

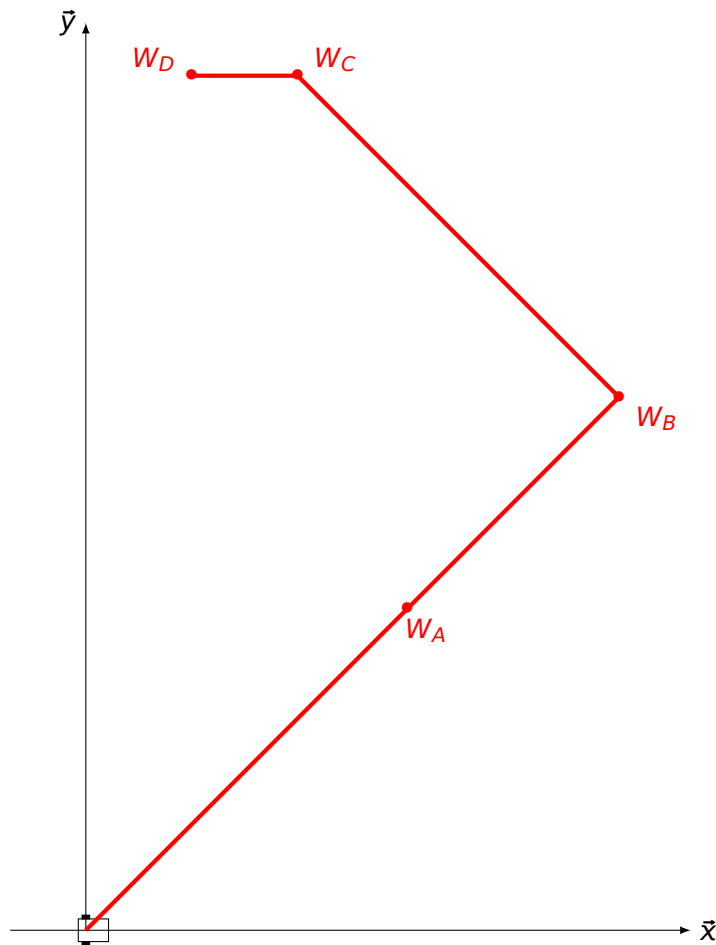
# Modélisation d'un robot collaboratif

## Correction

**Q1.** Pour le troisième déplacement (clic à environ 67 s), relever  $d_{init}$ ,  $\alpha_{init}$  et le temps de déplacement du robot pour atteindre sa position finale.

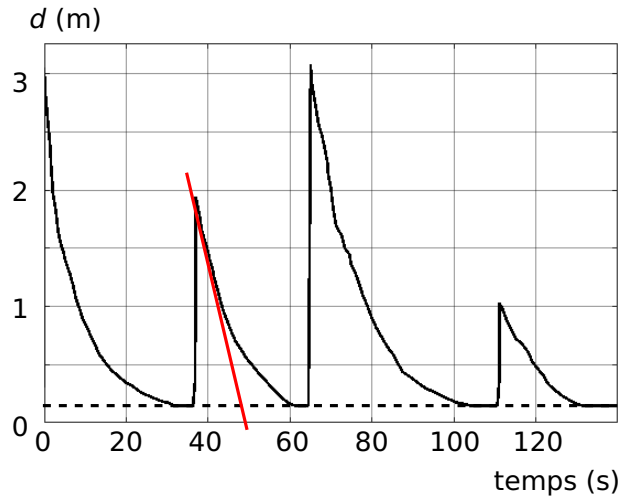
$d_{init}=3.1\text{m}$ ,  $\alpha_{init}=92^\circ$  et le temps de déplacement du robot : 40s environ

**Q2.** Sur le bas du document réponse DR1, construire les différents waypoints appelés  $W_A$ ,  $W_B$ ,  $W_C$  et  $W_D$  à partir de la position initiale du robot déjà représentée. Les évolutions de  $d$  et  $\alpha$  ont été de nouveau tracées sur le document réponse DR1 pour faciliter le traitement de la question.



**Q3.** Sur l'un des deux tracés des mesures du document réponse DR1, réaliser une construction graphique permettant d'évaluer les vitesses linéaires du robot  $V_{init}$  et  $v_{fin}$  au début et à la fin du trajet entre  $W_A$  et  $W_B$ .

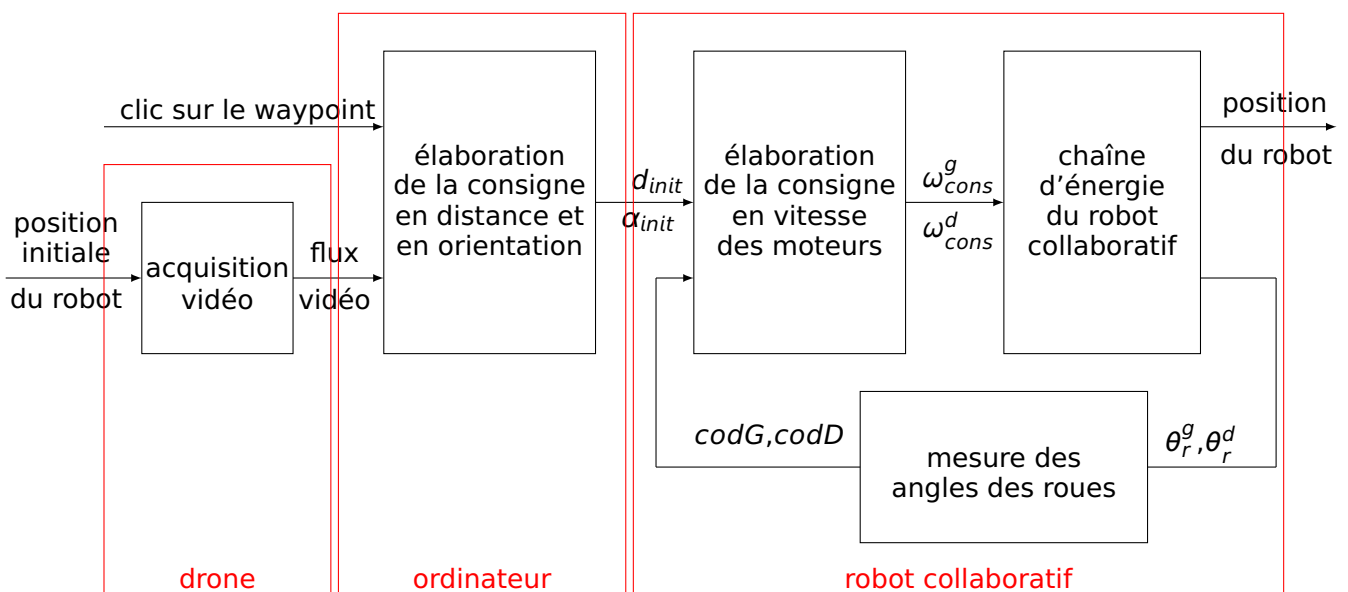
Il s'agit du deuxième pic pour le déplacement entre  $W_A$  et  $W_B$ , on évalue les vitesses en traçant les tangentes à la courbe  $V_{init}=1,9/12=0.16$  m/s  $V_{fin}=0$  m/s. Ce trajet s'effectue en ligne droite  $\alpha_{init} = 0$ .



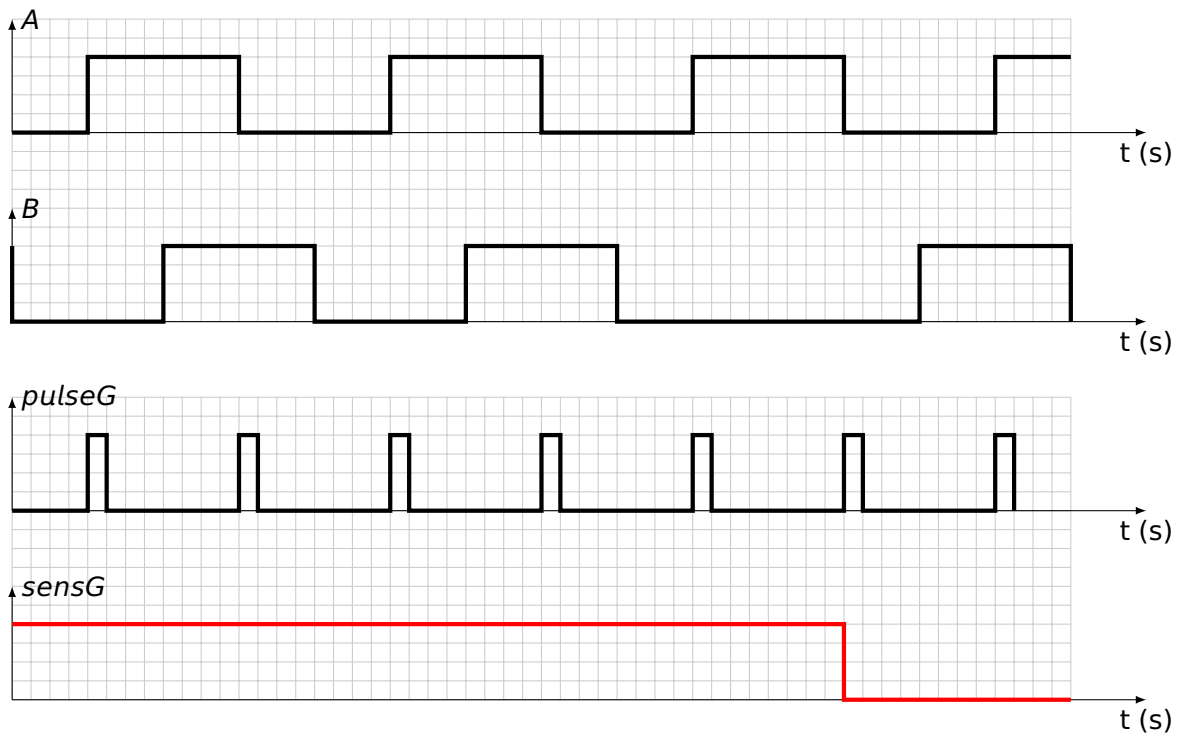
**Q4.** Conclure par rapport aux critères du cahier des charges concernant la vitesse maximale en ligne droite et la précision du positionnement.

La vitesse maximale en ligne droite du cahier des charges n'est pas atteinte ( $0,16$  m/s  $<$   $0,5$  m/s). Le robot s'arrête à 15 centimètres de la cible, ce qui correspond au nez du robot. Le nez du robot est sur la cible, il n'y a pas d'erreur de position. La précision du positionnement du cahier des charges est respectée ( $0,14$  m  $<$   $0,15$  m  $<$   $0,2$  m). Pour ce trajet, le robot respecte donc les 2 critères du cahier des charges.

**Q5.** À partir de la figure 1, compléter le document réponse DR2 en repérant l'ordinateur, le robot collaboratif et le drone sur les ensembles correspondant aux fonctions qu'ils assurent.



**Q6.** Compléter le chronogramme de *sensG* sur le document réponse DR3.



**Q7.** Calculer le nombre de pulses par cycle ? En déduire l'angle de rotation en radian de la roue entre deux pulses ?

Il y a 2 pulses par cycle, soit 512 pulses pour tour :  $\Delta\theta = 2\pi/512 = 1,227 \times 10^{-2} rad$

**Q8.** Compléter le tableau du document réponse DR4 à partir de l'analyse du code de la fonction odométrie.

<i>codD</i>	<i>codG</i>	$D_r$ en mètre	$\theta_r$ en radian	X en mètre	Y en mètre	mouvement
1000	1000	0,61	0	0,61	0	translation rectiligne
-1000	-1000	-0,61	0	-0,61	0	translation rectiligne
1000	500	0,46	-0,83	0,31	-0,34	mouvement quelconque
-998	998	0	3,31	0	0	rotation de centre R

**Q9.** À partir de la figure 29, exprimer le vecteur  $\overrightarrow{RW}$  dans la base  $(\vec{x}_R, \vec{y}_R)$  en fonction de  $d$  et  $\alpha$ , puis dans la base  $(\vec{x}, \vec{y})$  en fonction de  $X, Y, X_w^{init}$  et  $Y_w^{init}$ .

$$\overrightarrow{RW} = d \cos \alpha \vec{x}_R + d \sin \alpha \vec{y}_R$$

$$\overrightarrow{RW} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{OW} = (X_w^{init} - X) \vec{x} + (Y_w^{init} - Y) \vec{y}$$

**Q10.** A partir des questions précédentes, donner le système d'équations reliant  $X$ ,  $Y$ ,  $X_w^{init}$  et  $Y_w^{init}$ ,  $d$  et  $\alpha$ . Ce système permet-t-il d'obtenir  $d$  et  $\alpha$  en fonction des paramètres d'entrée ? Argumenter la réponse. La résolution n'est pas demandée.

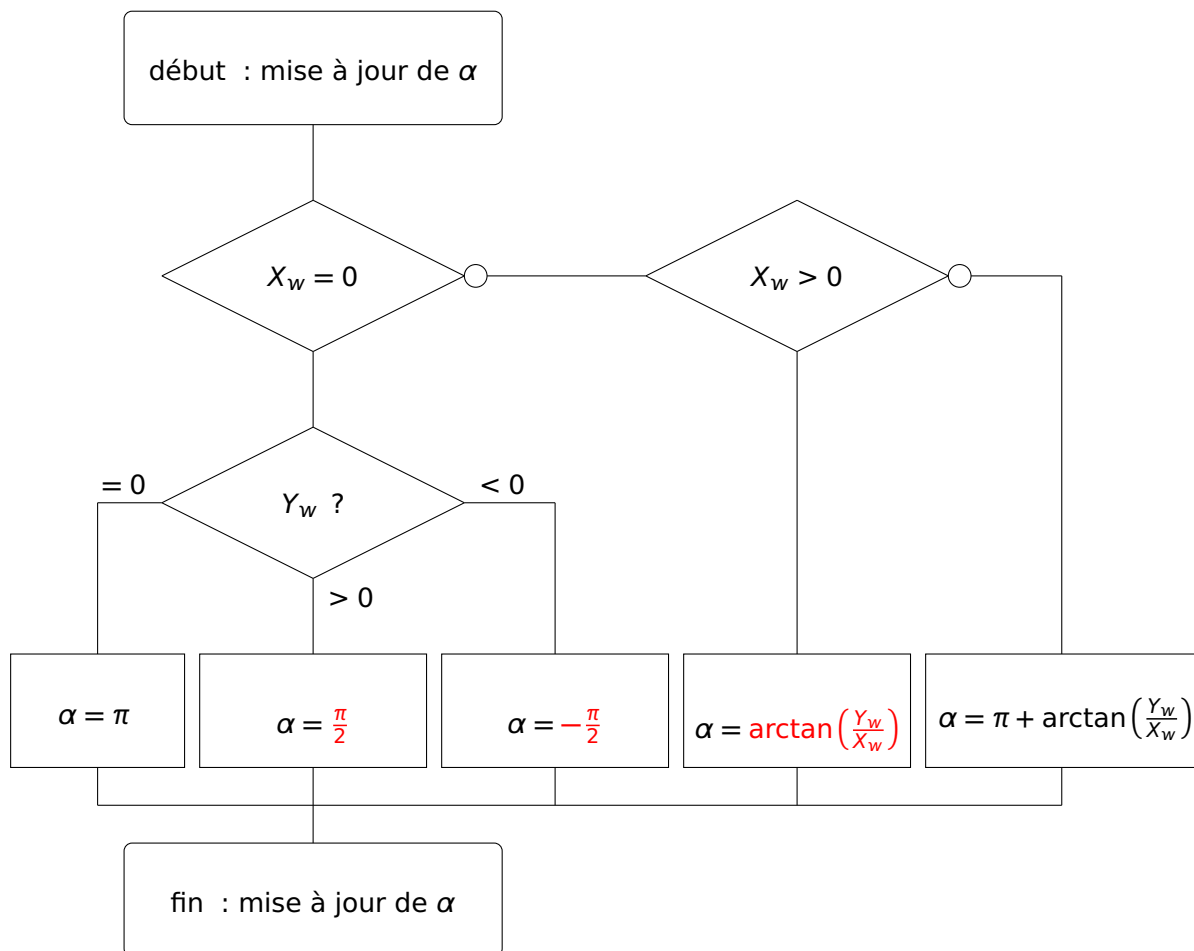
$$\bar{x} = \cos \theta_R \bar{x}_R - \sin \theta_R \bar{y}_R \qquad \bar{y} = \sin \theta_R \bar{x}_R + \cos \theta_R \bar{y}_R$$

On en déduit que :

$$d \cos \alpha = (X_w^{init} - X) \cos \theta_R + (Y_w^{init} - Y) \sin \theta_R$$

$$d \sin \alpha = -(X_w^{init} - X) \sin \theta_R + (Y_w^{init} - Y) \cos \theta_R$$

**Q11.** Pour la mise à jour de  $\alpha$ , quelques précautions s'imposent suivant le signe de  $X_w$ . Le programme du microcontrôleur est traduit sous forme d'algorithme que vous complèterez dans le document réponse DR5.



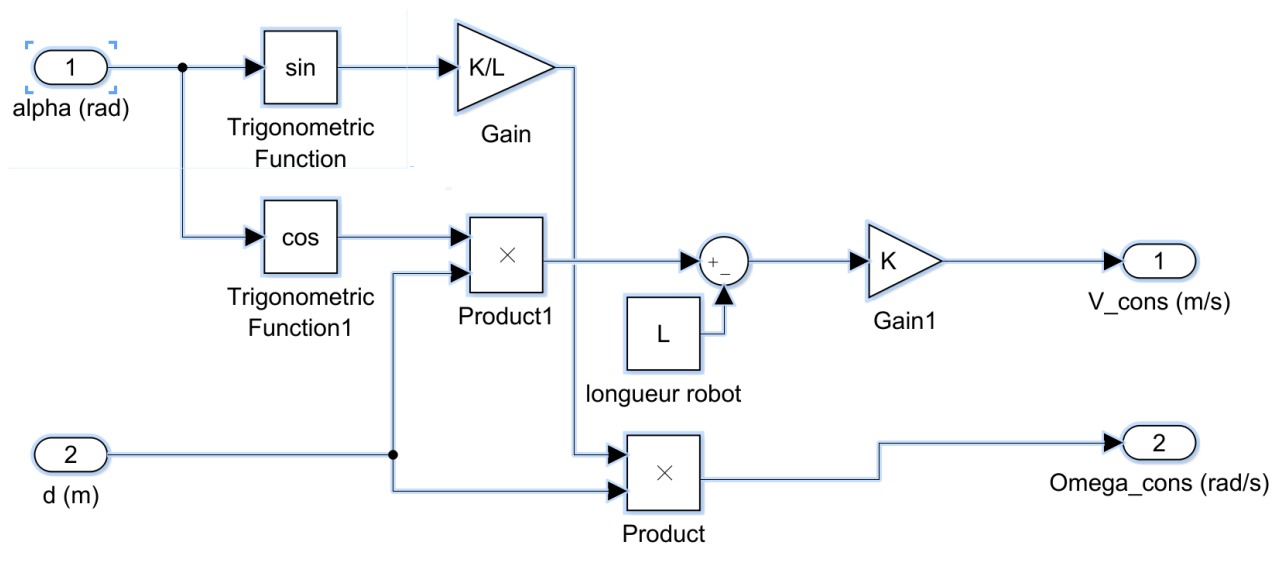
**Q12.** Plusieurs lois de commande sont envisageables, proposer une loi. Le formalisme importe peu : texte, pseudo-code ou algorithme.  
 $d$  et  $\alpha$  représentent ce qu'on appelle l'erreur dans un schéma d'asservissement. On peut donc concevoir une commande en tout ou rien :

```

Si  $0 < \alpha < \pi$  Alors
     $\Omega_{cons} = \Omega_{max}$ 
Si  $\alpha < 0$  Alors
     $\Omega_{cons} = -\Omega_{max}$ 
Sinon
     $\Omega_{cons} = 0$ 
Fin Si

Si  $d > 0,20$  Alors
     $V_{cons} = V_{max}$ 
Si  $d < 0,14$  Alors
     $V_{cons} = -V_{max}$ 
Sinon
     $V_{cons} = 0$ 
Fin Si
    
```

On peut aussi prévoir une commande proportionnelle où  $V_{cons}$  serait proportionnelle à  $(d - L)$  afin de ralentir à l'approche du waypoint.  
 La solution des concepteurs est une commande exponentielle (non attendue des candidats au concours général) Il s'agit de faire décroître l'erreur de "tâche" ici  $d$  et  $\alpha$  de façon exponentielle (cf figures 4 et 5 du sujet) cela se traduit de la façon suivante :



**Q13.** Proposer une synthèse sur la modélisation de la chaîne d'information du robot collaboratif (figure 8) à partir de vos réponses aux questions du paragraphe 4.  
 La position du robot est élaborée à partir de deux codeurs incrémentaux montés sur les axes des roues du robot. Ils délivrent des impulsions que le programme du microcontrôleur doit compter afin d'élaborer la distance restant à parcourir  $d$  et l'angle dont il faut encore tourner  $\alpha$ .  
 La loi de commande donne ensuite les consignes de vitesse  $V_{cons}$  et  $\alpha_{cons}$  que l'on souhaite pour le robot.  
 En vue d'une modélisation il faudra penser aux codeurs incrémentaux qui existent sur le robot réel et dont il faudra trouver un modèle. Les fonctions suivantes "odométrie", "mise à jour" et "loi de commande" existent dans le programme du microcontrôleur du robot, il s'agit de traitement numérique qui pourront aisément être repris dans le modèle.

**Q14.** Considérant l'hypothèse précédente, déterminer  $\vec{V} (O_g \in rg/sol)$  puis  $\vec{V} (O_d \in rd/sol)$  en fonction de  $R_{roue}$ ,  $\omega_r^g$  et  $\omega_r^d$ .

$$\vec{V} (O_g \in rg/sol) = \vec{V} (A_g \in rg/sol) + \overrightarrow{O_g A_g} \wedge \vec{\Omega} (rg/sol) = -R_{roue} \vec{z} \wedge (\omega_r^g \vec{y}_R + \Omega \vec{z}) = R_{roue} \omega_r^g \vec{x}_R$$

$$\vec{V} (O_d \in rd/sol) = \vec{V} (A_d \in rd/sol) + \overrightarrow{O_d A_d} \wedge \vec{\Omega} (rd/sol) = -R_{roue} \vec{z} \wedge (\omega_r^d \vec{y}_R + \Omega \vec{z}) = R_{roue} \omega_r^d \vec{x}_R$$

**Q15.** En déduire les expressions de  $\vec{V} (O_g \in robot/sol)$  puis  $\vec{V} (O_d \in robot/sol)$  en fonction de  $R_{roue}$ ,  $\omega_r^g$  et  $\omega_r^d$ .

$$\vec{V} (O_g \in robot/sol) = \vec{V} (O_g \in robot/rg) + \vec{V} (O_g \in rg/sol) = R_{roue} \omega_r^g \vec{x}_R$$

$$\vec{V} (O_d \in robot/sol) = \vec{V} (O_d \in robot/rd) + \vec{V} (O_d \in rd/sol) = R_{roue} \omega_r^d \vec{x}_R$$

**Q16.** En utilisant l'expression de  $\vec{V} (O_g \in robot/sol)$ , écrire une expression de  $\vec{V} (R \in robot/sol) = V \vec{x}_R$  en fonction de  $b$ ,  $\Omega$ ,  $R_{roue}$  et  $\omega_r^g$ .

$$\vec{V} (R \in robot/sol) = \vec{V} (O_g \in robot/sol) + \overrightarrow{RO_g} \wedge \vec{\Omega} (robot/sol) = R_{roue} \omega_r^g \vec{x}_R + \frac{b}{2} \vec{y}_R \wedge \Omega \vec{z}$$

$$\vec{V} (R \in robot/sol) = \left( R_{roue} \omega_r^g + \frac{b}{2} \Omega \right) \vec{x}_R$$

**Q17.** En utilisant l'expression de  $\vec{V} (O_d \in robot/sol)$ , écrire une expression de  $\vec{V} (R \in robot/sol) = V \vec{x}_R$  en fonction de  $b$ ,  $\Omega$ ,  $R_{roue}$  et  $\omega_r^d$ .

$$\vec{V} (R \in robot/sol) = \vec{V} (O_d \in robot/sol) + \overrightarrow{RO_d} \wedge \vec{\Omega} (robot/sol) = R_{roue} \omega_r^d \vec{x}_R - \frac{b}{2} \vec{y}_R \wedge \Omega \vec{z}$$

$$\vec{V} (R \in robot/sol) = \left( R_{roue} \omega_r^d - \frac{b}{2} \Omega \right) \vec{x}_R$$

**Q18.** À partir de ces deux relations, écrire la loi entrée-sortie liant  $\omega_r^g$  puis  $\omega_r^d$  à  $b$ ,  $R_{roue}$ ,  $\Omega$  et  $V$ .

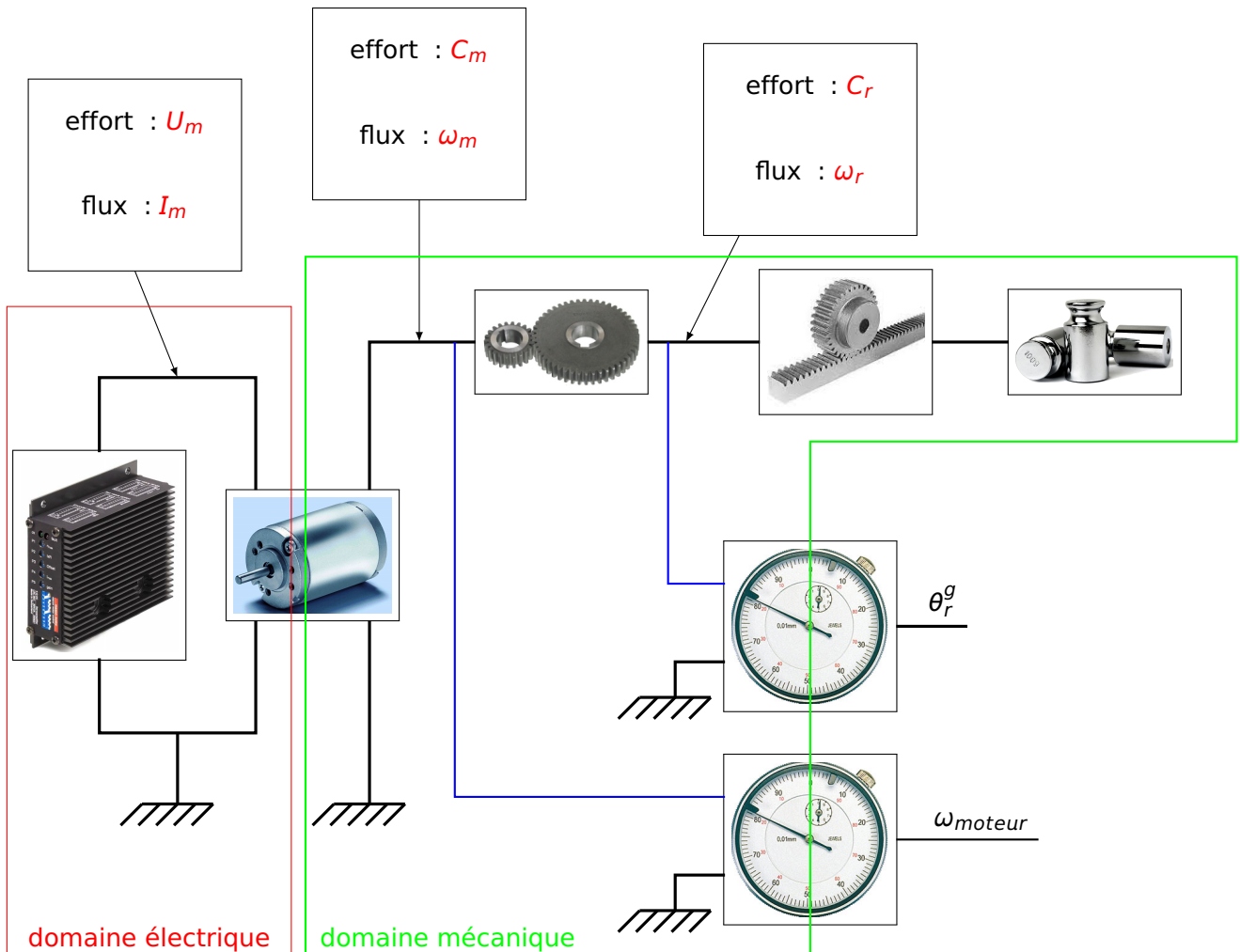
$$\omega_r^g = \frac{V - \frac{b}{2} \Omega}{R_{roue}} \quad \omega_r^d = \frac{V + \frac{b}{2} \Omega}{R_{roue}}$$

**Q19.** En déduire les deux relations entre les entrées et les sorties de la loi entrée-sortie inverse de la figure 18 à implémenter dans le microcontrôleur.








$$\omega_{cons}^g = \frac{V_{cons} - \frac{b}{2} \Omega_{cons}}{R_{roue}} \quad \omega_{cons}^d = \frac{V_{cons} + \frac{b}{2} \Omega_{cons}}{R_{roue}}$$

**Q20.** Compléter le document réponse DR6, avec les différentes variables d'effort et de flux qui transitent dans les liens. Encadrer en rouge le domaine électrique et en vert le domaine mécanique de la modélisation acausale.

**Q21.** Sur le document réponse DR6, relier les capteurs afin qu'ils prélèvent les informations issues des bonnes variables.

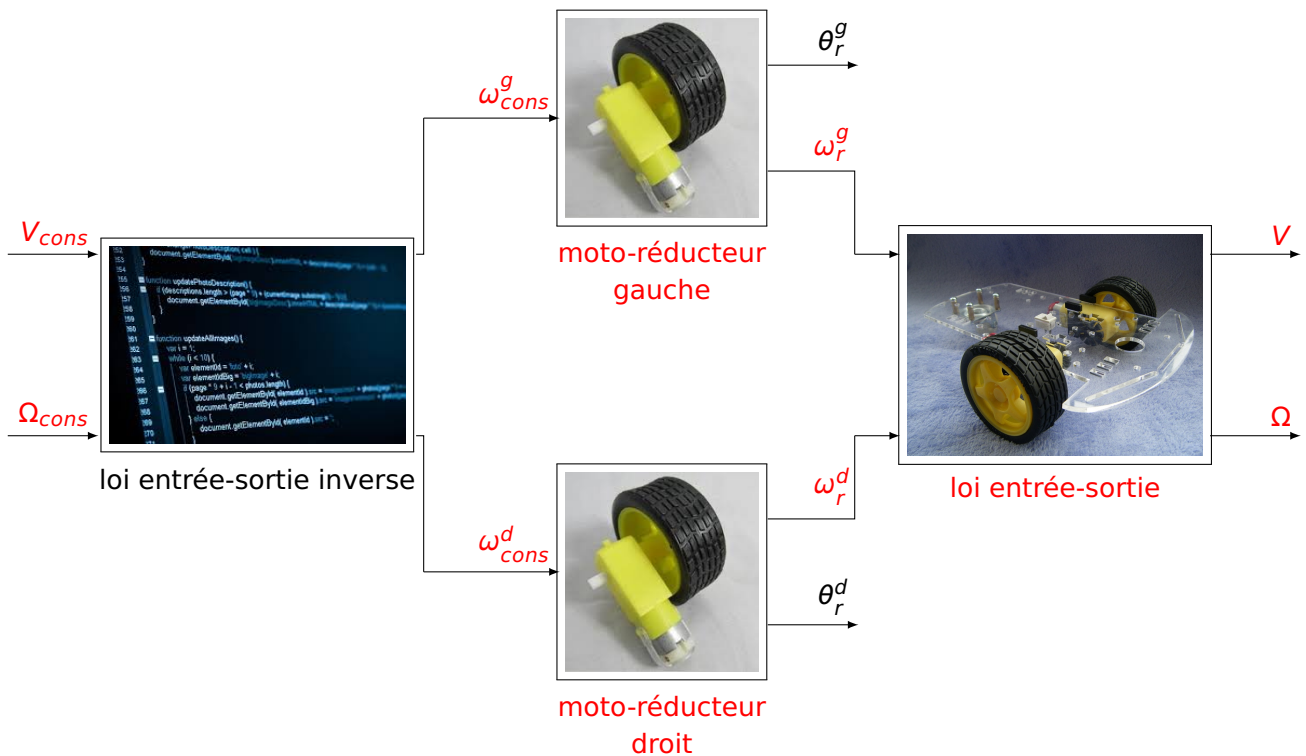


**Q22.** Compléter le tableau du document réponse DR6 en indiquant les paramètres à renseigner des différents composants.

nom	image	paramètres à renseigner
source de courant		rien
moteur à courant continu		$R_m, L_m, K_c, J_m$ et $f_m$
réducteur		$K_{red}$
roulement sans glissement		$R_{roue}$
masse		$M_R/2$ (hypothèse : masse équitablement répartie)
capteur de position		rien
capteur de vitesse		rien



**Q23.** Compléter le document réponse DR7, en indiquant les noms manquants des différents blocs et le paramètre transitant dans chaque lien.



**Q24.** Parmi les six grandeurs mesurées, indiquer celles qui devraient être nulles lorsque le robot a un mouvement de translation rectiligne par rapport au sol suivant la direction  $\vec{x}_R$ .  $\gamma_y(t)$ ,  $\omega_x(t)$ ,  $\omega_y(t)$  et  $\omega_z(t)$  devraient rester nuls.  $\gamma_z(t)$  devrait être égal à  $-g$ .

**Q25.** Exprimer  $\gamma_x(t)$  en fonction de  $V_{mes}(t)$  la vitesse mesurée du robot terrestre à l'instant  $t$ . En déduire  $V_{mes}(t)$  en fonction de  $\gamma_x(\mu)$  où  $\mu \in [0, t]$ .

$$\gamma_x(t) = \frac{dV_{mes}(t)}{dt} \quad V_{mes}(t) = \int_{\mu=0}^{\mu=t} \gamma_x(\mu) d\mu$$

**Q26.** Donner la valeur numérique de  $T_{acq}$ . La mesure dure 1,2 seconde, donner le nombre de points de mesure acquis, noté  $N_{mes}$ .

$$T_{acq} = 0,01s \quad N_{mes} = 121$$

**Q27.** Justifier l'expression de l'approximation de l'intégrale par la méthode des trapèzes en vous aidant de la figure 23.

$\frac{f_i + f_{i+1}}{2} \cdot T_{acq}$  représente l'aire du trapèze entre  $i \cdot T_{acq}$  et  $(i + 1) \cdot T_{acq}$ .

**Q28.** Proposer un algorithme ou un pseudo-code permettant d'obtenir un tableau contenant  $V_{mes}(i \times T_{acq})$  pour  $i \in [0, N_{mes}]$ , en fonction des mesures.

```

Vmes=0
Pour i in [ 0 Nmes-1]
    Vmes = Vmes + ( gamma[i] + gamma[i+1] ) /2 * Tacq
Afficher Vmes
    
```

**Q29.** Comparer le relevé expérimental et la simulation. Proposer trois causes pouvant expliquer ces écarts.

La simulation est précise alors que l'erreur expérimentale est de plus de 10 %.

La mesure est "quasi-stable" et plus lente. Le temps pour atteindre 0,2 m/s est de 0,08 s en simulation et 0,13 s expérimentalement.

Causes possibles :

- erreur de mesures : mauvais étalonnage de la centrale - fixation centrale-robot "flexible" - erreur sur l'intégration - bruits de mesure ;
- erreur du modèle : glissement roue-sol - frottement - inertie mal estimée.

**Q30.** Proposer une synthèse, en 10 lignes maximum, sur la modélisation de la chaîne d'énergie du robot collaboratif (figure 17) à partir de vos réponses aux questions du paragraphe 5.

La fonction Traiter de la chaîne d'information a fourni au paragraphe 4  $V_{cons}$  et  $\Omega_{cons}$ .

La loi d'entrée sortie inverse du paragraphe 5.1 permet d'obtenir les deux consignes nécessaires aux moteurs gauche et droit. Ce traitement est existant dans le robot terrestre et réalisé dans le microcontrôleur, cf figure 8. D'après la figure 16, ces consignes  $\omega_{cons}^g$  et  $\omega_{cons}^d$  sont les entrées des hacheurs.

Remarque non attendue des candidats : une boucle d'asservissement de la vitesse de chacun des moteurs permet aux hacheurs de fournir le courant moteur nécessaire pour atteindre la consigne de vitesse. Chacun des moteurs doit être modélisé, ici une modélisation acausale a été retenue pour chacun des moto-réducteur. On obtient en sortie l'angle et la vitesse de rotation des roues. Sur le système réel, ces deux grandeurs génèrent le déplacement physique du robot. Pour la simulation on a été obligé de programmer la loi d'entrée-sortie cinématique.

Enfin, pour valider ce modèle, des essais ont permis de comparer la vitesse obtenue en simulation et le relevé expérimental. Cette validation est conduite dans le sujet pour un déplacement en ligne droite à 0.3m/s. Dans la phase de développement du modèle, des essais plus complets ont été réalisés.

**Q31.** On souhaite comparer ce résultat avec les mesures des figures 4 et 5. Identifier le waypoint visé :  $W_A$ ,  $W_B$ ,  $W_C$  ou  $W_D$ . Justifier.

C'est  $W_A$  car  $d_{init} = 3$  m et  $\alpha_{init} = 45^\circ$ .

**Q32.** Comparer mesure et simulation à partir de critères pertinents.

Les deux courbes sont bien des exponentielles décroissantes.

La décroissance de  $d$  est comparable avec les mesures, on atteint les 0,15 m en environ 30 s.

La rotation du robot en simulation est plus rapide, elle dure 3 s alors que celle obtenue lors des essais dure 20 s car l'inertie du robot suivant  $(R, \mathcal{Z})$  a été négligée dans le modèle.

**Q33.** Réaliser la synthèse de la démarche de conception du modèle au regard de la problématique du sujet en un maximum de 15 lignes.

La démarche de conception du modèle repose pour un certain nombre de fonctions sur des programmes existants déjà dans le microcontrôleur du robot. Pour la partie physique du robot, on a fait appel dans le sujet à une modélisation acausale multiphysique (électrique/mécanique). La loi d'entre-sortie cinématique a été programmée sous forme causale. Une fois, le modèle réalisé il convient de le confronter au système réel, en réalisant des essais. Dans la démarche de conception de produit, les essais doivent être prévus avant la phase de développement (cycle en V) afin de prévoir tous les cas de figure et ceci bien en amont de tout codage.