gravité verticale descendante, exprimée par mètre linéaire horizontal.

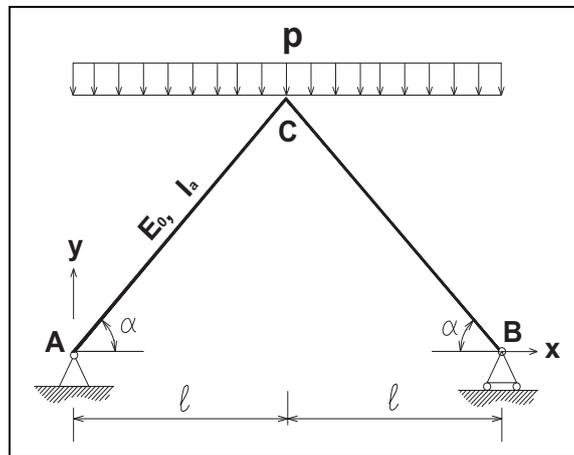


Figure 1.2 : charpente à 2 arbalétriers.

On note :

- $E_0$  : module d'élasticité longitudinale du bois constituant l'arbalétrier ;
- $I_a$  : inertie de flexion de l'arbalétrier ;
- $\alpha$  : inclinaison d'un arbalétrier avec l'horizontale.

Application numérique :

- $\ell = 5 \text{ m}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $E_0 = 12600 \text{ MPa}$ ;  $p = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$  horizontal ;
- arbalétrier : section rectangulaire base  $\times$  hauteur =  $0,150 \text{ m} \times 0,400 \text{ m}$ .

**Question 3.** À partir du Document Technique DT1, calculer le déplacement horizontal en B (les déformations d'effort normal des arbalétriers sont négligées). Conclure sur le choix de cette solution.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 7 sur 35

### 1.3. Étude de la solution charpente à 2 arbalétriers et 1 entrait

Le système de charpente étudié précédent est maintenant complété d'une triangulation par l'intermédiaire d'un entrait en bois AB.

Les hypothèses suivantes sont effectuées :

- les appuis retenus sont composés d'une articulation en A et d'un appui simple en B ;
- la liaison en C est une articulation ;
- la charge uniformément répartie  $p_e$  correspond au poids propre de l'entrait.

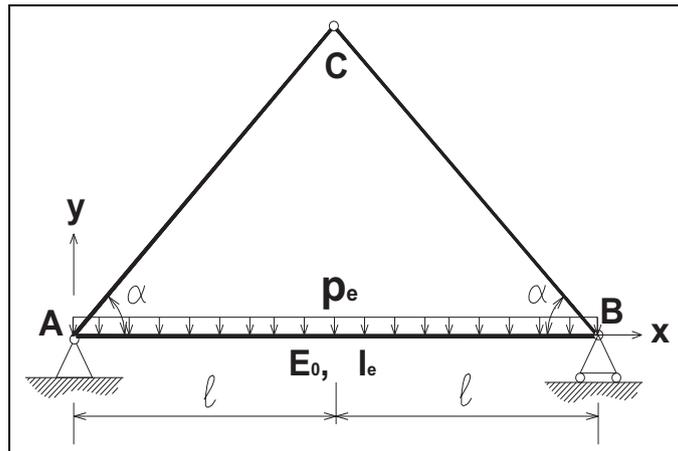


Figure 1.3 : charpente à 2 arbalétriers et 1 entrait.

On note :

- $E_0$  : module d'élasticité longitudinale du bois constituant l'entrait ;
- $I_e$  : inertie de flexion de l'entrait.

Application numérique :

- $l = 5 \text{ m}$ ;  $E_0 = 12600 \text{ MPa}$  ;
- poids volumique du bois:  $4,100 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- entrait : section rectangulaire base  $\times$  hauteur =  $0,150 \text{ m} \times 0,150 \text{ m}$ .

**Question 4.** À quel type de sollicitation est soumis l'entrait ? Justifier la réponse.

**Question 5.** Calculer le déplacement vertical maximal de l'entrait sous l'effet de son poids propre (les déformations d'effort normal des arbalétriers et de l'entrait sont négligées). Conclure sur le choix de la solution.

## 1.4. Étude de la solution charpente à 2 arbalétriers, 1 entrait et 1 poinçon

Le système est maintenant constitué de deux arbalétriers, d'un entrait et d'un poinçon en bois.

Les hypothèses suivantes sont effectuées :

- les appuis retenus sont composés d'une articulation en A et d'un appui simple en B ;
- le poinçon CD est articulé en C et D.

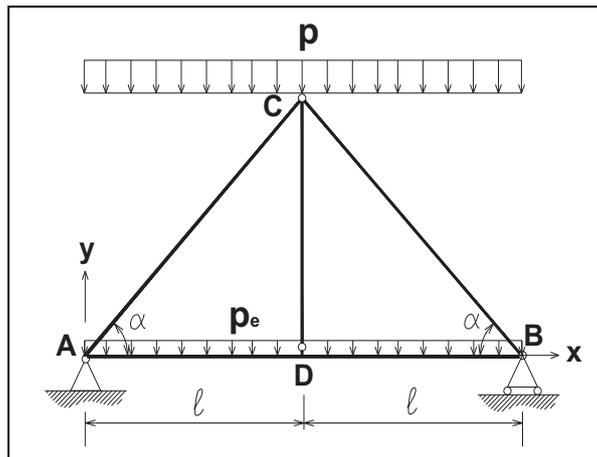


Figure 1.4 : charpente à 2 arbalétriers, 1 entrait et 1 poinçon.

**Question 6.** Quel est le rôle du poinçon ? À quel type de sollicitation est-il soumis ? Conclure sur le choix de la solution technologique.

## 1.5. Étude d'un treillis élémentaire: optimisation géométrique

Dans le but d'optimiser le volume de matériau nécessaire à la constitution des arbalétriers et de l'entrait, le bureau d'ingénierie se propose d'étudier un treillis élémentaire soumis, en première approximation, à une charge verticale centrée. L'appui A est une articulation, l'appui B un appui simple. La jonction des arbalétriers s'effectue par l'intermédiaire de l'articulation C. Les poids propres des éléments ne sont pas pris en compte. L'angle  $\alpha$  est indépendant de celui adopté pour l'application numérique de la question 3.

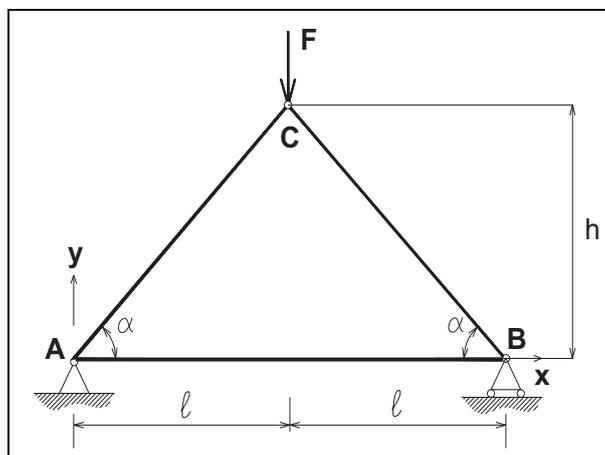


Figure 1.5 : treillis élémentaire soumis à une charge verticale centrée.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 9 sur 35

**Question 7.** Dans le repère  $(A, \vec{x}, \vec{y})$ , calculer les actions de liaison en A et B. Dans cette configuration, les arbalétriers AC et CB et l'entrait AB sont-ils soumis à de la flexion ? Déterminer littéralement les efforts normaux qui les sollicitent en fonction de  $\ell$  et de  $h$ .

Les hypothèses suivantes sont effectuées :

- la contrainte normale du bois à la traction et à la compression est limitée à une valeur unique égale à  $\sigma$  ;
- le risque de flambement n'est pas pris en compte ;
- les aires des sections des arbalétriers et de l'entrait sont calculées de manière à atteindre la valeur limite égale à  $\sigma$ .

**Question 8.** Compte tenu des hypothèses posées, montrer que le volume de bois  $V$  nécessaire à la réalisation du treillis élémentaire constitué par les deux arbalétriers et l'entrait peut s'exprimer sous la forme:  $V = \frac{F \ell}{\sigma} \left( \frac{2\ell}{h} + \frac{h}{\ell} \right)$ .

L'indicateur de volume exprimé sous la forme  $W = \frac{\sigma V}{F \ell}$  est un concept numérique développé par Philippe Samyn pour l'optimisation de la géométrie des structures architecturales. Plus  $W$  est faible, plus le volume de matériau est optimisé.

**Question 9.** Pour quelle valeur du rapport  $h/\ell$  l'indicateur de volume est-il le plus faible ? Quel est l'angle  $\alpha$  correspondant ?

L'angle  $\alpha$  obtenu étant supérieur à  $45^\circ$ , le bureau d'ingénierie estime qu'il va devoir trouver une solution technologique permettant de l'abaisser pour deux raisons :

- plus  $\alpha$  est faible, plus la surface de toiture et son coût diminuent ;
- la photo ci-dessous montre une pointe de pignon située au-dessus du grand arc en ogive inclinée d'un angle avec l'horizontale bien inférieur à  $45^\circ$ . Des considérations d'ordre esthétique conduisent à privilégier des plans inclinés de toiture parallèles à la pointe de pignon.



**Figure 1.6 :** configuration du pignon central.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 10 sur 35

## 1.6. De la charpente classique vers la charpente sous-tendue

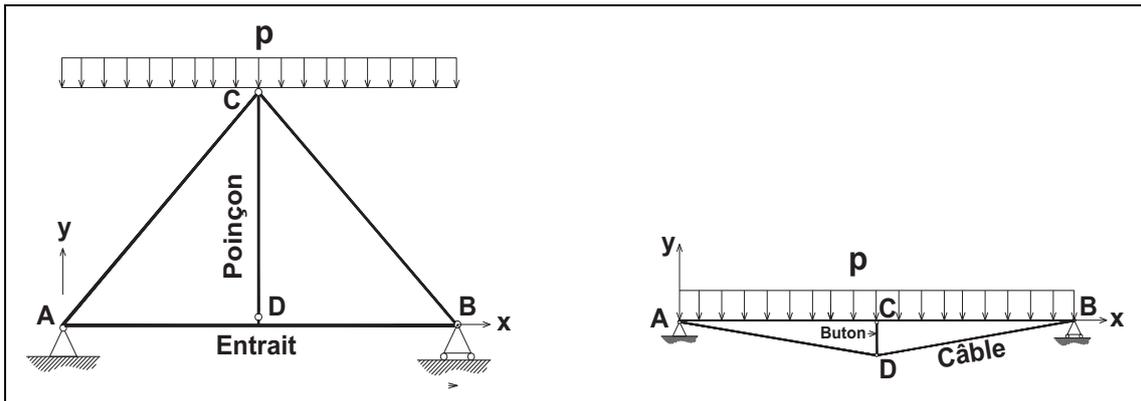


Figure 1.7 : à gauche, charpente classique ; à droite, structure sous-tendue.

La figure ci-dessus fait apparaître à gauche une charpente classique et à droite une structure sous-tendue dans un cas extrême : celui où la toiture serait plate. Le principe structurel présenté à droite est souvent retenu pour certains ouvrages d'art.

**Question 10.** À partir de la figure ci-dessus, comparer et analyser le rôle technologique du poinçon et du buton d'une part, le rôle de l'entrait et du câble d'autre part. Quel est l'intérêt principal d'une structure sous-tendue ?

## 1.7. Étude de la charpente sous-tendue à 1 buton

Le principe d'une charpente sous-tendue à un buton est maintenant étudié dans un cas intermédiaire par rapport à ceux présentés sur la figure 1.7. Cette charpente sous-tendue est formée par deux arbalétriers de section constante et deux tirants articulés aux extrémités. L'ensemble est soutenu en C et D par l'intermédiaire d'un buton vertical, assimilé à une barre rectiligne, articulée en C et D. Le buton n'est soumise qu'à un effort normal. On néglige le poids des tirants et du buton.

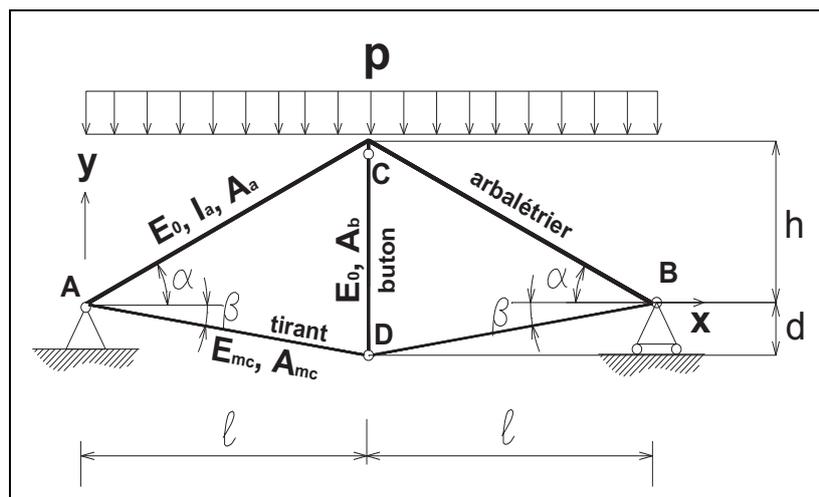


Figure 1.8 : charpente sous-tendue à 1 buton.

On note :

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 11 sur 35

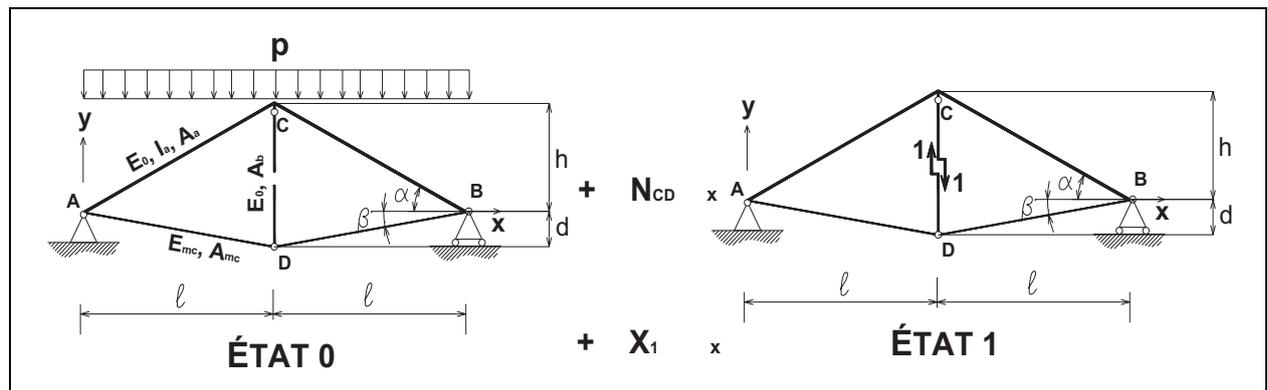
- $E_0$  : module d'élasticité longitudinale du bois constituant l'arbalétrier et le buton ;
- $A_a$  : aire de la section de l'arbalétrier ;
- $I_a$  : inertie de flexion de l'arbalétrier ;
- $A_b$  : aire de la section du buton ;
- $E_{mc}$  : module d'élasticité longitudinale du matériau composite ;
- $A_{mc}$  : aire de la section du tirant en matériau composite ;
- $\alpha$  : inclinaison d'un arbalétrier avec l'horizontale:  $\tan \alpha = \frac{h}{\ell}$  ;
- $\beta$  : inclinaison du tirant avec l'horizontale:  $\tan \beta = \frac{d}{\ell}$ .

Le moment fléchissant se transmet en C entre les deux arbalétriers.

**Dans la suite du problème, on néglige les déformations d'effort normal des arbalétriers et du buton. En revanche, on ne néglige pas les déformations d'effort normal du tirant.**

**Question 11.** La structure est extérieurement isostatique. Montrer qu'elle est hyperstatique interne de degré 1.

Les questions suivantes vont permettre de résoudre ce système hyperstatique de degré 1 par la méthode des forces ou des coupures (voir DT2) en utilisant la décomposition suivante :



**Figure 1.9 :** méthode de résolution de la charpente sous-tendue à 1 buton par la méthode des forces ou des coupures.

Les diagrammes de l'état 1 sont déjà complétés sur DR2.

**Question 12.** Sur le document réponse DR2, compléter les diagrammes de répartition de l'effort normal et du moment fléchissant pour l'état 0. Montrer ensuite que l'effort normal entre C et D vaut :

$$N_{CD} = -\frac{5 p \ell}{4(1+k)} \text{ avec } k = \frac{h}{d} + \frac{3 E_0 I_a \cos \alpha}{\ell^2 E_{mc} A_{mc} \cos \beta (\sin \beta)^2 \left(1 + \frac{h}{d}\right)}$$

**Question 13.** Montrer que le moment fléchissant en C dans les arbalétriers vaut :

$$M_{fC} = \frac{p \ell^2}{2} \left(1 - \frac{5}{4(1+k)} \left(1 + \frac{h}{d}\right)\right).$$

**Question 14.** Lorsque la section du tirant est très faible, quel modèle mécanique peut caractériser les arbalétriers ? Tracer l'allure de la courbe du moment fléchissant dans les arbalétriers en précisant l'expression littérale de  $M_{fC}$ .

**Question 15.** Lorsque la section du tirant est très élevée, quel modèle mécanique peut caractériser les arbalétriers ? Tracer l'allure de la courbe du moment fléchissant dans les arbalétriers en précisant l'expression littérale de  $M_{fC}$ .

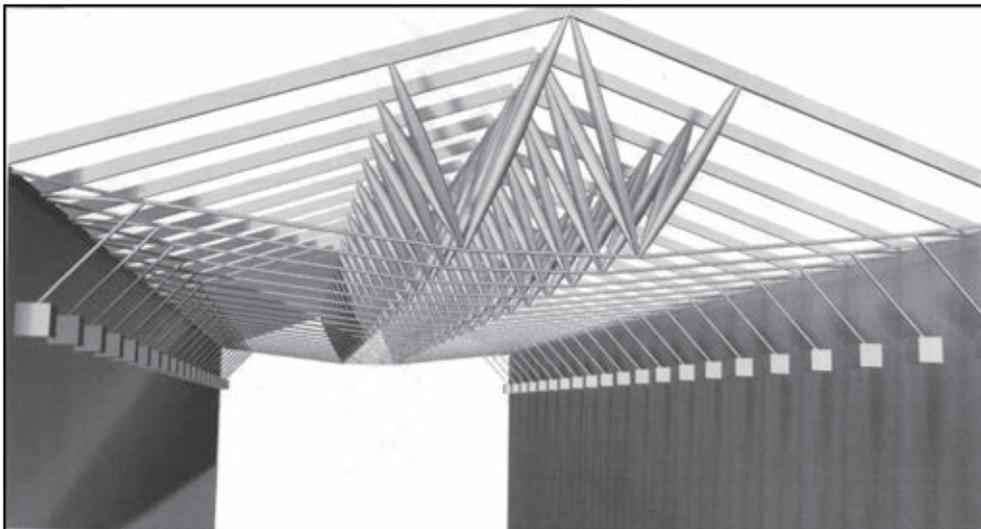
Pour une valeur quelconque de  $A_{mc}$ , on donne l'expression littérale du moment fléchissant maximum positif dans l'arbalétrier entre A et C dans le cas de la charpente sous-tendue à 1 buton :  $M_{f_{max+}^{AC}} = \frac{p \ell^2}{2} (1 - x)^2$  avec  $x = \frac{5}{4(1+k)} \left(1 + \frac{h}{d}\right)$

**Question 16.** Déterminer la valeur de  $k$  pour que le moment fléchissant maximum positif entre A et C, noté  $M_{f_{max+}^{AC}}$  soit égal à la valeur absolue du moment fléchissant en C lorsque ce dernier est négatif.

**Question 17.** En prenant  $k_0 = \frac{5}{8(2-\sqrt{2})} \left(1 + \frac{h}{d}\right) - 1$ , déterminer l'expression littérale de l'aire de la section du tirant  $A_{mc}^0$  en fonction de  $E_0$ ,  $I_a$ ,  $E_{mc}$ ,  $\ell$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $h/d$ . Conclure quant à l'utilité de respecter la condition  $M_{f_{max+}^{AC}} = |-M_{fC}|$  pour la section du tirant.

## 1.8. Conception définitive de la charpente sous-tendue

Le Maître d'Ouvrage propose la conception d'une charpente sous-tendue moderne constituée de bracons en fuseaux de bois lamellé-collé posés sur une structure tendue de câbles.



**Figure 1.10 :** géométrie définitive de la charpente sous-tendue.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 13 sur 35

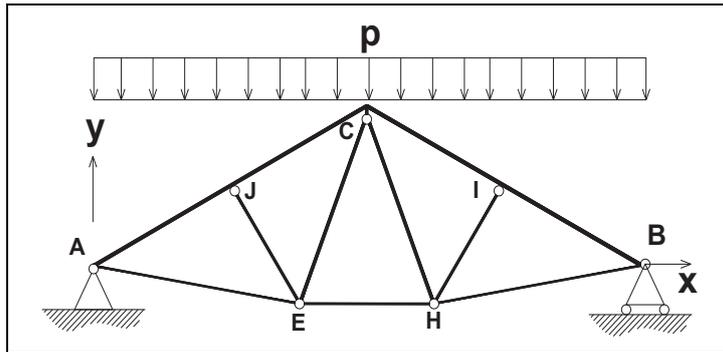


Figure 1.11 : représentation simplifiée de la géométrie définitive de la charpente.

**Question 18.** Sans effectuer de calculs, étudier graphiquement l'équilibre du nœud H. Les bracons HI et HC sont-ils tendus ou comprimés ?

**Question 19.** Quels sont les avantages de cette conception par rapport à une charpente sous-tendue à 1 buton ?

### 1.9. Choix du matériau composite à adopter pour le tirant.

À l'initiative du maître d'ouvrage, la maîtrise d'œuvre a choisi une technologie innovante pour cette charpente contemporaine. Le matériau du câble constituant le tirant est un composite. L'objectif consiste à choisir le matériau le plus adapté en fonction de certains critères qui vont être définis.

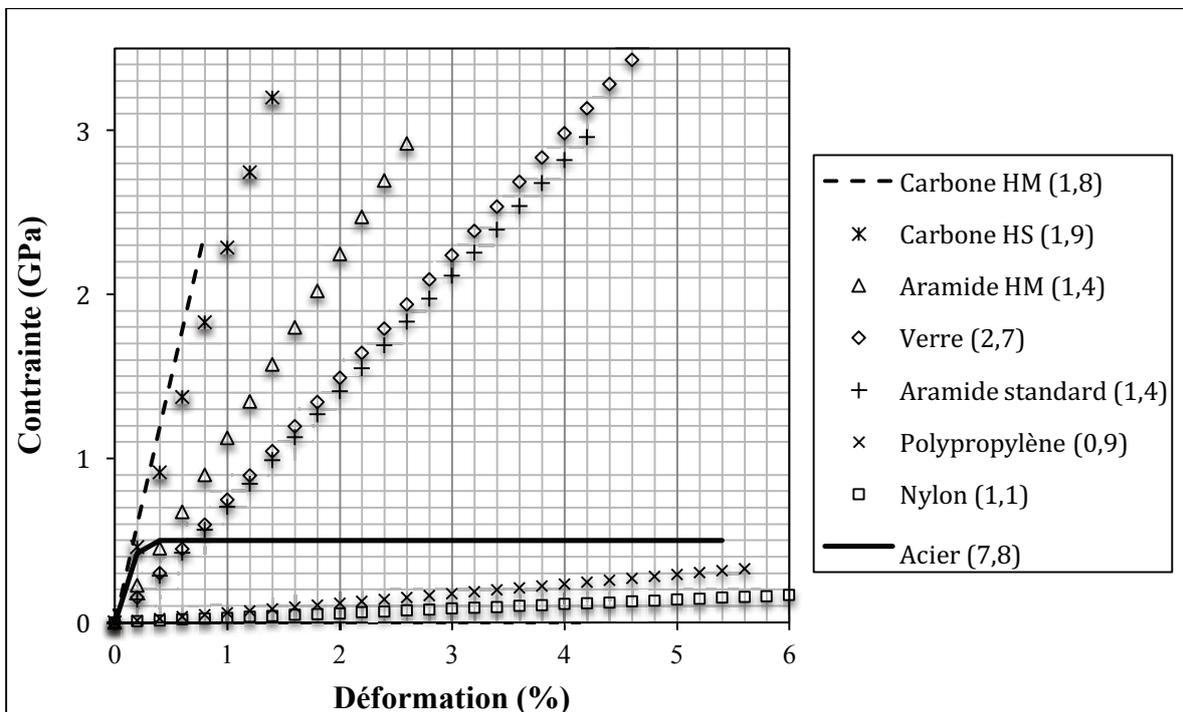


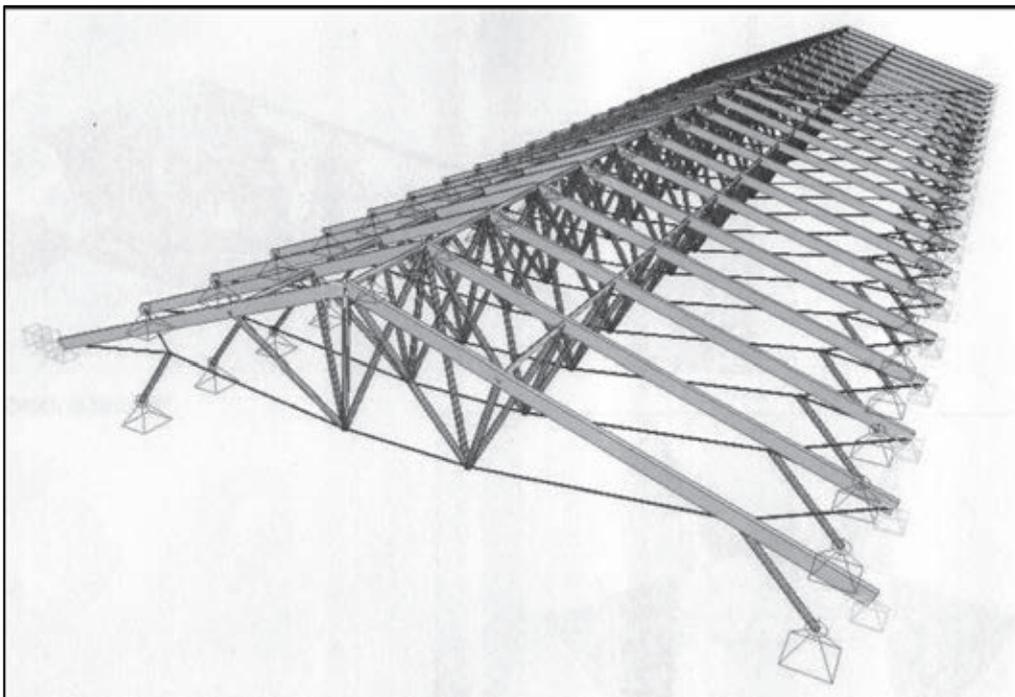
Figure 1.12 : exemples de comportement en traction de matériaux innovants comparés à celui de l'acier (densité précisée entre parenthèses dans la légende) (HM: High Modulus; HS: High Strength).

**Question 20.** Sur le graphe (résistance en traction / densité) vs (module d'élasticité  $E$  / densité) du document réponse DR3, positionner par le tracé les points correspondants aux matériaux suivants : carbone HM, carbone HS, aramide HM, verre, aramide standard, acier, polypropylène, nylon.

**Question 21.** Sur le document réponse DR3, effectuer une analyse du comportement des matériaux proposés selon les critères de densité, d'aptitude à la déformation, de résistance à la traction, de rigidité, de risque de corrosion et de comportement au feu. Incrire les codes "– –", "–", "+" ou "+ +" pour qualifier les performances de ces matériaux en les classant des moins intéressants aux plus intéressants.

**Question 22.** Indiquer le matériau à sélectionner pour le tirant. Justifier ce choix.

## 1.10. Vérification réglementaire de la charpente sous-tendue



**Figure 1.13 :** modélisation définitive de la charpente sous-tendue.

L'objectif consiste maintenant à vérifier à l'état limite ultime (E.L.U.) le buton en bois le plus sollicité en compression vis-à-vis du risque de flambement selon l'Eurocode 5. Sa section est considérée constante.

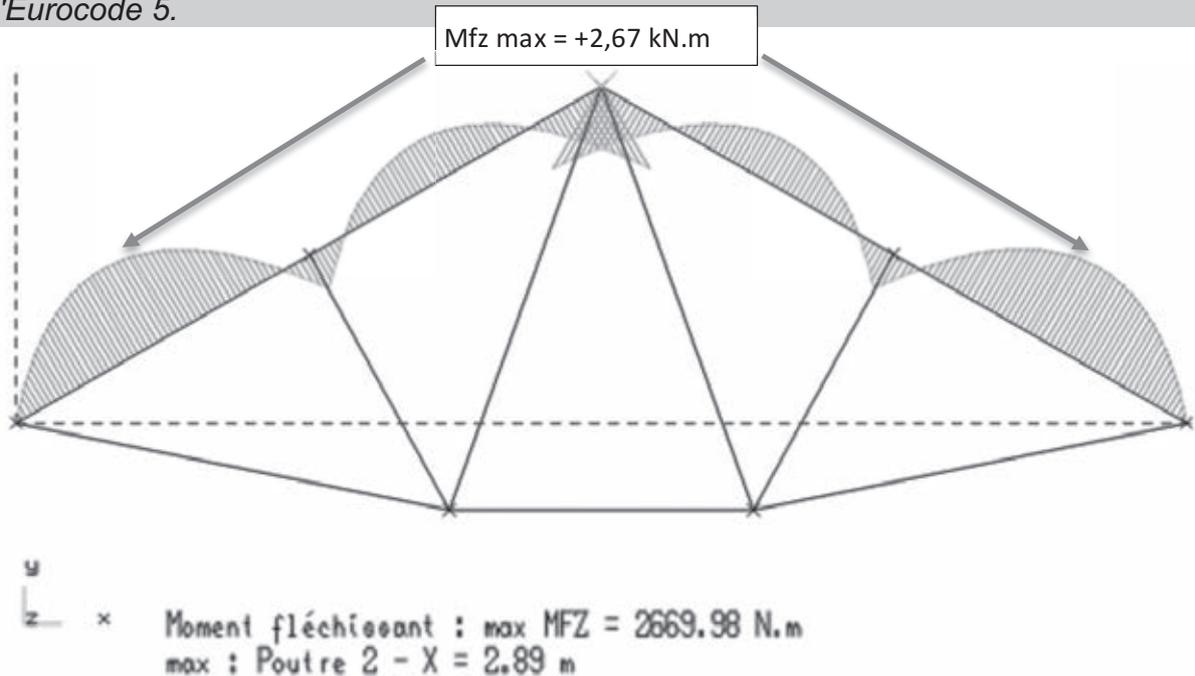
### Caractéristiques du buton, du chargement et des sollicitations :

- lamellé-collé homogène :  $GL28h$  ;
- longueur :  $1,850\text{ m}$  ;
- section circulaire de diamètre :  $0,100\text{ m}$  ;
- effort normal de compression à l'E.L.U. :  $N_{Edu} = - 5,600\text{ kN}$  ;
- durée de chargement (neige) : *court terme* ;
- buton biarticulé faisant partie d'une charpente dans un local chauffé.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 15 sur 35

La figure 1.14 donne l'état des sollicitations de flexion dans l'arbalétrier.

**Question 23.** Vérifier à l'E.L.U. ce buton vis-à-vis du risque de flambement selon l'Eurocode 5.



**Figure 1.14 :** sollicitations de flexion (kN.m) dans l'arbalétrier dans le cas de la géométrie définitive de la charpente sous-tendue.

La vérification de l'arbalétrier va également être entreprise à l'E.L.U..

**Caractéristiques de l'arbalétrier, du chargement et des sollicitations :**

- lamellé-collé homogène :  $GL28h$  ;
- longueur :  $5,270\text{ m}$  ;
- longueur de flambement :  $3,460\text{ m}$  ;
- longueur pour calcul du déversement :  $L = 3,460\text{ m}$  ;
- section :  $base \times hauteur = 0,10\text{ m} \times 0,30\text{ m}$  ;
- effort de compression à l'E.L.U. :  $N_{Edu} = - 12,110\text{ kN}$  ;
- moment de flexion à l'E.L.U. :  $M_{Edu} = + 2,670\text{ kN.m}$  ;
- durée de chargement (neige) : *court terme* ;
- arbalétrier faisant partie d'une charpente dans un local chauffé.

**Question 24.** Vérifier à l'E.L.U. cet arbalétrier en flexion composée selon l'Eurocode 5. Conclure quant au dimensionnement de cet élément de charpente.

## 2. Étude du comportement thermique de l'édifice et validation d'un type de production d'énergie

L'étude porte sur l'étude du comportement thermique et énergétique de l'édifice sous différents aspects. Le bilan thermique global de l'édifice, l'étude des déperditions par le sol, l'estimation des risques de condensation sur les vitraux et la production de la chaleur et de l'électricité seront abordés dans cette partie de l'étude.

### 2.1. Bilan thermique global de l'édifice

Les murs sont en pierres et la couverture traditionnelle en tuiles « canal » posées au crochet. Des vitraux latéraux et une rosace située au-dessus de l'ouverture principale permettent le passage de la lumière. L'entrée est constituée de portes en bois. Derrière celles-ci se trouve un sas vitré dont on ne tiendra pas compte pour l'étude thermique. On considère que l'édifice présente la forme simplifiée suivante :

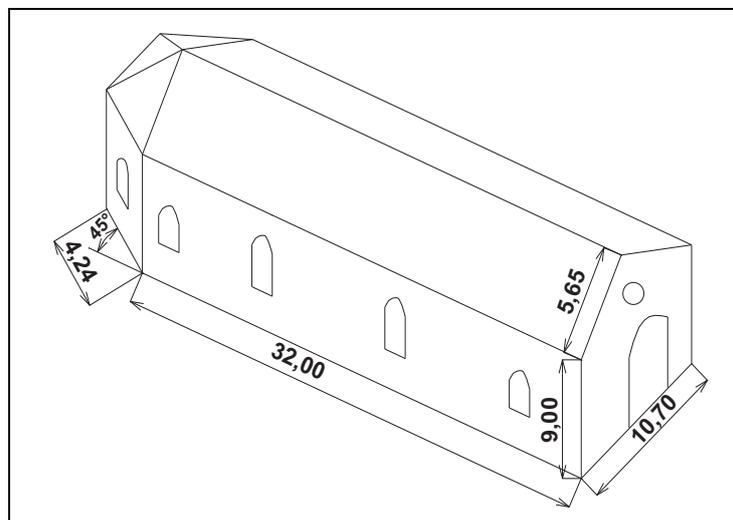


Figure 2.1 : perspective de l'édifice.

#### Caractéristiques thermiques des composants de l'enveloppe:

Élément	Surface (m <sup>2</sup> )	Épaisseur (m)	Conductivité thermique $\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	Coefficient de transmission thermique U (W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )	Résistances thermiques superficielles (m <sup>2</sup> .K.W <sup>-1</sup> )	
					$r_{si}$	$r_{se}$
Mur en pierres	740	0,600	1,700		0,13	0,04
Couverture tuiles	400			0,400		
Vitraux	50			6,000		
Portes bois	7			2,000		

Pour cette étude, on se place en régime permanent avec une température à l'intérieur de l'édifice homogène. Les effets d'entrée d'air et d'ensoleillement sont négligés. Les murs seront considérés non isolés thermiquement.

**Question 25.** Dans des conditions hivernales, lorsque la température extérieure  $\theta_e$  est de  $-10^\circ\text{C}$ , quelle puissance de chauffage  $P$  devrait-on apporter dans cet édifice pour pouvoir maintenir une température intérieure  $\theta_i$  de  $20^\circ\text{C}$  ? Conclure sur la valeur obtenue.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 17 sur 35

## 2.2. Étude des déperditions par le sol

On s'intéresse maintenant au pont thermique sous le périmètre du bâtiment.

On formule les hypothèses suivantes :

- le sol est homogène ;
- les lignes de flux sont des demi-cylindres ;
- l'épaisseur du mur n'est pas considérée ;
- l'ancrage du mur dans le sol n'est pas pris en compte ;
- la chape de béton qui recouvre le sol n'est pas prise en compte ;
- le flux est négligeable au-delà d'une distance  $y_0 = 4 \text{ m}$  par rapport au plan du mur.

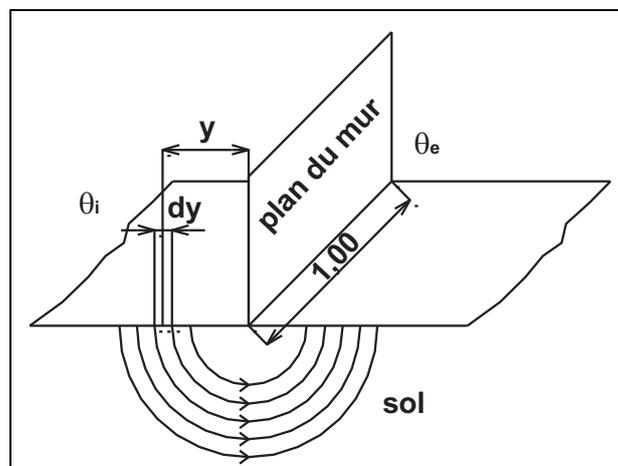


Figure 2.2 : schématisation des déperditions sous un mur périphérique.

### Caractéristiques du pont thermique :

- résistance thermique superficielle interne du sol :  $r_{si} = 0,13 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  ;
- résistance thermique superficielle externe du sol :  $r_{se} = 0,04 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  ;
- conductivité thermique du sol :  $\lambda_s = 1,60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- températures intérieure et extérieure :  $\theta_i = 20^\circ\text{C}$  et  $\theta_e = -10^\circ\text{C}$ .

**Question 26.** Exprimer littéralement la résistance élémentaire  $dR$  d'un tube de flux de chaleur de section  $dy \times 1\text{m}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme  $dR = (a + b y) \cdot \frac{1}{dy}$  en précisant les expressions littérales de  $a$  et de  $b$ .

**Question 27.** Exprimer littéralement le flux élémentaire traversant le tube de flux de section  $dy \times 1\text{m}$  en fonction de  $a, b, \theta_i, \theta_e, y$  et  $dy$ .

**Question 28.** En déduire l'expression littérale du flux total de chaleur  $\phi_s$  (pour 1 m de longueur) orienté de l'intérieur de l'édifice vers l'extérieur.

**Question 29.** En estimant ce pont thermique sous le périmètre de l'édifice à 4500 W, s'agit-il selon vous d'un poste de déperditions thermiques important ?

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 18 sur 35

### 2.3. Estimation des risques de condensation sur les vitraux

On se propose de vérifier le risque de condensation sur les vitraux. On adopte les hypothèses suivantes :

- températures intérieure et extérieure :  $\theta_i = 20^\circ\text{C}$  et  $\theta_e = -10^\circ\text{C}$ ;
- humidité relative intérieure :  $\phi_{ri} = 50\%$  ;
- pression de l'air :  $p_a = 101325 \text{ Pa}$  ;
- résistance thermique superficielle interne :  $r_{si} = 0,13 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  ;
- résistance thermique superficielle externe :  $r_{se} = 0,04 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  ;
- conductivité thermique du verre :  $\lambda_v = 0,8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- épaisseur du verre :  $e_v = 5 \text{ mm}$  ;
- caractéristiques de l'air humide : DT4.

**Question 30.** Sur quelle face du vitrail y a-t-il un risque de condensation ? Justifier la réponse.

**Question 31.** En comparant la température de surface de la face exposée et la température de rosée, montrer que le vitrail est susceptible de subir de la condensation.

Une des solutions envisagées consiste à mettre en place une verrière extérieure séparée du vitrail par une lame d'air.

**Question 32.** Expliquer en quoi cette solution peut être efficace.

### 2.4. Production de la chaleur et de l'électricité

On souhaite effectuer une comparaison entre :

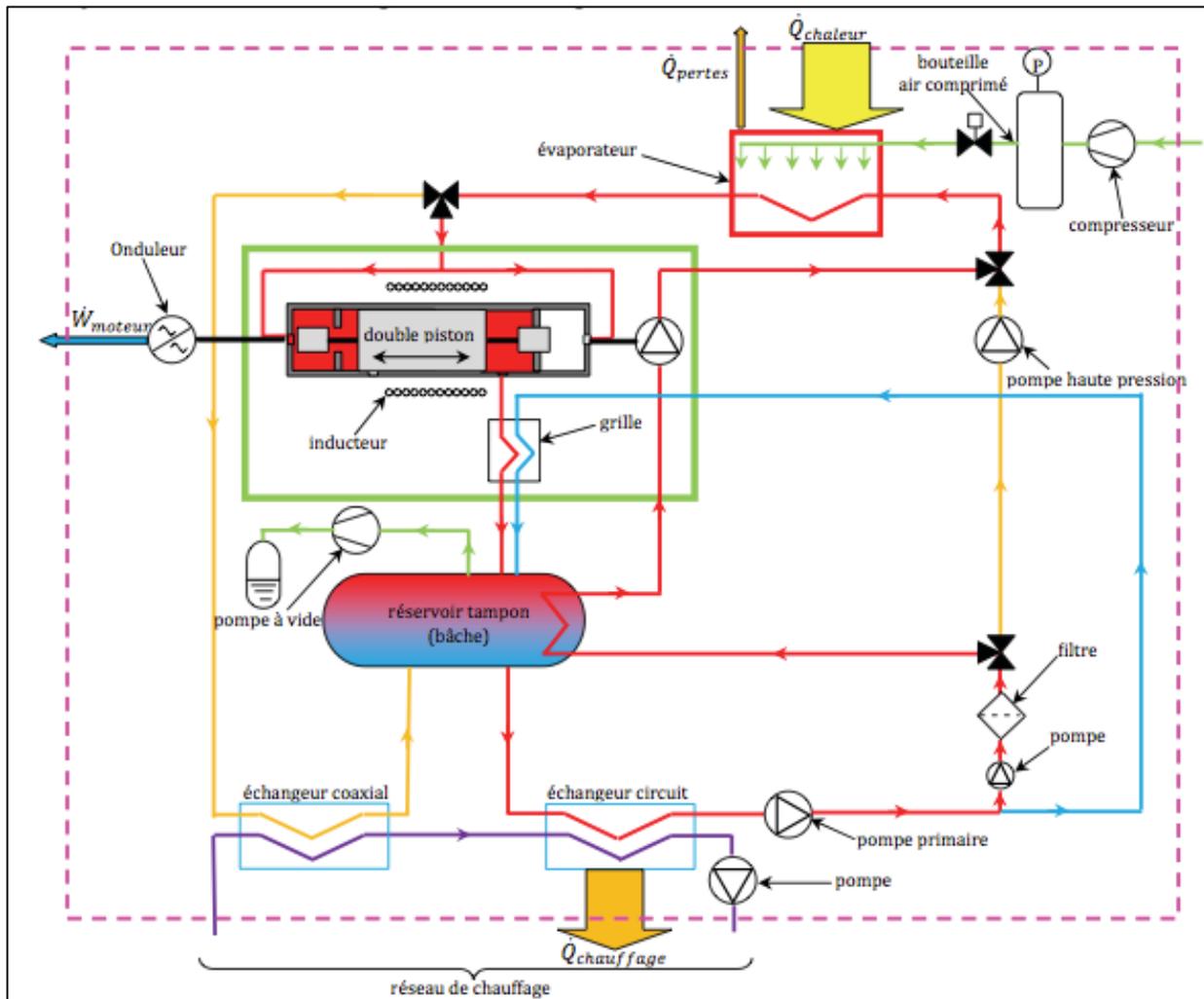
- une production séparée conventionnelle de chaleur et d'électricité ;
- une production micro-cogénérée.

Le principe de cogénération consiste à générer de manière simultanée deux types d'énergie finale en utilisant un unique process et une unique source d'énergie primaire. La micro cogénération correspond à de faibles puissances de cogénération, compatibles avec un usage direct à l'intérieur d'un bâtiment, la limite usuelle se situant en-dessous d'une puissance électrique de  $15 \text{ kW}_{\text{él}}$ . Par exemple, une micro-cogénération à énergie biomasse bois (figure 2.3.) peut permettre de produire à la fois chaleur (chauffage, ECS) et électricité à partir de granulés de bois.

On envisage de comparer un certain nombre de systèmes en évaluant les gains algébriques (en %) entre une production micro-cogénérée et une production séparée conventionnelle de chaleur et d'électricité. Cette notion requiert le choix d'un système de référence pour la comparaison. Deux systèmes de référence similaires en termes de technologie et de combustible sont distingués : un générateur de chaleur gaz à condensation constituera le système de référence du micro cogénérateur gaz à condensation et un générateur de chaleur à granulés de bois constituera le système de référence du micro cogénérateur biomasse bois.

L'étude est issue d'une thèse menée au Laboratoire ICube de Illkirch-Graffenstaden.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 19 sur 35



**Figure 2.3 :** unité de micro-cogénération BisON alimentée aux granulés de bois.

Les indicateurs suivants sont utilisés :

- él : électrique ;
- th : thermique ;
- $\eta_{th}^{SHP}$  : rendement thermique SHP (Separate Heat and Power : production séparée de chaleur et d'électricité) ;
- $\eta_g^{SHP}$  : rendement global SHP ;
- $\eta_g^{CHP}$  : rendement global CHP (Combined Heat and Power : production cogénérée de chaleur et d'électricité) ;
- $k_{EP}^{él} = 2,58$  : facteur d'énergie primaire électrique réglementaire ;
- $k_{EP}^{fuel} = 1$  : facteur d'énergie primaire du combustible réglementaire ;
- COP : coefficient de performance ;
- $\sigma$  : ratio caractéristique d'énergie ( $kWh_{él} \cdot kWh_{th}^{-1}$ ) ou de puissance ( $W_{él} \cdot W_{th}^{-1}$ ).

Caractéristiques des systèmes de production de chaleur séparée SHP	
Technologie	$\eta_{th}^{SHP}$ ( $=\eta_g^{SHP}$ ) ou COP ( $=\eta_g^{SHP}$ )
Générateur gaz à condensation	1
Générateur granulés de bois	0,95
Pompe à chaleur (PAC)	3 (COP)

Les technologies de micro-cogénération CHP suivantes sont évaluées :

- **BisON**: micro-cogénérateur à moteur à vapeur associé à une chambre de combustion à granulés de bois ;
- **Hybris Power**: micro-cogénérateur gaz à condensation à moteur Stirling ;
- **Vitobloc 200 EM-5**: micro-cogénérateur à moteur à combustion interne ;
- **Vitovvalor 300-P**: micro-cogénérateur à pile à combustible.

Caractéristiques des micro-cogénérateurs de chaleur et d'électricité CHP			
Technologie	Système de référence "naturel"	$\sigma$	$\eta_g^{CHP}$
<b>BisON</b>	Générateur granulés de bois + réseau	0,10	0,95
<b>Hybris Power</b>	Générateur gaz à condensation + réseau	0,18	1
<b>Vitobloc 200 EM-5</b>	Générateur gaz à condensation + réseau	0,41	0,94
<b>Vitovvalor 300-P</b>	Générateur gaz à condensation + réseau	0,75	0,90

Usuellement, un système de micro-cogénération CHP est caractérisé par son taux d'économie d'énergie primaire. Ces économies d'énergie primaire EEP entre une production cogénérée CHP et une production séparée de chaleur et d'électricité de référence SHP peuvent être quantifiées simplement à l'aide de quatre termes selon l'équation suivante:

$$EEP = 1 - \frac{(1 + \sigma)}{\eta_g^{CHP} \left( k_{EP}^{él} \sigma + \frac{1}{\eta_{th}^{SHP}} \right)}$$

**Question 33.** Sur le document réponse DR4, tracer sur le graphe EEP vs  $\sigma$  les points correspondant aux 4 technologies CHP **BisON**, **Hybris Power**, **Vitobloc 200 EM-5**, **Vitovvalor 300-P**.

Le tableau suivant fournit les ordres de grandeur de Ratios Caractéristiques sur les Besoins (RCB) notés  $\sigma^*$  en utilisant des ratios classiques de besoins énergétiques pour un logement de 100 m<sup>2</sup> de quatre personnes.

RCB sur les besoins énergétiques d'un bâtiment ancien et d'un bâtiment récent				
	ECS (kWh <sub>th</sub> /m <sup>2</sup> /an)	Chauffage (kWh <sub>th</sub> /m <sup>2</sup> /an)	Électricité (kWh <sub>él</sub> /m <sup>2</sup> /an)	$\sigma^*$ (kWh <sub>él</sub> ·kWh <sub>th</sub> <sup>-1</sup> )
<b>Ancien (&lt;RT 2000)</b>	30	150	25	0,15
<b>Récent (RT 2012)</b>	20	25	25	0,5

**Question 34.** Sur le document réponse DR4, tracer sur l'axe des abscisses du graphe EEP vs  $\sigma$  les points correspondants à  $\sigma^*$  pour un bâtiment ancien et pour un bâtiment récent. Parmi les 4 technologies de micro-cogénération CHP évaluées, lesquelles ont des caractéristiques compatibles avec des bâtiments anciens ou en

*cours de rénovation ? Quel est le domaine de prédilection d'une technologie utilisant la pile à combustible ?*

Pour comparer chaque technologie de micro-cogénération CHP, il est intéressant de caractériser les performances énergétiques des systèmes individuellement grâce au rendement en énergie primaire :

$$\eta_{EP}^{CHP} = \frac{\eta_g^{CHP}}{k_{EP}^{fuel}} \left( \frac{1 + k_{EP}^{él} \sigma}{1 + \sigma} \right)$$

**Question 35.** Sur le document réponse DR4, tracer sur le graphe  $\eta_{EP}$  en fonction de  $\sigma$  les points correspondant aux 4 technologies CHP **BisON**, **Hybris Power**, **Vitobloc 200 EM-5**, **Vitovalor 300-P**.

**Question 36.** Établir l'expression théorique de  $\eta_{EP}^{SHP}$  pour les 3 technologies SHP (Separate Heat and Power) : générateur gaz à combustion, générateur granulés de bois, PAC. Sur le DR4, tracer sur le graphe  $\eta_{EP}$  en fonction de  $\sigma$  les points correspondant à ces 3 technologies SHP.

**Question 37.** Les facteurs d'énergie primaire de l'électricité  $k_{EP}^{él}$  et du combustible  $k_{EP}^{fuel}$  utilisés dans les calculs précédents sont affectés de valeurs réglementaires utilisées en France. Ces valeurs sont-elles immuables ? Justifier votre réponse.

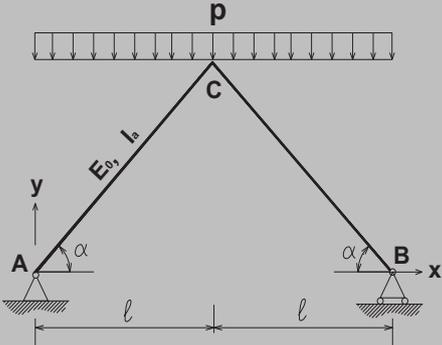
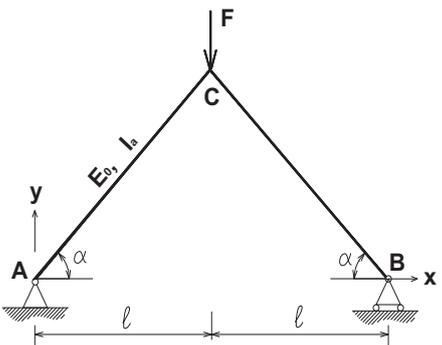
**Question 38.** Compte tenu des hypothèses réalisées, commenter les performances des 4 technologies CHP entre elles et avec celles des trois technologies SHP.

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 22 sur 35

# DOCUMENTS TECHNIQUES

- DT1 :** Formulaire de calcul des déplacements  
**DT2 :** Méthode des forces ou des coupures (hyperstatique 1)  
Intégrales de Mohr  
**DT3 :** Extraits du règlement Eurocode 5  
**DT4 :** Diagramme de l'air humide

Agrégation SII – option ingénierie des constructions		Session : 2018
Etude d'un système, d'un procédé et d'une organisation	EAI SIC 2	Page 23 sur 35

Modèle mécanique	Déplacement
	<p>Déplacement horizontal en B*:</p> $\frac{5 p \ell^4 \tan \alpha}{12 E_0 I_a \cos \alpha}$
	<p>Déplacement horizontal en B*:</p> $\frac{F \ell^3 \tan \alpha}{3 E_0 I_a \cos \alpha}$

\*: Les déformations d'effort normal des arbalétriers sont négligées.

## Méthode des forces ou des coupures (hyperstatique d'ordre 1) DT2

Équation fondamentale pour des structures composées de barres (poutres) sollicitées en flexion :

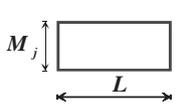
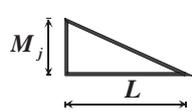
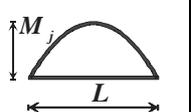
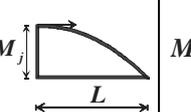
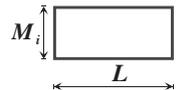
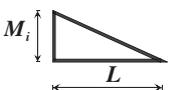
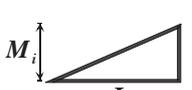
$$A_{10}^0 + X_1 \delta_{11}^0 = 0$$

$$A_{10}^0 = \int_{structure} \frac{\bar{M}_1^0 \times M_0^0}{EI} dx \quad \delta_{11}^0 = \int_{structure} \frac{(\bar{M}_1^0)^2}{EI} dx$$

L'exposant 0 signifie "dans la structure isostatique associée ( $S^0$ ) (ou de référence)".

Lorsque la structure est constituée de barres sollicitées uniquement en flexion :	Lorsque la structure est constituée de barres sollicitées en flexion ainsi que de barres bi-articulées donc sollicitées uniquement à un effort normal, il faut utiliser :
$A_{10}^0 = \int_{structure} \frac{\bar{M}_1^0 \times M_0^0}{EI} dx$ $\delta_{11}^0 = \int_{structure} \frac{(\bar{M}_1^0)^2}{EI} dx$	$A_{10}^0 = \int_{structure} \frac{\bar{M}_1^0 \times M_0^0}{EI} dx + \sum_{barres\ bi-articulées} \frac{\bar{N}_1^0 \times N_0^0}{EA} L$ $\delta_{11}^0 = \int_{structure} \frac{(\bar{M}_1^0)^2}{EI} dx + \sum_{barres\ bi-articulées} \frac{(\bar{N}_1^0)^2}{EA} L$

Intégrales de Mohr:  $\int_0^L m_i(x) \cdot m_j(x) dx$

$m_i(x)$	$m_j(x)$					
		$LM_i M_j$	$\frac{1}{2} LM_i M_j$	$\frac{2}{3} LM_i M_j$	$\frac{2}{3} LM_i M_j$	$\frac{1}{3} LM_i M_j$
		$\frac{1}{2} LM_i M_j$	$\frac{1}{3} LM_i M_j$	$\frac{1}{3} LM_i M_j$	$\frac{5}{12} LM_i M_j$	$\frac{1}{4} LM_i M_j$
		$\frac{1}{2} LM_i M_j$	$\frac{1}{6} LM_i M_j$	$\frac{1}{3} LM_i M_j$	$\frac{1}{4} LM_i M_j$	$\frac{1}{12} LM_i M_j$

Dans le tableau,  $M_i$ ,  $M_j$ ,  $M_i'$ ,  $M_j'$ , sont les extremums des fonctions  $m_i(x)$  et  $m_j(x)$ . Ils sont à prendre en valeurs absolues. La valeur algébrique du résultat de l'intégration dépend du signe des diagrammes.

Valeurs caractéristiques des bois lamellés-collés :

Caractéristiques	Symbole	GL24h	GL28h	GL32h	GL36h
Flexion (MPa)	$f_{m,k}$	24	28	32	36
Cisaillement (MPa)	$f_{v,k}$	2,7	3,2	3,8	4,3
Compression axiale (MPa)	$f_{c,0,k}$	24	26,5	29	31
Module moyen d'élasticité axiale (GPa)	$E_{0, moy}$	11,6	12,6	13,7	14,7
Module d'élasticité axiale au 5 <sup>e</sup> pourcentile (GPa)	$E_{0,05}$	9,4	10,2	11,1	11,9

Valeurs du coefficient de sécurité  $\gamma_M$  :

ÉTATS LIMITES ULTIMES		
MATERIAUX	Bois massifs	1,30
	Lamellé collé	1,25
ÉTATS LIMITES DE SERVICES		1,00

Classes de durée de charge :

Classe de durée de charge	Ordre de grandeur de la durée cumulée de l'application d'une action	Exemples d'application
Permanente	> 10 ans	poids propre
Long terme	six mois à 10 ans	Stockage, équipements fixes
Moyen terme	une semaine à six mois	charges d'exploitation ; neige : altitude $H \geq 1000$ m
Court terme	< une semaine	Neige : altitude $H < 1000$ m Charge d'entretien
Instantanée		vent situations et actions accidentelles : neige exceptionnelle,...

Classes de service :

Classe 1	Structure intérieure en milieu sec Milieu protégé (local chauffé)
Classe 2	Milieu abrité Milieu extérieur non abrité
Classe 3	Milieu extérieur exposé

Valeurs de  $k_{mod}$  :

Matériau	Classe de durée de charge	Classe de service		
		1	2	3
BM: bois massif LC: lamellé collé	Permanente	0,60	0,60	0,50
	Long terme	0,70	0,70	0,55
	Moyen terme	0,80	0,80	0,65
	Court terme	0,90	0,90	0,70
	Instantanée	1,10	1,10	0,90

## Compression axiale avec risque de flambement :

$$\text{Taux de travail: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1$$

$\sigma_{c,0,d}$  : contrainte de compression axiale induite par la combinaison d'action des états limites ultimes en MPa.

$f_{c,0,d}$  : résistance de compression axiale calculée en MPa.

$$f_{c,0,d} = f_{c,0,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M}$$

$f_{c,0,k}$  : contrainte caractéristique de résistance en compression axiale en MPa.

$k_{mod}$  : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée et de la classe de service.

$\gamma_M$  : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau.

$k_{c,y}$  ou  $k_{c,z}$  : égal à 1 s'il n'y a pas de risque de flambement. Sinon, prendre le coefficient de flambement le plus défavorable selon l'axe y ou l'axe z.

$$k_{c,y} = \frac{1}{\left(k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}\right)}$$

$$k_y = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2\right]$$

$\beta_c = 0,2$  pour le bois massif et  $0,1$  pour le bois lamellé-collé.

Le coefficient  $k_{c,z}$  se calcule sur le même principe, mais par rapport à l'axe z.

$\lambda_{rel}$  : prise en compte du flambage d'une pièce rectangulaire avec la même longueur de flambement dans les deux directions de la section (y et z).

Risque de flambage si l'élanement relatif  $\lambda_{rel,max} > 0,3$ .

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$\lambda_{rel,z}$  : élanement relatif suivant l'axe z.

$\lambda_z$  : élanement mécanique suivant l'axe z.

$E_{0,05}$  : module axial au 5<sup>e</sup> pourcentile (ou caractéristique) en MPa.

**Flexion composée : flexion + compression :**

$$\text{Taux de travail: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + \left( \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} f_{m,d}} \right)^2 \leq 1$$

$\sigma_{m,d}$  : contrainte de flexion induite par la combinaison d'action des états limites ultimes en MPa.

$f_{m,d}$  : résistance de flexion calculée en MPa.

$$f_{m,d} = f_{m,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} k_{sys} k_h$$

$f_{m,k}$  : contrainte caractéristique de résistance en flexion en MPa.

$k_{sys}$  : coefficient d'effet système.

L'effet système apparaît lorsque plusieurs éléments porteurs de même nature et de même fonction (solives, fermes) sont sollicités par un même type de chargement réparti uniformément. La résistance de l'ensemble est alors supérieure à la résistance d'un seul élément pris isolément. Le coefficient est de 1,1.

$k_h$  : coefficient de hauteur.

Coefficient de hauteur pour du bois massif :

Si  $h \geq 150 \text{ mm}$ ,  $k_h = 1$  ;

Si  $h \leq 150 \text{ mm}$ ,  $k_h = \min(1,3 ; (150/h)^{0,2})$  ;

$h$  est la hauteur de la pièce en mm.

Coefficient de hauteur pour du bois lamellé-collé :

Si  $h \geq 600 \text{ mm}$ ,  $k_h = 1$  ;

Si  $h \leq 600 \text{ mm}$ ,  $k_h = \min(1,1 ; (600/h)^{0,1})$  ;

$h$  est la hauteur de la pièce en mm.

**Prise en compte du risque de déversement :**

Une poutre soumise à un moment de flexion peut déverser (flambement latéral de la membrure comprimée). Le calcul du coefficient  $k_{crit}$  s'effectue à partir de la contrainte critique de flexion  $\sigma_{m,crit}$  et de l'élanement relatif de flexion  $\lambda_{rel,m}$ .

$\sigma_{m,crit}$  : contrainte critique à partir de laquelle apparaît le déversement :

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 E_{0,05} b^2}{h l_{ef}}$$

$E_{0,05}$  : module axial au 5<sup>e</sup> pourcentile (ou caractéristique) en MPa ;

$b$  et  $h$  : épaisseur et hauteur de la poutre en mm ;

$l_{ef}$  : longueur efficace:  $l_{ef} = L k_{lef}$  en mm.

**Valeurs de  $k_{lef}$  lorsque les appuis sont limités en torsion :**

	Sur appuis simples	Porte-à-faux
Charge répartie	0,9	0,5
Charge concentrée	0,8	0,8

Si la poutre est chargée sur sa fibre comprimée,  $l_{ef}$  est augmentée de la valeur  $2 h$ .

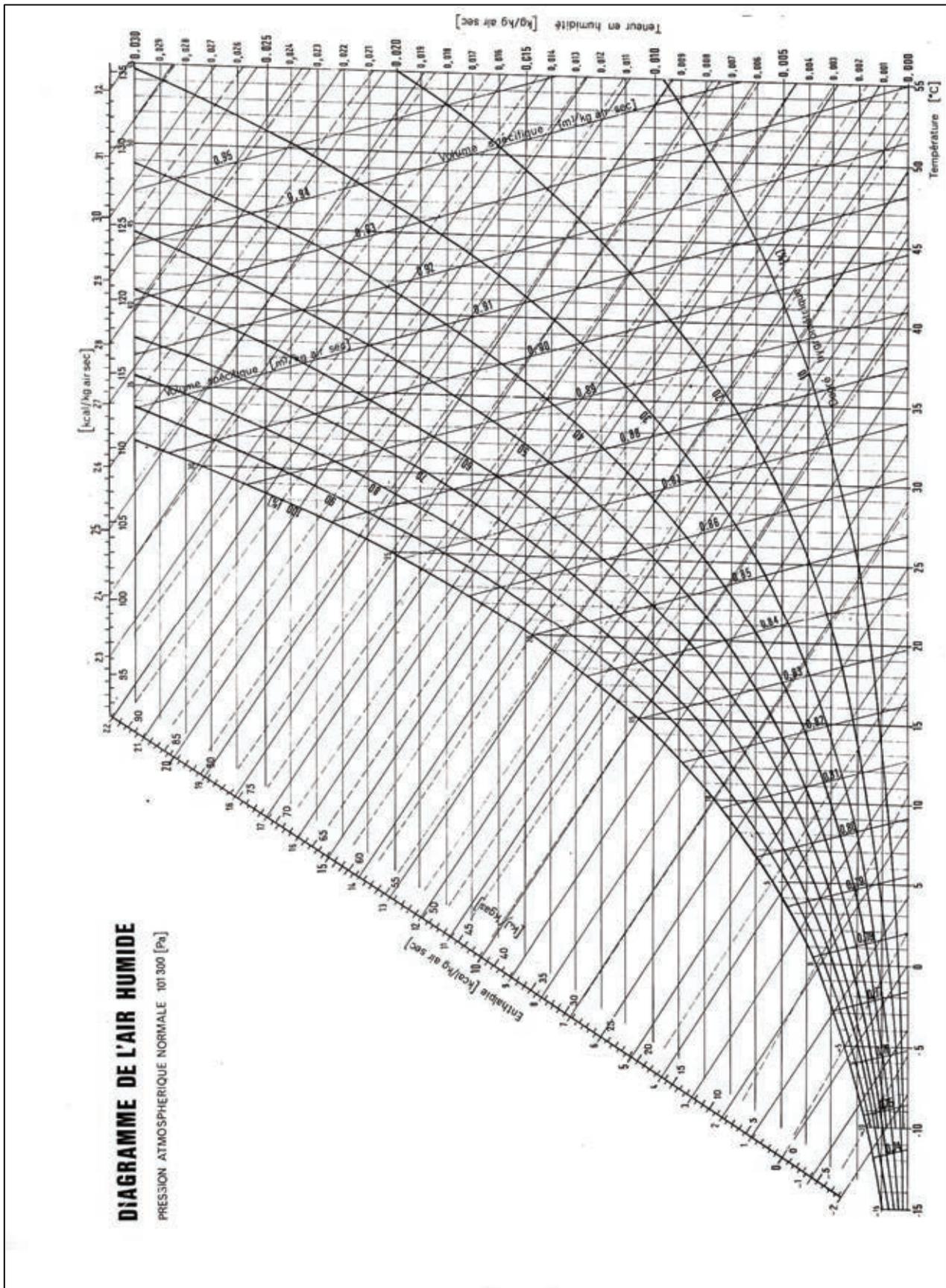
Si la poutre est chargée sur sa partie tendue,  $l_{ef}$  est diminuée de  $0,5 h$ .

$\lambda_{rel,m}$  : élanement relatif de flexion :

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

**Valeurs du coefficient  $k_{crit}$  :**

$\lambda_{rel,m} \leq 0,75$	$0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4$	$1,4 < \lambda_{rel,m}$
$k_{crit} = 1$	$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \lambda_{rel,m}$	$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2}$



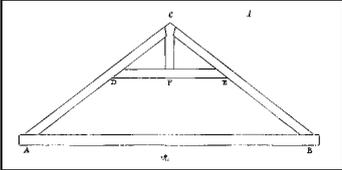
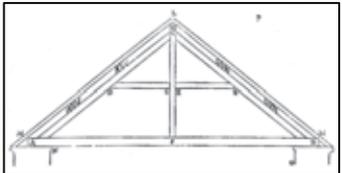
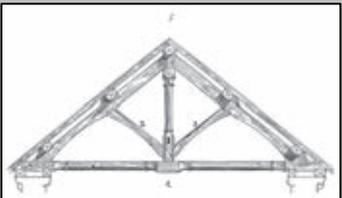
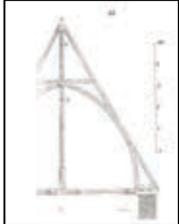


NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

## Comparatif des typologies structurelles de charpentes

DR1

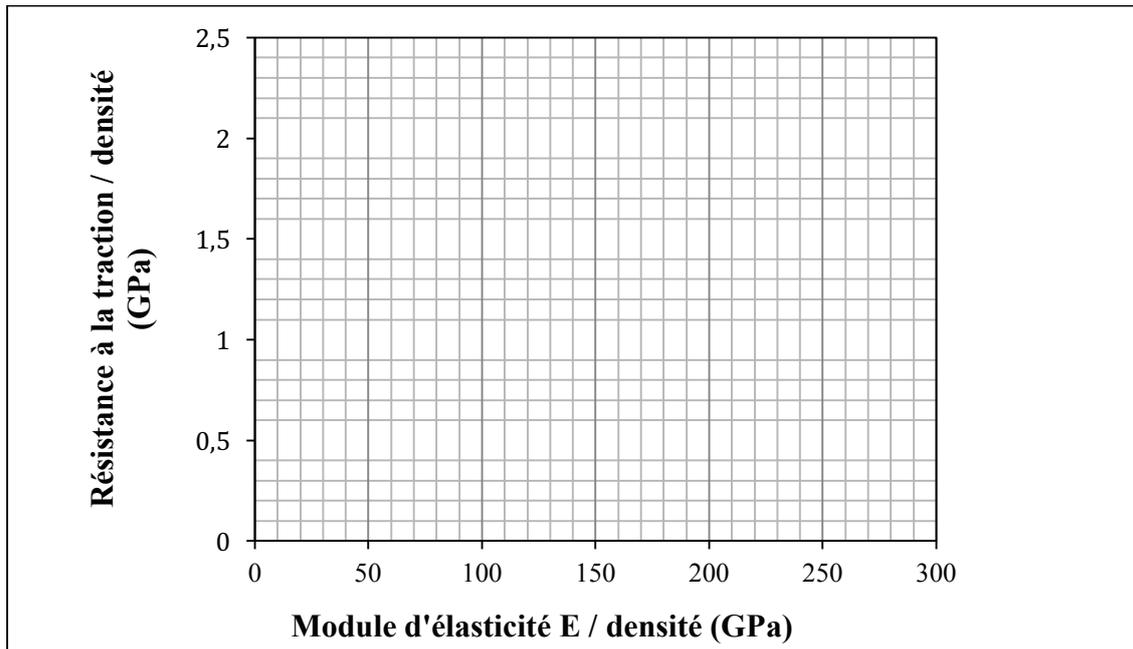
Indiquer dans le tableau: "– –", "–", "+", "+" ou "+ +" pour qualifier les typologies structurelles de charpentes des moins intéressantes aux plus intéressantes (source des schémas: Wikisource).

Typologies structurelles de charpentes	Esthétisme de la solution proposée	Simplicité des éléments constitutifs de la charpente	Limitation du risque de flexion de l'entrait	Possibilité d'atteindre des grandes portées	Typologie ne nécessitant pas des murs ou appuis trop épais
<b>Ferme primitive</b> 					
<b>Ferme à entrait classique</b> 					
<b>Ferme avec contrefiches</b> 					
<b>Ferme berceau</b> 					

	ÉTAT 0	ÉTAT 1
Schéma mécanique		
Effort normal	<p style="text-align: center;"><math>N_0^0</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>N_1^0</math></p>
Moment fléchissant	<p style="text-align: center;"><math>M_0^0</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>M_1^0</math></p>



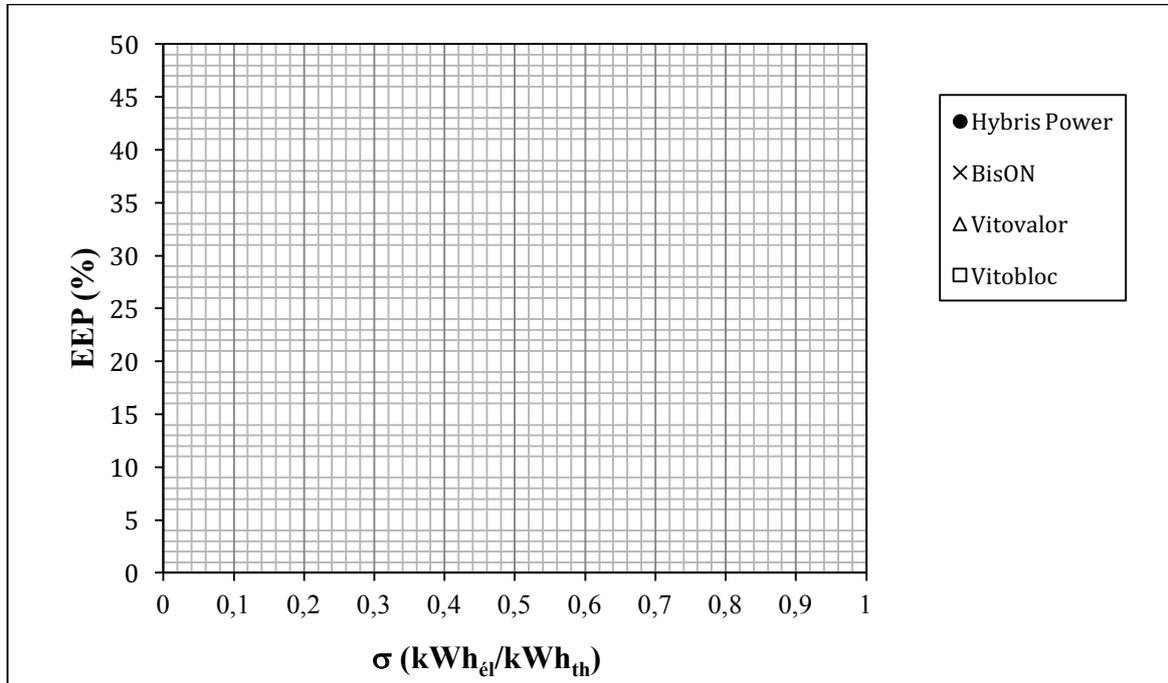
**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**



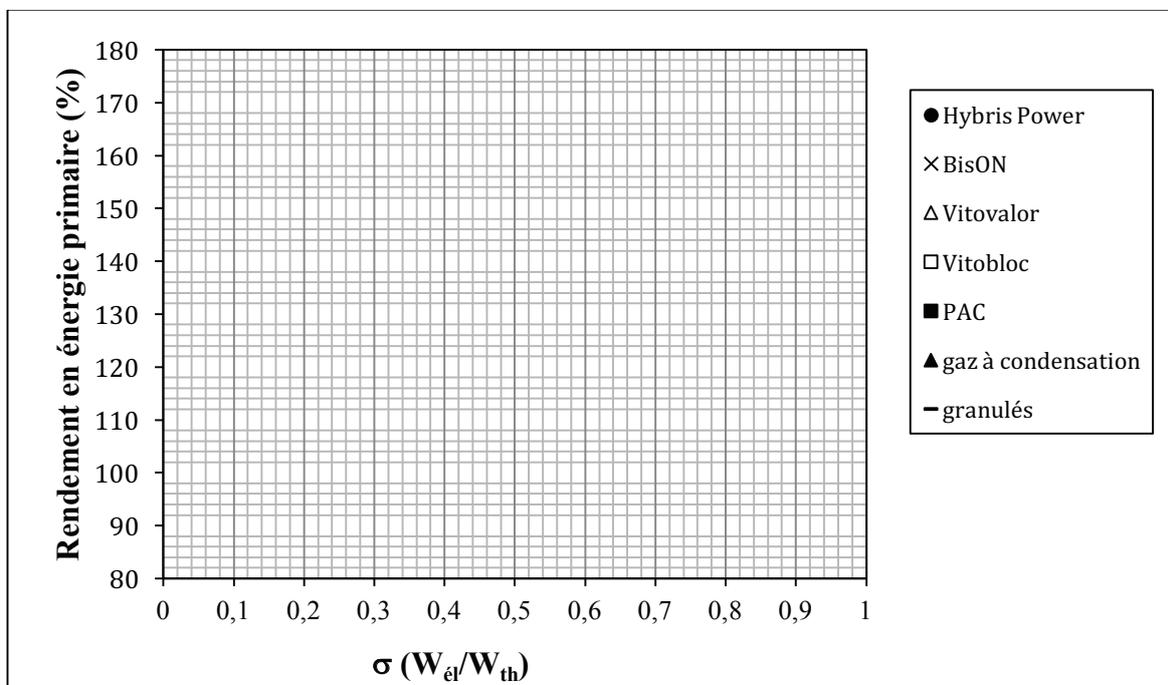
Indiquer dans le tableau: "– –", "–", "+", "+" ou "+ +" pour qualifier les matériaux des moins intéressants aux plus intéressants. L'acier est considéré "matériau étalon".

Matériau	Densité	Aptitude à la déformation	Résistance à la traction	Module d'élasticité	Risque de corrosion	Comportement au feu
Acier						
Carbone HM						
Carbone HS						
Aramide HM						
Aramide standard						
verre						
polypropylène						
nylon						

**Tracé des graphes "économies relatives en énergie primaire EEP"  
et "rendements en énergie primaire"  
DR4**



**Économies relatives en énergie primaire EEP**



**Rendements en énergie primaire**