

SESSION 2017

AGREGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS

MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1416A	109	2680

BATIMENT DE JONCTION ORLY SUD / ORLY OUEST

1 LE CONTEXTE

Aéroport de Paris envisage d'importants travaux sur le site d'Orly. Le projet « bâtiment de jonction » comporte la construction d'un bâtiment reliant la partie Sud du terminal Ouest à l'extrémité Ouest du terminal Sud. Ce nouveau bâtiment, permettra, outre une meilleure fluidité des passagers entre les deux terminaux, d'augmenter les surfaces commerciales, et d'améliorer la flexibilité sur l'emplacement des compagnies aériennes.

Le schéma de la Figure 1 présente l'emprise envisagée pour le bâtiment de jonction. D'un point de vue structurel, le bâtiment de jonction sera un bâtiment de type R+1 (Hall) à R+2 sur un sous-sol partiel. Ce sous-sol sera situé dans la partie Nord-Est du bâtiment.

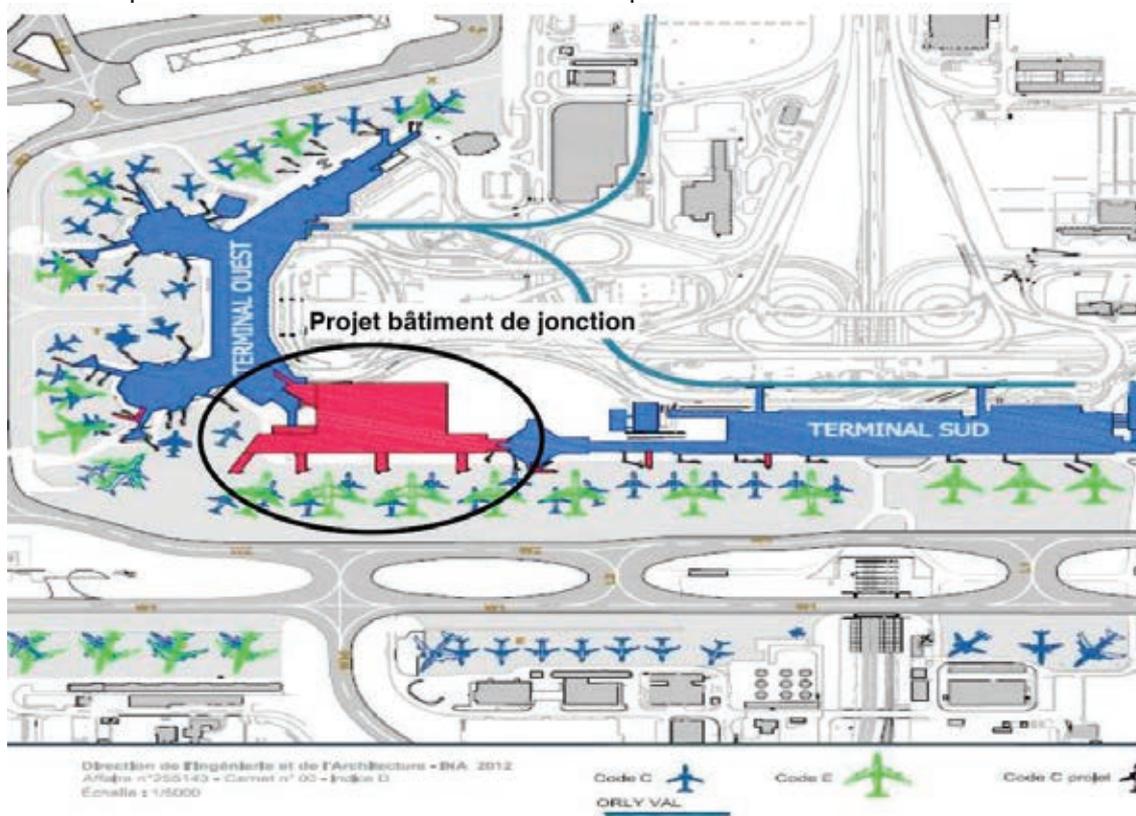


Figure 1 : Projet du bâtiment de jonction d'Orly (document AdP)

L'objectif de cette épreuve est d'exploiter le projet "Bâtiment de jonction d'Orly" à travers deux études principales. Le sujet comporte 22 pages et se décompose ainsi :

Etude de la paroi moulée nécessaire aux fouilles initiales

- partie 2.1 : paroi rigide étudiée selon une approche de type équilibre limite ;
- partie 2.2 : paroi flexible étudiée selon une approche de type « module de réaction » ;
- partie 2.3 : paroi étudiée par une modélisation par éléments finis.

Etude de la passerelle d'accès aux avions.

- partie 3.1 : modélisation de la structure de la passerelle ;
- partie 3.2 : modélisation du comportement thermique de la passerelle.

Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés et de commenter les résultats obtenus.

2 ETUDE DE LA PAROI MOULEE NECESSAIRE A LA FOUILLE INITIALE

Le bâtiment de jonction nécessite de mettre en œuvre une fouille dont les terrassements seront réalisés à l'abri d'une enceinte périmétrique réalisée en paroi moulée (figure 2 et figure 3). Deux tunnels situés approximativement à 15m de profondeur sont prévus dans le cadre d'un projet futur.

La paroi moulée doit permettre la réalisation d'une fouille de l'ordre de 5 m de profondeur (figure 4). Le modèle géotechnique synthétisant les propriétés mécaniques des terrains issues de différents sondages et d'essais en laboratoire ou in-situ est présenté sur la figure 4. Un niveau d'eau variable est susceptible d'exister. On considèrera ici que le niveau de cette nappe est fixe et situé à l'interface entre les Limons et les Marnes et marno-calcaires compacts.

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement de cette paroi selon trois modèles différents.

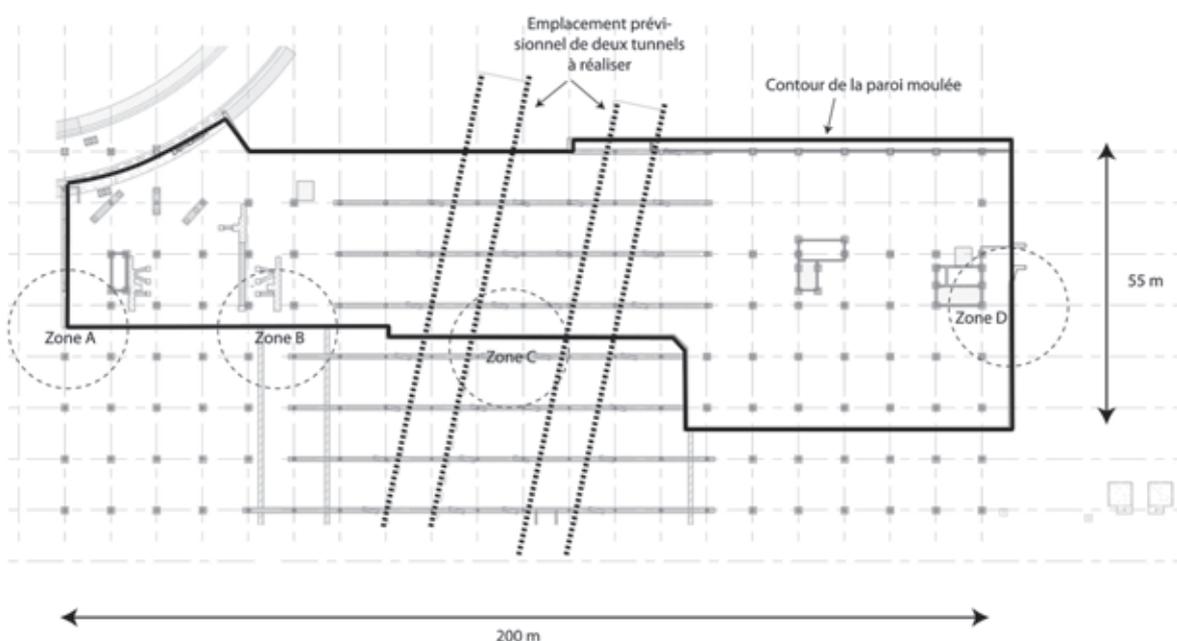


Figure 2 : Visualisation de la zone concernée par une paroi moulée (document AdP modifié)

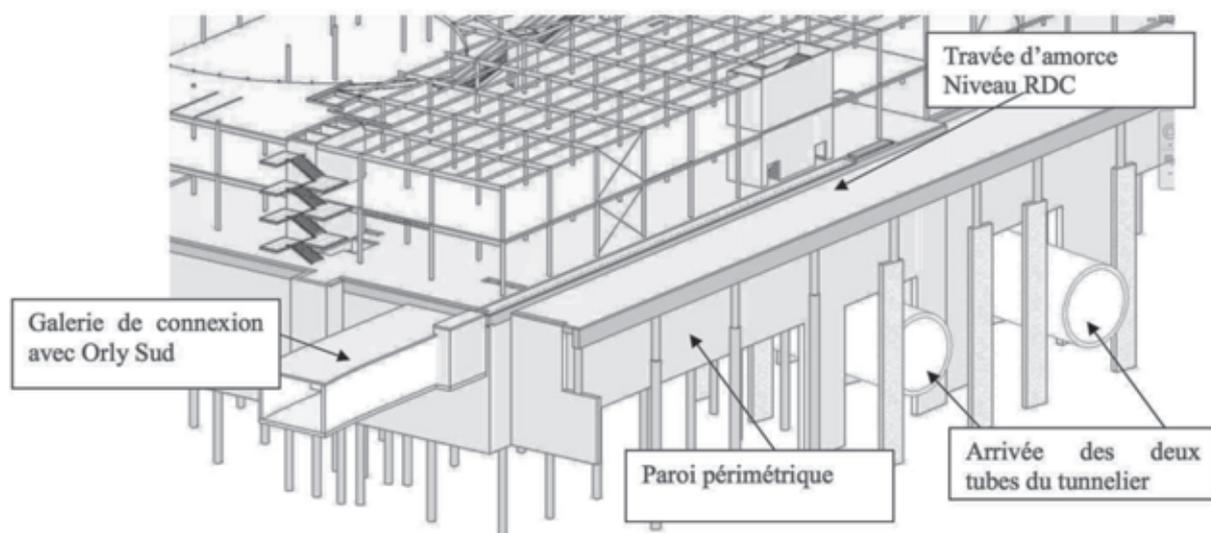


Figure 3 : Vue 3D du projet montrant la paroi moulée et les deux futurs tunnels (document AdP)

		Epaisseur [m]	γ [kN/m ³]	C_u [kPa]	φ_u [°]	C' [kPa]	φ' [°]
Remblais et terrains remaniés	3	18	10	18	5	20	
Limons	2	18	10	20	5	27	
Marnes et marno-calcaires compacts	10	19	25	20	10	30	
Argiles vertes	6	19	25	15	10	20	

Figure 4 : Coupe transversale de la paroi moulée et modèle géotechnique du terrain

2.1 Modélisation de la paroi par « équilibre limite »

Question 1 : Le rapport géotechnique distingue différents terrains.

- Parmi ces derniers, définir les termes de marnes et argiles du point de vue de leur origine géologique.
- Quelles caractéristiques géotechniques particulières peut-on attendre de chacun de ces deux terrains (granulométrie, perméabilité, résistance, etc.) ?

Les propriétés indiquées dans le rapport géotechnique $\{C_u, \varphi_u\}$ et $\{C', \varphi'\}$ sont des caractéristiques mécaniques du terrain déterminées à partir d'essais particuliers : essais non drainés pour $\{C_u, \varphi_u\}$ et essais drainés pour $\{C', \varphi'\}$.

Question 2 : A quelles situations de projet (court terme ou long terme) devront être appliquées ces propriétés. Justifier la réponse.

Pour le dimensionnement des ouvrages de soutènement, il est nécessaire d'estimer l'action horizontale exercée par le terrain sur l'ouvrage. On définit alors un coefficient de poussée K reliant la contrainte horizontale à la contrainte verticale. On distingue le coefficient de poussée des terres au repos K_0 , du coefficient de poussée actif K_a et du coefficient de poussée passif K_p .

Question 3 : Quelle est la différence entre ces trois coefficients ? Comment peut-on les estimer ?

Afin de dimensionner la paroi, on considère le modèle de Figure 5 décrivant l'état du terrain de chaque côté de la paroi et faisant apparaître un point O correspondant à un déplacement horizontal supposé nul de la paroi en cas d'instabilité associée à une fiche f de longueur insuffisante.

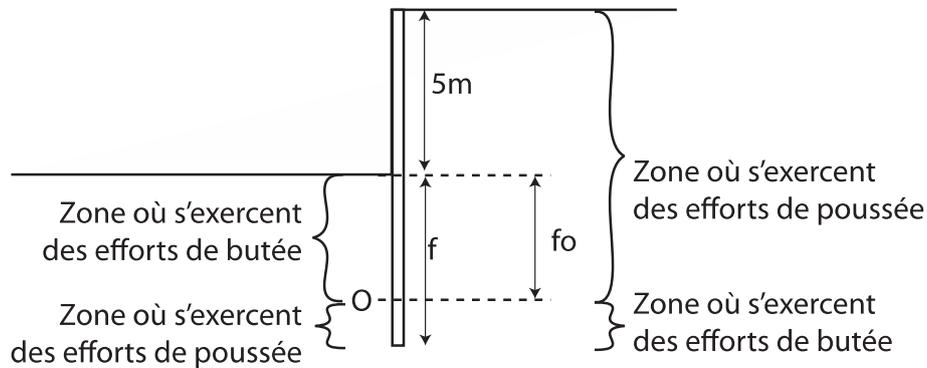


Figure 5 : Modèle de comportement des terrains (état de poussée ou de butée) pour le calcul de la stabilité de la paroi.

Question 4 :

- Tracer l'allure du déplacement attendu de la paroi en cas d'instabilité.
- A partir de ce dessin, justifier et / ou critiquer les hypothèses relatives à l'état de poussée ou de butée des terrains, explicitées sur la figure 5.

La longueur de la fiche f et la profondeur f_0 du point O sont inconnues. On suppose néanmoins que la fiche f est inférieure à 6m.

Question 5 :

- Exprimer les contraintes horizontales s'exerçant de part et d'autre de la paroi, jusqu'à l'extrémité de la fiche, en cohérence avec les hypothèses de la Figure 5 et en considérant les propriétés $\{C', \varphi'\}$ des terrains pour les calculs. Dans un souci de simplification, on pourra également considérer le limon avec les mêmes propriétés mécaniques que les remblais en justifiant que cette hypothèse est sécuritaire.
- Tracer la répartition de ces contraintes de part et d'autre de la paroi.

Le problème à résoudre pour dimensionner la paroi comporte deux inconnues : f et f_0 .

Question 6 : Quel principe mécanique peut-on appliquer pour obtenir deux équations indépendantes ?

Pour simplifier la résolution, on acceptera l'hypothèse 1 que $f = 1,2 f_0$ (ordre de grandeur classique). On suppose également (hypothèse 2) que la résultante des contraintes horizontales agissant sous le point O peut se simplifier par un effort unique appliqué au point O et dont l'intensité ne tient compte que des efforts de butée s'exerçant à droite de la paroi.

Question 7 : Justifier que la seconde hypothèse est sécuritaire.

Question 8 : Sur la base des hypothèses de la question précédente, calculer la fiche f nécessaire pour garantir la stabilité de l'ouvrage. On appliquera des coefficients de sécurité forfaitaires de 1,35 pour la majoration des efforts de poussée et 1,4 pour la minoration des efforts de butée.

2.2 Modélisation de la paroi par « modules de réactions »

2.2.1 Objectif

L'approche de type équilibre limite (partie 2-1) pour le calcul des efforts s'exerçant sur la paroi ne permet pas de calculer de manière satisfaisante les efforts réels pour une géométrie donnée dans la mesure où le terrain est uniquement considéré dans un état limite de poussée ou de butée. Une seconde approche plus précise consiste à calculer ces efforts en fonction des déplacements relatifs entre le terrain et la paroi.

2.2.2 Hypothèses et notations

- Dans cette deuxième approche, la paroi est modélisée par une poutre verticale d'Euler-Bernoulli et le terrain par des éléments de raideurs (figure 6).
- La paroi est alors soumise à $p(\delta)$ efforts horizontaux fonctions de δ déplacement relatif entre la paroi et le terrain.
- Un déplacement relatif positif δ correspond à une situation où la paroi se déplace vers le terrain (cas de la butée) alors qu'un déplacement relatif négatif correspond à un déplacement de la paroi à l'opposé du terrain (cas de la poussée).
- On note $p_g(z)$ et $p_d(z)$ la répartition finale des contraintes horizontales s'exerçant respectivement à gauche et à droite de la paroi.
- On adopte le modèle de sol représenté sur la figure 6 pour estimer les contraintes horizontales $p(\delta)$ exercées par le terrain sur la paroi. Dans ce modèle on définit un coefficient k tel que $p(\delta)=k(\delta).\sigma_v(z)$.
- Par souci de simplification, on considèrera le même modèle pour l'ensemble des terrains au contact de la paroi.

Question 9 :

- **Justifier et / ou critiquer le choix de ce diagramme pour une couche de terrain homogène.**
- **Exprimer alors les contraintes horizontales $p_g(z)$ et $p_d(z)$ en fonction de la déformée de la paroi $y(z)$, de k_{\max} , k_{\min} , δ_{\max} et δ_{\min} et de la contrainte verticale dans le terrain $\sigma_v(z)$.**

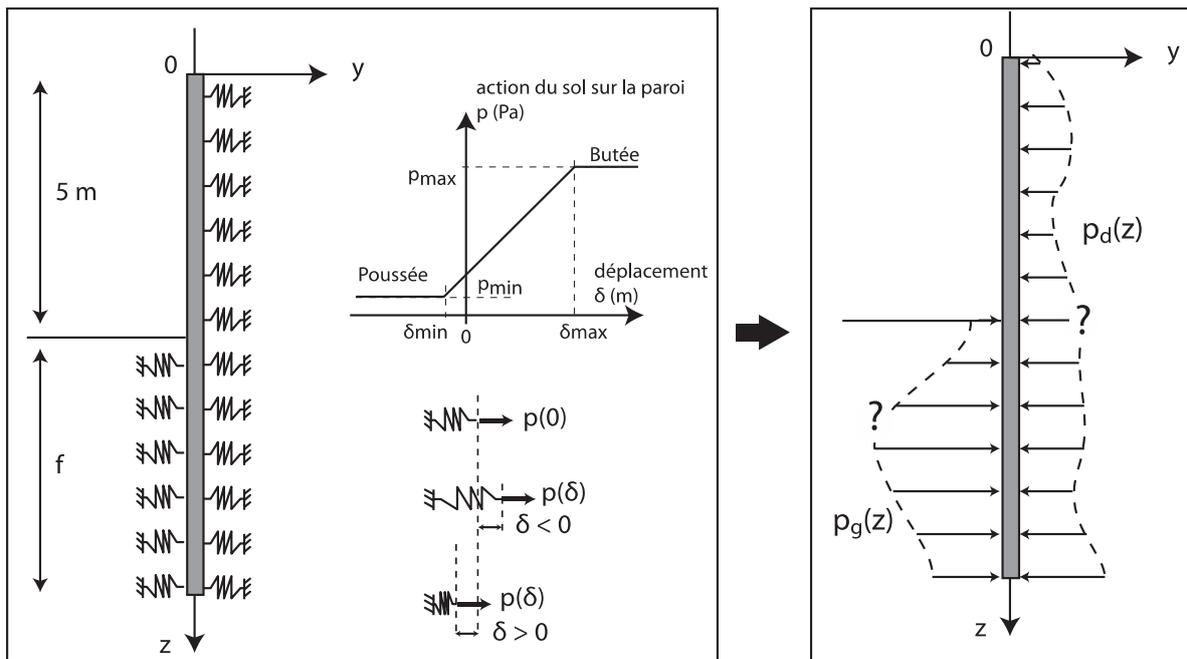


Figure 6 : Modélisation de la paroi par une poutre en interaction avec le terrain.

La paroi est modélisée par une poutre d'Euler-Bernoulli et $y(z)$ correspond à sa déformée.

Question 10 :

- Montrer que la combinaison du modèle de la paroi et du terrain conduit à une équation différentielle de la forme suivante définie par parties : $Ay^{(4)}(z) = q(y(z))$ où $y^{(4)}(z)$ représente la dérivée d'ordre 4 de $y(z)$.
- Déterminer la valeur de A et l'expression de $q(y(z))$ en fonction des propriétés de la poutre (module de Young E et inertie I) et des contraintes horizontales $p_g(z)$ et $p_d(z)$.

L'équation différentielle caractéristique du problème peut être complétée par 4 conditions limites représentant les valeurs connues de l'effort tranchant et du moment fléchissant aux deux extrémités de la paroi.

Question 11 : Justifier que ces quantités sont connues et exprimer ces conditions limites en fonction des dérivées de $y(z)$.

La résolution d'ensemble du problème est difficile en raison du modèle non-linéaire choisi pour le comportement du terrain. On choisit donc d'adopter une résolution par différences finies. Cette stratégie de résolution consiste à discrétiser la poutre en un nombre N de points équidistants (distance Δ) et à considérer que les inconnues sont les valeurs du déplacement de la paroi y_i de chaque nœud ($i = 1$ à N , Figure 7).

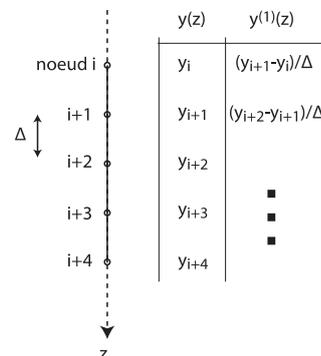


Figure 7 : Discrétisation de la poutre en nœuds – approche par différences finies

Question 12 : Tracer un schéma de la paroi étudiée pour $N = 12$ en supposant $f = 6$ m.

Question 13 :

- Justifier que la dérivée d'ordre 1 de la déformée $y^{(1)}(z)$ au nœud i peut s'approximer par $(y_{i+1} - y_i)/\Delta$.
- En déduire l'expression des dérivées d'ordre 2 à 4 : $y^{(2)}(z)$, $y^{(3)}(z)$, $y^{(4)}(z)$ pour le nœud i en fonction de $y_i, y_{i+1} \dots y_{i+4}$.

Question 14 :

- En considérant qu'il est possible d'exprimer $y^{(4)}(z)$ pour le nœud i en fonction de $y_i, y_{i+1} \dots y_{i+4}$, justifier qu'il sera possible d'obtenir un nombre maximum de $N-4$ équations à partir de l'équation différentielle $Ay^{(4)}(z) = q(y(z))$.
- En déduire que le nombre total d'équations disponibles est bien égal au nombre d'inconnues du problème et que ce dernier pourra être résolu.

2.3 Modélisation de la paroi par éléments finis

La modélisation par éléments finis est aujourd'hui utilisée par tous les ingénieurs pour dimensionner des ouvrages. Elle peut permettre de prendre en compte des phénomènes plus complexes que les deux approches précédentes (parties 2-1 et 2-2). On cherchera dans cette nouvelle étude à rappeler quelques hypothèses importantes de la méthode des éléments finis et de son application en 2D à des problèmes géotechniques.

On a réalisé un modèle aux éléments finis de la paroi moulée du bâtiment. Le modèle proposé est représenté sur la Figure 8. Il s'agit d'un modèle élastoplastique en 2D, avec une hypothèse de déformations planes. Chaque zone grisée correspond à une nature de terrain différente, en cohérence avec le modèle géotechnique de la figure 4. Les conditions limites correspondent à des déplacements horizontaux nuls sur les frontières droites et gauches du modèle et des déplacements verticaux nuls sur la frontière inférieure.

Question 15 :

- Les matériaux modélisés sont homogènes, continus et isotropes. Définir chacun de ces trois termes.
- On retient également les hypothèses de petits déplacements et petites déformations. Définir en quelques lignes ces hypothèses et ce qu'elles impliquent en terme de domaine de validité des résultats obtenus par la modélisation par éléments finis.

Les modélisations numériques sont souvent réalisées en 2D afin de simplifier le calcul, alors que les problèmes réels sont systématiquement 3D. La simplification 2D nécessite de faire des hypothèses afin de pouvoir exprimer la relation entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations. En géotechnique, on utilise le plus souvent une hypothèse de déformations planes consistant à supposer que les déformations $\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ sont nulles (avec z l'axe perpendiculaire au plan du modèle).

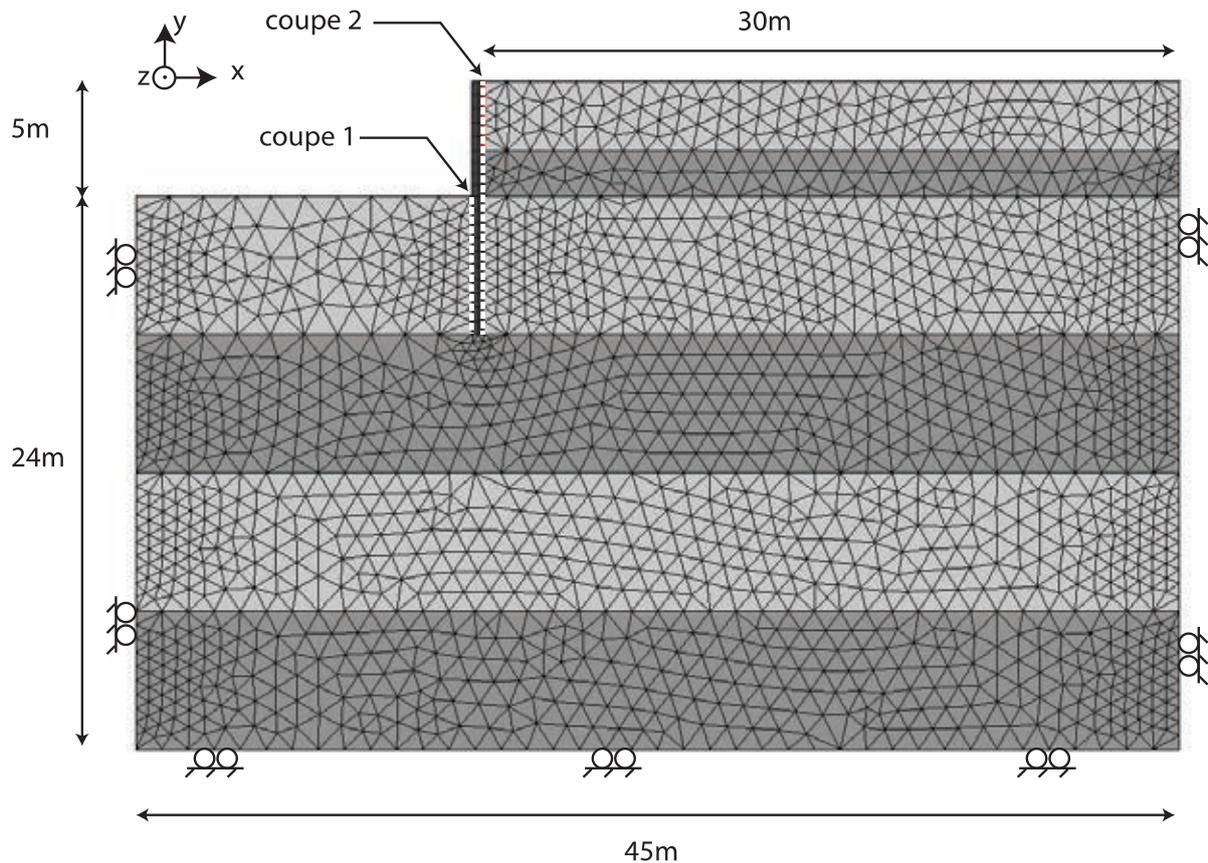


Figure 8 : Géométrie et conditions limites du modèle numérique.

Question 16 :

- Justifier le sens physique et donc la pertinence de cette hypothèse pour le problème traité.
- D'autres hypothèses peuvent être utilisées pour modéliser en 2D un problème 3D : hypothèse des contraintes planes et hypothèse d'axisymétrie de révolution. Expliquer ce que sont ces hypothèses et illustrer chacune par un exemple issu du secteur de l'ingénierie de la construction où le choix de l'hypothèse s'avèrerait pertinent.

La méthode des éléments finis permet de tenir compte des propriétés mécaniques des matériaux tels que le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la cohésion C , l'angle de frottement φ et l'angle de dilatance ψ (pour un critère de plasticité de type Mohr-Coulomb).

Question 17 : Définir chacun de ces paramètres en insistant sur leur sens physique.

Question 18 : La figure 2 présente 4 zones spécifiques de la paroi (zone A, B, C et D). Expliquer pour chacune de ces 4 zones si le modèle de la Figure 8 peut s'appliquer. Préciser en quoi les dimensions, les conditions limites et le choix d'une modélisation 2D est pertinent ou non.

Le modèle est réalisé avec un maillage relativement uniforme de mailles triangulaires à 6 nœuds d'environ 1m de côté.

Question 19 :

- Illustrer par un schéma les endroits où une densité plus élevée serait pertinente.
- Quelle serait la plus petite dimension en deçà de laquelle il ne serait pas raisonnable de descendre ? Justifier les choix.

Une sélection des résultats obtenus est présentée sur la figure 9. On peut y lire les isovalues des contraintes horizontales S_{xx} . Par ailleurs deux points sont identifiés pour lesquels les contraintes horizontales et verticales $\{S_{xx}, S_{yy}\}$ valent $\{-0,26 \text{ MPa} ; -0,44 \text{ MPa}\}$ pour le point 1 et $\{-0,24 \text{ MPa} ; -0,52 \text{ MPa}\}$ pour le point 2.

Question 20 :

- Les résultats obtenus aux points 1 et 2 sont-ils réalistes ?
- Commenter les courbes représentant les contraintes S_{xx} selon la coupe 1 et la coupe 2. En quoi ces résultats sont-ils cohérents avec les hypothèses de la Figure 5.

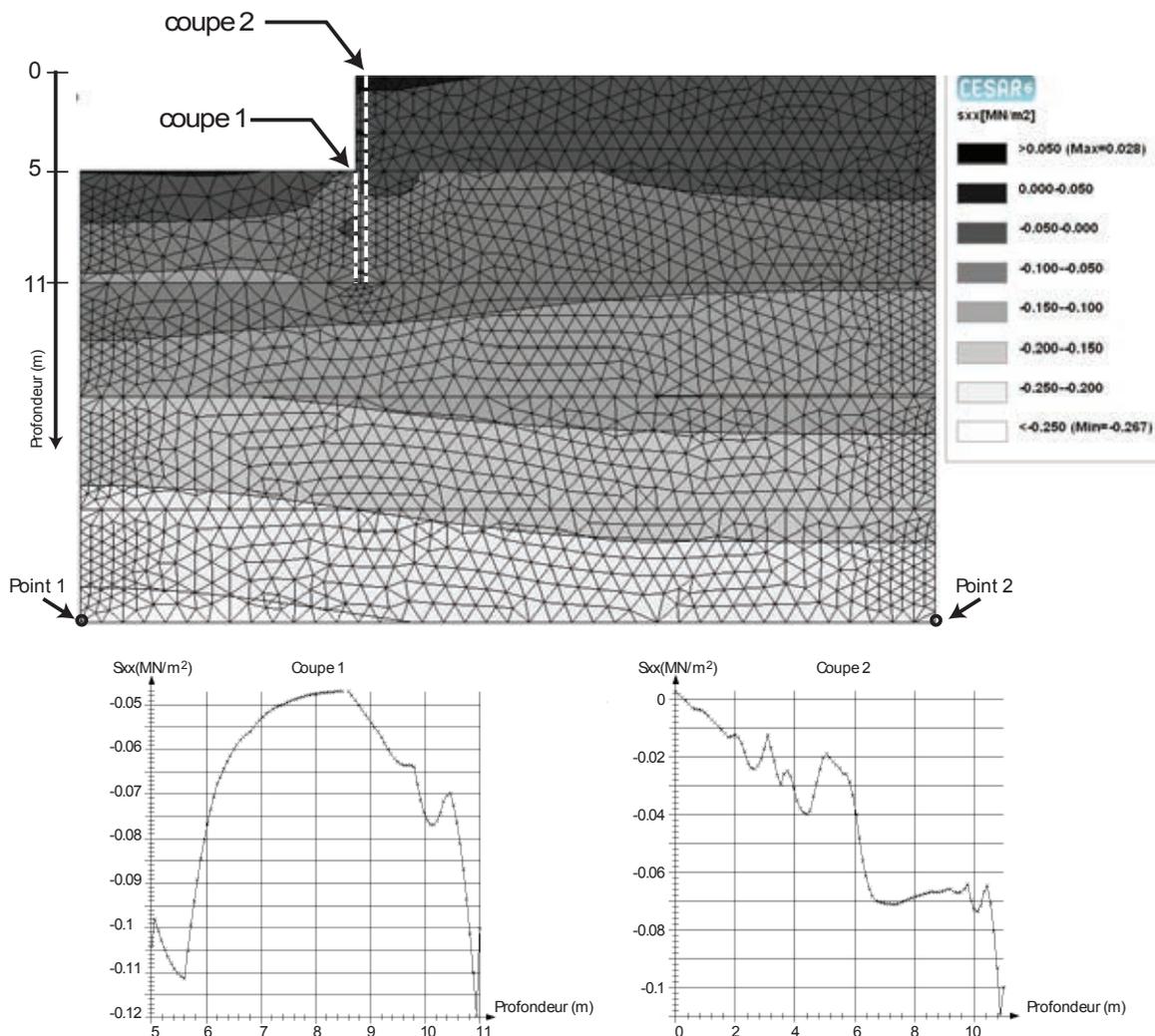


Figure 9 : Sélection de résultats correspondants aux contraintes horizontales S_{xx} dans le modèle.

3 ETUDE DE LA PASSERELLE D'ACCES AUX AVIONS

On s'intéresse dans cette partie à une passerelle d'environ 25 m de portée présentée sur les figures 10, 11 et 12.

Le principe structural est une structure haubanée dont les efforts de traction des haubans sont repris par une poutre formant buton de forte section située au niveau de la toiture des pré-passerelles.

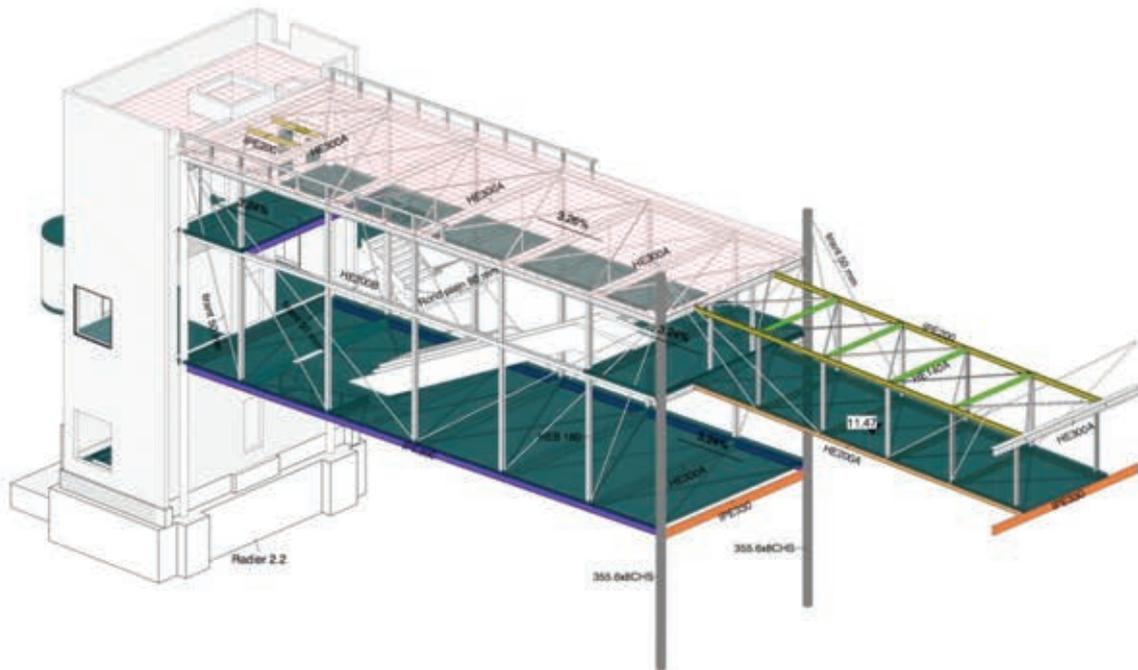


Figure 10 : Vue 3D de la passerelle. La partie étudiée est constituée de la passerelle haubanée supportant un escalator et un niveau intermédiaire. La petite passerelle de droite n'est pas étudiée (document AdP).

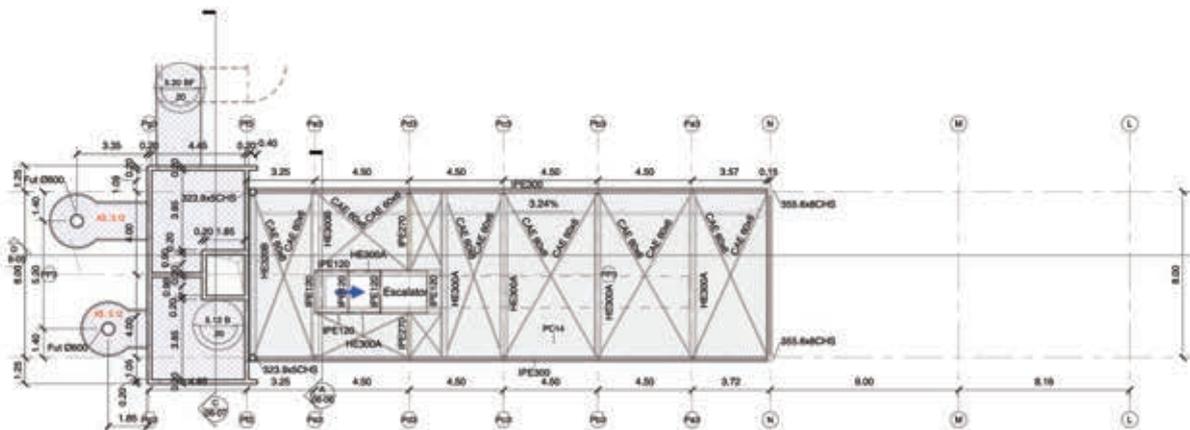


Figure 11 : Vue en plan de la passerelle (document AdP)

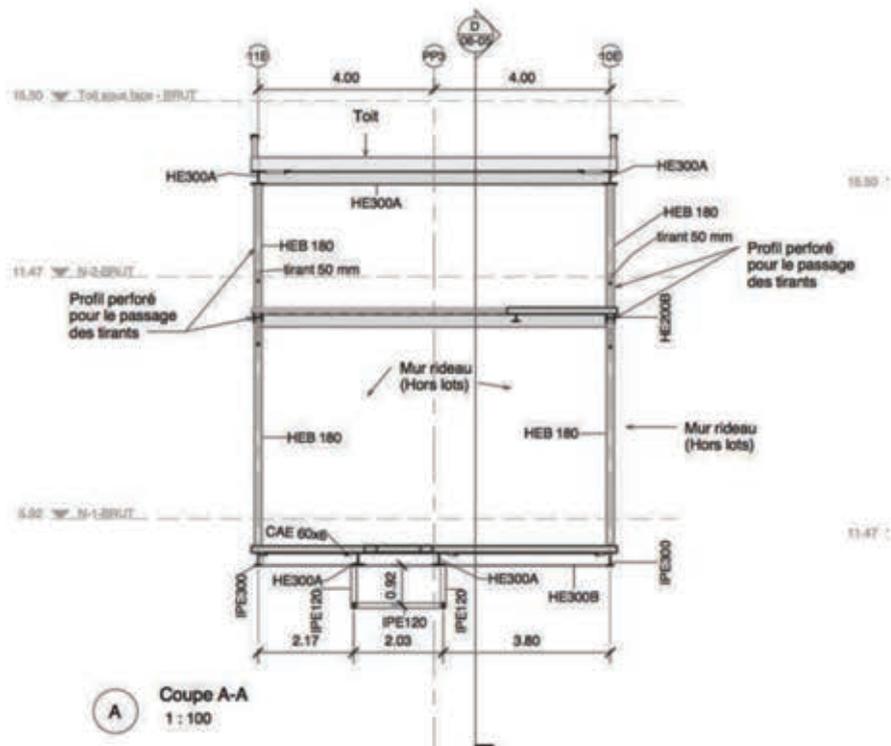


Figure 12 : Vue en coupe de la passerelle (coupe A-A, document AdP)

3.1 Modélisation de la structure de la passerelle

On s'intéresse ici au comportement vis-à-vis des charges verticales. Dans la suite, on considèrera que cette passerelle est modélisée en considérant les dimensions et le schéma structurel de la figure 13.

Question 21 : Justifier la modélisation proposée sur la figure 13 et les hypothèses simplificatrices.

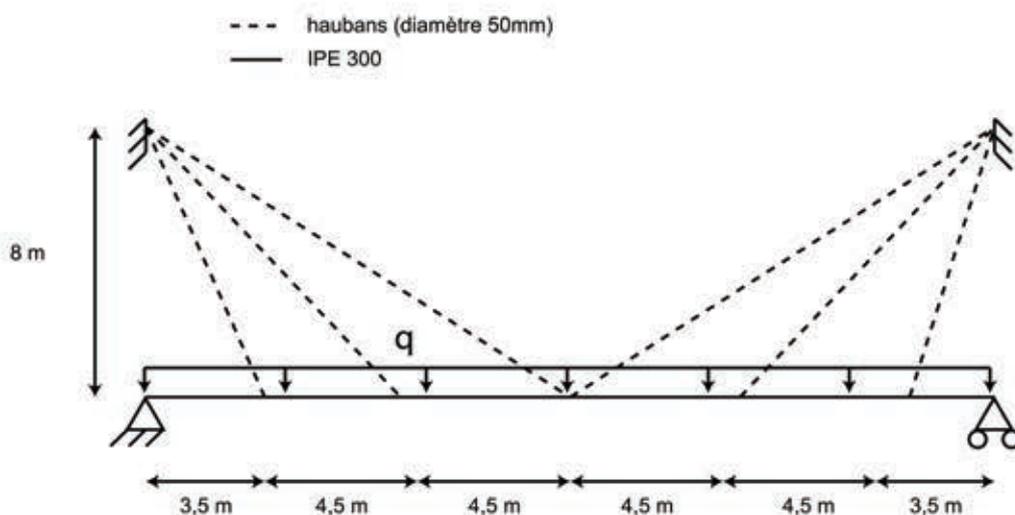


Figure 13 : Schéma structurel de la passerelle (profilé IPE300 haubané).

Question 22 : A partir des figures 10 et 11, proposer un autre schéma structurel qui permettrait de dimensionner les éléments de la passerelle contribuant à sa résistance vis-à-vis de charges horizontales telles que le vent.

On suppose dans un premier temps que la passerelle de longueur « L » n'est composée que de deux IPE300 parallèles (aucun hauban). Les charges verticales sont modélisées par une action uniformément répartie « q » en [N/m] dans un souci de simplification des calculs.

Question 23 :

- Dessiner le schéma structurel.
- Calculer et tracer les diagrammes des efforts intérieurs dans une poutre IPE300 en fonction de q et L. Quelle serait l'expression analytique de la contrainte normale maximale dans la poutre si la section restait dans le domaine élastique (on note E le module de Young de l'acier et I_{300} l'inertie d'une section IPE300) ?

Question 24 : Calculer le déplacement théorique maximal en fonction de q, L, E et I_{300} .

On suppose une solution à deux haubans de diamètre D et module de Young E tels que présentés sur la figure 14-a.

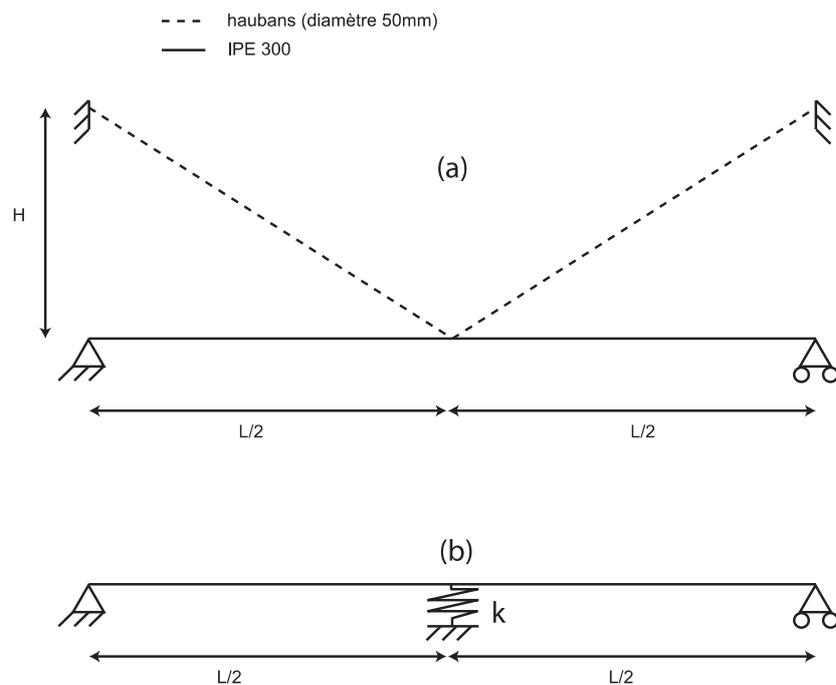


Figure 14 : Schéma structurel de la passerelle
(a) cas de deux haubans, (b) modèle équivalent

Question 25 : Justifier que ce système est équivalent à celui de la figure 14-b vis-à-vis du calcul de la déformée de la passerelle et des efforts intérieurs subis.

Question 26 : Calculer la raideur k du ressort en fonction des paramètres géométriques du problème : L, H et D (diamètre d'un hauban) et du module de Young E des haubans.

Question 27 :

- Calculer la flèche à mi-travée en fonction de la rigidité k , en supposant une charge verticale uniformément répartie « q » agissant sur un ensemble composé de 2 poutres IPE300 et 4 haubans (2 pour chaque poutre).
- Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.

Question 28 :

- Quelle serait la démarche à suivre pour traiter le cas de la passerelle réelle du projet (6 haubans pour chaque poutre IPE300) ?
- Identifier de manière claire et précise les inconnues du problème et décrire la procédure permettant d'obtenir les équations nécessaires à la résolution sans effectuer cette dernière.

La passerelle doit être étudiée d'un point de vue dynamique. On modélise alors la passerelle par un oscillateur à un degré de liberté où M représente la masse de la passerelle (figure 15).

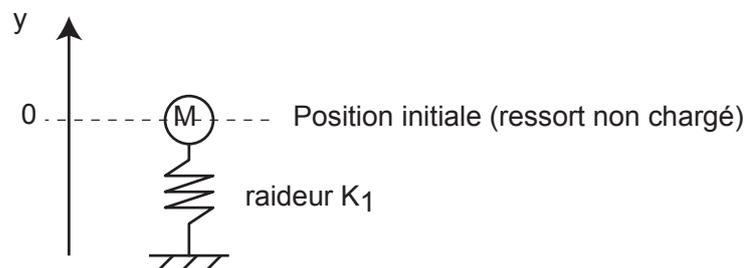


Figure 15 : Modèle d'un oscillateur à un degré de liberté

Question 29 :

- Justifier / critiquer cette modélisation. A quoi correspond la raideur K_1 ?
- Calculer la fréquence propre de ce système en fonction de K_1 [N/m] et M [kg].

Question 30 :

- A partir des résultats de la Figure 16, estimer la raideur K_1 à considérer pour calculer la fréquence propre de l'ouvrage.
- En supposant que la masse de la passerelle est d'environ 20 T, soit 10T supportée par chaque poutre haubanée, calculer la première fréquence propre de l'ouvrage.

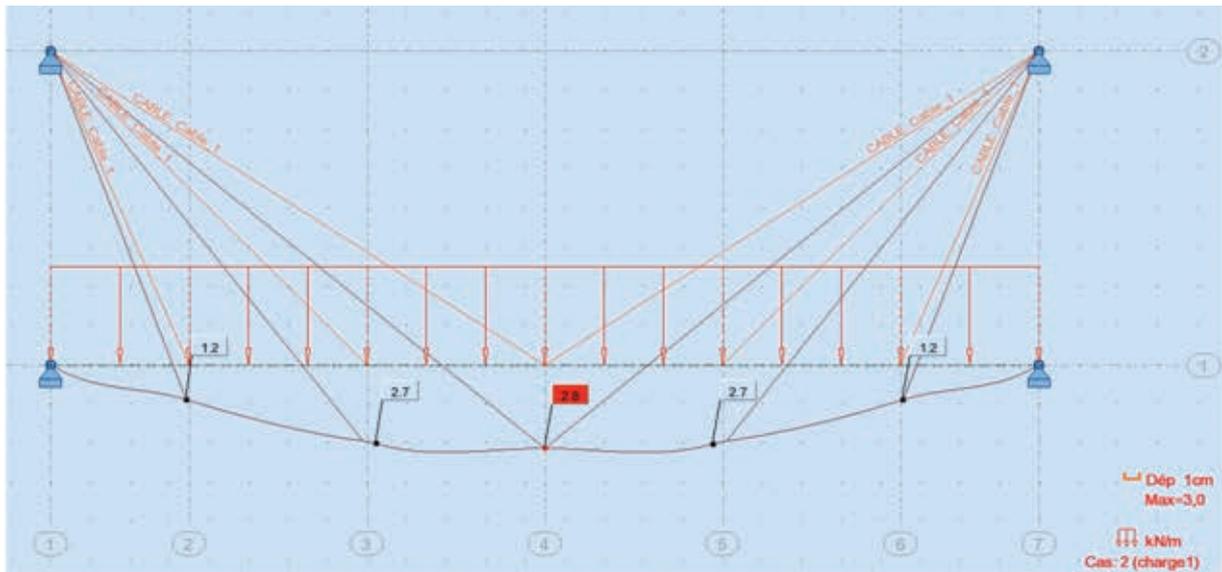


Figure 16 : Comportement d'une poutre haubanée sous une charge statique de 100 kN/m – déplacement verticaux en [cm].

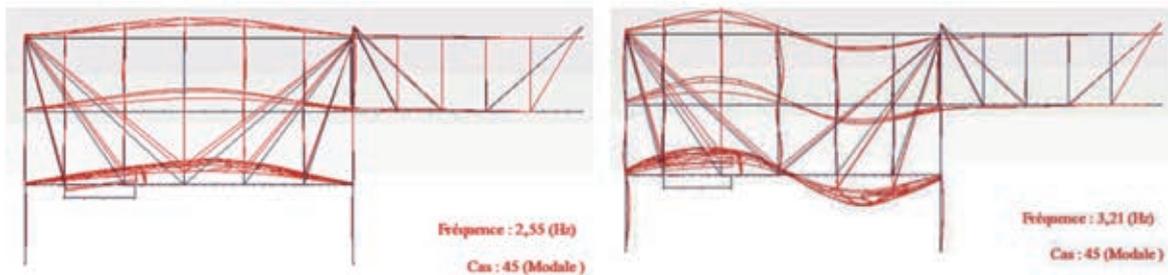


Figure 17 : Calcul modal de la passerelle

Une analyse modale par modélisation numérique a conduit aux résultats de la figure 17.

Question 31 :

- Comment justifier que la fréquence du 1^{er} mode propre soit un peu supérieure à la valeur trouvée au moyen du modèle de la figure 15 et des résultats de la figure 16 ?
- Quel modèle permettrait d'estimer analytiquement la fréquence du second mode propre ?

3.2. Comportement thermique de la passerelle

3.2.1. Objectifs

On s'intéresse à l'évolution de T_{int} température de l'air intérieur de la passerelle soumise au flux solaire et donc au confort des passagers lors de leur transfert vers les avions. Le cahier des charges impose les conditions de températures suivantes :

Saison	valeur
Hiver	$T_{int} = 19^{\circ}\text{C}$
Été	$T_{int} < 24^{\circ}\text{C}$

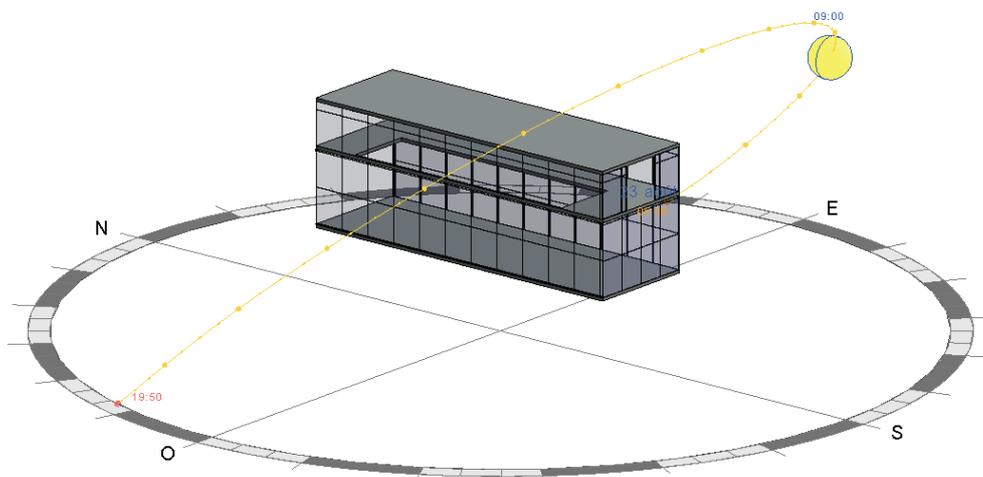
L'étude proposée doit permettre au candidat de :

- valider les choix effectués par le constructeur concernant la nature et le type des parois vitrées et de prévoir la puissance de climatisation nécessaire au travers d'un bilan thermique de la passerelle en régime permanent ;
- déterminer l'inertie thermique de la passerelle due à ses composants (parois vitrées, plafond, plancher, escalier mécanique et structure acier de la structure "passerelle").

3.2.2. Etude en régime permanent

3.2.2.1. Hypothèses et notations

A partir des figures 10, 11 et 12, on retient le modèle simplifié de la passerelle donné figure 18.



Paroi	Nature	Coefficient d'albédo a	Facteur solaire F_s	Coefficient de transmission thermique U ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$)	Surface (m^2)
Toiture	Opaque	0,4	/	$U_T = 0,15$	$S_T = 200$
Plancher	Opaque	/	/	$U_P = 0,17$	$S_P = 200$
Sud	vitrage	/	0,25	$U_W = 1,4$	$S_S = 63$
Est	vitrage	/	0,25	$U_W = 1,4$	$S_E = 215$
Ouest	vitrage	/	0,25	$U_W = 1,4$	$S_O = 215$

Figure 18 : Modèle simplifié de la passerelle avec son orientation et la nature des parois

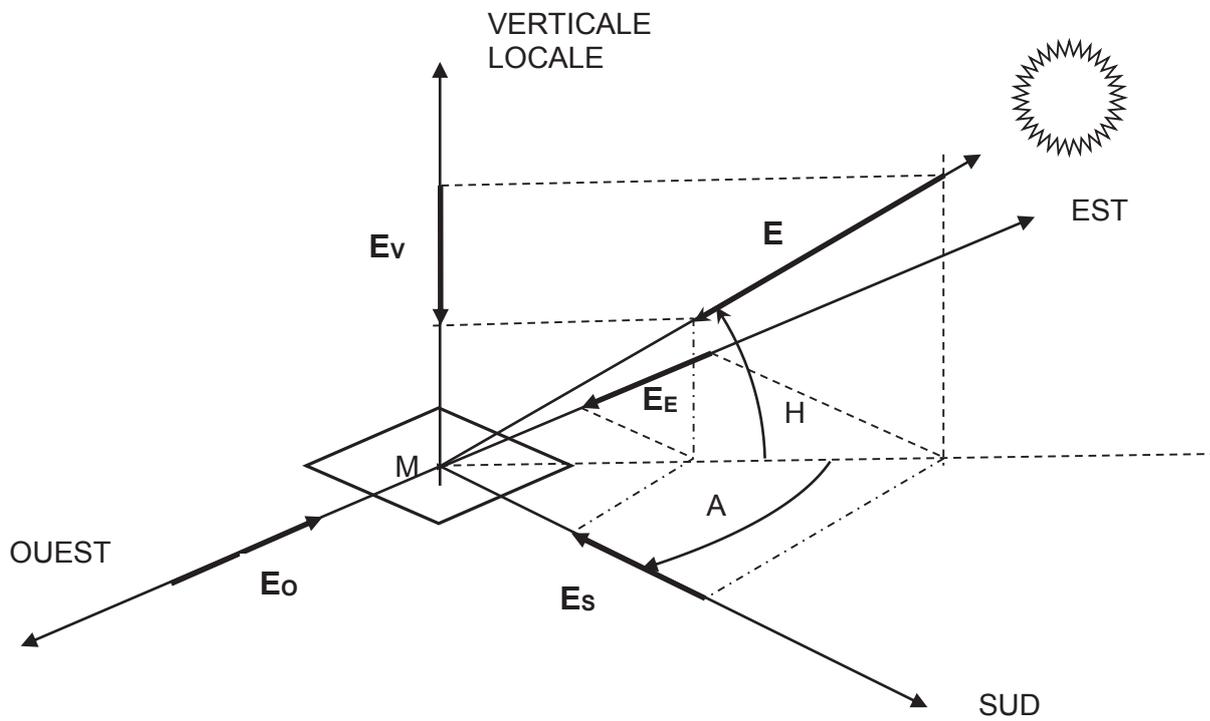
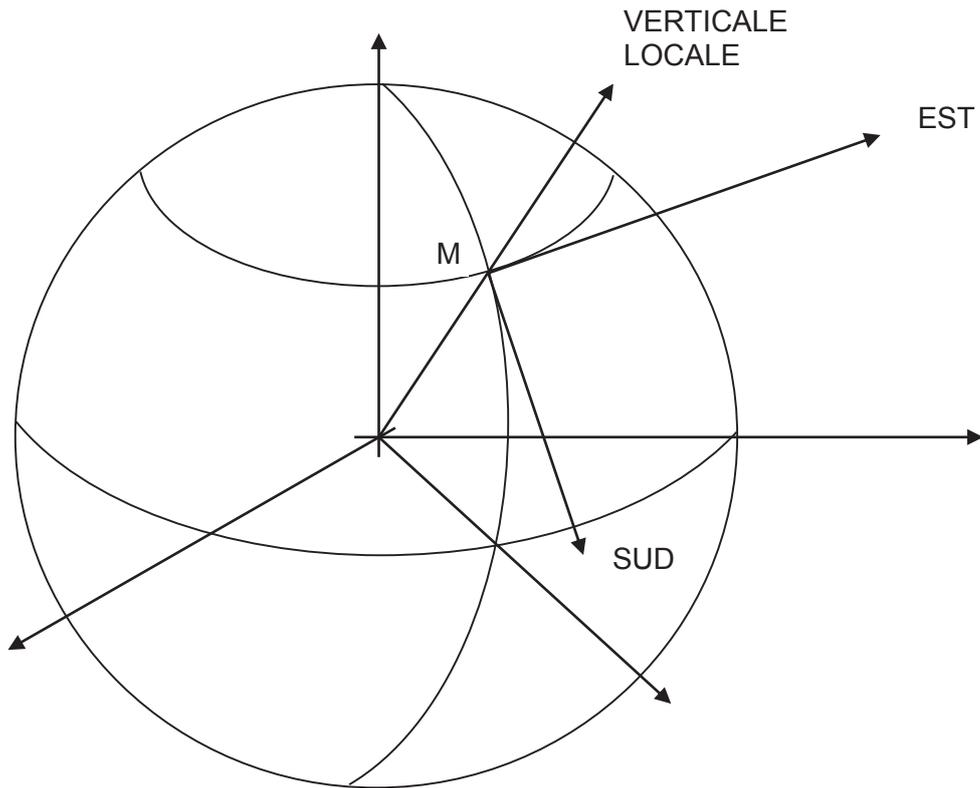


Figure 19 : Paramétrage de l'éclairement E et position du soleil
 Par convention, si $A > 0$ l'éclairement est OUEST
 Par convention, si $A < 0$ l'éclairement est EST

Les conditions météorologiques moyennes décennales au-dessus de la ville d'Orly sont fournies dans le tableau ci-dessous :

paramètre	notation	Unité
azimut du soleil	$-127^\circ < A < +127^\circ$	degré
hauteur du soleil	$0 < H < 64^\circ$	degré
densité verticale de flux solaire direct	E_{VL}	$W.m^{-2}$
densité verticale de flux solaire diffus	E_{DV}	$W.m^{-2}$
densité verticale de flux solaire global	$E_{GV}=E_{VL}+E_{DV}$	$W.m^{-2}$
température de l'air extérieur	T_{ext}	$^\circ C$
<i>Par convention, si $A > 0$ l'éclairement est OUEST</i>		
<i>Par convention, si $A < 0$ l'éclairement est EST</i>		

3.2.2.2. Flux solaires transmis au travers des parois vitrées EST, SUD et OUEST

On considère la base orthonormée directe $(\vec{u}_S, \vec{u}_E, \vec{u}_V)$ formée à partir des trois vecteurs unitaires respectivement portés par les directions sud, est et verticale locale.

On note \vec{E} le vecteur éclairement sous la forme suivante $\vec{E} = E_S \vec{u}_S + (E_E + E_O) \vec{u}_E + E_{VL} \vec{u}_V$ où E_S, E_E, E_O, E_{VL} désignent les densités de flux direct (en $W.m^{-2}$).

Question 32 : A l'aide la figure 19, exprimer les valeurs de E_S et E_O en fonction de E_{VL}, H et A pour $0 < A < +90^\circ$. En déduire la valeur de E_E .

On s'intéresse à la « situation critique » où la densité de flux global est maximale.

densité de flux solaire	notation	valeurs
date / heure solaire		14 août / 17 h
température de l'air extérieur	T_{ext}	$33^\circ C$
densité verticale de flux solaire direct	E_{VL}	$378 W.m^{-2}$
densité verticale de flux solaire diffus	E_{DV}	$114 W.m^{-2}$
densité verticale de flux solaire global	$E_{GV}=E_{VL}+E_{DV}$	$492 W.m^{-2}$
azimut du soleil	A	31°
hauteur du soleil	H	76°

Question 33 : Calculer les valeurs numériques de E_S et E_O à la date du 14 Août.

Les valeurs numériques des densités de flux globaux (flux direct et flux diffus) sur les différentes façades vitrées à prendre en compte pour la suite sont les suivantes :

densité de flux solaire	Notation	Valeurs
date / heure solaire		14 août / 17 h
densité de flux solaire sud	E_{VLS}	$157 W.m^{-2}$
densité de flux solaire est	E_{VLE}	$0 W.m^{-2}$
densité de flux solaire ouest	E_{VLO}	$634 W.m^{-2}$
densité de flux solaire diffus horizontal	E_{DH}	$68 W.m^{-2}$
densité de flux solaire global sud	$E_{GS}=E_{VLS}+E_{DH}$	$225 W.m^{-2}$
densité de flux solaire global est	$E_{GE}=E_{VLE}+E_{DH}$	$68 W.m^{-2}$
densité de flux solaire global ouest	$E_{GO}=E_{VLO}+E_{DV}$	$702 W.m^{-2}$

Question 34 : Compléter le tableau suivant pour la situation critique étudiée :

flux solaire	notation	valeur
flux solaire transmis au travers de la paroi vitrée SUD	$\Phi_{STS} = F_S E_{GS} S_S$??
flux solaire transmis au travers de la paroi vitrée EST	$\Phi_{STE} = F_S E_{GE} S_E$??
flux solaire transmis au travers de la paroi vitrée OUEST	$\Phi_{STO} = F_S E_{GO} S_O$??

3.2.2.2. Flux thermique transmis à travers la paroi opaque TOITURE

Composition de la toiture (de l'extérieur vers l'intérieur)		
Matériaux	épaisseur e (m)	coefficient d'isolation thermique λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)
tôle acier	0,004	50
isolant mousse	0,09	0,04
tôle acier	0,004	50
laine minérale	0,15	0,037
faux plafond dalle d'acier perforée	non pris en compte dans cette étude	

Les résistances superficielles conventionnelles à prendre en compte sont les suivantes :

$$R_{se} = 0,06 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1} \text{ et } R_{si} = 0,09 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Le coefficient d'albédo « a » de la surface extérieure de la toiture est de 0,4.

Question 35 : Proposer sous forme d'un schéma un modèle analogique de la paroi toiture prenant en compte le rayonnement solaire et les échanges superficiels.

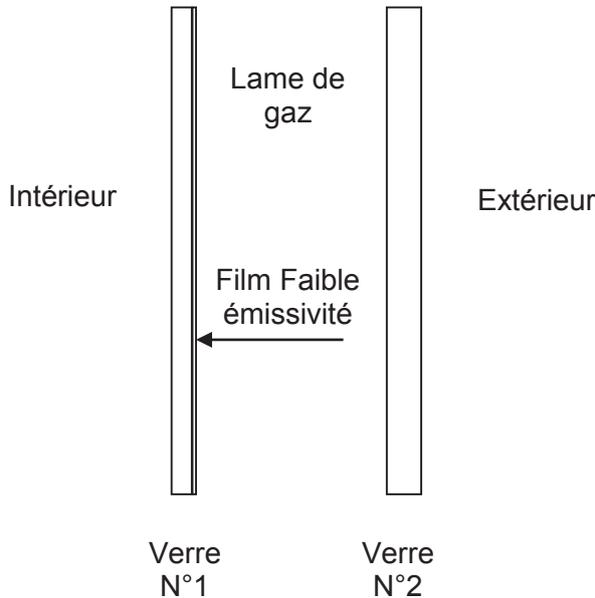
Question 36 : Déterminer la valeur de la résistance thermique de la paroi, notée « R_T », sans prendre en compte les échanges superficiels.

Question 37 : A partir du modèle précédent, exprimer T_{sext} température de la surface extérieure en fonction de E_{GV} , a , R_T , R_{se} , R_{si} , T_{int} et T_{ext} en régime permanent établi pour une situation critique correspondant au 14 août à 17 heures : $T_{ext} = 33 \text{ }^\circ\text{C}$, $E_{GV} = 492 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Effectuer l'application numérique.

Question 38 : En déduire le flux de chaleur transmis en régime permanent établi pour une situation critique correspondant au 14 août à 17 heures.

3.2.2.3. Flux thermiques transmis au travers des parois vitrées EST, SUD et OUEST

On s'intéresse maintenant aux flux thermiques traversant les parois vitrées EST, SUD et OUEST. Chaque paroi vitrée est constituée d'une vitre intérieure de 8 mm, d'une vitre extérieure de 12 mm et d'une lame de gaz (85% d'argon, 25% d'air) intermédiaire de 12 mm. La vitre intérieure est recouverte d'un film à faible émissivité.



Composition du vitrage

matériaux	épaisseur e (m)	coefficient d'isolation thermique λ ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
verre N°1	0,008	1,4
lame de gaz	0,012	/
verre N°2	0,012	1,4

Les résistances superficielles conventionnelles à retenir sont les suivantes :

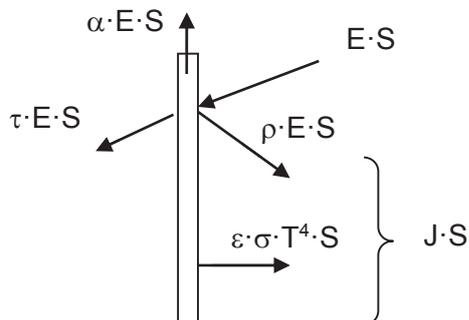
$$R_{se} = 0,04 \text{ m}^2.K.W^{-1} \text{ et } R_{si} = 0,13 \text{ m}^2.K.W^{-1}$$

Le coefficient d'échange convectif h_{conv} de la lame de gaz est $h_{conv} = 1,21 \text{ W.m}^{-2}.K^{-1}$

Question 39 : Proposer une modélisation analogique de la paroi vitrée (échange superficiel / verre / lame d'air / verre / échange superficiel), faisant apparaître la nature des transferts de chaleur mis en jeu.

On se propose d'étudier l'impact de la couche faible émissivité dans le transfert de chaleur au sein de la lame de gaz et de justifier le choix retenu par le constructeur. Les surfaces en regard sont des corps gris modèle de Lambert.

Rappels et définitions : « Echanges radiatifs d'une surface grise »



- E : éclairement $W.m^{-2}$
- S : surface solide m^2
- ρ : coefficient de réflexion
- α : coefficient d'absorption
- τ : coefficient de transmission
- σ : constante de Stefan Boltzmann $5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$
- ε : émissivité
- J : radiosité de la surface grise $W.m^{-2}$

Matériaux	émissivité ε
Verre poli	0,84
Film faible émissivité	0,06

Φ_{net_i} Flux net émis par une surface grise	la surface est transparente au rayonnement	$\Phi_{net_i} = (\varepsilon_i \sigma T^4 - \alpha E) S$
	la surface est opaque au rayonnement	$\Phi_{net_i} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i) S$
$\Phi_{net_{ij}}$ Flux net échangé entre deux surfaces S_i et S_j	F_{ij} facteur de forme de la surface S_j vue par S_i	$\Phi_{net_{ij}} = S_i F_{ij} (J_i - J_j) = S_i F_{ji} (J_i - J_j)$

Question 40 : Montrer, en justifiant vos démarches, que l'expression de $\Phi_{net_{12}}$ flux net échangé entre les deux plaques de verre indicées 1 et 2 s'exprime en régime permanent sous la forme $\Phi_{net_{12}} = \frac{\sigma S_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$.

Question 41 : Déterminer la valeur de h_{ray} coefficient d'échange radiatif au sein de la lame de gaz. En déduire la valeur de la résistance thermique de la lame d'air dans les 3 situations suivantes :

- pas de film faible émissivité ;
- film faible émissivité sur la face 1 uniquement ;
- film faible émissivité sur les faces 1 et 2.

Question 42 : Justifier le choix du constructeur quant à la solution retenue.

3.2.2.4. Bilan des charges thermiques appliquées à la passerelle

Question 43 : Ecrire le bilan thermique, en régime permanent, de la passerelle modélisée figure 18 en fonction des différents flux transmis par les parois (vitrées et opaques) et de P_{CLIM} puissance de climatisation nécessaire. Préciser les signes des différentes grandeurs mises en jeu dans le cas où la température intérieure est supérieure à la température de l'air extérieur. En déduire la valeur de P_{CLIM} .

3.2.3. Etude en régime transitoire

3.2.3.1. Objectif

L'étude proposée doit permettre au candidat de déterminer l'inertie thermique de la passerelle résultant de ses composants (parois vitrées, plafond, plancher, escalier mécanique et structure acier de la passerelle).

Question 44 : Exprimer, en régime transitoire, $\frac{dU}{dt}$ variation d'énergie interne de l'ensemble des masses thermiques intérieures à la passerelle modélisée figure 18, en

fonction de $\Phi = \sum \Phi_i$ somme algébrique des différents flux transmis par les parois (vitrées et opaques) et de P_{CLIM} puissance de climatisation nécessaire.

Nature de l'élément	$m_i C_{Pi}$ (kJ·K ⁻¹)
Toiture	69 724
Vitrages	17 943
Plancher	96 752
Composants intérieurs (air, plancher intermédiaire, escalier mécanique, ...)	60 408

Question 45 : À quelles conditions peut-on écrire $\frac{dU}{dt} = \sum m_i C_{Pi} \frac{dT_{int}}{dt}$? Que représentent les paramètres m_i et C_{Pi} ?

Question 46 : À quelles conditions peut-on écrire $\sum \Phi_i = H_{eq}(T_{int} - T_{ext})$? Que représente le paramètre H_{eq} ?

Question 47 : En déduire l'équation différentielle donnant l'évolution de $T_{int} - T_{ext}$ en fonction de H_{eq} , P_{CLIM} et $\sum m_i C_{Pi}$. Mettre cette équation sous la forme

$$\tau \frac{d(T_{int} - T_{ext})}{dt} + (T_{int} - T_{ext}) = K. \text{ Exprimer } \tau \text{ et } K \text{ en fonction de } \sum m_i C_{Pi}, H_{eq}, T_{ext} \text{ et } P_{CLIM}.$$

On se propose de comparer la modélisation précédente et la modélisation numérique de la passerelle réalisée avec un logiciel de simulation thermique dynamique dont les résultats sont fournis figure 20.

3.2.3.2. Validation du modèle

Question 48 : Le comportement simulé vous paraît-il cohérent avec le modèle établi précédemment ? Justifier votre réponse.

Question 49 : Identifier les valeurs de τ et K et conclure sur la pertinence du modèle étudié et des résultats obtenus.

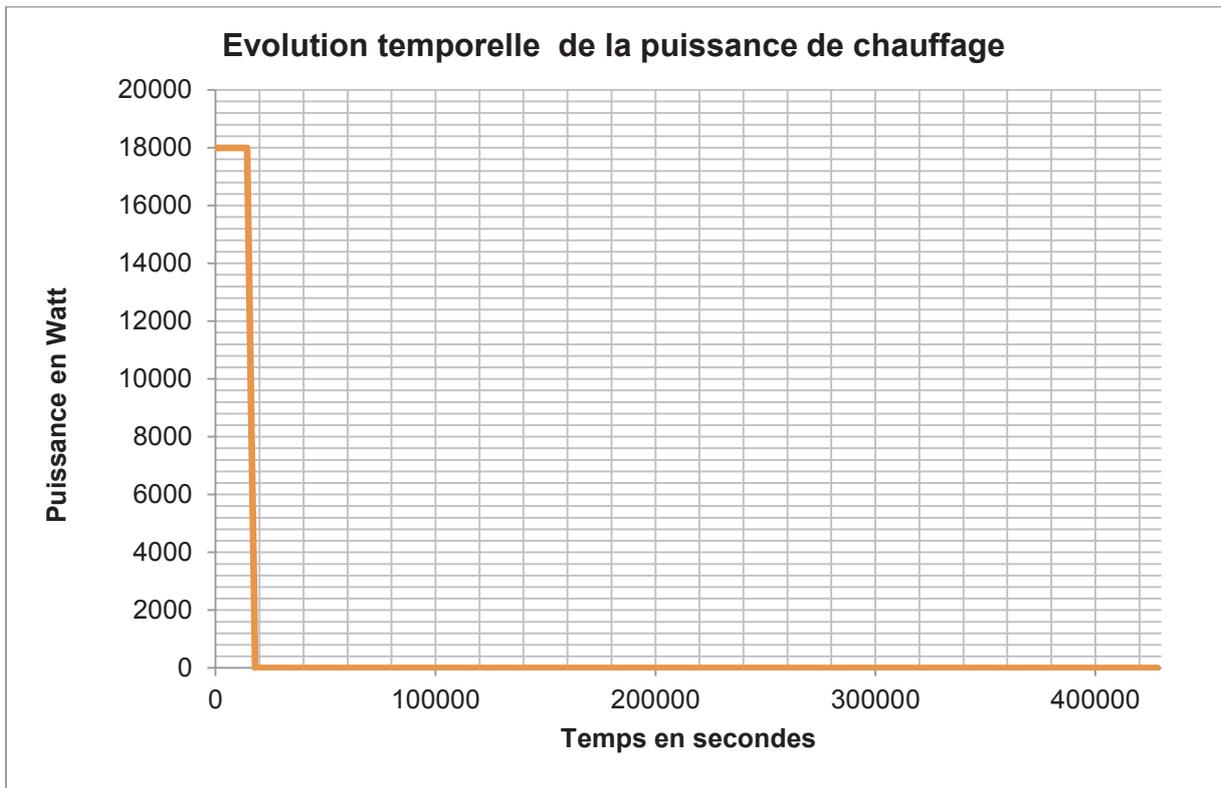
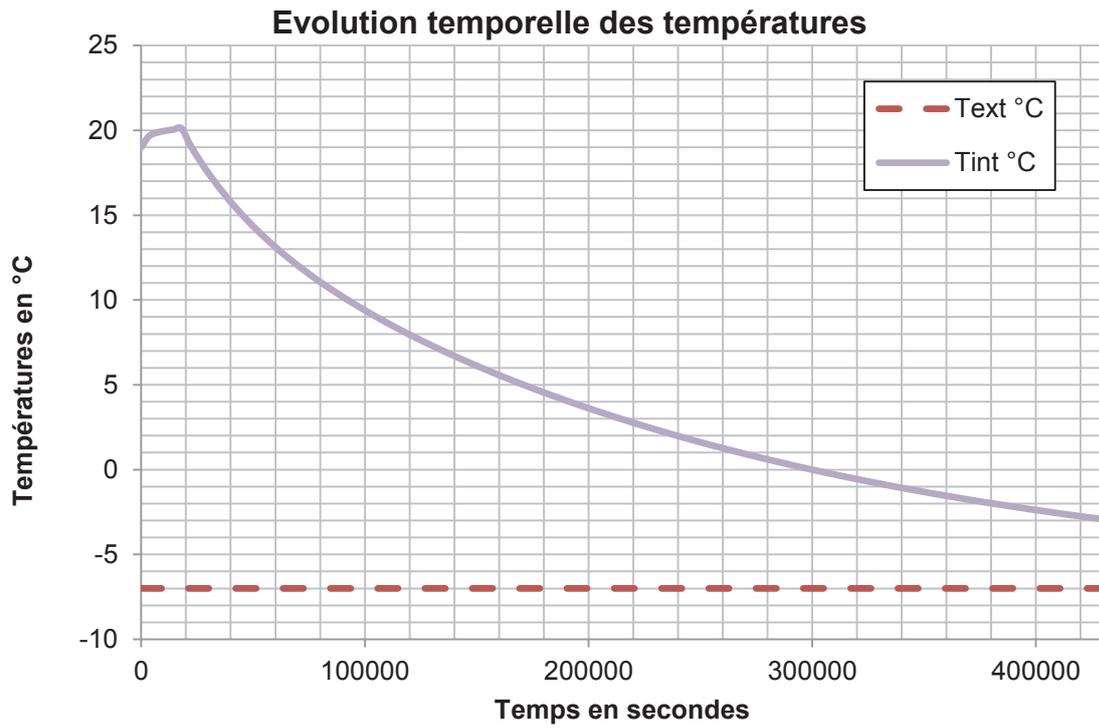


Figure 20 : Essai d'identification