

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

CONSTRUCTIONS METALLIQUES

SESSION 2019

E4 : ANALYSE ET CALCULS DE STRUCTURES

U 41 Mécanique

Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 et E5.

AUCUN DOCUMENT AUTORISE

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Contenu du dossier

Travail demandé	Pages 2 à 4
Document réponse DR1	Page 5
Document réponse DR2	Page 6

Les documents réponses DR1 et DR2 sont àagrafer dans les copies de composition

Les 4 parties peuvent être traitées indépendamment

Une attention particulière sera portée :

- au repérage des questions ;
- aux soins apportés à la rédaction et aux schémas.

Barème indicatif

Question 1 :	5 points	Question 2 :	5 points
Question 3 :	4 points	Question 4 :	6 points

CODE ÉPREUVE : CMMECA	EXAMEN : BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR		SPÉCIALITÉ : Constructions Métalliques
SESSION 2019	ELEMENTS DE CORRECTION	ÉPREUVE : U41 Mécanique	Calculatrice autorisée
Durée : 4h	Coefficient : 3		Page : 1/8

Pour tout l'étude la qualité d'acier retenu sera S275 (sauf indications contraires)

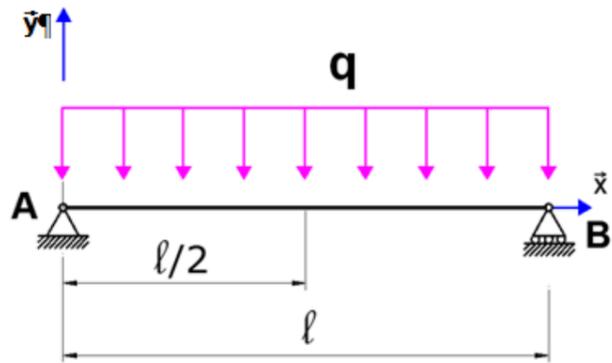
QUESTION 1 : Etude d'une solive

Les réponses à la question 1 pourront être rédigées numériquement ou littéralement.

Etude de prédimensionnement des solives de la partie bureau :

On cherche à déterminer la valeur du moment quadratique nécessaire à l'ELU et ELS.

Pour le modèle mécanique de chargement à l'ELU, représenté ci-dessous, la charge **q** est égale à 1371 daN/m.



$q = 1371 \text{ daN/m}$

$l = 5 \text{ m}$

$E = 210\,000 \text{ MPa}$

Q 1.1 : Déterminer les actions aux liaisons en A et B.

$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

$X_A = 0$

$Y_A + Y_B - ql = 0$

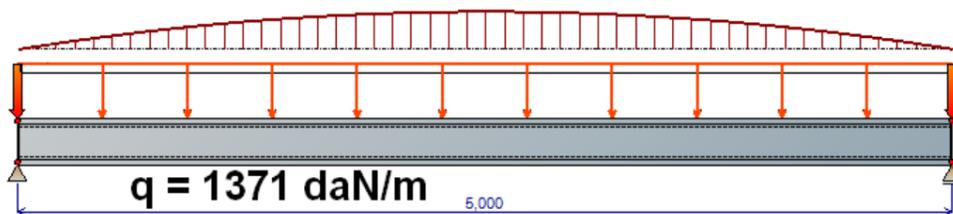
avec $q = 1,35 \times 460 + 1,5 \times 500 \text{ q} = 1371 \text{ daN/m}$

$\Sigma \vec{M}_A = \vec{0}$

$Y_B \times l - \frac{ql^2}{2} = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{ql}{2} = 3427,5 \text{ daN}$

Q 1.2 : Représenter le diagramme de moment fléchissant.

Mfmax = 4284,4 daN.m



Q 1.3 : Déterminer, en fonction du module élastique W_{ely} , l'expression de la contrainte maximale de flexion.

En déduire, par application du critère de résistance élastique, la valeur minimale, en cm^3 , du module élastique W_{ely} .

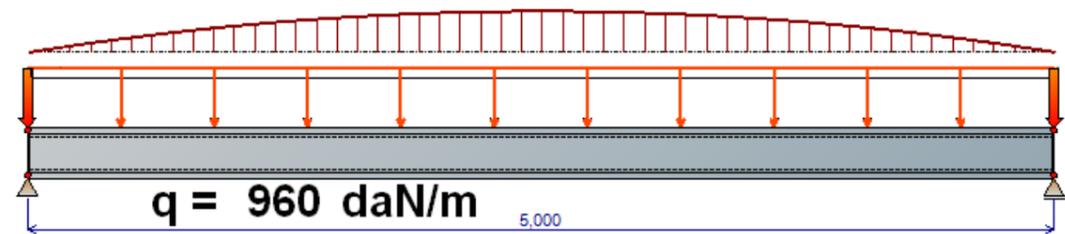
$\sigma_{\text{max}} = \frac{Mfy}{W_{ely}} = \frac{ql^2}{8 W_{ely}} \Rightarrow \sigma_{\text{max}} = 275 \text{ Mpa}$

$W_{ely_{\text{min}}} = \frac{ql^2}{8 \sigma_{\text{max}}} = \frac{4284,4 \cdot 10^4}{275 \cdot 10^2} = 155,8 \text{ cm}^3$

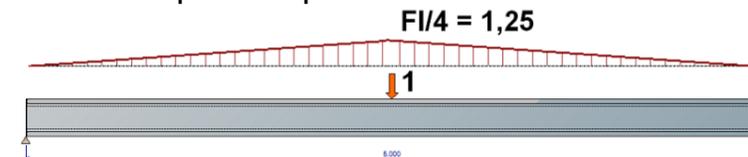
Pour le modèle mécanique de chargement à l'ELS représenté ci-contre, la charge **q** est égale à 960 daN/m.

Q 1.4 : Représenter, en vous basant sur les résultats précédents, le diagramme du moment fléchissant.

Mfmax = 3000 daN.m



Q 1.5 : Par application du théorème de la charge unité, déterminer l'expression en fonction du moment quadratique Iz de la flèche en milieu de poutre.



$f_{(l/2)} = \frac{5}{12} \frac{ql^2}{8} \frac{1}{4} = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5 \cdot 960 \cdot 5^4}{384 \cdot 21 \cdot 10^9 \cdot I}$

Q 1.6 : En déduire, pour une condition de flèche maximale ne pouvant excéder $\frac{L}{250}$, la valeur minimale, en cm^4 , du moment quadratique **Iy**.

$f_{(l/2)} = 20 \text{ mm}$

$I_{\text{min}} = \frac{5ql^4}{384E f_{(l/2)}} = \frac{5 \cdot 9600 \cdot 5^4}{384 \cdot 21 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 1860 \text{ cm}^4$

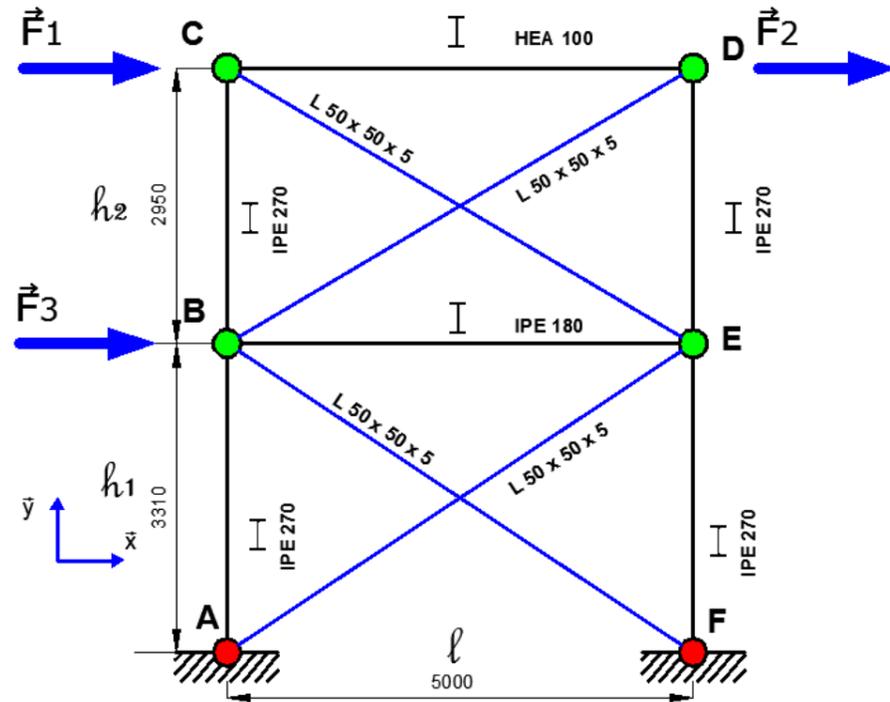
Q 1.7 : Un profil IPE repéré dans l'annexe 2 pourrait-il convenir ?

Désignation	Masse M kg/m	Dimensions					Aire A cm ²	Dimensions de construction a)					Surface à peindre		I _y cm ⁴	W _{el,y} cm ³
		h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm		h _i mm	d mm	Ø mm	P _{min} mm	P _{max} mm	A _L m ² /m	A _M m ² /t		
IPE A 200	18,4	197	100	4,5	7,0	12	23,47	183,0	159,0	M10	54	58	0,764	41,49	1 591	161,6
IPE 200	22,4	200	100	5,6	8,5	12	28,48	183,0	159,0	M10	54	58	0,768	34,36	1 943	194,3
IPE O 200	25,1	202	102	6,2	9,5	12	31,96	183,0	159,0	M10	56	60	0,779	31,05	2 211	218,9

ELEMENTS DE CORRECTION

QUESTION 2 : Etude d'une stabilité

La stabilité de la file C est modélisée par des croix de Saint-André pour les deux niveaux.



Stabilité File C

figure 2-1

Sous le chargement représenté, charges non pondérées.

Données géométriques :

$$h_1 = 3310 \text{ mm}$$

$$h_2 = 2950 \text{ mm}$$

$$l = 5000 \text{ mm}$$

Section des poutres :

Diagonales en L 50 x 50 x 5 en S 275

$$A = 4,8 \text{ cm}^2$$

Poteaux en IPE 270 en S 275

$$A = 45,95 \text{ cm}^2$$

Traverse haute en HEA 100 en S 275

$$A = 21,24 \text{ cm}^2$$

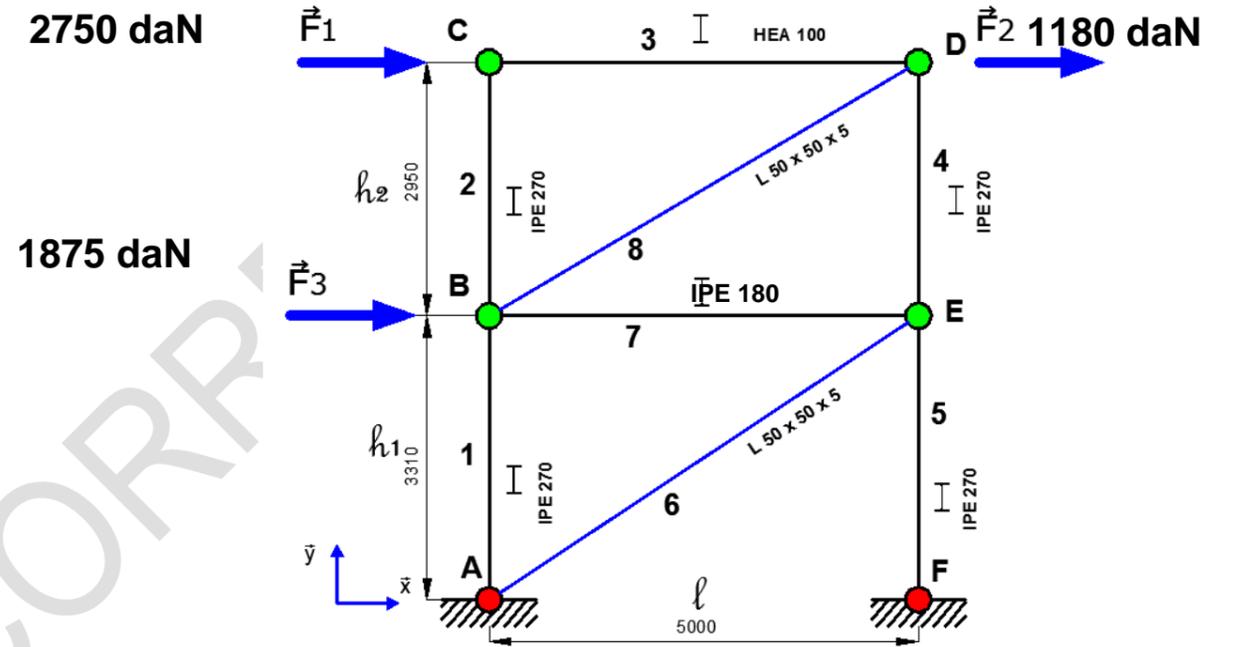
Traverse centrale en IPE 180 en S 275

$$A = 23,95 \text{ cm}^2$$

Q 2.1 : Calculer le degré d'hyperstatisme de la structure **figure 2-1** (remarque : les diagonales ne sont pas liées en leur centre).

$$n_e = (2+2)-3 = 1 \quad n_i = 10-(2 \times 6-3) = 1 \quad n_g = 1+1 = 2 \text{ hyperstatique d'ordre 2}$$

Q 2.2 : Justifier le choix du nouveau modèle mécanique adopté sur la figure 2-2 pour la détermination des efforts dans les barres.



Stabilité File C

figure 2-2

Barres CE et BF soumises au flambement, considérées comme ne participant pas à la stabilité d'après ce chargement.

Q 2.3 : Calculer le degré d'hyperstatisme de la structure **figure 2-2**.

$$n_e = (2+2)-3 = 1 \quad n_i = 8-(2 \times 6-3) = -1 \quad n_g = 1-1 = 0 \quad \text{isostatique}$$

Q 2.4 : Rechercher les efforts normaux dans les barres.

Reporter les résultats dans le tableau du **document réponse DR 1**.

Rappel : convention de signe :

- **compression** < 0 ;
- **traction** > 0.

Q 2.5 : Calculer, par le théorème de la charge unitaire, le déplacement horizontal du point C, δ_{Cx} en complétant le **document réponse DR 1** et après avoir défini le **système choisi**.

QUESTION 3 : Étude des caractéristiques géométriques des poteaux du portique cadre file A entre les files 4 et 5

La stabilité du long-pan file A est assurée par un portique cadre dont le modèle mécanique est donné :

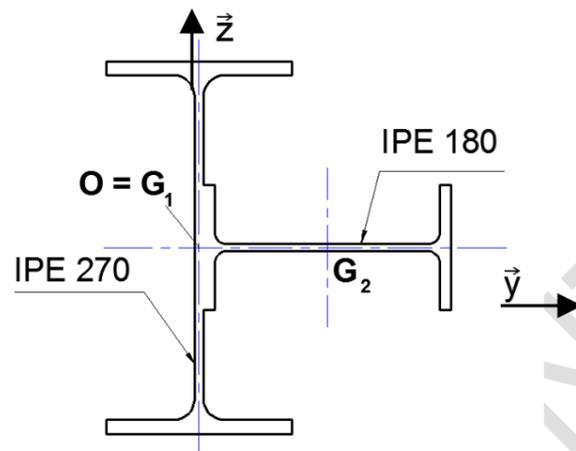
- les 2 poteaux sont en IPE 270 renforcé par un IPE 180 ;
- la traverse est en IPE220.



Désignation	Aire A	h	b	tw	tf	I_y	I_z
	Dimensions indiquées Annexe 2						
	cm ²	mm	mm	mm	mm	cm ⁴	cm ⁴
IPE 180	23,95	180	91	5,3	8,0	1317	101
IPE 220	33,37	220	110	5,9	9,2	2271	205
IPE 270	45,95	270	135	6,6	10,2	5790	420

Étude d'une section droite du poteau composé (IPE 270 + IPE 180)

Le poteau composé du portique cadre est constitué d'un IPE 270 et d'un "contre-poteau" en IPE 180 (voir schéma ci-dessous).



Les centres de gravité G_1 et G_2 des IPE et les axes principaux sont représentés ci-dessus.

Q 3.1 : Calculer l'aire **A** de la section droite du **poteau composé**.

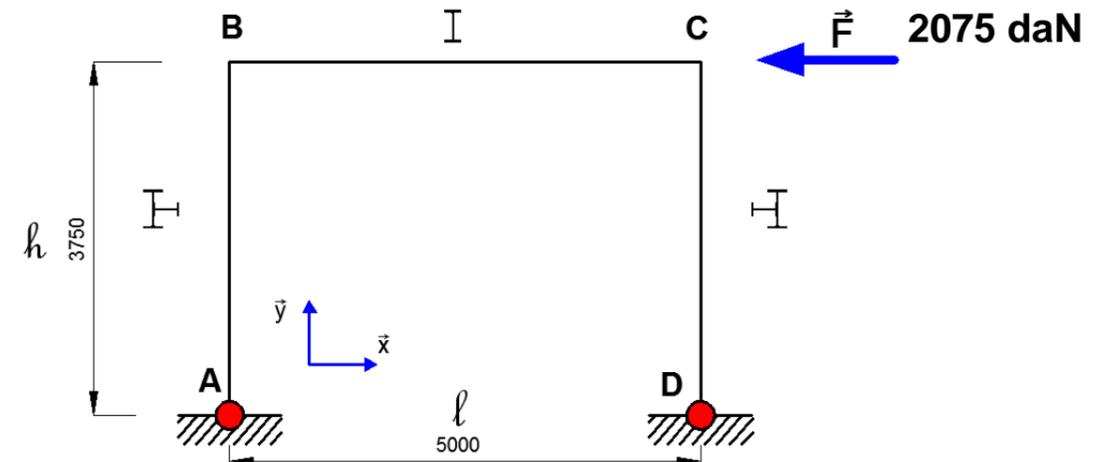
Q 3.2 : Calculer la position du centre de gravité **G** de ce **poteau composé**.

Tracer cette position sur le document DR 1.

Q 3.3 : Calculer son moment quadratique **IGz** par rapport à l'axe Gz.

QUESTION 4 : Étude à l'ELS du portique cadre file A sous l'effet du vent

Pour cette question les inerties sont, pour le poteau **3107,5 cm⁴** et pour la traverse l'information est à rechercher dans le dossier technique puis dans l'annexe 2 de ce sujet.



Méthode des forces

Q 4.1 : Calculer le degré d'hyperstaticité de ce portique.

$ne = (2+2)-3 = 1$ $ng = 3(0+1)-2 = 1$ **hyperstatique d'ordre 1**

Q 4.2 : Tracer sur le document réponse DR2 la structure **Siso** en choisissant l'inconnue hyperstatique X_D .

Q 4.3 : Tracer les deux structures **S0** et **S1**.

- **S0** structure isostatique sous chargement réel ;
- **S1** structure isostatique sous chargement unitaire.

Q 4.4 : Tracer les diagrammes des moments fléchissants **M0** et **M1** sur le document réponse DR 2

Q 4.5 : Ecrire la condition de fermeture et calculer les coefficients d'influence à partir des intégrales de Mohr en Annexe 1.

$\lambda_1 = \lambda_{10} + X_1 \lambda_{11} = 0$ pas de translation horizontale au noeud D

$\lambda_{10} = \int_{structure} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} \cdot ds = \frac{1 \cdot Fh \cdot h \cdot h}{3 \cdot E \cdot I_p} + \frac{1 \cdot Fh \cdot h \cdot l}{2 \cdot E \cdot I_t} = \frac{Fh^2}{E} \left(\frac{h}{3 \cdot I_p} + \frac{l}{2 \cdot I_t} \right)$

$\lambda_{11} = \int_{structure} \frac{M_1^2}{E \cdot I} \cdot ds = 2 \cdot \frac{1 \cdot h \cdot h \cdot h}{3 \cdot E \cdot I_p} + \frac{h \cdot h \cdot l}{E \cdot I_t} = \frac{h^2}{E} \left(\frac{2 \cdot h}{3 \cdot I_p} + \frac{l}{I_t} \right)$

$X_1 = -\frac{\lambda_{10}}{\lambda_{11}} = -\frac{F}{2} = 1037,5 \text{ daN}$

Q 4.6 : Déterminer la valeur de l'inconnue hyperstatique X_D .

Q 4.7 : Calculer les autres inconnues de liaisons.

$$X_D = 1037,5 \text{ daN} = X_A$$

$$Y_D = -\frac{F \cdot h}{l} = -\frac{2075 \cdot 3,75}{5} = -1556,25 \text{ daN} \Rightarrow Y_A = 1556,25 \text{ daN}$$

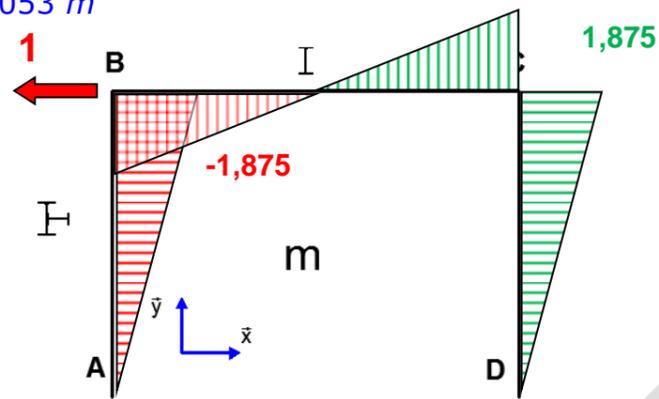
Q 4.8 : Tracer M le diagramme du moment fléchissant réel du portique sur le document réponse DR 2.

Q 4.9 : Calculer, par le théorème de la charge unitaire, le déplacement horizontal du point B, δ_{Bx} .

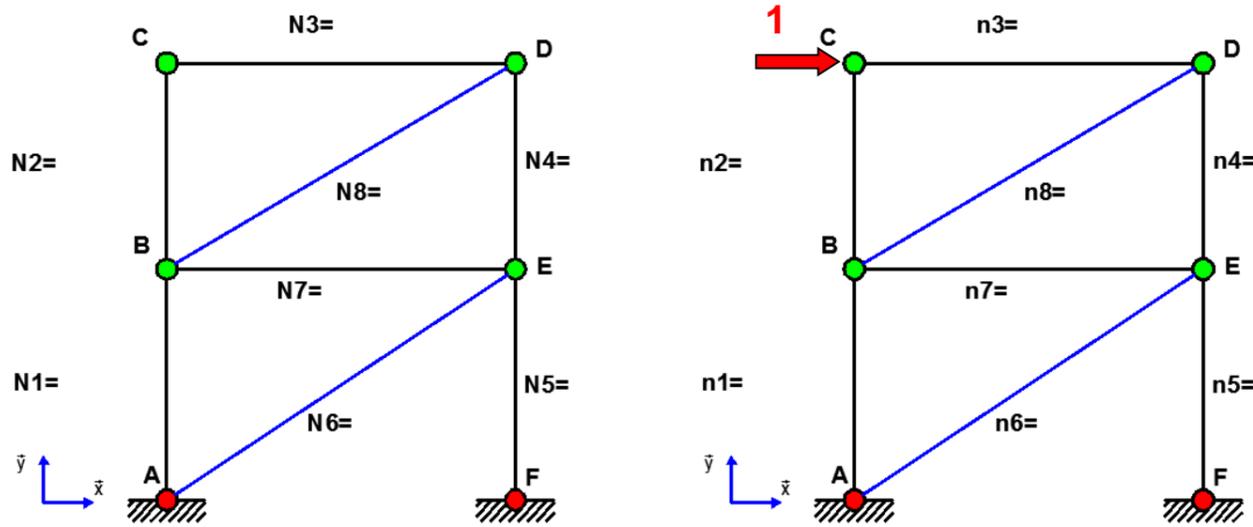
$$\lambda_{Bx} = \int_{structure} \frac{M \cdot m}{E \cdot I} \cdot ds = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{F}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot h}{E} \cdot \left(\frac{h}{I_p} + \frac{1}{2} \frac{l}{I_t} \right)$$

$$\lambda_{Bx} = \frac{2}{3} \cdot \frac{38906,25 \cdot 1,875}{21 \cdot 10^{10}} \cdot \left(\frac{3,75}{3107,5 \cdot 10^{-8}} + \frac{2,5}{2271 \cdot 10^{-8}} \right)$$

$$\lambda_{Bx} = 0,053 \text{ m}$$



Q 2.4 : Rechercher les efforts normaux dans les barres.

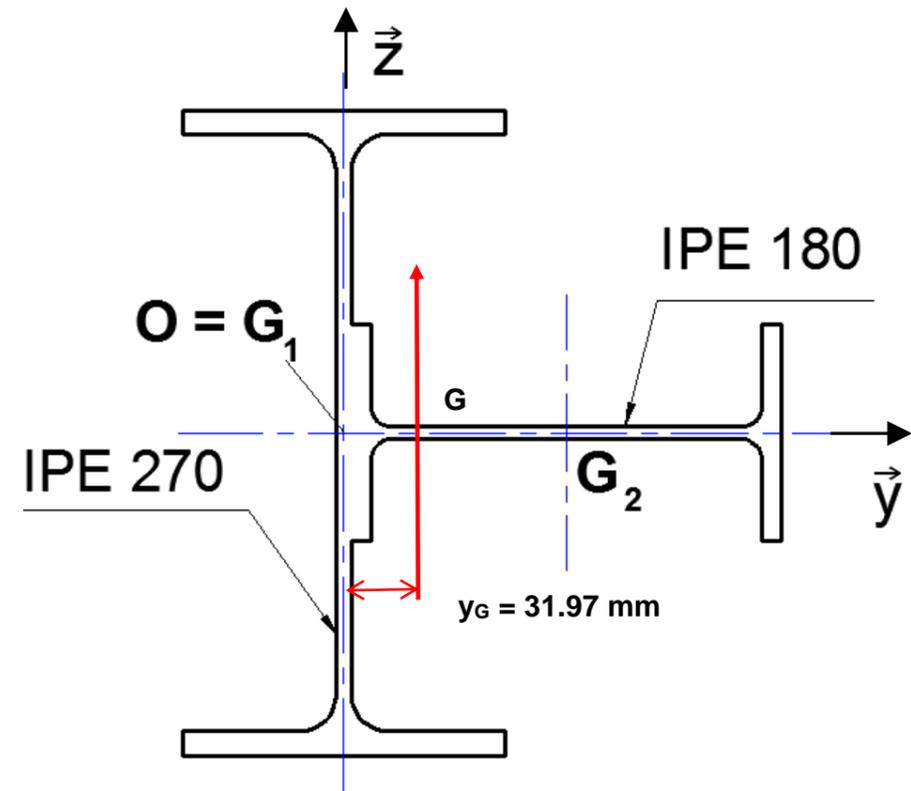


Barre	N Efforts sous charges réelles (daN)	n Efforts sous charge unitaire	L Longueur de la barre (m)	A Aire de la section (cm ²)	$\frac{Nn}{E \cdot A} \times L$ (mm)
1	2319	0,59	3,31	45,95	0,0469
2	0	0	2,95	45,95	0
3	-2750	-1	5	21,24	0,3083
4	-2319	-0,59	2,95	45,95	0,0418
5	-6162	-1,252	3,31	45,95	0,2646
6	6962	1,1611	6	4,8	4,8117
7	-5805	-1	5	23,95	0,5771
8	4563	1,1993	5,8	4,8	3,1488
					$\delta_{cx} = 9,2 \text{ mm}$

Par convention : N > 0 barre en traction N < 0 barre en compression

Q 3.2 : Calculer la position du centre de gravité G de ce poteau composé.

Tracer cette position sur le document DR 1.



REGIONS Aire: 6989.2 mm²
Centre de gravité: Y: 31.97 mm Z: 0.00 mm

Moments d'inertie: Y: 58906333 mm⁴ Z: 31071696 mm⁴

Q 3.1 et Q 3.2 :

$$A_t = A_{IPE270} + A_{IPE180} = 45,95 + 23,95 = 69,9 \text{ cm}^2$$

$$z_G = 0 \Rightarrow O = G_1$$

$$y_G = \frac{y_{G1} \cdot A_{IPE270} + y_{G2} \cdot A_{IPE180}}{A_t} = \frac{0 \cdot 45,95 + \left(90 + \frac{6,6}{2}\right) \cdot 23,95}{69,9}$$

$$y_G = 31,97 \text{ mm}$$

Q 3.3 :

$$I_{Gz} = I_{G1z} + A_{IPE270} \cdot y_G^2 + I_{G2z} + A_{IPE180} \cdot (9,33 - y_G)^2$$

remarque : attention à l'orientation des profils

$$I_{Gz} = 420 + 45,95 \cdot 3,197^2 + 1317 + 23,95 \cdot 6,133^2$$

$$I_{Gz} = 3107,5 \text{ cm}^4$$

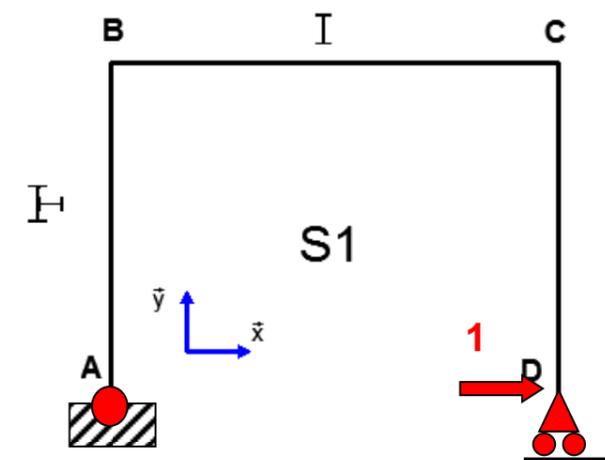
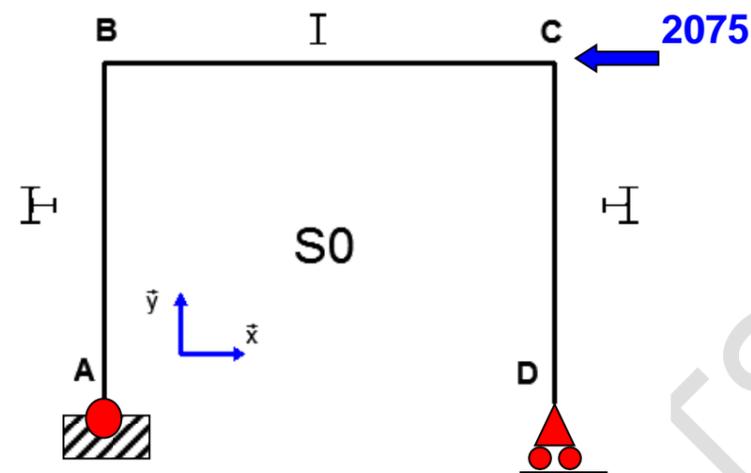
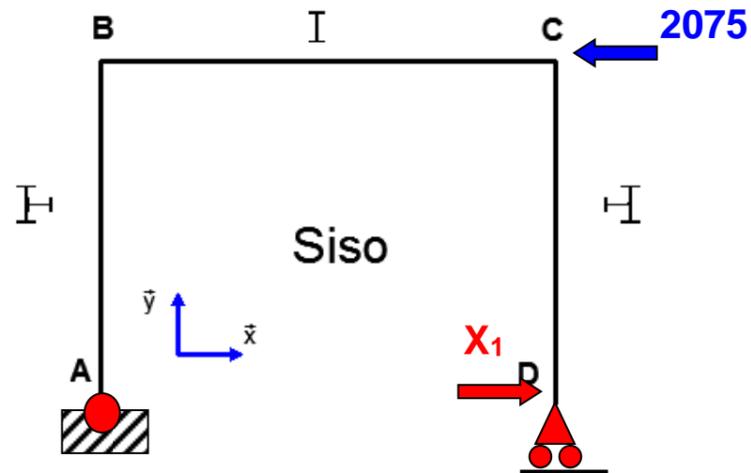
N° candidat:.....

Document réponse DR 2

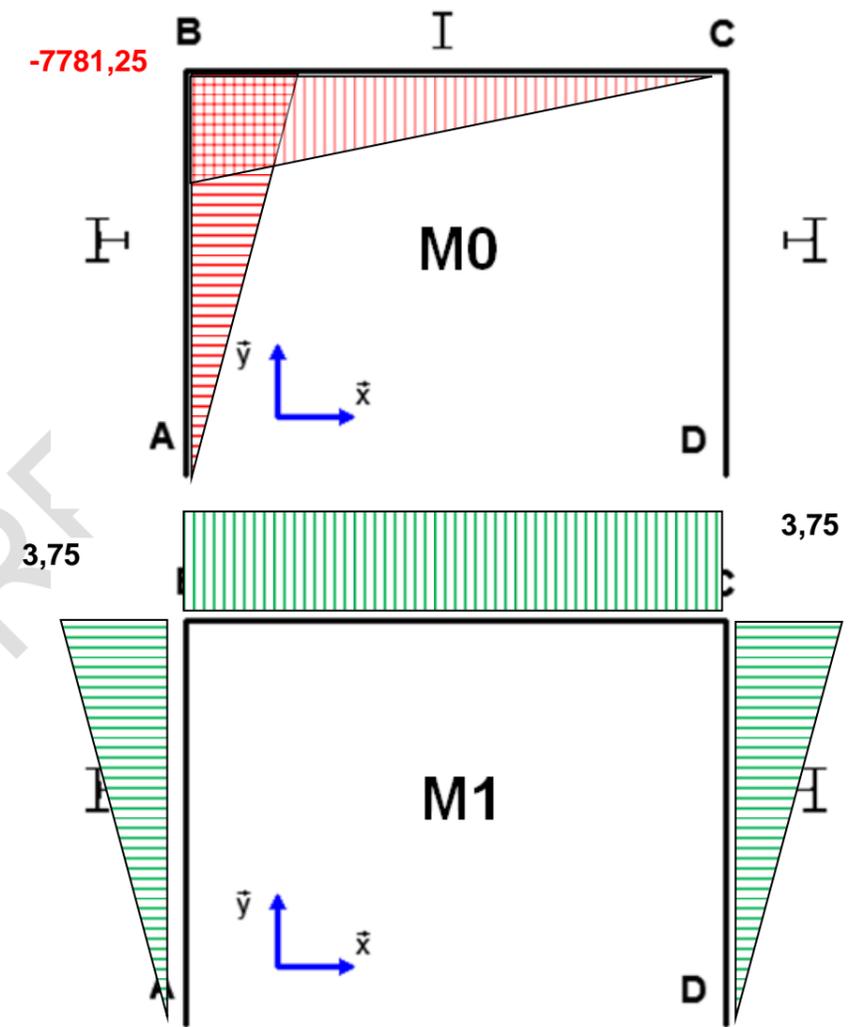
A rendre avec la copie

Q 4.2 et 4.3 :

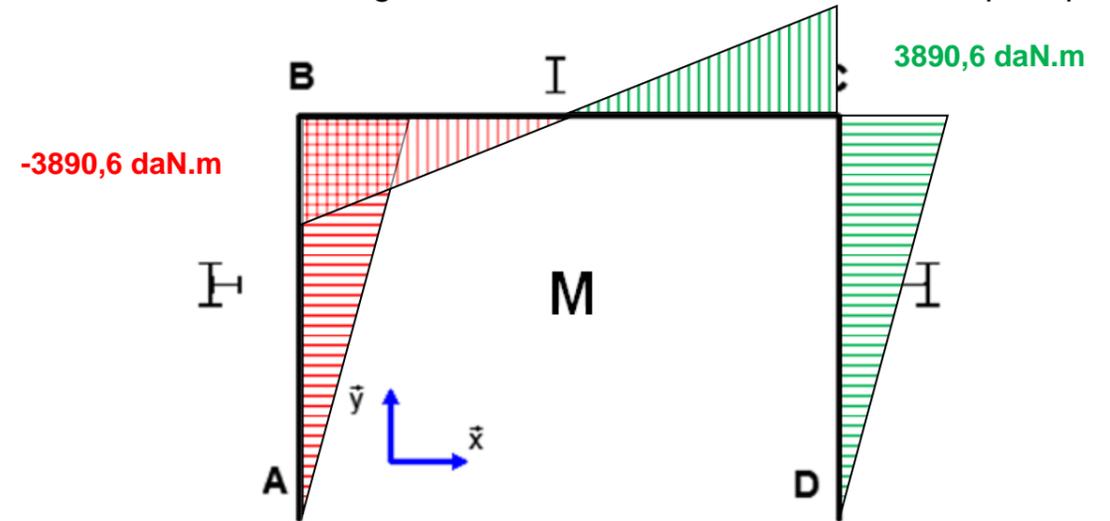
Compléter les figures ci-dessous (liaisons, chargement ...)



Q 4.4 : Tracer les diagrammes des moments fléchissants M_0 et M_1 .



Q 4.8 : Tracer M le diagramme du moment fléchissant réel du portique.



N° candidat:.....